

BORDÓN

Revista de Pedagogía

NÚMERO MONOGRÁFICO / *SPECIAL ISSUE*

Rendimiento en matemáticas y la ciencia de la educación
matemática: evidencia de diferentes naciones
*Mathematics achievement and the science of mathematics
education: evidence from different nations*

María Inés Susperreguy, Blanca Arteaga Martínez y Elida V. Laski
(editores invitados / *guest editors*)



Volumen 70
Número, 3
2018

SOCIEDAD ESPAÑOLA DE PEDAGOGÍA

LAS HABILIDADES LINGÜÍSTICAS Y EL SISTEMA NUMÉRICO APROXIMADO EN LA EFICACIA DEL CÁLCULO ARITMÉTICO

The influence of linguistic abilities and the approximate number system in the efficacy of arithmetic calculation

VIVIAN SINGER⁽¹⁾, CAROLA RUIZ⁽²⁾ Y ARIEL CUADRO⁽³⁾

⁽¹⁾ Pontificia Universidad Católica de Chile

⁽²⁾⁽³⁾ Universidad Católica del Uruguay

DOI: 10.13042/Bordon.2018.62928

Fecha de recepción: 22/01/2018 • Fecha de aceptación: 23/05/2018

Autora de contacto / Corresponding author: Vivian Singer. E-mail: vesinger@uc.cl

INTRODUCCIÓN. El desarrollo de la competencia aritmética constituye un componente clave del currículo escolar y un factor esencial en la vida diaria. Una adecuada comprensión de cómo se desarrolla la cognición numérica en los primeros años de educación formal, así como de las bases cognitivas que sustentan este proceso, resulta fundamental tanto para el diseño de prácticas educativas eficientes, como para el diagnóstico de niños con dificultades de aprendizaje en matemática. Este estudio tiene por objetivo contribuir al conocimiento acerca del desarrollo aritmético en la etapa escolar. Para ello se analiza la contribución independiente del procesamiento fonológico, vocabulario, memoria de trabajo y del sistema numérico aproximado (SNA) en el desempeño de la eficacia en cálculo en general en la etapa escolar. **MÉTODO.** Se evaluó una muestra de 679 alumnos de entre 3° y 6° grado escolar de la ciudad de Montevideo. Se realizó una regresión multinivel donde el primer nivel corresponde al grupo escolar de los estudiantes y el segundo nivel a las variables individuales (procesamiento fonológico, vocabulario, sistema numérico aproximado y memoria de trabajo) que predicen el desempeño en fluidez de cálculo. **RESULTADOS.** Los hallazgos de este estudio dan cuenta de que la memoria de trabajo, el procesamiento fonológico, el vocabulario y el sistema numérico aproximado contribuyen de forma independiente a la fluidez en cálculo siendo las habilidades lingüísticas (vocabulario y procesamiento fonológico) las que explican la mayor proporción de la varianza del rendimiento en cálculo aritmético. **DISCUSIÓN.** Se discuten estos resultados y sus implicancias en el marco de los modelos de adquisición del cálculo aritmético y sus dificultades.

Palabras clave: Sistema numérico aproximado, Cálculo, Aritmética, Desarrollo cognitivo.

Introducción

En la sociedad actual el desarrollo de la competencia matemática no es solo un componente clave del currículo escolar sino que también es un factor esencial en la vida diaria de todas las personas. Dificultades en el manejo de la información numérica pueden conllevar severos impedimentos en la vida cotidiana (Butterworth, 2010; Geary, Hoard, Nugent y Bailey, 2012).

Una adecuada comprensión de cómo se desarrolla la cognición numérica en los primeros años de educación formal, así como de las bases cognitivas que sustentan este proceso, resulta fundamental tanto para el diseño de prácticas educativas eficientes, como para el diagnóstico de niños con dificultades de aprendizaje en matemática (DAM).

Un marco teórico, que en los últimos años ha cobrado fuerza al explicar el desarrollo de la cognición numérica y como consecuencia las DAM, considera que esta tiene su origen en intuiciones que son producto de la evolución, y que surgen a principios de la ontogenia de forma independiente a la educación y la cultura (Amalric y Dehaene, 2018, Dehaene, Piazza, Pinel y Cohen, 2003, Siemann y Petermann, 2018). Uno de los modelos que toma esta visión es el modelo de Triple Código desarrollado en Dehaene, Piazza, Pinel y Cohen (2003), en el cual plantean la existencia de tres sistemas de representación. Uno de estos sistemas sería el de cantidad, que se caracterizaría por ser no verbal y permitir la representación semántica de las relaciones existentes entre los números. Este sería el único de estos tres sistemas que se cree tiene la potencialidad de ser específicamente numérico. El sistema de cantidad se activaría preferentemente en la resta sobre la suma o multiplicación, ya que no estaría asociado a aquellos cálculos que están memorizados.

El modelo de triple código (Dehaene, Piazza, Pinel y Cohen, 2003) plantea además la existencia de otros dos sistemas que no son específicos a la

competencia numérica. Por un lado, sugieren un sistema verbal en el cual se establecerían las representaciones léxicas, fonológicas y sintácticas de los números. Si bien este sistema no sería específico al procesamiento numérico, ya que está implicado en otras actividades como la lectura o la memoria a corto plazo, sí intervendría en el cálculo cuando existen grandes demandas en el lenguaje, por ejemplo, en el caso de la recuperación de las tablas de multiplicar. Por último, plantean la existencia de un sistema visual en el cual los números se representarían como una cadena de numerales arábigos.

Estas habilidades lingüísticas, que sustentan el sistema simbólico, han sido estudiadas en menor proporción. Sin embargo, en un reciente meta-análisis se ha registrado una alta asociación entre las habilidades de lectura y matemática ($r=0.6$) en población normo-típica (Singer y Strasser, 2017). Por otro lado, se encontró alta comorbilidad —entre 57% y 64%— entre las DAM y las dificultades de aprendizaje de la lectura (DAL) (Barbaresi, Katusic, Colligan, Weaver y Jacobsen, 2005) y se ha reportado que los sujetos con trastorno específico del lenguaje tienen tendencia a presentar DAM (Cowan, Donlan, Newton y Lloyd, 2005).

Dentro de las habilidades lingüísticas y su relación con las DAM, la investigación se ha focalizado, principalmente, en la influencia del procesamiento fonológico en el desarrollo de la aritmética (Geary, Hoard, Byrd-Craven, Nugent y Numtee, 2007; Pollack y Ashby, 2017). Sin embargo, estas habilidades fonológicas, aunque lingüísticas, difícilmente pueden considerarse simbólicas y seguramente juegan un rol distinto al de habilidades al nivel de las palabras (léxicas), las frases (sintácticas) y del discurso (de comprensión).

La contribución relativa de las diferentes habilidades lingüísticas en el desempeño aritmético a lo largo del ciclo escolar aún no está bien explicada, ya que no se cuenta con un modelo teórico que explique cabalmente el desarrollo de

esta relación. Si bien se han hecho algunas contribuciones en este sentido (Le Fevre *et al.*, 2010; Sowinski, Lefevre, Skwarchuk, Kamawar, Bisanz y Smith-Chant, 2015; Vurkovic y Lesaux, 2013), los antecedentes empíricos disponibles son a menudo contradictorios, y tienden a estudiar las contribuciones parciales de los diferentes sistemas (simbólicos o preverbales), en un momento evolutivo determinado (Michalczyk, Krajewski, Preßler y Hasselhorn, 2013; Negen y Sarnecka, 2012; Lyons y Beilock, 2011).

Este trabajo se propone estudiar la contribución independiente de las habilidades lingüísticas y del SNA en el desempeño de la eficacia en cálculo en general. Se busca analizar si el desempeño lingüístico explica un mayor porcentaje de varianza del desempeño del cálculo escolar que el SNA.

Además del lenguaje, diversas habilidades cognitivas generales se han vinculado al desarrollo del cálculo y especialmente a las DAM. Dentro de estas encontramos las funciones ejecutivas (Bull y Scerif, 2001), la memoria a largo plazo (Geary y Hoard, 2001) y la memoria de trabajo (De Weerd, Desoere y Roeyers, 2012; Swanson y Jerman, 2006). Incorporamos a nuestro estudio esta última como medida de control, ya que ha sido relacionada con la competencia matemática en diversas ocasiones (Fuchs, Geary, Fuchs, Compton y Hamlett, 2014; Kuhn, 2015; Prado, Mutreja y Booth, 2014; Sowinski *et al.*, 2015; Van de Weijer-Bergsma, Kroesbergen y Van Luit, 2015), y utilizado como medida de control en varios estudios (Geary, Hoard, Nugent y Ruder, 2015; Vukovic y Lesaux, 2013).

Método

Participantes

La muestra estuvo compuesta por 679 alumnos de entre 3° y 6° grado escolar de la ciudad de Montevideo. Los participantes pertenecen a seis colegios privados, de nivel socioeconómico

medio alto, y se distribuyen de la siguiente manera: colegio 1 (n= 123, edad media= 9 años 11 meses), colegio 2 (n= 55, edad media= 9 años 11 meses), colegio 3 (n= 69, edad media= 10 años 3 meses), colegio 4 (n= 55, edad media= 10 años 2 meses), colegio 5 (n= 238, edad media= 10 años 4 meses) y colegio 6 (n= 138, edad media= 10 años 1 mes). Los colegios rigen su propuesta académica de acuerdo al programa oficial (Administración Nacional de Educación Pública, 2008) definido para la población escolar del país.

La distribución del total de la muestra por grado escolar se conformó de la siguiente forma: tercer grado (n= 175, edad media= 8 años 8 meses), cuarto (n= 167, edad media= 9 años 8 meses), quinto (n= 191, edad media= 10 años 9 meses) y sexto (n= 146, edad media= 11 años 9 meses).

La muestra estuvo compuesta por 363 niñas (53,5%) y 316 varones (46,5%). Para ambos grupos la edad media fue de 10 años 2 meses.

En Uruguay, los datos del programa de evaluación de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) han sido utilizados para categorizar a las escuelas en cinco niveles socioeconómicos y culturales. Todas las escuelas participantes pertenecen al grupo más favorablemente categorizado. La elección de esta población de estudio busca minimizar el efecto que tiene el origen socioeconómico de las familias en el aprendizaje de los estudiantes (OECD, 2010, 2013).

Instrumentos

Variables independientes

Habilidades lingüísticas

Procesamiento fonológico

En lenguas de transparencia ortográfica, como el castellano y en la etapa escolar estudiada, el procesamiento fonológico resulta una variable

difícil de medir, ya que la mayoría de los test están diseñados para etapas previas de la adquisición de la lectura, y tienden a hacer un efecto techo en etapas posteriores (Denton, Hasbrouck, Weaver y Riccio, 2000; Thomson, Crewther y Crewther, 2006). Por ello, se ha utilizado una medida de fluidez lectora, medida en términos de precisión y velocidad en reconocimiento de la palabra escrita, estrechamente relacionada con el procesamiento fonológico (Swanson, Trainin, Necochea y Hammill, 2003). Tipos de medidas que han sido utilizadas por otros investigadores para medir las habilidades fonológicas (Guardia, 2011; LeFevre *et al.*, 2010; Vukovic y Lesaux, 2013).

Se utilizó el *Teclé* (Cuadro, Trias, Costa y Ponce de León, 2009) de un test de eficacia en el reconocimiento de la palabra escrita, que consiste en la presentación por escrito de 64 ítems que contienen una frase encabezado y cuatro opciones de respuesta. A la frase encabezado, de muy baja dificultad semántica, le falta la última palabra, que debe ser seleccionada entre las opciones de respuesta. El evaluado necesita ser capaz de discriminar entre sutiles cambios fonológicos y ortográficos, en la medida que las opciones falsas son pseudopalabras que constituyen pares mínimos ortográficos y fonológicos de la respuesta correcta. La prueba está cronometrada, por lo que la selección de alternativas debe producirse con el menor consumo de tiempo posible. Las propiedades psicométricas de la prueba fueron estudiadas en una población de alumnos escolares de Montevideo, Uruguay, reportándose un nivel de confiabilidad test-retest de 0,88.

Vocabulario

Se utilizó como medida de desarrollo verbal general el sub test de *Vocabulario de la escala Wechsler de inteligencia para el nivel escolar cuarta edición* (WISC-IV, 2011). Esta prueba consta de 36 palabras, ordenadas por complejidad creciente, cuyo significado debe ser definido por el niño. Cada respuesta recibe una puntuación entre 0 y 2 puntos en función de la calidad y cantidad de información que contenga. La prueba

reporta una consistencia interna promedio de 0,90 (Alpha de Cronbach).

Sistema numérico aproximado

Se utilizó el test Panamath (Halberda, Mazocco y Feigenson, 2008), el cual consiste en la comparación de magnitudes numéricas no simbólicas. Se trata de una tarea computarizada de una duración de 3 minutos, en la cual los niños recibieron 64 ensayos. En cada pantalla aparecían dos colecciones de puntos, de diferentes colores, y ellos debían juzgar, presionando una tecla, en cuál de los dos conjuntos había mayor cantidad de puntos. Todas las pantallas consistían en más de tres puntos y se mostraron a una velocidad de: 1382 ms para los alumnos de tercero; 1269 ms para los de cuarto; 1165 ms en quinto y 984 ms en sexto, lo cual imposibilitó que los sujetos realizaran un conteo verbal para juzgar las magnitudes numéricas. La proporción de puntos fue seleccionada al azar para cada ensayo y varió entre: 1,21 y 2,56 para tercero; entre 1,20 y 2,53 para cuarto; entre 1,19 y 2,50 para quinto; entre 1,17 y 2,46 para sexto año escolar. El programa Panamath proporciona estimaciones de las respuestas de los niños a través del coeficiente de Weber (W), que se considera el índice de la agudeza del SNA y de tiempo de reacción (t_r) que indica la velocidad con la que se procesan las magnitudes numéricas. Esta medida es una de las más utilizadas para evaluar este constructo (Clayton, Gilmore y Inglis, 2015; Libertus, Odic, Feigenson y Halberda, 2016).

Memoria de trabajo

Se utilizó el subtest “Recuerdo serial de dígitos (inverso)” de la Batería de Test de Memoria de Trabajo (Pickering, Baqués y Gathercole, 1999) que es una adaptación y ampliación de The working memory battery, de Pickering y Gathercole (1997). En el subtest Recuerdo serial de dígitos, se dispone de cuatro secuencias de dígitos para cada nivel, y se suspende la administración cuando el sujeto falla en dos series consecutivas de una misma amplitud. La puntuación directa

oscila entre 0 y 36 puntos, y la amplitud entre 2 y 9, respectivamente. Está considerado como un test que mide la habilidad del ejecutivo central, debido a sus requerimientos de mantener una lista de dígitos mediante recuerdo serial e invertirlo mentalmente. Ello indica que se realiza a la vez almacenamiento (debe recordar) y procesamiento (debe invertir la serie). La medida de fiabilidad test-retest es de .62 (Gathercole, Pickering, Ambridge y Wearing, 2004).

Variables dependientes

Cálculo

Se utilizó el *Test de Eficacia en Cálculo Aritmético* (Singer, Cuadro, Costa y Von Hagen, 2014), el cual consiste en un test de velocidad para alumnos en edad escolar, que evalúa la eficacia en cálculo aritmético a través de combinaciones numéricas básicas. La prueba consta de tres escalas: Sumas(ES), Restas (ER) y Multiplicaciones (EM). Los sujetos deben resolver con la mayor velocidad posible cada una de las combinaciones numéricas, en un máximo de 3 minutos para ES y ER, y 2 minutos para EM. Las propiedades psicométricas de la prueba fueron estudiadas en una población de alumnos escolares de Montevideo, Uruguay. Se ha reportado un nivel de confiabilidad medio de 0,90 en ES, 0,96 en ER y 0,91 en EM a través de la fórmula de Kuder-Richardson. A partir del promedio de las puntuaciones Z de las tres escalas: sumas, restas y multiplicaciones se obtuvo un índice de cálculo general (Alpha de Cronbach, 0.89).

Procedimiento

Los niños fueron evaluados en dos instancias de aproximadamente 20 minutos. En un primer momento se realizó una evaluación grupal en la que se estudió la eficacia en cálculo y lectura. Posteriormente se realizó una sesión individual en la que se evaluó: memoria de trabajo, vocabulario y el sistema numérico aproximado. Las

instancias de evaluación se llevaron a cabo en un lapso de cinco semanas en el primer semestre del año académico.

Los evaluadores fueron alumnos próximos a recibirse y graduados de las carreras de Psicología y Psicopedagogía, quienes fueron capacitados para desempeñarse en esta tarea.

Análisis de datos

Los datos fueron analizados con el MPlus 7.4 (Muthén & Muthén, 1998; 2011). No se registraron datos perdidos. Dada la naturaleza anidada de los datos, se utilizó un análisis multinivel con estimación MLR para los efectos directos.

Resultados

En la tabla 1 se presenta la matriz de correlación de las variables independientes y dependiente analizadas.

Fluidez de cálculo

Se realizó un modelo de regresión multinivel. En este modelo, el primer nivel de análisis corresponde al estudiante y el segundo al colegio al que asiste. Se consideró fluidez de cálculo como variable dependiente, y las variables coeficiente de weber, tiempo de reacción, procesamiento fonológico, memoria de trabajo, vocabulario y edad cronológica como variables independientes. Este modelo explicó el 53,5% de la varianza en cálculo ($p < .000$) a nivel intrasujeto. El efecto entre niveles (colegios) no resultó significativo ($ICC = .004$). Como se puede observar en la tabla 2, los predictores significativos de cálculo fueron ambas variables control (edad cronológica y memoria de trabajo), ambas variables lingüísticas (vocabulario y procesamiento fonológico), y en el caso del SNA, únicamente el tiempo de reacción resultó significativo.

TABLA 1. Estadísticos descriptivos

Variables	Media	DE	Mín.	Máx.	1	2	3	4	5
1. Procesamiento fonológico	33.4	12.1	8	63	-				
2. Cálculo	81.6	21.2	29.5	138.2	.625**	-			
3. Memoria de trabajo	10.2	2.7	2	19	.321**	.410**	-		
4. Vocabulario	31.5	6.2	13	50	.465**	.469**	.294**	-	
5. SNA Precisión	0.22	0.14	0.02	1.74	-.085*	-.100**	-.097*	-0.001	-
6. SNA Velocidad	957.2	295.5	349.5	2230.9	-.207**	-.212**	-.104**	-.188**	-0.063

*Nota * $p < .05$, ** $p < .01$, *** $p < .001$.

TABLA 2. Resultados de una regresión multinivel con cálculo general como variable dependiente

Parámetros	B	SE	p
Nivel intrasujeto			
Coefficiente de Weber	-.003	.015	.831
Tiempo de reacción	-.055	.025	.027***
Vocabulario	.097	.014	<.001*
Procesamiento fonológico	.319	.035	<.001*
Memoria de trabajo	.185	.016	<.001*
Edad cronológica	.314	.061	<.001*
Número de escuelas	6		
Número de estudiantes	679		

En relación a las variables lingüísticas, se percibe un efecto mayor del procesamiento fonológico sobre la fluidez de cálculo que del vocabulario. Siendo ambos efectos mayores que el de la variable de tiempo de reacción del SNA.

Dentro de las variables consideradas, el procesamiento fonológico es la que más poder predictivo ha demostrado sobre la fluidez de cálculo en general, seguida por la edad cronológica y la memoria de trabajo.

Discusión y conclusiones

El objetivo principal de este trabajo fue analizar la contribución independiente de las habilidades lingüísticas y del SNA en el desempeño de la eficacia en cálculo en general. En relación con el desarrollo del cálculo general podemos observar cómo la memoria de trabajo, el desarrollo lingüístico y el tiempo de reacción al comparar magnitudes de forma aproximada contribuyen de forma independiente al desempeño de los sujetos escolares en el desarrollo del cálculo. Estos hallazgos son consistentes con los reportados en los distintos estudios meta analíticos (Chen y Li, 2014; Fazio *et al.*, 2014; Schneider *et al.*, 2016). Sin embargo, en nuestro estudio, el SNA presentó un efecto sobre aritmética más débil que el reportado en los estudios meta-analíticos. Una posible explicación para dicha discrepancia es que los estudios meta analíticos calcularon el tamaño de efecto basados en correlaciones bivariadas, es decir no estudiaron el efecto de terceras posibles variables que podrían afectar dicha asociación. Debido a que en nuestra investigación la asociación del SNA con cálculo fue controlada por memoria de trabajo, vocabulario y procesamiento fonológico, esto podría explicar el efecto reducido del SNA sobre aritmética.

Los resultado de este estudio son concordantes con el modelo de Triple Código propuesto por Dehaene y col. (2013), en el que señala que en

el procesamiento de cálculo se distinguen tres sistemas de representación localizados en diferentes áreas cerebrales: un sistema parietal, que sustenta la representación no verbal de magnitudes, en nuestro estudio reflejado a través de la velocidad para juzgar magnitudes. Un sistema verbal, en la circunvolución angular izquierda donde los números se representan a nivel lexical, fonológico y sintáctico al igual que cualquier otra palabra, en el presente estudio medido a través del procesamiento fonológico y del vocabulario; y, por último, un sistema visual en el lóbulo parietal, que se trata de un sistema no específico al dominio numérico (Dehane *et al.*, 2013). No obstante, el valor predictivo del SNA en cálculo resulta ser muy pequeño, y solo considerando la velocidad de este y no el coeficiente de weber. Este aspecto resulta sugerente ya que se ha propuesto el SNA como el núcleo cognitivo que sustenta el procesamiento numérico y la causa primaria de la Discalculia del Desarrollo (DD) y de las Dificultades de Aprendizaje en Matemáticas (DAM) (Butterworth, 2018; Szardenings, Kuhn, Ranger y Holling, 2017).

Dos hipótesis surgen al respecto. Una primera hipótesis radica en que la fuerza de asociación entre el SNA y la eficacia en cálculo varíe considerablemente si se estudian niños con DAM a niños con desarrollo normal. Si el SNA es la base para el procesamiento numérico, y funciona como un “precableado” que permite el desarrollo de la cognición numérica, es de esperar que aquellos sujetos con un déficit en el desarrollo del SNA no logren el desarrollo de habilidades de cálculo básicas. En contrapartida, es posible que en los escolares con un desarrollo normo típico, el proceso evolutivo y de escolarización lleve a que otras habilidades cognitivas cobren mayor fuerza e importancia para el procesamiento numérico. En este sentido, los estudios de Piazza, Facoetti, Trussardi, Berteletti, Conte, Lucangeli *et al.* (2010) y Mazzocco, Feigenson y Halberda (2011) encontraron que el SNA no resulta ser un predictor en desempeño aritmético en sujetos escolares con desarrollo normo típico, pero sí lo es en sujetos con DAM.

Por ejemplo, Purpura y Logan (2015) realizaron un estudio en el cual evaluaron la incidencia del sistema numérico aproximado, el lenguaje matemático y otras variables cognitivas en el desempeño matemático de 114 niños de entre 3 y 5 años. Estos autores encontraron que la influencia del SNA podría variar de acuerdo con el nivel de habilidad matemática.

Otra posible lectura que surge a raíz de los hallazgos de este estudio es que el SNA no resulte ser un sistema imprescindible para el desarrollo numérico. La lógica de que los escolares con DAM presentan un déficit en el SNA surge de investigaciones con pacientes lesionados, que revelan que sujetos con lesiones parietales presentan una pérdida de las habilidades de procesamiento numérico, mientras conservan intactas otras habilidades como el desarrollo lingüístico, lo que permite establecer circuitos diferenciales y desligar una habilidad de la otra. No obstante, es posible que estos circuitos que aparecen tan diferenciados en la etapa adulta no funcionen de igual forma en edades tempranas, y la construcción del número sea producto de un entramado de procesos cognitivos, en el que no necesariamente un déficit específico en uno de ellos determine una DAM. Por el contrario, la plasticidad neuronal de esta etapa del desarrollo permitiría compensar debilidades cognitivas de algunos de los procesos (Karmiloff-Smith, 2010).

Si bien existen estudios previos que nos permitirían dilucidar dichas hipótesis, los resultados de las investigaciones son divergentes (Szkudlarek y Brannon, 2017). Mientras algunos estudios sostienen fehacientemente que las DAM son producto de un déficit en el SNA (Mazzocco, Feigenson y Halberda, 2011), otros indican lo contrario (Szucs, Devine, Soltesz, Nobes y Gabriel, 2013).

Las investigaciones que estudian la influencia del SNA en las DAM se basan en un diseño metodológico en el que contrastan grupos de alumnos con diferentes perfiles, según su rendimiento en cálculo y lectura, y estudian

la influencia del SNA controlado por otras variables cognitivas que puedan repercutir en el desempeño aritmético. Sin embargo, que los alumnos con rendimiento descendido en cálculo presenten también un rendimiento descendido en su desempeño en el SNA, no necesariamente puede interpretarse como que este impide el adecuado desarrollo de la cognición numérica. Para ello es necesario estudiar si existen sujetos que aun teniendo un déficit en el SNA pueden acceder a un rendimiento promedio en aritmética.

Por otra parte, los resultados de nuestro estudio arrojan que el desarrollo lingüístico tendría mayor influencia que el SNA y que la MT en su conjunto. Esto explica la alta comorbilidad reportada entre el desempeño en lectura y matemática (Singer y Strasser, 2017), así como de los trastornos de lectura y matemáticas (Willcutt *et al.*, 2013), y la influencia del lenguaje en el desempeño en matemáticas en general (Geary *et al.*, 2012; Le Fevre *et al.*, 2010; Sowinski *et al.*, 2015; Vucovik y Lesaux, 2013). Otro aspecto importante que considerar es que se estudió la contribución independiente del vocabulario y del procesamiento fonológico, y ambos resultan ser predictores significativos, lo que nos indica que más allá del procesamiento fonológico que ha sido ampliamente estudiado y reportado en el estudio de la comorbilidad entre los trastornos de lectura y matemáticas, existen componentes simbólicos del lenguaje de gran influencia en el desempeño en cálculo de normotípicos.

Una de las principales limitaciones de este estudio radica en que si bien de acuerdo a nuestros resultados, el procesamiento fonológico tiene un mayor impacto que el vocabulario sobre la

eficacia en cálculo, se hace necesario destacar que nuestra medida de procesamiento fonológico no es una medida limpia de procesamiento semántico, lo que supone una limitación de este estudio. Si bien se encuentra controlada por el vocabulario, se necesitan otras medidas adicionales para comprender la influencia única de los distintos niveles del procesamiento lingüístico. Además de controlar esta variable, por una medida perceptiva, ya que al utilizar decodificación como una medida próxima de procesamiento fonológico, es posible que exista un porcentaje de varianza explicado por la forma similar que existe entre codificación y manipulación de los símbolos arábigos y los símbolos léxicos.

En suma, los hallazgos de este estudio nos indican que tanto las variables lingüísticas como el SNA influyen sobre el rendimiento en cálculo en la etapa escolar. No obstante, los resultados de esta investigación ponen en evidencia que la contribución del SNA en el rendimiento en cálculo es ínfimo, en relación con otras variables cognitivas como el vocabulario y la memoria de trabajo. Estos hallazgos son especialmente relevantes en el contexto educativo, donde recientemente se ha promocionado con énfasis la posibilidad de entrenar el SNA como una forma eficaz de mejorar el rendimiento escolar en matemáticas (Valle Lisboa *et al.*, 2016; Wang *et al.*, 2016). Es importante tener en cuenta que esta habilidad, a pesar de ser un predictor significativo de la aritmética, explica una mínima parte de su varianza. Los hallazgos expuestos confirman la necesidad de considerar las habilidades de cálculo como un fenómeno complejo, multicausal en el cual se deben contemplar los múltiples factores que contribuyen al desarrollo de esta habilidad.

Nota

¹ La matemática está compuesta por múltiples ramas, en este trabajo haremos referencia únicamente a la aritmética, que es la rama de la matemática cuyo objeto de estudio son los números y las operaciones elementales de suma, resta, multiplicación y división.

Referencias bibliográficas

- Administración Nacional de Educación Pública (2008). *Programa de Educación Inicial y Primaria*. Uruguay: Administración Nacional de Educación Pública.
- Amalric, M. y Dehaene, S. (2018). Cortical circuits for mathematical knowledge: evidence for a major subdivision within the brain's semantic networks. *Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences*, 373(1740), 20160515.
- Barbarese, W. J., Katusic, S. K., Colligan, R. C., Weaver, A. L. y Jacobsen, S. J. (2005). Math learning disorder: incidence in a population-based birth cohort, 1976-82, Rochester, Minn. *Ambulatory Pediatrics*, 5(5), 281-289. doi: 10.1367/A04-209R.1
- Bull, R. y Scerif, G. (2001). Executive functioning as a predictor of children's mathematics ability: inhibition, switching and working memory. *Developmental Neuropsychology*, 19(3), 273-293. doi: 10.1207/S15326942DN1903_3
- Butterworth, B. (2010). Foundational numerical capacities and the origins of dyscalculia. *Trends in cognitive sciences*, 14(12), 534-541. doi: 10.1016/j.tics.2010.09.007
- Butterworth, B. (2018). Low Numeracy: From brain to education. In *Building the Foundation: Whole Numbers in the Primary Grades* (pp. 477-488). Springer, Cham.
- Chen, Q. y Li, J. (2014). Association between individual differences in non-symbolic number acuity and math performance: a meta-analysis. *Acta Psychologica*, 148, 163-172. <http://doi.org/10.1016/j.actpsy.2014.01.016>
- Clayton, S., Gilmore, C. e Inglis, M. (2015). Dot comparison stimuli are not all alike: The effect of different visual controls on ANS measurement, *Acta Psychologica*, 161, 177-184. doi: 10.1016/j.actpsy.2015.09.00
- Cowan, R., Donlan, C., Newton, E. y Lloyd, D. (2005). Number skills and knowledge in children with specific language impairment. *Journal of Educational Psychology*, 97(4), 732-744. doi: 10.1037/0022-0663.97.4.732
- Cuadro, A., Trias, D., Costa, D. y Ponce de León, P. (2009). *Evaluación del Nivel Lector. Manual Técnico del Test de Eficacia Lectora (TECLE)*. Montevideo: Prensa Médica Latinoamericana.
- De Weerd, F., Desoere, A. y Roeyers, H. (2012). Working memory in children with reading disabilities and/or mathematical disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 46(5), 461-472. <https://doi.org/10.1177/0022219412455238>
- Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P. y Cohen, L. (2003). Three parietal circuits for number processing. *Cognitive Neuropsychology*, 20, 487-506. doi: 10.1080/02643290244000239
- Denton, C., Hasbrouck, J., Weaver, L. y Riccio, C. (2010) What do we know about phonological awareness in Spanish? *Reading Psychology*, 21, 335-352. doi: 10.1080/027027100750061958
- Fazio, L. K., Bailey, D. H., Thompson, C. A. y Siegler, R. S. (2014). Relations of different types of numerical magnitude representations to each other and to mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, 123, 53-72. <http://doi.org/10.1016/j.jecp.2014.01.013>
- Fuchs, L. S., Geary, D. C., Fuchs, D., Compton, D. L. y Hamlett, C. L. (2014). Sources of Individual Differences in Emerging Competence With Numeration Understanding Versus Multidigit Calculation Skill. *Journal of Educational Psychology*, 106(2), 482-498. <http://doi.org/10.1037/a0034444>
- Gathercole, S., Pickering, S., Ambridge, B. y Wearing, H. (2004). The Structure of Working Memory From 4 to 15 Years of Age. *Developmental Psychology*, 40(2), 177-190.
- Geary, D. y Hoard, M. (2001). Numerical and arithmetical deficits in learning-disabled children: relation to dyscalculia and dyslexia. *Aphasiology*, 15(7), 635-647. doi: 10.1080/02687040143000113
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J., Nugent, L. y Numtee, C. (2007). Cognitive mechanisms underlying achievement deficits in children with mathematical learning disability. *Child Development*, 78, 1343-1359. doi: 10.1111/j.1467-8624.2007.01069.x

- Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L. y Bailey, D. H. (2012). Mathematical cognition deficits in children with learning disabilities and persistent low achievement: A five year prospective study. *Journal of Educational Psychology*, *104*, 206-223. doi: 10.1037/a0025398
- Geary, D., Hoard, M., Nugent, L., Rouder, N. y Rouder, J. (2015). Individual differences in algebraic cognition: Relation to the approximate number and semantic memory systems. *Journal of Experimental Child Psychology*, *140*, 211-227. doi: 10.1016/j.jecp.2015.07.010
- Guardia, P. (2011, August 5). Relaciones Entre Habilidades de Alfabetización Emergente y la Lectura, Desde Nivel Transición Mayor a Primero Básico. *Psykhé*. doi: 10.7764/psykhe.12.2.358
- Halberda, J., Mazocco, M. y Feigenson, L. (2008). Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement. *Nature*, *455*, 665-668. doi: 10.1038/nature07246
- Karmiloff-Smith, A. (2010). Neuroimaging of the developing brain: Taking “developing” seriously. *Human Brain Mapping*, *31*(6), 934-941. doi: 10.1002/hbm.21074
- Kuhn, J.-T. (2015). Developmental Dyscalculia. *Zeitschrift Für Psychologie*, *223*(2), 69-82. doi: 10.1027/2151-2604/a000205
- Lefevre, J. A., Fast, L., Skwarchuk, S. L., Smith-Chant, B. L., Bisanz, J., Kamawar, D. y Penner-Wilger, M. (2010). Pathways to Mathematics: Longitudinal Predictors of Performance. *Child Development*. doi: 10.1111/j.1467-8624.2010.01508.x
- Libertus, M., Odic, D., Feigenson, L. y Halberda, J. (2016). The Precision of Mapping Between Number Words and the Approximate Number System Predicts Children’s Formal Math Abilities. *Journal of Experimental Child Psychology*, *150*, 207-226.
- Lyons, I. y Beilock, S. (2011). Numerical ordering ability mediates the relation between 157 number-sense and arithmetic competence. *Cognition*, *121*(2), 256-261. doi: 10.1016/j.cognition.2011.07.009
- Mazocco, M., Feigenson, L. y Halberda, J. (2011). Impaired acuity of the approximate number system underlies mathematical learning disability (dyscalculia). *Child Development*, *82*(4), 1224-1237. doi: 10.1111/j.1467-8624.2011.01608.x
- Michalczyk, K., Krajewski, K., Preßler, A.-L. y Hasselhorn, M. (2013). The relationships between quantity-number competencies, working memory, and phonological awareness in 5- and 6-year-olds. *The British Journal of Developmental Psychology*, *31*(4), 408-424. <http://doi.org/10.1111/bjdp.12016>
- Muthén, L. K. y Muthén, B. O. (1998-2011). *Mplus User’s Guide*. Sixth Edition. Los Angeles, CA: Muthén y Muthén.
- Negen, J. y Sarnecka, B. W. (2012). Number-concept acquisition and general vocabulary development. *Child Development*, *83*(6), 2019-2027. <http://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2012.01815.x>
- OECD (2010). *Pisa 2009 Results: Overcoming Social Background. Equity in Learning Opportunities and Outcomes*.
- OECD (2013). *PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do Student Performance in Mathematics, Reading and Science*.
- Piazza, M., Facoetti, A., Trussardi, A. N., Berteletti, I., Conte, S., Lucangeli, D., Dehaene, S. y Zorzi M. (2010). Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia. *Cognition*, *116*(1), 33-41. doi: 10.1016/j.cognition.2010.03.012
- Pickering, S. J., Baqués, J. y Gathercole, S. E. (1999). *Bateria de Tests de Memòria de Treball*. Barcelona: Laboratori de Memòria de la Universitat Autònoma de Barcelona.
- Pollack, C. y Ashby, N. C. (2017). Where arithmetic and phonology meet: The meta-analytic convergence of arithmetic and phonological processing in the brain. *Developmental cognitive neuroscience*.
- Prado, J., Mutreja, R. y Booth, J. R. (2014). Developmental dissociation in the neural responses to simple multiplication and subtraction problems. *Developmental Science*, *17*(4), 537-552. <https://doi.org/10.1111/desc.12140>

- Purpura, D. y Logan, J. (2015) The nonlinear relations of the approximate number system and mathematical language to early mathematics development. *Developmental Psychology*, 51(12), 1717-1724. doi: 2015-45617-001
- Schneider, M., Beeres, K., Coban, L., Merz, S., Susan Schmidt, S., Stricker, J. y De Smedt, B. (2016). Associations of non-symbolic and symbolic numerical magnitude processing with mathematical competence: a meta-analysis. *Developmental Science*. <http://doi.org/10.1111/desc.12372>
- Siemann, J. y Petermann, F. (2018). Evaluation of the Triple Code Model of numerical processing- Reviewing past neuroimaging and clinical findings. *Research in Developmental Disabilities*, 72, 106-117.
- Singer, V., Cuadro, A., Costa, D. y Von Hagen, A. (2014). *Evaluación de la eficacia del cálculo aritmético. Manual Técnico del Test de Eficacia de Cálculo Aritmético (TECA)*. Montevideo: Magro.
- Singer, V. y Strasser, K. (2017). The Association Between Arithmetic and Reading Performance in School: A Meta-Analytic Study. *School Psychology Quarterly*. doi: 10.1037/spq0000197
- Sowinski, C., LeFevre, J. A., Skwarchuk, S. L., Kamawar, D., Bisanz, J. y Smith-Chant, B. (2015). Refining the quantitative pathway of the Pathways to Mathematics model. *Journal of Experimental Child Psychology*, 131, 73-93. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2014.11.004>
- Swanson, H. y Jerman, O. (2006). Math disabilities: a selective meta-analysis of the literature, *Review of Educational Research*, 76(2), 249-274. <https://doi.org/10.3102/00346543076002249>
- Swanson, H. L., Trainin, G., Necochea, D. M. y Hammill, D. D. (2003). Rapid naming, phonological awareness, and reading: a meta-analysis of the correlation evidence. *Review of Educational Research*, 73, 407-440. doi:10.3102/00346543073004407.
- Szardenings, C., Kuhn, J. T., Ranger, J. y Holling, H. (2017). A diffusion model analysis of magnitude comparison in children with and without dyscalculia: Care of response and ability are related to both mathematical achievement and stimuli. *Frontiers in Psychology*, 8, 1615.
- Szkudlarek, E. y Brannon, E. M. (2017). Does the approximate number system serve as a foundation for symbolic mathematics? *Language Learning and Development*, 13(2), 171-190.
- Szucs, D., Devine, A., Soltesz, F., Nobes, A. y Gabriel, F. (2013). Developmental dyscalculia is related to visuo-spatial memory and inhibition impairment. *Cortex*, 49, 2674-2688. doi: 10.1016/j.cortex.2013.06.007
- Thomson, B., Crewther, D. y Crewther, S. (2006). Wots that werd? Pseudowords (non-words) may be a misleading measure of phonological skills in young learner readers. *Dyslexia*, 12(4), 289-299. doi: 10.1002/dys.328
- Valle Lisboa, J., Mailhos, A., Eisenger, R., Halberda, J., González, M., Luzardo, M. y Maiche, A. (2016). Estimulación Cognitiva a escala Poblacional utilizando Tablets: del sistema numérico aproximado (ANS) a la matemática simbólica. En S. Lipina, M. Sigman y D. Fernández Slezak (eds.), *Pensar las TICs desde las ciencias cognitivas y la neurociencia*. Buenos Aires: Gedisa.
- Van de Weijer-Bergsma, E., Kroesbergen, E. H. y Van Luit, J. E. H. (2015). Verbal and visual-spatial working memory and mathematical ability in different domains throughout primary school. *Memory and Cognition*, 43(3), 367-378. <http://doi.org/10.3758/s13421-014-0480-4>
- Vukovic, R. K. y Lesaux, N. K. (2013). The language of mathematics: Investigating the ways language counts for children's mathematical development. *Journal of Experimental Child Psychology*, 115(2), 227-244. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2013.02.002>
- Wang, J. J., Odic, D., Halberda, J. y Feigenson, L. (2016). Changing the precision of preschoolers' approximate number system representations changes their symbolic math performance. *Journal of Experimental Child Psychology*, 147, 82-99. <http://doi.org/10.1016/j.jecp.2016.03.002>
- Wechsler, D. (2011). *Escala de Inteligencia de Wechsler para Niños IV (WISC-V)*. Buenos Aires: Paidós.

Willcutt, E., Wu, S., DeFries, J., Olson, R., Petrill, S., Pennington, B., *et al.* (2013). Comorbidity Between Reading Disability and Math Disability: Concurrent Psychopathology, Functional Impairment, and Neuropsychological Functioning. *Journal of Learning Disabilities*, 46(6), 500-516.

Abstract

The influence of linguistic abilities and the approximate number system in the efficacy of arithmetic calculation

INTRODUCTION. The development of arithmetic competence is a key component of the school curriculum and an essential factor in daily life. An adequate understanding of how numerical cognition develops in the first years of formal education, as well as the cognitive bases that underpin this process, is fundamental both for the design of effective educational practices and for the diagnosis of children with learning difficulties in math. The purpose of this study is to contribute to the knowledge about arithmetic development at the school stage. This article analyses the independent contribution of phonological processing, vocabulary, working memory and the Approximate Number System (ANS) in the performance of the calculation in general in the school stage. **METHOD.** A sample of 679 students from 3rd to 6th grade in the city of Montevideo was evaluated. A multilevel regression was carried out in order to analyze the specific contribution of phonological processing, vocabulary, approximate number system and working memory in the performance of arithmetic calculation. **RESULTS.** The findings of this study show that working memory, phonological processing, vocabulary and the approximate number system contribute independently to calculation fluency, being the linguistic skills (vocabulary and phonological processing) the ones that explain the greater proportion of the variance of the performance in arithmetic calculation. **DISCUSSION.** These results and their implications are discussed in the framework of the arithmetic acquisition models and its difficulties.

Keywords: *approximate number system, computation, arithmetic, cognitive development*

Résumé

L'influence des habiletés linguistiques et du système numérique approximatif dans l'efficacité du calcul arithmétique

INTRODUCTION. Le développement des compétences arithmétiques constitue l'un des enjeux clés du curriculum scolaire et un acquis essentiel pour la vie quotidienne. La compréhension adéquate du développement de la cognition arithmétique, dans les premières années de l'éducation formelle, et celle des bases cognitives sous-jacentes à ce processus, s'avèrent indispensables, tant pour la mise en place des pratiques éducatives efficaces que pour le diagnostic des enfants atteints de troubles d'apprentissage en mathématiques. Cette étude a pour but de contribuer à la connaissance du développement des compétences arithmétiques chez l'enfant, pendant l'étape scolaire. Pour ce faire, l'étude analyse la contribution indépendante des facteurs suivants (traitement phonologique, vocabulaire, mémoire de travail et système numérique approximatif ou SNA) aux performances dans l'efficacité en calcul arithmétique chez des enfants scolaires. **MÉTHODE.** L'étude a évalué un échantillon de 679 enfants, de 3^{ème} (8-9 ans) à 6^{ème} (11-12 ans), habitant dans la ville de Montevideo.

Il a été procédé à une régression multi-niveaux, dont le premier niveau correspond au groupe scolaire des étudiants et le deuxième aux variables individuelles (traitement phonologique, vocabulaire, mémoire de travail, système numérique approximatif) permettant de prédire la performance de la fluidité en calcul arithmétique. **RÉSULTATS.** Les résultats montrent que la mémoire de travail, le traitement phonologique, le vocabulaire et le système numérique approximatif contribuent, chacun de façon indépendante, à la fluidité en calcul arithmétique. Parmi ces facteurs, les habiletés linguistiques (vocabulaire et traitement phonologique) sont celles qui expliquent la proportion accrue de la variance de la performance en calcul arithmétique. **DISCUSSION.** Les résultats sont analysés dans le cadre des modèles expliquant l'acquisition du calcul arithmétique et les difficultés qui s'y rattachent.

Mots clés: *Système Numérique Approximatif, Calcul, Arithmétique, Développement Cognitif.*

Perfil profesional de los autores

Vivian Singer (autora de contacto)

Doctora en Psicología. Magíster en Neuropsicología. Licenciada en Psicopedagogía y en Psicomotricidad. Profesora asistente de la Escuela de Psicología, Pontificia Universidad Católica de Chile. Correo electrónico de contacto: vesinger@uc.cl
Dirección para la correspondencia: Av Vicuña Mackenna - 4860. 7820436 Macu. Santiago, Chile.

Carola Ruiz

Magíster en Neurociencia y Educación. Licenciada en Psicopedagogía. Profesora adjunta del Departamento de Neurocognición de la Universidad Católica del Uruguay. Correo electrónico de contacto: carola.ruiz@ucu.edu.uy

Ariel Cuadro

Doctor en Psicología, Maestría en Psicología Educacional, posgrado de Especialidad en Dificultades de Aprendizaje y grado en Psicología. Profesor titular y director del Departamento de Neurocognición de la Universidad Católica del Uruguay. Estudios de posdoctorado en aprendizaje del lenguaje escrito y sus dificultades. Investigador, miembro del Sistema Nacional de Investigadores. Consultor de la UNESCO. Miembro de la directiva de la Sociedad Uruguaya de Neuropsicología y de la Sociedad Latinoamericana de Neuropsicología. Correo electrónico de contacto: acuadro@ucu.edu.uy