

# METODOLOGÍA DE SUPERFICIE DE RESPUESTA PARA LA OPTIMIZACIÓN DE UNA PRODUCCIÓN AGRÍCOLA

## RESPONSE SURFACE METHODOLOGY FOR THE OPTIMIZATION OF AN AGRICULTURAL PRODUCTION

Orlando José Yaguas<sup>1</sup>

### RESUMEN

Esta propuesta presenta un escenario económico que muestra cómo reducir al mínimo los costos de determinadas actividades agrícolas. Por ello, el objetivo planteado fue: obtener los valores óptimos de un proceso hipotético multi-respuesta de la producción de maíz, empleando la Metodología de Superficie de Respuesta, en la que tres factores: Irrigación, Nitrógeno y Densidad de Plantas se combinan, cada uno con 3 niveles y 16 tratamientos, aleatorizados en tres bloques, para un total de 48, acorde a un Diseño Central Compuesto. La optimización de las respuestas: Producción, Eficiencia del Nitrógeno, Eficiencia de la Irrigación y Relación Beneficio Costo se obtuvo mediante el programa Design Expert 10, en conjunto con una función de deseabilidad. También se presenta un modelo polinomial que establece una relación cuantitativa entre las respuestas y los factores planteados. El escenario económico, detallado para una hectárea, resultó en: US\$ 0,2 para aplicar el Nitrógeno, US\$ 3,2 para suministrar agua de Irrigación y US\$ 916,9 para producir 6342,2 kg de Maíz. Con esta propuesta se establece una opción para reducir: la utilización del agua para irrigación, el uso de fertilizantes y los costos de producción del cultivo del maíz.

**Palabras clave:** Eficiencia de la Irrigación, función de deseabilidad, proceso multi-respuesta, producción de maíz.

### ABSTRACT

This proposal shows an economic scenario that indicate how to minimize the costs of certain agricultural activities. Therefore, the objective was: to obtain the optimal values of a hypothetical multi-response process of maize production, by means of the Response Surface Methodology, in which three factors: Irrigation, Nitrogen and Plant Density are combined, each with 3 levels and 16 treatments, randomized in three blocks, for a total of 48, according to a Composite Central Design. The optimization of the answers: Production, Nitrogen Efficiency, Irrigation Efficiency and Benefit Cost Ratio was obtained through the Design Expert 10 program in conjunction with a desirability function. Also is presented a polynomial model that represents a quantitative relationship between the answers and the proposed factors. The economic scenario, detailed for one hectare, resulted in: US \$ 0, 2 to apply Nitrogen, US \$ 3, 2 to supply Irrigation water and US \$ 916,9 to produce 6342,2 kg of Maize. With this proposal,

---

<sup>1</sup>Ingeniero Mecánico. Master of Mechanical Engineering. Valencia, Venezuela. [orcid.org/0000-0002-8214-3931](https://orcid.org/0000-0002-8214-3931).

an option is established to reduce: the use of water for irrigation, the use of fertilizers and the production costs of maize.

**Keywords:** Irrigation Efficiency, desirability function, multi-response process, maize production.

## INTRODUCCIÓN

La creciente necesidad de producir un gran volumen de alimentos ha llevado a que se incremente la producción de rublos agrícolas a nivel global; por lo que grandes cantidades de fertilizantes y de agua para irrigación son requeridos para mantener el nivel de producción agrícola demandado.

Lo anterior representa un desafío para encontrar los medios adecuados que eviten la sobreutilización como también la baja eficiencia en la aplicación del nitrógeno y de agua para la irrigación, que implica despilfarro de recursos, contaminación ambiental y una producción agrícola no sustentable (Yong *et al.*, 2018).

Sin lugar a duda que para aumentar la productividad agrícola hay que equilibrar la utilización de agua y fertilizantes, para obtener altos rendimientos y bajos costos; pero ¿qué técnica utilizar para lograrlos? Ello no es fácil de responder puesto que encontrar formas de minimizar costos para lograr una agricultura sostenible, basada en la obtención de una producción de calidad competitiva respetando el medio ambiente y por ende conservando los recursos naturales (Fernández *et al.*, 2010) requiere de pericia y de un alto conocimiento del contexto agrícola.

Los estudios de rendimiento de cultivos son algo laboriosos de ejecutar, puesto que se requiere cuantificar los efectos de factores tales como: variedades de siembras, nutrientes y fertilizantes, regadíos y tipo de suelo etc., siendo esencial que la práctica de esa gestión agrícola sea económica para lograr el máximo rendimiento y una reducción significativa de la contaminación ambiental, ahorrando tanto en recursos como en costos de producción (Koocheki *et al.*, 2014)

El conocimiento práctico de los agricultores les ha permitido manejar procedimientos empíricos, asociados al rendimiento de sus labores agrícolas y por ende a la utilización de niveles razonables de recursos para reducir costos implícitos. Si bien es cierto, que esas prácticas o hipótesis han estado influenciadas por experiencias pasadas y por consideraciones teóricas (Mehta & Sharma, 2012) no obstante, ello no es garantía de que sean las más apropiados para condiciones diferentes que requieran ser comprobadas o desaprobadas a través de la experimentación.

Una gran parte de los tratamientos experimentales agrícolas, o las variables de rendimientos de los cultivos, son evaluadas teniendo condiciones controladas (Gomez & Gomez, 1984) a objeto de que los resultados sean útiles para predecir el comportamiento de una producción agrícola bajo condiciones iguales o similares. Ahora bien, cuando la experimentación se torna compleja, al tener muchas variables de lo habitual, a menudo, se despliegan interacciones entre los factores lo que complica el análisis y su interpretación (Fernández *et al.*, 2010) para realizar las inferencias estadísticas pertinentes.

La condición de complejidad planteada puede ser sorteada por el investigador al ir obviando ciertos efectos para centrarse en aquellos que inciden directamente en la respuesta, para

obtener con mayor eficacia, por ejemplo, los rendimientos óptimos y la minimización de costos implícitos en un experimento agrícola. Esta optimización puede lograrse utilizando el diseño de experimento, herramienta estadística de vanguardia, que permite alcanzar conclusiones relevantes en forma eficiente y económica (Mansouri *et al.*, 2014; Koocheki *et al.*, 2014; Molina *et al.*, 2016;).

En la revisión de la literatura realizada, no se ha encontrado estudios que relacionen factores tales como: la irrigación, la aplicación de nitrógeno, la densidad de plantas con las respuestas de Producción, Eficiencia del Nitrógeno, Eficiencia de la Irrigación y Relación Beneficio Costo; sin embargo, es importante resaltar que algunos estudios recientes plantean sólo la optimización de factores de cantidad de nitrógeno y consumo de agua (Soltani & Soltani 2016, Hammad *et al.*, 2015). Adicionalmente hay otras investigaciones que incluyen los mencionados factores y la densidad de plantas, a través de la metodología de respuesta, (Mansouri *et al.*, 2014; Koocheki *et al.*, 2014), pero esas referencias no toman en cuenta el costo de producción, respuesta que complementa y amplía el proceso de optimización de una producción agrícola.

En el presente artículo se propone la metodología de respuesta, como una guía para que el agricultor disponga de una herramienta opcional que le indique como planear el incremento en el rendimiento de la producción, la disminución de costos y la protección del ambiente, cuando se tienen los tratamientos (aplicación de nitrógeno, irrigación, y densidad de planta, etc.), con los que se obtenga un óptimo desempeño de las respuestas: Producción, Eficiencia del Nitrógeno, Eficiencia de la Irrigación y Relación Beneficio Costo.

Esta propuesta tiene como propósito alcanzar los objetivos siguientes:

1. Mostrar un ejemplo hipotético de producción agrícola con múltiples respuestas que siga los conceptos básicos del diseño de experimentos.
2. Detectar las fuentes conocidas de variabilidad y mostrar cómo reducir el error de un diseño experimental.
3. Encontrar un escenario económico de una producción agrícola óptima, mediante la utilización de la MSR para la minimización del suministro de agua para irrigación, de la aplicación del nitrógeno, de la densidad de plantas de tal forma que permita promover la conservación de recursos hídricos, reduzca los costos de una producción agrícola y por otro lado que conlleve a la reducción de la contaminación ambiental.

## MATERIALES Y MÉTODOS

Esta propuesta se elaboró con aproximaciones a los valores reales de una variedad de maíz, para una unidad experimental con tres factores, mediante un diseño replicado de tres bloques completamente aleatorizados (BCA).

### **Determinación de las condiciones óptimas de producción mediante la Metodología de Superficie de Respuesta**

La MSR es una colección de técnicas matemáticas y estadísticas en el modelado y análisis de problemas y en los que una respuesta de interés recibe la influencia de diversas variables, con las cuales el objetivo es optimizar esa respuesta (Montgomery 2013). Esta metodología puede ser expresada como:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_k) + \varepsilon$$

ecuación 1

La ecuación 1 es una generalización de la respuesta de un proceso, donde:  $y$  es la variable de respuesta,  $X_j$  la variable independiente, con  $i = 1, \dots, k$  y el error observado en la respuesta.

La MSR se utiliza para ajustar los modelos después de determinar los factores importantes cuando se utilizan diseños factoriales, esencialmente si existe curvatura en la superficie de respuesta. En ella se ajusta una ecuación de segundo orden para predecir una respuesta y en donde los términos cuadráticos modelan la curvatura. Adicionalmente la MSR se aplica en áreas donde se requiera realizar pronósticos y en la cual la varianza de la predicción es preponderante para la evaluación de esos modelos.

Una de las ramas de la MSR es el Diseño Central Compuesto, el cual es muy eficiente para el ajuste y adecuación de un modelo de segundo orden y este se enfoca en la optimización de variables de respuestas que se pretende implantar.

### Metodología de Diseño central Compuesto

La aplicación del Diseño Central Compuesto (DCC), de la MSR, para fijar las variables que maximizan o minimizan una respuesta sobre cierta región de interés, es apropiada (Montgomery, 2013) puesto que:

1. Proporciona una distribución razonable de los puntos de los datos (y en consecuencia información) en toda la región de interés.
2. Permite que se investigue la adecuación del modelo, incluida la falta de ajuste.
3. Permite que los experimentos se realicen en bloques.
4. Permite que los diseños de orden superior se construyan secuencialmente.
5. Proporciona una estimación interna del error.
6. Proporciona estimaciones precisas de los coeficientes del modelo.
7. Proporciona un buen perfil de la varianza de predicción en toda la región experimental.
8. Proporciona una robustez razonable contra los puntos atípicos o los valores faltantes.
9. No requiere de un gran número de corridas.
10. No requiere demasiados niveles de las variables independientes.
11. Asegura la simplicidad del cálculo de los parámetros del modelo.

Generalmente, el DCC consta de un factorial  $2^k$  con su origen en el centro,  $2k$  corridas axiales o estrellas para generar los términos cuadráticos y corridas replicadas al centro  $n_c$ . Entonces el número de corridas  $nr$  puede ser descrito con la ecuación 2 :

$$nr = 2^k + 2k + n_c$$

ecuación 2

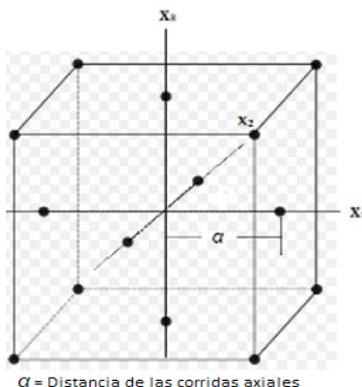
En el uso del DDC se requiere especificar adicionalmente dos parámetros:

- a. La distancia  $\alpha$  de las corridas axiales y
- b. El número de puntos centrales

### Región del Diseño Central Compuesto a proponer

En el DCC el valor de la distancia  $\alpha$  es determinante, para ubicar los puntos axiales. Con un  $\alpha = 1$  se asegura la posición de esos puntos del diseño en la cara de un cubo, lo que se

denomina DCC Centrado en las Caras. En la Figura 1 se muestra un DCC Centrado en las Caras para tres factores.



**Figura 1.** Diseño Central Compuesto Centrado en las Caras

Este diseño requiere tres niveles (-1, 0, 1) para cada factor con lo que se define la región de interés para el experimentador.

### Evaluación del Diseño experimental propuesto

Sí el experimento propuesto se diseña con tres factores y cada uno con tres niveles, se tendría una combinación de  $3 \times 3 \times 3 = 27$  corridas y que agrupadas en 3 bloques completamente aleatorizados (BCA), siendo este uno de los diseños experimentales más utilizados en la investigación agrícola (Gomez & Gomez, 1984), resultaría en un total de 81 corridas. Con esta orientación se obtendrían un número elevado de corridas por lo que el diseño no resulta práctico ni económico. Por tanto, resumiendo lo descrito, se plantea un modelo DCC por las razones siguientes: a. requiere menos corridas b. permite la utilización de bloques para minimizar las desviaciones por condiciones no homogéneas y otros factores indeseados c. distribuye las corridas en bloques completamente aleatorizado d. permite optimizar múltiples respuestas, simultáneamente, de forma tal que el experimento se adapta a las exigencias de un esquema agrícola y puede proporcionar resultados económicos más amplios.

### Descripción de la propuesta basada en un Diseño Central Compuesto

Los tratamientos fueron establecidos tomando tres niveles de cada factor y con  $\alpha = 1$  para formar un Diseño Central Compuesto Centrado en la Cara (CCC). Se agregaron 2 corridas adicionales “En la práctica, es suficiente para proporcionar una buena varianza de predicción a lo largo de la región experimental” (Montgomery, 2013), por lo que la ecuación 2 resulta:

$$nr = 2^3 + 2 \times 3 + 2 = 16$$

Los tratamientos se agruparon mediante la combinación de 3 niveles de Irrigación ( $I_1 = 1100$ ,  $I_2 = 2050$ ,  $I_3 = 3000 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ ), 3 niveles de aplicación del Nitrógeno ( $N_1 = 0$ ,  $N_2 = 75$ ,  $N_3 = 150 \text{ kg ha}^{-1}$ ) y 3 niveles de densidad de plantas de maíz ( $D_1 = 3,3$ ,  $D_2 = 6,65$ ,  $D_3 = 10 \text{ plantas m}^{-2}$ ), esquematizados mediante un diseño Central Compuesto Centrado en las Caras. El total de 48 corridas, repartidas en tres bloques, se describen en la Tabla 1 con sus niveles actuales y codificados.

**Tabla 1.** Niveles actuales y codificados de los tratamientos

NIVEL ACTUAL			NIVEL CODIFICADO		
Irrigación (m <sup>3</sup> /ha)	Nitrógeno (k/ha)	Densidad (plantas/m <sup>2</sup> )	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>
1100	0	10	-1	-1	1
1100	150	3,3	-1	1	-1
3000	0	10	1	-1	1
1100	150	10	-1	1	1
3000	0	3,3	1	-1	-1
2050	75	6,65	0	0	0
2050	75	3,3	0	0	-1
3000	150	10	1	1	1
3000	75	6,65	1	0	0
2050	75	6,65	0	0	0
2050	0	6,65	0	-1	0
1100	0	3,3	-1	-1	-1
1100	75	6,65	-1	0	0
2050	75	10	0	0	1
2050	150	6,65	0	1	0
3000	150	3,3	1	1	-1
2050	75	6,65	0	0	0
2050	150	6,65	0	1	0
1100	0	3,3	-1	-1	-1
2050	75	10	0	0	1
1100	150	10	-1	1	1
2050	0	6,65	0	-1	0
2050	75	6,65	0	0	0
2050	75	3,3	0	0	-1
3000	150	3,3	1	1	-1
3000	0	10	1	-1	1
1100	150	3,3	-1	1	-1
3000	75	6,65	1	0	0
3000	0	3,3	1	-1	-1
3000	150	10	1	1	1
1100	75	6,65	-1	0	0
1100	0	10	-1	-1	1
1100	150	3,3	-1	1	-1
2050	0	6,65	0	-1	0
3000	150	10	1	1	1
3000	75	6,65	1	0	0
2050	150	6,65	0	1	0
3000	150	3,3	1	1	-1
1100	0	3,3	-1	-1	-1
2050	75	6,65	0	0	0
1100	150	10	-1	1	1
3000	0	3,3	1	-1	-1
1100	75	6,65	-1	0	0
2050	75	10	0	0	1
2050	75	6,65	0	0	0
3000	0	10	1	-1	1
1100	0	10	-1	-1	1
2050	75	3,3	0	0	-1

### Eficiencia de las Respuestas

Se utilizó unos indicadores, como respuesta al comportamiento de los factores nitrógeno y agua para irrigación, a objeto de mostrar cuales son los que mejor describen las respuestas óptimas.

La eficiencia en el uso del Nitrógeno (EUN) se estableció como la relación entre la producción de maíz y el total del nitrógeno presente en el suelo (Koocheki *et al.*, 2014).

$$EUN = \frac{Y_m}{(N_i + N_a * 0.46)} \quad \text{ecuación 3}$$

Dónde: EUN = Eficiencia en el uso del Nitrógeno (kg<sub>m</sub> kg<sub>n</sub><sup>-1</sup>), Y<sub>m</sub> = producción de maíz (kg<sub>m</sub> ha<sup>-1</sup>), N<sub>i</sub> = Nitrógeno presente en el suelo antes de la aplicación del fertilizante (kg<sub>n</sub> ha<sup>-1</sup>), N<sub>a</sub> = Nitrógeno aplicado (kg<sub>n</sub> ha<sup>-1</sup>).

Mientras que la eficiencia en el uso del Agua para irrigación (EUA) se define como la relación de la producción de un cultivo entre el total del uso de agua para irrigación (Koocheki *et al.*, 2014).

$$EUA = \frac{Y_m}{A_i} \quad \text{ecuación 4}$$

Dónde: EUA = Eficiencia en el uso de agua ( $\text{kg}_m \text{ mt}^{-3}$ ),  $Y_m$  = producción de maíz ( $\text{k}_m \text{ ha}^{-1}$ ),  $A_i$  = Agua utilizada para irrigación ( $\text{mt}^3 \text{ ha}^{-1}$ )

Por otro lado, la relación beneficio costo se describe como la relación del precio total de la producción de maíz por hectárea al costo de producción del maíz por hectárea con los diferentes tratamientos del maíz y siendo los ingresos el producto del precio del maíz y el rendimiento medio de cada tratamiento (Mahama *et al.* 2016), por tanto la RBC se describe mediante la siguiente fórmula:

$$R_{bc} = \frac{Y_m * P_m}{C_{prod}} \quad \text{ecuación 5}$$

$$C_{ani} = N_a * C_{ni} \quad \text{ecuación 6}$$

$$C_{air} = A_i * C_a \quad \text{ecuación 7}$$

$$C_{prod} = \text{Costo}_{fijo} + (A_i * C_a + N_a * C_{ni}) \quad \text{ecuación 8}$$

Dónde:  $R_{bc}$  = relación beneficio costo de la producción de maíz,  $Y_m$  = producción de maíz ( $\text{kg ha}^{-1}$ ),  $P_m$  = precio del maíz ( $\text{Bs kg}^{-1} / \text{k}$ ),  $C_{prod}$  = Costo de producción del maíz ( $\text{Bs ha}^{-1}$ ),  $C_{air}$  = Costo de aplicación del agua de irrigación ( $\text{Bs ha}^{-1}$ ),  $C_{ni}$  = Costo de aplicación del Nitrógeno ( $\text{Bs ha}^{-1}$ ) y Costo fijo es un costo asociado a la producción agrícola que no incluye el costo del fertilizante ni del agua de irrigación.

Para el cálculo del EUN y EUA, establecidos en las ecuaciones 3 y 4 respectivamente, se tomaron los niveles de los factores implícitos de 90  $\text{Kg}_n$  para el Nitrógeno presente en el suelo antes de la aplicación del fertilizante y para el maíz se tomaron los valores indicados por el Instituto de Políticas Agrícolas de Fedeaagro y que rigió para la cosecha de noviembre de 2016, de Bs 601274,0 (US\$ 913,44, SIMADI, 11/2016) para el costo de producción por hectárea y de Bs 200,0 (US\$ 0,30, SIMADI, 11/2016) por kilogramo de maíz. La información de las tarifas de agua se tomó de la Compañía Anónima Hidrológica Venezolana, HIDROVEN, C.A. Las respuestas fueron establecidas como Producción de maíz ( $\text{kg ha}^{-1}$ ), Eficiencia del uso del Nitrógeno (NUE), Eficiencia en el uso de agua (EUA) y la Relación beneficio costo (Rbc) de la producción de maíz.

### Análisis del modelo de superficie de respuesta

Con la data mostrada en la Tabla 2 se especificó un modelo matemático para que generase una curvatura representante del efecto de los factores que optimizan las respuestas; por tanto la ecuación apropiada (Montgomery, 2013) es:

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad \text{ecuación 9}$$

Ajustada esta ecuación, a un conjunto de tres factores codificados, permite obtener los valores óptimos (máximo o mínimo) deseados, se define la misma de la forma siguiente:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_{11} x_1^2 + \beta_{22} x_2^2 + \beta_{33} x_3^2 + \beta_{13} x_1 x_3 + \beta_{23} x_2 x_3 \quad \text{ecuación 10}$$

### Optimización simultánea de las respuestas

La ecuación 10 permite obtener el valor óptimo para una sola respuesta, pero cuando se necesitan optimizar varias, simultáneamente, con una combinación deseable de valores de los factores implícitos, se requiere de una transformación, para obtener una función deseable que encuentre un punto factible donde converjan, con una desviación mínima, los valores ideales u óptimos de todas las respuestas.

En la MSR para optimizar un proceso con múltiples respuestas se utiliza, entre otras, una herramienta llamada *deseabilidad* (Derringer & Suich, 1980) que emplea un enfoque de optimización simultánea, en el que convierte, primeramente, cada respuesta  $y_j$  en una función individual de deseabilidad  $d_j$  que varía entre 0 y 1 y que representa la cercanía de una respuesta al valor ideal, de tal forma que:

$$0 \leq d_i \leq 1 \tag{ecuación 11}$$

Si la respuesta alcanza el objetivo, entonces  $d_j = 1$ , de estar fuera de ello, entonces  $d_j = 0$  y para cuando una respuesta está dentro del intervalo de tolerancia pero no del objetivo ni del valor no esperado la deseabilidad estará entre 0 y 1. Para múltiples respuestas la deseabilidad general es:

$$D = (d_1, d_2, \dots, d_m)^{1/m} \tag{ecuación 12}$$

Donde  $m$  es el número de respuestas y las  $d_j$  las deseabilidad individual de cada respuesta. De la ecuación 12 se desprende que la deseabilidad general es cero si una de las deseabilidad individual es cero.

Para los dos casos que se plantearán en este estudio, si una respuesta se desea maximizar entonces la deseabilidad individual  $d$  será:

$$d = \begin{cases} 0 & y < L \\ \left(\frac{y-L}{T-L}\right)^r & L \leq y \leq T \\ 1 & y > T \end{cases} \tag{ecuación 13}$$

Y de requerir minimizar una respuesta individual entonces:

$$d = \begin{cases} \left(\frac{U-y}{U-T}\right)^r & T \leq y \leq U \\ 0 & y < T \\ 1 & y > U \end{cases} \tag{ecuación 14}$$

Dónde:

T= Objetivo; L = Límite mínimo; U = Límite máximo; r = peso

### Análisis estadístico

El análisis estadístico de los factores, sus interacciones y efectos sobre el rendimiento del maíz fueron analizados de acuerdo al análisis de varianza, usando el modelo polinómico del software de diseño de experimentos Design Expert 10.08 Las diferencias significativas fueron

establecidas al nivel del 5%. Los gráficos presentados fueron generados por el mencionado programa.

### **Diagnóstico de la Normalidad**

Se utilizaron gráficos de la probabilidad normal de los residuos para determinar si el modelo cumple con el supuesto de la distribución normal (Myers *et al.*, 2009).

### **Adecuación del modelo propuesto (Análisis de varianza)**

El análisis de varianza (ANOVA) de la MSR permitió evaluar si el modelo describe adecuadamente la superficie de respuesta real y además si la ecuación polinómica sugerida es significativa; es decir se determina que hay diferencias en el valor promedio de los tratamientos o bien que los factores causan efectos apreciables en las respuestas. Este análisis subdivide la variación total de los resultados en dos fuentes de variación: el del modelo y el del error residual, mostrando cuando la variación del modelo es significativa comparado con la variación debido al error residual (Seguro *et al.*, 1999). La variación debida al modelo se puede comparar con la variación debida al error residual mediante el estadístico de prueba F. Esta prueba indica si la varianza debida al modelo es significativamente diferente a la varianza debida al error aleatorio. La significación de la relación se evalúa utilizando la distribución F. Por otro lado la variación debido al error residual es la diferencia entre la respuesta observada y el valor predicho por el modelo.

### **Fracción del Espacio de Diseño.**

Para asegurar la capacidad del diseño de la MSR, cuando el objetivo es la optimización, se empleó la técnica de evaluación gráfica denominada Fracción de Espacio de Diseño (FDS), para predecir futuras observaciones basadas en el experimento realizado (Myers *et al.*, 2009). Graficando el FDS se muestra como la media del error estándar se distribuye a través de la región del diseño.

### **Eficiencia del modelo propuesto**

Para ello se utiliza el coeficiente de determinación  $R^2$  que mide la proporción de la variación total alrededor de la media que puede ser explicada por el modelo

### **Optimización Numérica**

La optimización numérica fue empleada para encontrar, simultáneamente, los valores óptimos de la producción de maíz y de los índices EUN, EUA y RBC; a sabiendas de que el análisis de la función de deseabilidad estableció un balance métrico del valor más equilibrado entre respuestas; pero no necesariamente del conjunto de la mejor solución individual de cada una de ellas. El Design Expert 10.8 utiliza un cuadro de rampas que son graficas de la solución óptima de las respuestas. Para la obtención de estas gráficas se incluyeron los niveles máximos y mínimos a cada parámetro contenidos en la optimización.

### **Optimización Gráfica**

En un proceso con múltiples respuestas es apropiado encontrar una gráfica en la que, mediante la superposición de los contornos críticos de cada una de esas respuestas, se visualice un área que reúna las condiciones de optimización.

## **ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS**

La data hipotética fue elaborada con valores referenciales de una producción de maíz, aplicación de nitrógeno, consumo de agua para irrigación y costos de aplicación de estos

insumos. La Tabla 2 muestra el esquema de esas respuestas, que en conjunto con la data de la Tabla 1 se manejó como data histórica, en el programa Design Expert 10, para buscar los objetivos de optimización requeridos.

**Tabla 2.** Descripción de las Respuestas

RESPUESTAS			
Producción de Maiz (kgm ha <sup>-1</sup> )	EUN (kgm kg <sup>-1</sup> N)	EUA (kgm mt <sup>-3</sup> )	Relación Beneficio costo
5710	63,4	5,2	1,9
6510	40,9	5,9	2,2
5890	65,4	2,0	1,9
6535	41,1	5,9	2,2
5240	58,2	1,7	1,7
5875	47,2	2,9	1,9
6740	54,1	3,3	2,2
7400	46,5	2,5	2,4
6465	51,9	2,2	2,1
6150	49,4	3,0	2,0
4780	53,1	2,3	1,6
4385	48,7	4,0	1,5
5400	43,4	4,9	1,8
6365	51,1	3,1	2,1
6240	39,2	3,0	2,1
6435	40,5	2,1	2,1
6350	51,0	3,1	2,1
6410	40,3	3,1	2,1
4650	51,7	4,2	1,5
6800	54,6	3,3	2,2
6350	39,9	5,8	2,1
5050	56,1	2,5	1,7
5620	45,1	2,7	1,9
6850	55,0	3,3	2,3
6865	43,2	2,3	2,3
6230	69,2	2,1	2,1
6300	39,6	5,7	2,1
6930	55,7	2,3	2,3
5600	62,2	1,9	1,8
7280	45,8	2,4	2,4
6340	50,9	5,8	2,1
5150	57,2	4,7	1,7
5500	34,6	5,0	1,8
4740	52,7	2,3	1,6
7150	45,0	2,4	2,4
6850	55,0	2,3	2,3
6020	37,9	2,9	2,0
6190	38,9	2,1	2,0
4690	52,1	4,3	1,6
6520	52,4	3,2	2,2
6600	41,5	6,0	2,2
5335	59,3	1,8	1,8
6280	50,4	5,7	2,1
6320	50,8	3,1	2,1
6150	49,4	3,0	2,0
6610	73,4	2,2	2,2
5200	57,8	4,7	1,7
5810	46,7	2,8	1,9

### Diagnóstico de la Normalidad

Un paso importante en la optimización es conocer el comportamiento de la data cuando se realiza el análisis estadístico pertinente. En la Figura 2 se observa que los gráficos no presentan desviaciones apreciables de la línea de normalidad y esa condición se mantiene

para todas las repuestas; pero cabe aclarar que la linealidad mostrada en los gráficos c y d (EUA y EUN) se logró mediante una transformación log natural, para poder aproximarlos a las líneas de distribución normal. Esta linealidad confirma que el supuesto de la normalidad se cumple y en virtud de ello se puede efectuar un análisis de varianza a cada una de esas repuestas.

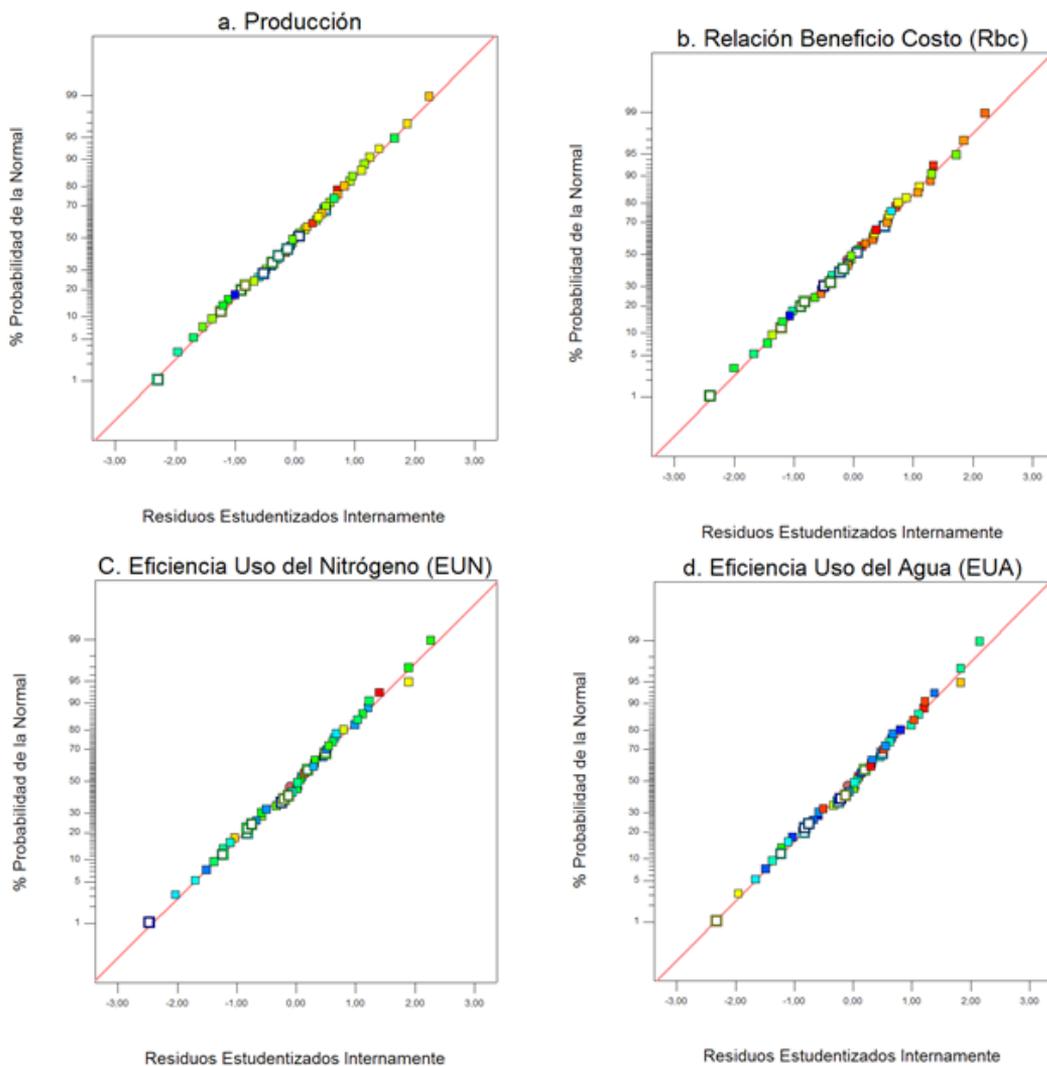


Figura 2. Gráficas de Normalidad para las repuestas

### Adecuación del modelo propuesto (Análisis de varianza)

Del análisis de varianza (ANOVA) para las repuestas producción, RBC, EUN y EUA mostrado en la Tabla 4, se comprueba la adecuación al modelo polinomial cuadrático; esto permite establecer que hay diferencias en el promedio de los tratamientos y que ese modelo es garante de que los valores F explican la causa de la variación. Por otro lado siendo la prueba de falta de ajuste no significativa ( $p > 0.05$ ), se instituye que el modelo propuesto describe adecuadamente la superficie cuadrática sugerida; condición sustancial para proceder al proceso de optimización de las repuestas.

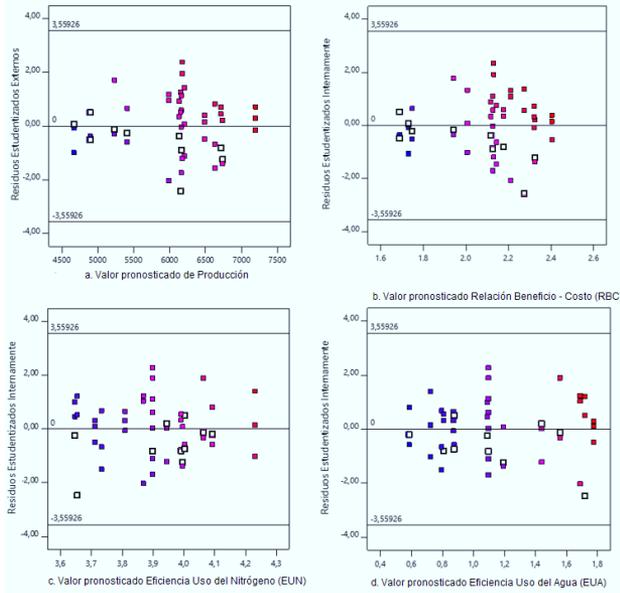
**Tabla 4. ANOVA – Modelo Cuadrático para las respuestas**

ANOVA										
Modelo Cuadrático										
Fuente	Producción					Relación Beneficio Costo (RBC)				
	Suma de Cuadrados	gl	Media Cuadrados	Valor F	Valor p	Suma de Cuadrados	gl	Media Cuadrados	Valor F	Valor p
Modelo	21.430.000	9	2.382.000	21,49	< 0.0001	2,12	9	0,24	17,37	< 0.0001
A-Irrigación	3.939.000	1	3.939.000	35,54	< 0.0001	8,01E-03	1	8,01E-03	0,59	0,4471
B-Nitrógeno	11.440.000	1	11.440.000	103,21	< 0.0001	1,38	1	1,38	101,7	< 0.0001
C-Densidad	2.403.000	1	2.403.000	21,68	< 0.0001	0,28	1	0,28	20,81	< 0.0001
AB	106.000	1	106.000	0,96	0,3343	0,033	1	0,033	2,43	0,1275
AC	79.926	1	79.926	0,72	0,4011	3,35E-03	1	3,35E-03	0,25	0,6223
BC	78.776	1	78.776	0,71	0,4045	0,01	1	0,01	0,77	0,3868
A <sup>2</sup>	286.100	1	286.100	2,58	0,1164	0,035	1	0,035	2,61	0,1147
B <sup>2</sup>	3.314.000	1	3.314.000	29,9	< 0.0001	0,4	1	0,4	29,14	< 0.0001
C <sup>2</sup>	681.500	1	681.500	6,15	0,0177	0,081	1	0,081	5,96	0,0194
Residual	4.212.000	38	110.800			0,52	38	0,014		
Falta de ajuste	640.600	5	128.100	1,18	0,3382	0,076	5	0,015	1,14	0,3601
Error Puro	3.571.000	33	108.200			0,44	33	0,013		
Cor Total	25.650.000	47				2,64	47			

Modelo Cuadrático - Transformación Log natural										
Fuente	Eficiencia Uso Nitrógeno (EUN)					Eficiencia Uso Agua (EUA)				
	Suma de Cuadrados	gl	Media Cuadrados	Valor F	Valor p	Suma de Cuadrados	gl	Media Cuadrados	Valor F	Valor p
Modelo	1,2	9	0,13	42,93	< 0.0001	6,51	9	0,72	233,08	< 0.0001
A-Irrigación	0,11	1	0,11	36,5	< 0.0001	5,81	1	5,81	1872,57	< 0.0001
B-Nitrógeno	0,95	1	0,95	305,17	< 0.0001	0,34	1	0,34	110,31	< 0.0001
C-Densidad	0,071	1	0,071	23	< 0.0001	0,071	1	0,071	23	< 0.0001
AB	7,38E-03	1	7,38E-03	2,38	0,1315	7,38E-03	1	7,38E-03	2,38	0,1315
AC	5,70E-04	1	5,70E-04	0,18	0,6706	5,70E-04	1	5,70E-04	0,18	0,6706
BC	5,72E-03	1	5,72E-03	1,84	0,1826	5,72E-03	1	5,72E-03	1,84	0,1826
A <sup>2</sup>	7,77E-03	1	7,77E-03	2,5	0,122	0,18	1	0,18	59,03	< 0.0001
B <sup>2</sup>	0,044	1	0,044	14,05	0,0006	0,1	1	0,1	33,24	< 0.0001
C <sup>2</sup>	0,019	1	0,019	6,13	0,0179	0,019	1	0,019	6,13	0,0179
Residual	0,12	38	3,10E-03			0,12	38	3,10E-03		
Falta de ajuste	0,02	5	3,91E-03	1,31	0,2832	0,02	5	3,91E-03	1,31	0,2832
Error Puro	0,098	33	2,98E-03			0,098	33	2,98E-03		
Cor Total	1,32	47				6,63	47			

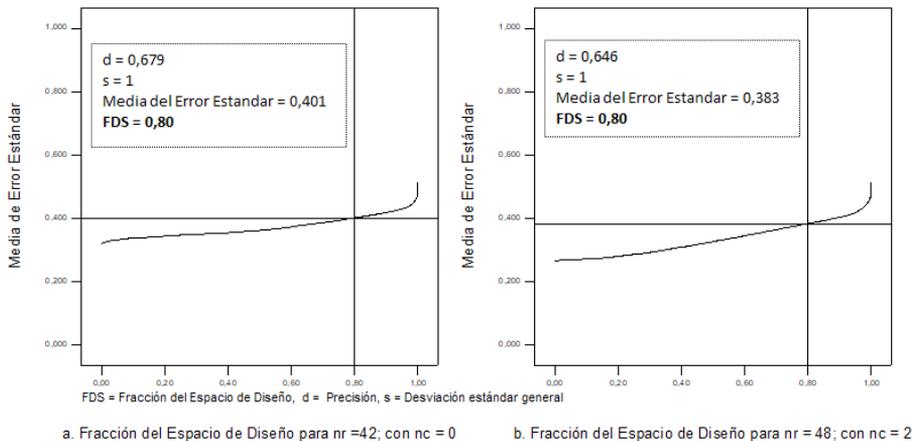
Determinado que el modelo es adecuado, se establece que el análisis de residuos debe ser una parte automática del análisis de varianza (Segurola *et al.*, 1999). De la figura 3 se observa que los residuos estudentizados de todas las respuestas, no presentan un patrón de comportamiento que indique que hay una desviación apreciable de algún valor de las respuestas y en todas ellas estos residuos se mantienen por debajo de 3 desviaciones estándar (Montgomery 2013); por lo que no se establece alguna incongruencia con la condición de normalidad establecida.



**Figura 3.** Residuales Estudentizados de las Respuestas

**Fracción del Espacio de Diseño del DCC.**

La figura 4 muestra cómo se distribuye la media de error estándar del DCC para  $n_c = 0$  y  $n_c = 2$ . De la figura 3.a con una desviación estándar general ( $s$ ) igual a 1, una precisión ( $d$ ) de 0,679 y un FDS de 0,80 se obtuvo una media del error estándar de 0,401, a través del 80 % de la región del diseño. Para la figura 3b con un  $d$  igual a 0,646 y con el mismo  $s$  y FDS anterior, se tiene un error estándar de 0,383. Esto demuestra que la incorporación de las corridas replicadas al centro  $n_c$  del DCC contribuyen a reducir el error medio de la función cuadrática de las respuestas.



a. Fracción del Espacio de Diseño para  $n_r=42$ ; con  $n_c = 0$       b. Fracción del Espacio de Diseño para  $n_r = 48$ ; con  $n_c = 2$

**Figura 4.** Fracción del Espacio de Diseño

**Eficiencia del modelo propuesto**

De los valores de los coeficientes de determinación ( $R^2$ ), presentados en la Tabla 5, se observa que para las respuestas Producción, EUN, EUA y RBC fueron de 84, 91, 98 y 80 % respectivamente; indicando con ello que el modelo propuesto logra explicar, en un porcentaje

alto, la variabilidad de todas las respuestas.

**Tabla 5.** Eficiencia del modelo Cuadrático para las respuestas.

Respuesta	R <sup>2</sup> (1)	R <sup>2</sup> Ajustado (2)	R <sup>2</sup> Predicción (3)	(2)-(3)	Adecuada Precisión
<i>Producción</i>	0,84	0,80	0,74	0,06	16,62
<i>EUN</i>	0,91	0,89	0,86	0,03	22,96
<i>EUA</i>	0,98	0,98	0,97	0,01	46,86
<i>RBC</i>	0,80	0,76	0,69	0,07	13,44

La eficiencia de todas las respuestas se ve fortalecida con lo señalado de que la diferencia entre el R<sup>2</sup> ajustado y el R<sup>2</sup> predicho, columnas (2)-(3) de la Tabla 5, debe ser < 0,2 (Stat-Ease, 2016).

De esa Tabla 5 se muestran los valores de la adecuada precisión para la producción, EUN, EUA y RBC de 16,62; 22,96; 46,86 y 13,44 respectivamente, lo cual son mayores que lo establecido como el deseado; esto es > 4 (Montgomery, 2013). Siendo la adecuada precisión un estadístico más directo permite explicar la eficiencia, mediante la relación señal a ruido, estableciendo que el modelo se adecua para ser utilizado a través de su rango de diseño y dar un desempeño razonable en predicción.

Las ecuaciones 16, 17, 18 y 19 son las funciones cuadráticas, con valores actuales de los factores, de las respuestas producción, EUN, EUA y RBC. Las numeradas 17 y 18 se obtuvieron mediante el Logaritmo Natural. En todas esas ecuaciones se eliminaron los términos estadísticamente no significativos, es decir con p > 0,05; pero fueron considerados en la prueba de falta de ajuste.

$$\text{Producción (kg/ha)} = 5.585,7 - 0,53 \cdot \text{Irrigación} + 28,9 \cdot \text{Nitrógeno} - 283,4 \cdot \text{Densidad} - 0,115 \cdot \text{Nitrógeno}^2 + 26,1 \cdot \text{Densidad}^2$$

ecuación 16

$$\text{Ln (EUN (kg/ha))} = 4,06 - 6,942e-005 \cdot \text{Irrigación} + 0,00052 \cdot \text{Nitrógeno} - 0,042 \cdot \text{Densidad} - 1,3204e-005 \cdot \text{Nitrógeno}^2 + 0,00436956 \cdot \text{Densidad}^2$$

ecuación 17

$$\text{Ln (EUA (m}^3\text{/ha))} = 2,58 - 0,001 \cdot \text{Irrigación} + 0,005 \cdot \text{Nitrógeno} - 0,04 \cdot \text{Densidad} - 2,46e + 1,68e-007 \cdot \text{Irrigación}^2 - 2,03e-005 \cdot \text{Nitrógeno}^2 + 0,0043 \cdot \text{Densidad}^2$$

ecuación 18

$$\text{RBC} = 2,17 + 0,01 \cdot \text{Nitrógeno} - 0,09 \cdot \text{Densidad} - 3,9e-005 \cdot \text{Nitrógeno}^2 + 0,009 \cdot \text{Densidad}^2$$

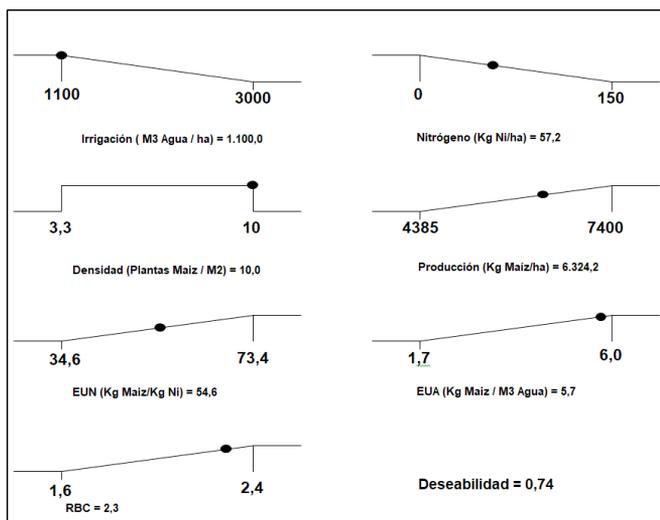
ecuación 19

Estas ecuaciones se pueden emplear para encontrar una aproximación adecuada de la relación funcional entre los parámetros del proceso y la superficie de respuesta.

### Optimización Numérica

La optimización de las respuestas se acompañó con la minimización de los valores de los factores Irrigación y Nitrógeno, no así para la densidad que fue establecido para cualquier valor entre su rango máximo y mínimo. La figura 5 muestra una gráfica de los valores de la solución óptima. Los valores de 1.100; 57,2 y 10 son para la Irrigación, el Nitrógeno y

la Densidad respectivamente. Para las respuestas fueron de 6.324,2 para la Producción; 54,6 para EUN; 5,7 para EUA y 2,3 para la RBC. Los niveles máximo y mínimo de todos los parámetros se muestran en la Tabla 6.

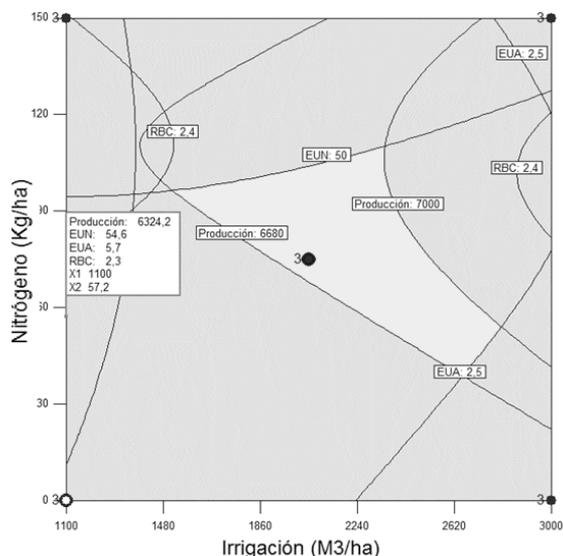


**Figura 5.** Rampas de la solución óptima para factores y respuestas

La Deseabilidad general o combinada (máxima) fue de 0,74. Es de hacer notar que el objetivo de la optimización es encontrar un buen conjunto de condiciones que satisfagan todos los objetivos, no para llegar a un valor de deseabilidad de 1.0. Deseabilidad es simplemente un método matemático para encontrar el óptimo (Goudarzi *et al.*, 2016).

### Optimización Gráfica

La Figura 6 muestra la superposición de las gráficas de contorno para las cuatro respuestas (Producción, EUN, EUA y RBC). En ello se observa el espacio del diseño de la mejor solución (área gris claro); sin embargo, la solución alcanzada (valores dentro de la bandera) cae fuera de ese espacio ideal. Ello se explica porque no es fácil conseguir que la solución para todos los objetivos propuestos caiga dentro de esta área; dado que en el proceso de cálculo el obtener el valor óptimo de una respuesta implica, a veces, desmejorar el de otra.



**Figura 6.** Superposición de Contornos de las Respuestas

### Resultado de la optimización

La Tabla 6 muestra un resumen de los valores óptimos alcanzado, con la deseabilidad de 0,74, de los factores y respuestas del modelo propuesto para un escenario económico.

**Tabla 6.** Resumen de la Optimización de Factores y Respuestas

	Denominación	Dimensión	Objetivo	Nivel Mínimo	Nivel Máximo	Total
<b>Factores</b>	Nitrógeno	kg Ni ha <sup>-1</sup>	Minimizar	0	11	57,2
	Irrigación	mt <sup>3</sup> agua ha <sup>-1</sup>	Minimizar	1100	3000	1100,0
	Densidad	Plantas maíz mt <sup>-2</sup>	En Rango	3,3	10	10,0
<b>Respuestas</b>	Producción	kg ha <sup>-1</sup> maíz	Maximizar	4385	7400	6324,2
	EUN	kg maíz kg <sup>-1</sup> Ni	Maximizar	34,6	73,4	54,6
	EUA	kg maíz mt <sup>-3</sup> agua	Maximizar	1,7	6,0	5,7
	RBC	----	Maximizar	1,6	2,4	2,3
<b>Costos</b>	Nitrógeno	US \$ ha <sup>-1</sup>	Minimizar	--	--	0,2
	Irrigación	US \$ ha <sup>-1</sup>	Minimizar	--	--	3,2
	Producción	US \$ ha <sup>-1</sup>	Minimizar	--	--	916,9

De esta Tabla 6 se desprende que el nivel óptimo para minimizar la cantidad de nitrógeno aplicado fue de 57,2 kg ha<sup>-1</sup>, el de irrigación de 1.100 mts<sup>3</sup> ha<sup>-1</sup> y el de la densidad de 10 plantas de maíz m<sup>-2</sup>. En este escenario se consideró la producción de maíz, de 6.324,2 kg ha<sup>-1</sup>, como la respuesta principal de la cual se desprenden las otras respuestas de 54,6 kg maíz kg Ni<sup>-1</sup> para la EUN; 5,7 kg maíz m<sup>-3</sup> para la EUA y de 2,3 para la RBC. Los costos, minimizados, para las labores agrícolas en una hectárea fueron de: US \$ 0,2 para el Nitrógeno, US \$ 3,2 para la Irrigación y de US \$ 916,9 para la producción de 6.324,2 kg de maíz.

## CONCLUSIONES

En esta propuesta el método de superficie de respuesta proporcionó un modelo predictivo, estadísticamente validado, que mediante ajustes se adecuó a un proceso de optimización establecido. Se encontró que el Diseño Central Compuesto de la Metodología de Superficie de Respuesta es el concepto más conveniente para fijar las variables que maximizan o minimizan una respuesta, permite reducir la cantidad de corridas en un experimento y por ende reducir los costos de un proceso de producción agrícola. Por otro lado se determinó que el error medio se reduce al agregar puntos centrales ( $n_c$ ) en cada uno de los bloques del DCC y que la función de deseabilidad permitió encontrar las condiciones que ajustaron los requerimientos del valor óptimo más equilibrado entre las respuestas descritas. El valor de  $D = 0,74$ , el mayor valor encontrado para esta propuesta, es aceptable para los propósitos señalados. Por tanto con la utilización de la MSR para la minimización del suministro de agua, irrigación, aplicación del nitrógeno y densidad de plantas se establece un procedimiento práctico que permite determinar un escenario económico para la producción de maíz, que también puede ser empleado para promover la conservación de recursos hídricos, reducir los costos de una producción agrícola y por ende reducir la contaminación ambiental.

## REFERENCIAS

DERRINGER, G. and SUICH, R. Simultaneous optimization of several response variables. *Journal of Quality Technology*, 1980, **12**(4), 214-219. <https://doi.org/10.1080/00224065.1980.11980968>.

FERNÁNDEZ, R., TRAPERO, A. and DOMÍNGUEZ, J. Experimentación en agricultura. Sevilla: Consejería de Agricultura y Pesca, Servicio de Publicaciones y Divulgación, 2010. 350 p. ISBN 978-84-8474-281-4.

GOMEZ, K.A. and GOMEZ, A. Statistical procedures for agricultural research. Second edition. John Wiley & Sons, Inc. International Rice Research Institute editorial, 1984. ISBN-10: 0471870927.

GOUDARZI, Z., SEYED ABBAS, S., SAJEDI, R.H, and MAGHSOUDI, A. Optimization of Auto-induction Conditions for the Heterologous Expression of a Maltogenic Amylase in *Escherichia coli*. *Applied Food Biotechnology*, 2016, **3**(2), 105-113. DOI: <http://dx.doi.org/10.22037/afb.v3i2.10484>.

HAMMAD, H. M., AHMAD, A., ABBAS, F., FARHAD, W., CORDOBA, B. C. and HOOGENBOOM, G. Water and Nitrogen Productivity of Maize under Semiarid Environments. *Crop science*, 2015, 55 (march–april). DOI: 10.2135/cropsci2013.05.0291.

Instituto de Políticas Agrícolas de Fedeaagro. BOLETÍN IPAF en línea. Año 8, N° 162. 2016. [Consultado: 18/03/2017] (en línea). Disponible en: <http://www.fedeagro.org/fotos/file/lpafen-LinealNov16.pdf>.

KOOCHEKI, A., NASSIRI MAHALLATI, M., MORADI, R. and MANSOORI, H. Optimizing water, nitrogen and crop density in canola cultivation using response Surface methodology and central composite design, *Soil Science and Plant Nutrition*, 2014, **60**(2), 286-298. DOI: 10.1080/00380768.2014.893535.

MAHAMA, G. Y., VARA PRASAD, P.V., ROOZEBOOM, K. L., NIPPERT, J. B. and RICE, C.W. Response of Maize to Cover Crops, Fertilizer Nitrogen Rates, and Economic Return. *Agron. J.*, 2006, 108:17–31. DOI: 10.2134/agronj15.0136.

MANSOURI, H., BANNAYAN AVAL, M., REZVANI MOGHADDAM, P. and LAKZIAN, A. Management of nitrogen fertilizer, irrigation and plant density in onion production using response surface methodology as optimization approach, *African journal of agricultural research*, 2014, 9(7), 676-687. DOI: <https://doi.org/10.5897/AJAR2013.8428>.

RANKA, N.M. and SHARMA, L. Design of experiments: a powerful tool for agriculture analysis. *Elixir Statistics*, 2012, 52(2012), 11356-11358

MOLINA, A.G. and DIEGO, S.M.M. Diseño de experimentos aplicado a investigaciones agrícolas relacionadas con el campo electromagnético. *Avanzada Científica*, 2016, 19(1), 1-11.

MONTGOMERY, D.C. Design and analysis of experiments. 8 edition, John Wiley & Sons Inc., 2013, ISBN: 978-1-118-14692-7.

MYERS, R., MONTGOMERY, D.C. and ANDERSON-COOK, C.M. 2009. Response surface methodology: process and product optimization using designed experiments. 3 edition, Wiley series in probability and statistics. ISBN: 978-0-470-17446-3.

SEGUROLA, J., ALLEN, N.S., EDGE, M. and MAHON, A.M. Design of eutectic photoinitiator blends for UV/visible curable acrylated printing inks and coatings. *Progress in Organic Coatings*, 1999, 37, 23-37. DOI: 10.1016/S0300-9440(99)00052-1.

SISTEMA MARGINAL DE DIVISAS. simadi today. SIMADI, 2017. [10/08/2017]. (en línea) Disponible en: <https://goo.gl/Q0oZk7>.

SOLTANI, M. and SOLTANI, J. Determination of optimal combination of applied water and nitrogen for potato yield using response surface methodology (RSM), *Bioscience Biotechnology Research Communications*, 2016, 9(1): 46-54.

STAT-EASE, INC. Handbook for Experimenters. Design Expert 10.08. 2016. [Consultado: 18/03/2017] (en línea). Disponible en: [https://www.statease.com/pubs/handbk\\_for\\_exp\\_sv.pdf](https://www.statease.com/pubs/handbk_for_exp_sv.pdf).

COMPAÑÍA ANÓNIMA HIDROLÓGICA VENEZOLANA, HIDROVEN, C.A. Tarifas de agua uso industrial. [Consultado: 18/03/2017] (en línea). Disponible en: <http://www.hidrocapital.com.ve/index.php/comerciales/tarifas/>

YONG, T., CHEN, P., DONG, Q., DU, Q., YANG, F., WANG, X., LIU, W. and YANG, W. Optimized nitrogen application methods to improve nitrogen use efficiency and nodule nitrogen fixation in a maize-soybean relay intercropping system. *Journal of Integrative Agriculture*, 2018, 17(3): 664-676. DOI: 10.1016/S2095-3119(17)61836-7.