METODO PROBLEMATIZADOR PARA EL APRENDIZAJE DE LA MATEMATICA

THE PROBLEMATIZING METHOD FOR LEARNING MATHEMATICS

Enrique de la Fuente Morales

Maestro en Ciencias; Docente de la Facultad Ciencias de la Electrónica de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. enriquedefuente@ece.buap.mx

Resumen

Durante la vida académica de los estudiantes, por lo general la materia que representa mayor dificultad de aprendizaje es la matemática, en comparación con otras asignaturas, es muy común que se encuentre entre las de mayor índice de reprobación en todos los niveles, desde la educación primaria hasta profesional. Algunas posibles explicaciones a esta situación tienen que ver con el hecho de que esta disciplina requiere para su manejo, de un elevado grado de abstracción, esto significa que los alumnos deben lograr satisfactoriamente el paso de un pensamiento concreto a abstracto, paso que si bien es "natural" en el desarrollo del niño, realmente requiere estrategias de enseñanza especializadas que propicien el mejor desempeño. A todas luces es claro que, como consecuencia de las dificultades de aprendizaje que les provoca la enseñanza tradicional de la matemática, los alumnos decidan optar muy poco por estudiar licenciaturas e ingenierías donde interviene mucha matemática, provocando con ello un deficiente avance en la ciencia y la tecnología del país. Comúnmente los docentes de esta área del conocimiento recurren al viejo esquema de sólo explicar magistralmente la teoría, esperando que el estudiante memorice e imite como resolver problemas, olvidando con esta práctica el verdadero sentido de la matemática, que es el propiciar razonamiento lógico autónomo. Debido a esta problemática, aquí se propone un método de enseñanza aprendizaje de la matemática, donde el alumno desarrolle su habilidad de aprender a resolver problemas, fomentando su capacidad de abstracción, de reflexión y, junto con ello, al propiciar el trabajo grupal, apuntalar actitudes y valores como la solidaridad, el respeto, la tolerancia, tan necesarios para el mejor desarrollo personal y social. Una propuesta como la que aquí se presenta permite lograr un mayor aprovechamiento académico, no sólo en las asignaturas relacionadas con la matemática, sino también le resulta útil para las demás asignaturas. En resumen, la propuesta parte de lo básico, de la comprensión de la definición y sus consecuencias, apoyándose en las tres preguntas siguientes: *¿Qué tengo? ¿A dónde quiero llegar? ¿Cómo llegar?* Con la respuesta de una pregunta se produce un puente a otra, donde este proceso auxiliará el razonamiento, la comprensión y solución de los problemas.

Palabras clave: Matemática, razonamiento, lógica, comprensión, definición, aprendizaje colaborativo, resolución de problemas, acción, creación,

Abstract

Through the students' academic life, the class which represents a high difficulty to understand and handle at school is Math. It is very common that Math has the high level of failure among students of all levels, from primary school to university, and this is because high level of abstraction is required.

Because it is difficult for students to pass from concrete to abstract concepts and vice versa. This has caused that science majors, who involve a lot of Math, are unpopular. This means that student's do not want to study science which has caused an inefficient technology and science development of a country. It is common that professors from this area of knowledge use the traditional method of teaching, they just give the theory and students have to memorize everything; then, they imitate how to solve a problem and at the end they forget the truly sense of Math, which means logical thinking. In this context, the author proposes the following learning- teaching method for math, in which the reflexive process took place in students and they learn to solve problems and enhance the capacity of abstraction. As a result, they acquired a better academic development not just in math but in the others subjects and everyday problems. This could be possible starting from the basic, in the understanding of the definition and the consequences answering to the questions:
What do I have? What do I want to do? How do I do it?

Key word: Mathematics, reasoning, logic, comprehension, learning, collaborative, create, define, action.

Introducción

Históricamente la matemática ha tenido una gran importancia en la vida del hombre, por una parte, porque su cultivo implica el ejercicio del pensar auténticamente humano como es la reflexión, el razonamiento, la deducción y la inducción, permitiendo con ello una mejor comprensión de la naturaleza y del medio social en el que vivimos, y por otra parte, por su utilidad en asuntos prácticos que favorecen la sobrevivencia e incluso la comodidad, como en la construcción de caminos, templos, edificios, en la precisión en laboratorios, en la medicación, etc., aunque sin duda, es reconocida por el desarrollo de la capacidad mental que permite plantear y solucionar problemas, sistemática y creativamente.

Corporativos internacionales como el *Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo* (SERCE), cuyo *Primer Reporte* fue publicado a mediados de 2008, ha aportado información importante que constituye insumos sustantivos para la toma de decisiones en materia de políticas sociales y educativas en los países de América Latina y el Caribe. Así, cuando se habla de calidad de la educación matemática de nuestros estudiantes, la palabra central es "**comprender**", y se refiere a comprender, cuáles son las herramientas necesarias para resolver ciertos problemas y distinguirlos de otros, en cuya solución se emplean otras herramientas, comprender que pueden variar los procedimientos y, sin embargo, ser válidos; reconocer, entonces, que los problemas pueden presentar diversos datos, que pueden tener una, ninguna o varias soluciones posibles; no obstante, que cada quien tiene la posibilidad de buscar, crear y validar su propio procedimiento, y comprender, en definitiva, que no todo "está hecho".

La importancia de la enseñanza de la matemática, entre otras razones apunta al hecho de que las habilidades matemáticas deberían tener sentido también fuera de un contexto exclusivamente escolar, ya que las habilidades de interpretar, identificar, calcular, recodificar, graficar, comparar, resolver, optimizar, demostrar, aproximar, comunicar, entre otras, proporcionan al estudiante la preparación para desenvolverse con éxito en la vida social y afrontar los retos del futuro en un mundo de cambio permanente.

El método de aprendizaje de la matemática aquí propuesto se basa en la contradicción, y retoma el método creado originalmente por Zenón, el cual consiste en negar la conclusión, y si se tiene que no fue lo supuesto entonces sí es, si 1> 0 entonces supongamos que 1<0 entonces -1 > 0 entonces usamos teorema de número real, si multiplicamos 1 (-1) < 0 (-1) entonces -1 < 0 pero se había supuesto que -1>0 entonces se llega a una contradicción, y esto fue de suponer que 1<0, entonces la única solución es 1<0, se puede hacer por diferentes métodos este es sólo uno de ellos. Este método consiste a grandes rasgos, en exponer una proposición que sólo tenga dos opciones y opción que se quiere eliminar, se da como verdadera, hasta llegar a una contradicción, en el ejemplo anterior, como se quiere demostrar que 1>0 lo opuesto seria que 1<0.

Gnoseología de la matemática y sustento teórico

¿Qué es la matemática? Responder esta pregunta permitirá avanzar hacia cuál puede ser un método viable para su aprendizaje.

Durante la historia ha habido intentos de definir la matemática, por ejemplo (Perero, 1994, p. 99):

- **Aristóteles**: es la ciencia de la cantidad
- **René Descartes**: Es la ciencia del orden y de la medida
- **Carl F. Gauss:** Es la reina de las ciencias, y la aritmética es la reina de las matemáticas.
- **Erick T. Bell**: Es la reina y la sirvienta de todas las ciencias.
- **Henri Poncaire**: La matemática no estudia los objetos sino sus relaciones entre objetos, podemos remplazar siempre un objeto por otro siempre y cuando la relación entre ellos no cambie.
- **David Hilbert**: Es un juego con reglas muy sencillas que dejan marcas sin significado en el papel.
- **Julio Rey Pastor**: es la ciencia de los conjuntos, de los conjuntos finitos nace por abstracción, el concepto de número, fundamento de toda la matemática.

Para Perero (1994), las definiciones antes mencionadas tiene rasgos de verdad, y propone la siguiente definición: se entiende por matemática a los "**razonamientos lógicos** bien **definidos** que obedecen a una **estructura"**.

Diferentes autores han manifestado la importancia de esta área del conocimiento humano como: Frank B. Allen (Allen, 1988, p. 8) mencionó: "De hecho, en un sentido muy real, la matemática es un idioma [...] Es mi posición, que la comprensión de este lenguaje de la exposición, Matemática, es absolutamente esencial para el éxito en los estudios de las matemáticas escolares".

Para Bogomolny (2010, p. 8): "El lenguaje matemático es mucho más exacto que cualquier, otro que uno pueda pensar".

En el mismo sentido de su importancia, pero apuntalando el tema de la importancia en cuanto a la demostración, tan imprescindible en el trabajo científico Cecilia Crespo (2010) señala que:

> La enseñanza de la demostración como contenido matemático, aunque es aceptada por la mayoría de los docentes como algo importante desde el punto de vista teórico, no es siempre una problemática asumida por ellos en forma sistemática, sino en algunos casos de manera intuitiva, tomando como modelo aquel en el que han sido formados (p. 28).

Esta última autora no sólo ve la importancia de las matemáticas, sino ya toma en cuenta la importancia de no sólo argumentar, sino de demostrar que es lo que finalmente da la habilidad mental de razonar y de fomentar la creatividad aplicable a cualquier tipo de problemas.

Cabe resaltar lo complicados que resultan la enseñanza y el aprendizaje de la demostración, constituyendo una barrera en tanto suele pasarse de largo la confusión en que suelen caer los estudiantes, cuando suponen que resolver un problema o hacer una demostración son procesos diferentes y no aspectos de un mismo proceso. Además de que, como la demostración matemática (Solow, 1987, p. 17) no debe tener ambigüedades, debe estar escrita en forma clara y sobre todo escrita en un lenguaje lógico, por tal precisión, se incrementa la dificultad en la enseñanza y aprendizaje de efectuar una demostración.

Acerca de los métodos de enseñanza de la matemática

Como se evidencia en el libro *Tratados de Lógica* de Aristóteles, durante la historia ha habido algunos intentos o métodos de enseñanza aprendizaje de la matemática, y en muchos de ellos se ha buscado que el alumno sea activo y no solo un receptor de conocimiento, como lo promueve la escuela tradicional.

El primer intento de cambio fue la **Mayéutica** de Sócrates, la cual llama a la actividad del alumno con el fin de que en su formación vaya más allá de compartir las creencias de los demás, es decir, que disciplinadamente llegue a reflexiones. Así, a base de preguntas problematizadoras, el alumno medita, razona, dialoga propiciando con ello el desarrollo de una estructura de pensamiento más abstracto.

Otro método fue el principio de **Contradicción** de Zenón de Elea, este método de razonamiento dialéctico consiste en admitir de manera de hipótesis lo que afirma el adversario y sacar de ahí un absurdo que lo confundía, uno de sus obras más famosas fue Aquiles y la Tortuga, este método aún a la fecha sigue siendo utilizado en la matemática, claro ya perfeccionado en el método de demostración por contradicción.

El método más famoso y conocido es el método de **Demostración** de Aristóteles, que es el método de la deducción matemática utilizando silogismos. En este método basado en las reglas de la inferencia, se coloca en la conclusión la hipótesis que se quiere demostrar y se llega a ella por medio de axiomas e implicaciones, concluyendo con certeza, no obstante, este método fue criticado por diversos autores, como René Descartes argumentando que proceder así, aunque evita equívocos, limita la capacidad de invención y el descubrimiento.

Como se ha visto el problema de la comprensión de la matemática parte desde la definición, no es un término fácil ni mucho menos e igualmente complicado es, como ya se mencionó, encontrar algún método que facilite su comprensión, que no sólo permita comprender un algoritmo, sino que nos permita fomentar el razonamiento heurístico.

Desarrollo psicológico pedagógico y didáctico

En buena medida, resolver problemas es un modo de adaptación. En este sentido Piaget (1935, p.174) señala que "educar es adaptar al individuo al medio social, al ambiente", donde la inteligencia no es otra cosa que el adaptarse a las condiciones; esto puede entenderse en el sentido de que al adaptarse se resuelven problemas, los cuales logran una maduración del conocimiento, de modo que la interacción entre el sujeto y el objeto constituye una adaptación.

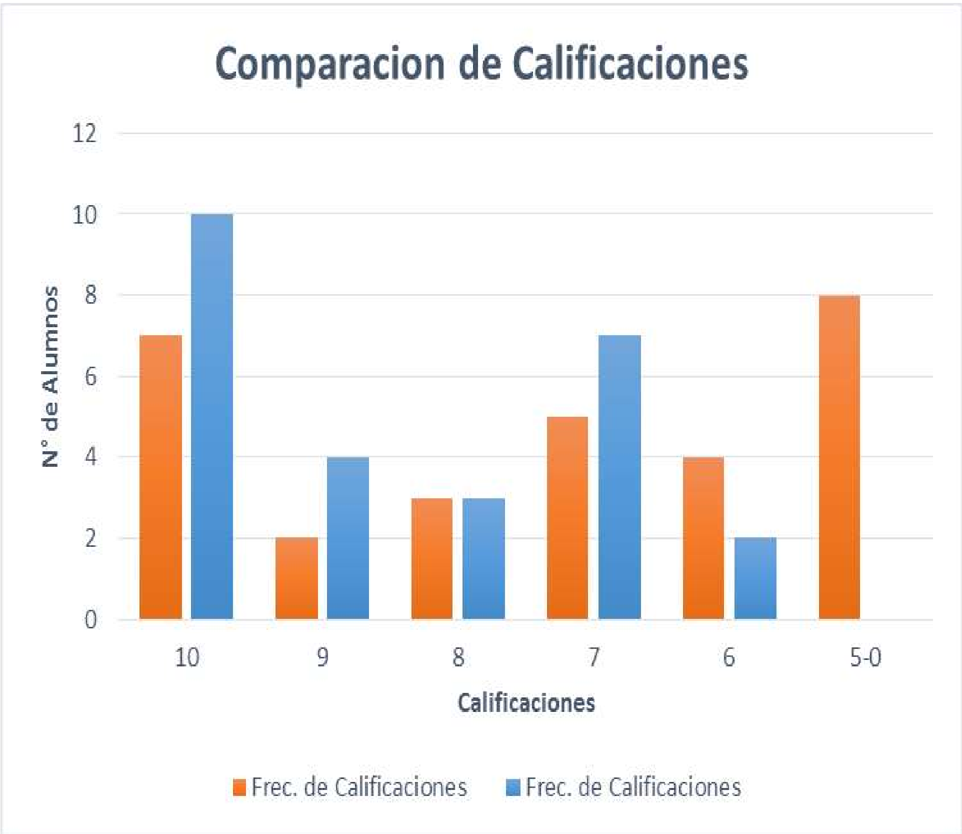
En esta propuesta, la actividad se considera igualmente importante pues sólo se aprende haciendo, porque desde las teorías de Rousseau (1935, p.161). La **acción** en todo método de aprendizaje es crucial pues siempre se aprende haciendo, porque como lo comprobó en algunos de sus experimentos Montessori (1935, p.166) se aprende más en la acción que con el pensamiento, esto en parte es real, ya que no hay que olvidar que para abstraer en ocasiones no se puede ver lo que se crea y resuelve. Así, sólo se aprende mediante la actividad y el alumno debe reinventar la ciencia, y no sólo repetirla, con esto abre la puerta a la creatividad y deja entrever que siempre es importante **crear** técnicas nuevas de enseñanza y el proceso educativo debe verse como una retroalimentación entre el maestro y el alumno,

El método que a continuación se expondrá utilizara algunas técnicas de Vygotsky, donde se contempla el concepto de Zona de Desarrollo Próximo (ZDP) entendido como "la distancia en el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz" (Vigotsky, 1988, p.133), lo cual es parte del paradigma socio histórico cultural, porque en este mismo paradigma siempre debe partirse de lo mas simple hasta lo más complejo, y es precisamente lo que se hará, se partirá de lo **concreto** para llegar a lo **abstracto**.

Cabe recordar que partir de lo simple a lo complejo no es exclusivo del mencionado paradigma socio histórico cultural de Vygotsky, quién lo utilizaba en todas las ramas de la enseñanza, y veía a la escuela como una sociedad en el sentido de la responsabilidad de normas de cooperación, son suficientes para educar y no aislar, esta parte será primordial en la técnica que el autor ha creado, puesto que en la responsabilidad está la disciplina, siempre útil en cualquier actividad humana y de la misma forma en la educación.

Por otro lado, para esta propuesta también se retomó el interés por el trabajo grupal manifiesto por Pestalozzi (1911) a través de su organización de la llamada enseñanza mutua, de esta manera los estudiantes se ayudarán unos a otros en sus investigaciones provocando con esto un ambiente completo de aprendizaje, cooperación y los forma mejores ciudadanos, puesto que es ese el fin último de la educación, preparar a un individuo para la vida. Así, con ello se forma un estudiante que sepa, que sepa hacer y que sepa convivir.

El método propuesto para el aprendizaje Problematizador de la Matemática, ha funcionado de gran forma en la Facultad de Ciencias de la Electrónica BUAP, según las gráficas que se muestran a continuación, se utilizó en dos materias: Matemáticas Elementales y Matemáticas Universitarias 1 (Calculo 1), cuyos exámenes departamentales son evaluados y calificados por docentes diferentes a quien imparte el curso, así, en la materia de Matemáticas Elementales, la calificación más obtenida fue de 10 y lo más gratificante que no hubo un solo alumno reprobado; en la materia de Matemáticas Universitarias 1, aprobó el 90% de los mismos donde la calificación de mayor numero obtenida fue 8.8, cabe mencionar que por lo general en estos cursos lo más común es que aprueben sólo el 40% de los estudiantes de cada grupo.



Grafica 1. Matemáticas Elementales

Calificaciones 2013 sin método			Calificaciónes 2014 con método		
Calificaciones	Frec. de Calificaciones	Porcentaje	Calificaciones	Frec. de Calificaciones	Porcentaje
10	7	24	10	10	38
9	2	7	9	4	15
8	3	10	8	3	12
7	5	17	7	7	27
6	4	14	6	2	8
5-0	8	28	5-0	0	0
total	29	100	total	26	100
Promedio	Moda		Promedio	Moda	
6.84	10		8.56	10	
Alumnos aprobados	72%	21	Alumnos aprobados	100%	26
Alumnos reprobados	18%	8	Alumnos reprobados	0%	0

Método Problematizador. Pasos del método propuesto

El presente método es una forma para aprender y enseñar matemática, de manera efectiva y clara, que permita a estudiantes y docentes desarrollar una estructura mental propicia para la reflexión, y le permita resolver problemas.

El método sólo consta de **2** pasos, pero no es un algoritmo solamente, sino que de un paso a otro, se promueve un razonamiento heurístico, que permite crear, donde no sólo hay una opción para resolver un problema, sino una serie de opciones donde sólo la lógica es la limitante, aparte de la creatividad se basa en la actividad promoviendo siempre la responsabilidad y la dinámica grupal.

Paso 1.- Conocer y entender muy bien la DEFINICION

Gran parte de las dificultades que se tienen al resolver un problema es que no se entiende los conceptos, y si se entienden, se ignoran las consecuencias, caminos y mucho menos se puede llegar a la solución, ya que dicho por Leibniz (1973, p. 23) el método más sublime es la deducción a partir de los primeros principios, estos principios son las **definiciones** y la forma de razonamiento procede de la silogística.

Partiendo de lo más simple a lo más complejo, ejercitando así su abstracción, para evidenciar el logro de la comprensión de la definición el alumno debe ser capaz de dar los por menores de la misma, dar un ejemplo de ésta y resolver un problema es decir se debe. Se busca que el estudiante sea capaz de trasladar esta estrategia de pensamiento a la soluciones de otros posibles problemas.

Ejemplo 1 de la demostración: si la pregunta es: demostrar que la función F(x)=2x, es una función continua cuando x tiende a 2, primero hay que conocer que significa que una función sea continua, y no sólo eso sino que sea continua a un punto en particular, al entender la definición, es básico comprender que se particulariza en ese punto, es decir, se efectúa una deducción, pero todo parte de la **definición**.

Ejemplo 2 de la demostración: demostrar que 1>0, aquí lo primero que hay que reflexionar es que se trata de dos números reales, los cuales cumplen algunos axiomas de campo, de orden y de completitud, al conocer esas definiciones ya encontraremos elementos para poder demostrarlo y efectuar una respuesta.

Paso 2.- Recordar las preguntas

Ya comprendidas las definiciones, con las consecuencias de ello en mente y listas para usarse, es momento de visualizar las 3 preguntas PROBLEMATIZADORAS:

¿Qué tengo? Qué puedo usar de las definiciones y sus consecuencias
¿A dónde debo llegar? Para qué voy usar toda la información, mi finalidad
¿Cómo voy a llegar? Qué camino seguiré, ejemplo. Método deductivo, inductivo, contradicción, método directo etc.

Estos pasos se acompañan del impulso al trabajo grupal. Así, una vez que el alumno comprendió el método de resolver problemas, como se sabe de todo grupo de personas no son homogéneos, es decir no todos adquieren el conocimiento de la misma forma, se organiza al alumnado por grupos, procurando que quienes vayan más adelantados sea quienes solidariamente apoyen cada equipo, para que conjuntamente desarrollen habilidades, actitudes y valores, propicios para su mejor desempeño académico, personal y social.

Ejemplo pasos 1 y 2.

En la demostración que se dio como ejemplo, se podría hacer de la siguiente forma; demostrar que 1>0

Paso 1.- se comprende que tanto 1 como 0 son números reales entonces cumplen todos los axiomas y sus consecuencias. Ya conocido esto, se tiene la herramienta suficiente para poder dar solución.

Paso 2.- se responden las preguntas que tengo 1 y 0 son dos números reales, eso es lo que tengo, que cumplen axiomas de campo y orden junto con todos los teoremas en consecuencias, y quiero llegar a que sea evidente de forma explícita que 1>0. Para responder a la siguiente pregunta es donde interviene la parte heurística, porque no solo hay que saber cómo usar sino cómo usarlo, aquí es donde se promueve la creatividad de cada estudiante, en caso de ser el docente se aconseja que cada estudiante, de una propuesta de solución, la cual le permita experimentar con ella y ya llegue a la solución o no, creara en él una estructura mental y una confianza en sus conocimientos, los cuales al practicar continuamente llegará a no sólo dar la solución sino a formar su conocimiento y su criterio.

El método grupal en la forma en la que se diseñó, donde se coloca el docente como moderador y se coloca algunos alumnos como director de grupo, los cuales son los asesores internos del grupo, estos son los responsables de asesorar a sus compañeros y seguir las instrucciones para el trabajo coordinado, aquí se promueve el trabajo en equipo, la responsabilidad y la ética que se debe tener en la vida académica y social.

Conclusiones

El resultado obtenido por el grupo donde el autor aplicó el método y las técnicas propuestas, fueron un éxito y no sólo en las calificaciones, como puede notarse en la estadística, sino también desde el punto de vista relacional, los alumnos desarrollaron su capacidad de convivencia y apoyo entre ellos, y también se propició el ejercicio de su responsabilidad de forma seria y académica, lo cual facilita que maduren como individuos y los prepara para la vida, fin primordial de la educación; en este sentido, se recomienda que, complementariamente, también una vez cada quincena los alumnos comenten y reflexionen lecturas filosóficas, propiciando con ello el desarrollo sistemático de su pensamiento crítico.

Referencias

Angoa, J. (2008). *Matemáticas elementales*. México: BUAP.

Aristóteles (2011). *Tratados de lógica.* México: Porrúa.

Crespo, C. (2005). La importancia de la argumentación matemática en el aula. *Premisa, 7*(24), 23-29.

Descartes, R. (2011). *El discurso del método.* España: Gredos.

Leibniz, (1973). *La profesión de fe del filósofo.* Bs. As, Argentina: Aguilar.

Ospitaletche-Borgmann, E. y Martínez, V. (2012). La Matemática como idioma y su importancia en la enseñanza y aprendizaje del Cálculo. *Números, 79*, 7-16.

Perero, M. (1994). *Historia e historias de las matemáticas.* México: Iberoamérica.

Piaget, J. (1969). *Psicología y pedagogía.* México: Ariel.

Platón (2011). *Diálogos de Platón.* México: Porrúa.

Poncaire, H. (1984). *Filosofía de las ciencias.* México: CONACYT.

Sequeira, J. y otros (2009). *Aportes para la enseñanza de la matemática*. Chile: UNESCO (María Meza Edit.).

Solow, D. (2008). *Cómo entender y hacer demostraciones en matemáticas.* México: Trillas.

Vygotsky, L. (1988). *Zona de desarrollo próximo.* México: Universidad Nacional de Comaue.