



ALEXANDRIA

ALEXANDRIA

Revista de Educação em Ciência e Tecnologia

A Significação do Conceito Função Quadrática por Estudantes do 1º Ano do Ensino Médio: Uma Abordagem Histórico-Cultural

The Meaning of the Quadratic Function Concept According to High School 1st Year's Students: A historical-cultural Approach

Luiza de Paula Ghisleni^a; Isabel Koltermann Battisti^a

^a Departamento de Ciências Exatas e Engenharias, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, Brasil – luizaghis@hotmail.com, isabel.battisti@unijui.edu.br

Palavras-chave:

Função quadrática. Conceitos científicos e espontâneos. Relações conceituais. Zona de desenvolvimento proximal.

Resumo: O presente estudo objetiva ampliar entendimentos acerca da significação do conceito função quadrática por estudantes de uma turma do 1º ano do ensino médio, considerando ideias e conceitos da abordagem histórico-cultural. Os dados empíricos foram produzidos a partir de aulas de matemática ministradas por uma acadêmica do curso de matemática ao cursar a disciplina Estágio Curricular Supervisionado: Matemática no Ensino Médio. Como dados empíricos considera-se: registro das aulas apresentados em um relatório analítico-reflexivo que se constitui como diário de campo; recortes dos planejamentos desenvolvidos. Elementos como conceitos científicos e espontâneos, relações conceituais e zona de desenvolvimento proximal (ZDP) estruturam o texto em unidade e subunidades de análise. Caraça (1998) e Vygotsky (1991), entre outros, ampliam as condições de análises propostas. Dentre as considerações finais apresentadas destaca-se a ideia de que os conceitos podem ser elevados a um nível maior de significação pelos estudantes, por meio do estabelecimento de relações conceituais, e que o professor interfere no plano interpsicológico da formação dos conceitos.

Keywords:

Quadratic function. Scientific and spontaneous concepts. Conceptual relations. Proximal development zone.

Abstract: The present study aims to enlarge the understanding about the meaning on the quadratic function concept, according to students from a 1st stage high school class, considering ideas and concepts from the historical-cultural approach. Empirical data were produced from math classes taught by an academic math course to take the course Supervised: Mathematics in High School. Empirical data are: record of the classes developed in an analytical-reflexive report that is constituted as field diary; developed plans cut-outs. Elements such as scientific and spontaneous concepts, conceptual relations and proximal development zone (PDZ) structure the text into units and subunits of analysis. Caraça (1998) and Vygotsky (1991), among others, extend the understandings of the proposed analysis. Among the final considerations presented there is the idea that the concepts can be raised to a signification level greater by students, through the establishment of conceptual relations, and that the teacher interferes in the interpsychological plan of the concepts formation.



Esta obra foi licenciada com uma Licença [Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Introdução

A escola tem um papel singular na formação do sujeito, pois é nesse lugar que o aluno passa a ter contato com conceitos científicos sistematizados pela humanidade. A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (nº. 9394/96) prevê a oferta do ensino médio, que tem por finalidade o “aprimoramento do educando como ser humano, sua formação ética, desenvolvimento de sua autonomia intelectual e de seu pensamento crítico” (BRASIL, 2006, p. 7).

A finalidade da escola, já na época da Filosofia clássica, era humanizar as crianças, fazendo-as ter consciência de suas faculdades. Werner Jaeger traduz isso como o “domínio do homem sobre si próprio” (1995, p. 353 apud EIDT, 2014, p. 76), ou seja, o desenvolvimento das faculdades intelectuais (intelecto, paixões, política, ética e estética) para a humanização (SCHNEIDER, 2014).

Na perspectiva vygotskiana, o ensino escolar desempenha um papel importante na formação dos sujeitos por proporcionar “às crianças um conhecimento sistemático [...]” e por envolver operações que exigem consciência e controle deliberado, permitindo, assim, “que as crianças se conscientizem dos seus próprios processos mentais” (REGO, 1995, p. 79). Moura et. al (2010) entendem a atividade de ensino como a máxima sofisticação humana criada para possibilitar a inserção dos novos membros de um grupo social em seu coletivo. É a natureza particular da atividade de ensino que

[...] dará a dimensão da responsabilidade dos que fazem a escola como espaço de aprendizagem e apropriação da cultura humana elaborada, bem como do modo de prover os indivíduos, metodologicamente de formas de apropriação e criação de ferramentas simbólicas para o desenvolvimento pleno de suas potencialidades. (MOURA et. al., 2010, p. 207-208).

Nesse sentido, as ações propostas e desenvolvidas em espaços formais de aprendizagem têm a finalidade de auxiliar o aluno a desenvolver suas potencialidades e os conceitos científicos são a chave para esse desenvolvimento por possibilitarem relações mais complexas e abstratas do que as estabelecidas apenas com e a partir de conceitos espontâneos.

No contexto escolar, a área matemática também deve contribuir para o desenvolvimento das funções psíquicas superiores, tais como: atenção voluntária, memória lógica, formação de conceitos, etc. (MENDONÇA; MILLER, 2006), uma vez que faz parte do currículo e dispõe de uma considerável carga horária na organização curricular.

O currículo de matemática do ensino médio, de acordo com Brasil (2006), está organizado em quatro blocos de conteúdos: números e operações; funções; geometria; e análise de dados e probabilidade. As Orientações Curriculares para o Ensino Médio - OCEM- (BRASIL, 2006) mencionam que os conteúdos devem ser explorados de forma qualitativa, e não apenas quantitativamente. Para o estudo de funções e função quadrática, o referido

documento orienta que o professor inicie sempre a partir de problemas que explorem a relação entre duas grandezas para que haja compreensão do conceito de fato.

A partir do exposto, o presente estudo objetiva ampliar entendimentos acerca da significação do conceito função quadrática por alunos de uma turma do 1º ano do ensino médio, considerando ideias e conceitos da abordagem histórico-cultural. Tal objetivo é delimitado a partir da questão: quais elementos/aspectos das aulas de matemática intervêm positivamente na significação do conceito função quadrática por estudantes de uma turma do 1º ano do ensino médio, de uma escola da rede pública, de um município localizado no noroeste do estado do Rio Grande do Sul?

Caminho metodológico

Quando se desenvolve um estudo (pesquisa), é importante ter clareza de que ele “não tem, *nem* pode ter como objetivo descrever a realidade *tal como ela é*” (CARAÇA, 1998, p. 102, grifos do autor), pois seu objetivo é construir a interpretação e previsão da realidade. Faz-se, então, um recorte dessa realidade para melhor análise, e a forma de análise estabelece uma pesquisa com abordagem qualitativa. No presente estudo, tem-se um recorte de aulas de matemática, propondo-se uma análise de caráter qualitativo, pois se estabelece uma relação de interdependência entre aspectos gerais e particulares constitutivos de uma determinada realidade; conseqüentemente, é preciso “*pensar no seu contexto*; só em relação ao contexto é que as qualidades têm significado” (CARAÇA, 1995, p. 107, grifos do autor). Ou seja, o contexto em que a pesquisa se desenvolve deve ser considerado.

Dessa forma, os dados empíricos para este estudo foram produzidos a partir de aulas de matemática ministradas por uma acadêmica do curso de matemática¹, ao cursar a disciplina Estágio Curricular Supervisionado: Matemática no Ensino Médio. A estagiária ministrou 30 períodos de aula de matemática com uma turma de 1º ano do ensino médio numa escola da rede pública estadual situada em um município do noroeste do estado do Rio Grande do Sul. Ao final de cada aula, a acadêmica elaborava um relato analítico reflexivo com observações relacionadas às vivências nas referidas aulas, incluindo diálogos ocorridos e registros produzidos pelos alunos. Em todos os 30 períodos, foram tratados elementos relacionados ao conceito função quadrática, dentre os quais, destacam-se os conceitos grandeza, variável, variável dependente e independente, relações entre variáveis, vértice, zeros e coeficientes da função quadrática, em representações algébrica e geométrica da função quadrática, considerando linguagem materna e matemática.

Os relatos analíticos reflexivos elaborados pela acadêmica têm características de diário de campo e compõem o banco de dados empíricos do presente estudo. Ao longo do texto,

¹A primeira autora do texto.

serão considerados recortes desse diário de campo, indicados como DC, seguidos pela data da aula. Os planejamentos das aulas desenvolvidas pela acadêmica também serão considerados como material empírico; no decorrer do texto, recortes desse material serão indicados como PL, também seguidos pela data da aula em que cada um foi desenvolvido. A acadêmica será indicada por AC, e os estudantes que compõem a turma considerada no estudo serão indicados como E1, E2, E3, etc.

Como, no presente texto busca-se analisar quais elementos/aspectos intervieram de forma positiva na significação do conceito função quadrática pelos estudantes, embasado no referencial teórico considerado, parte-se do pressuposto de que o estabelecimento de relações e a construção de sistemas de generalizações são condições necessárias para a ampliação dos sentidos produzidos pelos estudantes em direção ao significado conceitual.

No entendimento proposto, significar um conceito não é uma ação que acontece de uma só forma linear e prevista; na abordagem histórico-cultural, o significado está associado à experiência social do homem, e o sentido muda conforme o contexto.

O sentido de uma palavra depende da forma com que está sendo empregada, isto é, do contexto em que ela surge. O seu significado, no entanto, permanece relativamente estável. É formado por enlaces que foram sendo associados à palavra ao longo do tempo, o que faz com que se considere o significado um sistema estável de generalizações, compartilhado por diferentes pessoas, embora com níveis de profundidade e amplitude diferentes (MOYSÉS, 1997, p. 39).

Cada palavra possui um significado já construído histórica e culturalmente e cada conceito é produto de uma série de relações estabelecidas entre sentidos e significados. Assim, cada palavra é um conceito; quando pronunciada, o conceito “aparece representado na consciência como uma figura sobre o fundo das relações comuns que lhe correspondem” (MENDONÇA; MILLER, 2006, p. 131). Considerando tal abordagem teórica, para buscar respostas à questão norteadora do presente estudo, faz-se necessário compreender as relações conceituais estabelecidas nas aulas ministradas pela AC, as quais visaram à ampliação das possibilidades de significação do conceito função quadrática pelos estudantes.

Por fim, é possível considerar que a atuação do professor não acontece por acaso, que há uma intencionalidade pedagógica e que esta intencionalidade se materializa na forma como o professor organiza seu ensino. Conforme Vygotsky (1991), um professor atua na chamada Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), que “é a distância entre o nível de desenvolvimento real [...] e o nível de desenvolvimento potencial” (VYGOTSKY, 1991, p. 97), o que se observa quando uma criança ou aluno não consegue fazer uma atividade sozinho ou não consegue mobilizar um determinado conceito, mas há possibilidades de fazê-lo com a intervenção de outro sujeito, no caso, o professor. Com e a partir da intervenção docente, é possível que esse estudante chegue ao desenvolvimento real, mas, para isso, é necessário que sejam instituídos, pelo referido estudante, processos de internalização.

Um professor que atua nessa zona e que organiza o ensino de tal forma que possibilite a internalização estará permitindo o desenvolvimento do estudante. Portanto, a ZDP é um conceito considerado no texto pelo fato de que permite uma análise do ensino, da aprendizagem e do próprio processo de apropriação do significado do conceito função quadrática pelos estudantes.

As análises aqui empreendidas consideram elementos teóricos da abordagem histórico-cultural, de forma especial, aos relacionados a conceitos científicos e espontâneos, relações conceituais e zona de desenvolvimento proximal. Tais conceitos não só delimitam o presente estudo, mas também estruturam o texto, organizado por meio da unidade de análise: *a formação do conceito função quadrática a partir de relações conceituais*. Com essa unidade objetiva-se compreender como, por meio da produção de sentidos e da negociação dos significados, as relações conceituais contribuíram no processo de formação do conceito função quadrática. Esta estrutura-se em três subunidades: *embate entre conceitos científicos e espontâneos; o conceito função quadrática inserido numa rede de relações conceituais; e a zona de desenvolvimento proximal e o processo de internalização pelos estudantes*.

Para a análise referente ao conceito função quadrática, serão usados Caraça (1998) e Iezzi (1997). Nas análises referentes à abordagem histórico-cultural, serão tomados, especialmente, como referencial: Vygotsky (1991), Rego (1995), Moysés (1997), Mendonça; Miller (2006) e Vigotski; Luria; Leontiev (2006); Cedro; Moura (2004); Cedro (2013); e Davis; Hersh (1985).

A significação do conceito função quadrática por estudantes do 1º ano do ensino médio por meio da produção de sentidos e da negociação de significados

Assim como outros conceitos matemáticos, de acordo com Caraça (1998), função surgiu a partir da necessidade de os homens lutarem contra a natureza e dominarem-na. O referido conceito, no campo matemático, pode configurar-se como um instrumento próprio para o estudo das leis, entendendo-se por lei toda a regularidade que integra um determinado recorte da realidade (isolado) (CARAÇA, 1998). Ainda, compreende-se que essa série de regularidades é a correspondência entre dois conjuntos que fazem parte desse isolado. Assim, a lei consiste “na forma de correspondência dos dois conjuntos” (CARAÇA, 1998, p. 119).

Essa regularidade própria das leis varia quantitativamente, tomando-se variável como “uma representação simbólica [...] a variável é e *não é* cada um dos elementos do conjunto” (CARAÇA, 1998, p. 120, grifo do autor). A correspondência desses conjuntos é unívoca; sendo assim, uma variável sempre dependerá de outra, estabelecendo-se a correspondência da variável dependente em função da independente. Dessa maneira, conforme a característica das correspondências estabelecidas, define-se o tipo de função.

Um modo de representar essa correspondência é por meio da expressão analítica ou da representação geométrica. A função quadrática é uma função que, pela característica de correspondência, traduzida na representação analítica, é um polinômio de grau 2 do tipo $y = ax^2 + bx + c$. “Isto é: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \rightarrow ax^2 + bx + c, a \neq 0$ ” (IEZZI, 1977, p. 123).

Tais aspectos/elementos consideram uma linguagem – sistema de signos – e são constitutivos do conceito função quadrática. No contexto escolar, estudantes devem apropriarem-se do significado de cada um destes aspectos/elementos e inseri-los num sistema de generalizações.

O significado do conceito constitui-se, de acordo com Vygotsky, como um “sistema de relações formado objetivamente durante o processo histórico e que se encontra contido na palavra” (MOYSÉS, 1997, p. 39). A palavra é um signo e tem, como o instrumento, função mediadora. É pelo signo que as funções psicológicas superiores, como pensar, relatar, imaginar, lembrar, etc., se desenvolvem, podendo, assim, modificar o meio e o próprio sujeito. Ou seja, quando um sujeito toma um lápis e uma folha de papel para escrever, por exemplo, ele tem um objetivo com essa ação e, para tanto, estabeleceu uma série de relações entre as palavras: escrever, lápis, papel, etc., considerando, entre outras, a função psicológica superior: pensar.

O lápis e a folha são instrumentos mediadores porque auxiliam na resolução de um problema concreto, a comunicação. Mas as palavras mediam outra espécie de problema: os psicológicos (lembrar, comparar coisas, relatar, escolher, relacionar, etc.). Elas podem ser comparadas a uma ligação telefônica que funciona por intermédio de uma estação central, “com o auxílio de conexões temporárias [...] o córtex cerebral [...] cumpre o papel dessa estação central [...], atua um nó para ajudar a lembrar de algo” (VYGOTSKY, 1991, p. 59). As palavras, ou signos, mediam a relação dos sujeitos com o mundo, possibilitando o desenvolvimento das funções psicológicas superiores.

A linguagem envolve um processo complexo de elaboração e de representação simbólica da realidade e é constituída por um sistema de signos; nesse sentido, aprender a linguagem escrita representa um salto no desenvolvimento do sujeito. No entanto, é importante salientar que a matemática possui linguagem própria, com elaborações e representações da realidade também próprias. Para que o aluno se aproprie da linguagem matemática, é necessária a linguagem materna para servir como elo intermediário.

A linguagem matemática escrita “promove modos diferentes e ainda mais abstratos de pensar, de se relacionar com [...] o conhecimento” (REGO, 1995, p. 68). Compreendendo linguagem como modo de comunicar ideias, a matemática, ao longo da história, a partir de processos de abstração, generalização e formalização, foi constituindo modos próprios de comunicar o conhecimento científico acumulado e desenvolvido. Na linguagem matemática

os símbolos constituem parte do registro escrito da matemática abreviando e designando com precisão e clareza os conceitos. No entanto, “as exigências de precisão pedem que o significado de cada símbolo ou de cada cadeia de símbolo esteja completamente definido e sem ambiguidades” (DAVIS; HERSH, 1985, p. 155).

Para que os estudantes apropriem-se do significado do conceito função quadrática, é importante que, por meio da produção de sentidos, se aproximem do seu real significado. Isso ocorre porque, por mais que um conceito esteja inserido em uma rede de significados estabelecidos social e historicamente, uma palavra carrega sentido “próprio e pessoal para cada um” (MOYSÉS, 1997, p. 39); por isso, “dependendo do contexto, uma palavra pode significar mais, ou menos, do que significaria se considerada isoladamente: mais, porque adquire um novo conteúdo; menos, porque o contexto limita e restringe o seu significado” (VYGOTSKY *op. Cit.*, p. 125 apud MOYSÉS, 1997, p. 40).

Então, dependendo do contexto em que se considera uma palavra, os sentidos mudam, sendo sentidos aquelas relações estabelecidas pelo sujeito conforme suas experiências subjetivas e níveis de profundidade diferentes em relação ao significado.

Embate entre conceitos científicos e espontâneos

A escola como uma instituição formal de ensino, por meio de ações do professor mediadas por conceitos científicos, é responsável pela formação integral dos sujeitos. A intencionalidade do professor mostra-se diretamente na forma com que organiza o ensino, possibilitando, ou não, aprendizagens. Segundo Cedro, Moura (2004), esta intencionalidade é concretizada por meio de atividades orientadoras de ensino² “que se estruturam de modo a permitir que os sujeitos interajam, mediados por um conteúdo, negociando significados” (Ibidem, p. 1). Desse modo, AC propôs uma situação problema aos estudantes:

Considere um retângulo de perímetro 20 m e responda as questões a seguir: a) Todos os retângulos de mesmo perímetro têm a mesma área? b) Caso não tenham a mesma área, existem algumas dimensões do retângulo que resultem em uma área máxima? (DANTE, 2013, p. 103).

(PL, 15/08/2016)

A partir dessa situação, AC organizou uma série de proposições/problematizações com o objetivo de possibilitar aos estudantes a elaboração de ideias atreladas ao conceito função

² A AOE “[...] consiste no plano mínimo da ação consciente na atividade educativa” (MOURA, 2004, p. 272). A AOE como atividade estrutura-se de forma “[...] a permitir que os sujeitos interajam, mediados por um conteúdo negociando significados, com o objetivo de solucionar coletivamente uma situação-problema [...]. A atividade orientadora de ensino tem uma necessidade: ensinar; tem ações: define o modo ou procedimentos de como colocar os conhecimentos em jogo no espaço educativo; e elege instrumentos auxiliares de ensino: os recursos metodológicos adequados a cada objetivo e ação (livro, giz, computador, ábaco, etc.). E, por fim, os processos de análise e síntese, ao longo da atividade, são momentos de avaliação permanente para quem ensina e aprende. (MOURA, 2001, p.155, grifo do autor). É, assim, “[...] uma proposta de organização da atividade de ensino e de aprendizagem que, sustentada pelos pressupostos da teoria histórico-cultural, se apresenta como uma possibilidade de realizar a atividade educativa tendo por base o conhecimento produzido sobre os processos humanos de construção de conhecimento” (MOURA et al., 2010, p. 208).

quadrática por meio da relação entre medida de perímetro e área, ou seja, considerando como contexto uma determinada superfície limitada por um polígono de forma retangular. Tais proposições/problematizações são reveladas em um excerto do DC.

- (1) **AC:** O que é largura?
 - (2) **E1:** É na horizontal, um comprimento, uma distância.
 - (3) **AC:** E o que é comprimento?
 - (4) **E1:** É na vertical.
 - (5) **AC:** Existe diferença entre comprimento e largura?
 - (6) **E1:** ...
 - (7) **E2:** Sim, porque largura é sempre na vertical, horizontal, e comprimento sempre na vertical.
 - (8) **AC:** Quando alguém fala “a cama é comprida”, esse alguém está se referindo à horizontal ou à vertical?
 - (9) **E2:** Está se referindo à vertical!
 - (10) **AC:** Mas e se eu olhar de lado a cama?
 - (11) **ESTUDANTES:** (Não responderam).
 - (12) **AC:** (Desenhou um retângulo no quadro) E o comprimento do retângulo?
 - (13) **E1:** No retângulo, a largura é sempre maior que o comprimento!
- (DC, Excerto 1;15/08/2016)

A análise do Excerto 1 (DC) leva a indicar que, para E1, o conceito comprimento está atrelado à ideia de vertical e horizontal, distanciando-se do conceito de grandeza e ou da medida da grandeza. Para Dolce; Pompeo (2013, p. 13), “à medida de um segmento dá-se o nome de comprimento do segmento”. Os sentidos elaborados pelos estudantes, revelados nesse excerto, estão enraizados em experiências concretas, ou seja, eles não estão pensando pelo significado conceitual de comprimento, e sim pelos sentidos particulares produzidos. Apresentam uma aproximação do significado pela resposta do turno (2) do Excerto 1 (DC), mas, pelos turnos (7), (9) e (13), percebe-se que o sentido por eles produzido está mais atrelado ao visual e espontâneo do que a processos de generalização e abstração.

Há fortes indícios de que o explicitado pelos estudantes distancia-se, assim, de elaborações conceituais, pois não são elaborações em níveis mais abstratos, estando mais atreladas ao imediatamente sensível, como exemplifica Rego (1995, p. 77-78):

A partir de seu dia-a-dia, a criança pode construir o conceito “gato”. Esta palavra resume e generaliza as características deste animal (não importa o tamanho, a raça, a cor etc.) e o distingue de outras categorias tal como livro, estante, pássaro. [...] na escola (provavelmente na aula de ciências), o conceito “gato” pode ser ampliado e tornar-se ainda mais abstrato e abrangente. Será incluído num sistema conceitual de abstrações graduais, com diferentes graus de generalizações: gato, mamífero, vertebrado, animal, ser vivo constituem uma seqüência de palavras que, partindo do objeto concreto “gato” adquirem cada vez mais abrangência e complexidade (REGO, 1995, p. 77-78).

A análise desse excerto possibilita pensar que, nesse momento, os estudantes permaneceram em elaborações no nível do senso comum. A AC não problematizou a situação de forma a promover junto aos estudantes um embate entre os conceitos espontâneos e o conceito científico comprimento. O excerto revela que não houve intervenções docentes que possibilitassem a compreensão de comprimento como uma grandeza física escalar fundamental, elevando o nível de sistematização pelos estudantes.

Os Excertos 2 e 3 (DC) complementam o Excerto 1 (DC), e as análises indicam aproximações entre os sentidos produzidos pelos estudantes e o significado do conceito função quadrática a partir do contexto considerado.

(14) **AC:** Olhem a representação $10 - l = c(l)$ que construímos considerando o problema inicial, a partir das questões propostas. (Figura 1 apresenta questões propostas para explorar os dados apresentados na situação problema e representações realizadas pelo estudante A1).

(15)

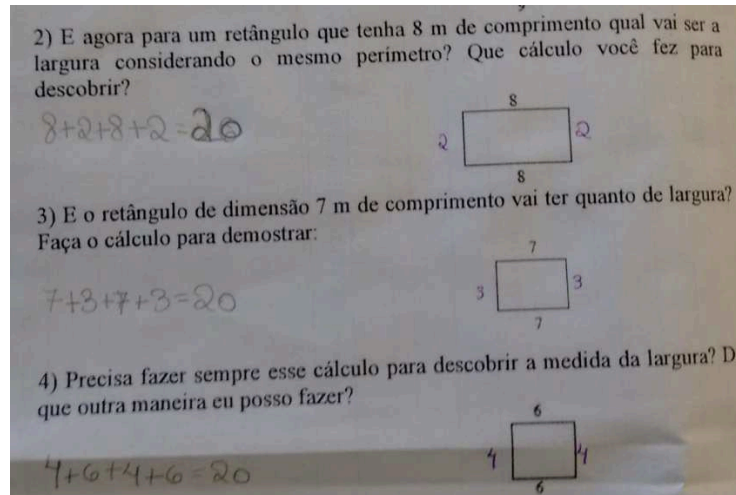


Figura 1 – Representação de diferentes retângulos de perímetro 20 m

Fonte: Caderno de A1

(16) **AC:** Vocês alguma vez já viram algo parecido com esta representação?

(17) **E1:** Sim. É função?!

(18) **AC:** Isso, vocês já aprenderam, não é? Sabem me dizer qual, nesta representação, é a variável independente e a variável dependente?

(19) **E1:** “l” é a independente?

(20) **AC:** Isso. E a dependente?

(21) **E1:** Comprimento.

(Trabalharam-se mais exercícios com os alunos nessa linha de investigação).

(22) **E2:** Quando a senhora vai trabalhar [...] a função de segundo grau?

(23) **AC:** Bem, já estamos trabalhando.

Vários estudantes demonstraram surpresa.

(24) **AC:** Logo vocês vão entender por quê!

(25) **E3:** Na função de segundo grau, nós vamos ter que calcular área?

(26) **AC:** É quase isso. A função de segundo grau também pode ser chamada de função **quadrática** [ênfase dada no momento da fala]. Tentem relacionar esse nome com o que estamos fazendo.

(27) **E2:** Então, vamos calcular quadrado? Área?

(DC, Excerto 2; 19/08/2016)

Os Excertos 1 e 2 (DC) são recortes das discussões ocorridas em aula que consideram o contexto do problema envolvendo área máxima de uma forma retangular. Possibilitaram aos alunos a mobilização de noções por eles já elaboradas. Segundo Fontana (1993, p. 125), “frente a um conceito sistematizado desconhecido, a criança busca significá-lo através de sua aproximação com outros já conhecidos, já elaborados e internalizados” (apud REGO, 1995, p. 78). Ou seja, para que o aluno produza sentidos sobre o conceito função quadrática em nível conceitual próximos à definição apresentada no início da unidade, é necessário considerar conceitos já elaborados por ele, que podem ser espontâneos e/ou científicos, e possibilitar o

estabelecimento de relações cada vez mais próximas das relações dos conceitos científicos. O estudante, pode, dessa forma, aproximar-se mais do real significado do conceito.

No Excerto 2 (DC), os estudantes já estavam utilizando o conceito comprimento de uma forma mais complexa que a usada no Excerto 1 (DC), como uma variável, mas o que chama a atenção são os turnos (24) e (26), pois os alunos perguntam se, no estudo de função de segundo grau, serão feitos cálculos de área. Na Figura 2 há dois registros de dois alunos, E2 e E3, que representam a resposta à pergunta *Porque $f(x) = -x^2 + x + 1$ e $f(x) = 2x^2$ são funções quadráticas?*. As perguntas levantadas nos turnos (24) e (26) e as respostas dos estudantes para o porquê de uma função ser quadrática, da Figura 2, podem indicar que o conceito função ainda encontra-se em nível de senso comum pelos estudantes, como sendo mais um cálculo a ser realizado em matemática, e não como um modelo matemático capaz de representar o estudo de um determinado comportamento entre duas grandezas variáveis.

E2)
 E3)

Figura 2 – Justificativa de dois estudantes para função quadrática.
Fonte: registro do E2, E3, 19/08/2016

Os sentidos atribuídos para função quadrática pelos alunos não estão errados, mas é importante salientar que, se a AC tivesse se satisfeito com essas respostas, o ensino escolar não teria desempenhado seu papel na formação dos conceitos. De acordo com Rego (1995, p. 79):

[...] o pensamento conceitual é uma conquista que depende não somente do esforço individual, mas principalmente do contexto em que o indivíduo se insere [...] se o meio [...] não desafiar, exigir e estimular o intelecto [...] esse processo poderá se atrasar ou mesmo não [...] conquistar estágios mais elevados de raciocínio (REGO, 1995, p. 79).

Por isso a importância de o professor estimular o pensamento conceitual e desafiar o aluno cada vez mais. Esse exercício constante de desafiar pode ampliar as possibilidades de promover embates entre conceitos espontâneos e científicos. De certa forma, ao apresentar um problema que envolva o conceito área aos alunos e posteriormente associá-lo à função, a AC provocou uma desestabilização nas elaborações já sistematizados pelos estudantes relacionadas ao conceito função e área. Eles foram provocados a perceber que, pela representação funcional, é possível relacionar as grandezas comprimento e área e que, desse modo, é possível analisar essas grandezas indo além do campo geométrico, sendo inseridas no campo algébrico e aritmético.

O contexto e as proposições da AC introduziram os estudantes na construção desse conceito, mas “o processo de formação de conceitos [...] é longo e complexo, pois envolve operações intelectuais”, e, “para aprender um conceito, é necessário, além das informações recebidas do exterior, uma intensa atividade mental por parte da criança”. Portanto, o conceito

“não é aprendido por meio de um treinamento mecânico, nem tampouco pode ser meramente transmitido pelo professor ao aluno” (REGO, 1995, p. 78).

Entende-se que as proposições da AC que geraram o Excerto 3 (DC) foram relevantes na significação do conceito função quadrática pelos estudantes. Com base na análise do planejamento, relata-se essa proposição para, na sequência, apresentar-se o Excerto 3 (DC).

Para o estudo da parábola com os estudantes, a AC propôs uma atividade de dobradura onde a parábola se forma mediante a reta diretriz e o foco; porém, como os alunos ainda não haviam trabalhado com os conceitos supracitados, a AC forneceu os pontos azuis e vermelho (Figura 3). Os pontos azuis foram colocados sobre a reta diretriz, e o vermelho é o foco da parábola. A AC também traçou dois eixos perpendiculares. No eixo horizontal, ela marcou números correspondentes aos comprimentos possíveis para um dos lados de um retângulo de 20 m de perímetro, os quais foram testados (Figura 1) com os alunos como respostas do problema inicial (PL, 15/08/2016). No eixo vertical, ela marcou os números correspondentes às áreas possíveis desses retângulos de 20 m de perímetro. A AC dispôs de tal forma esses números nos dois eixos que, no momento em que se traçassem coordenadas, cada número correspondente ao lado do retângulo estaria formando um par ordenado com a área correspondente quando o lado do retângulo valesse aquela mesma abscissa. O ponto vermelho do foco foi colocado naquele lugar em específico para que, no momento da dobradura, a parábola que se originasse coincidissem com os pares ordenados originados pelos números escritos nos eixos.

O objetivo da atividade foi possibilitar aos estudantes a construção geométrica da representação do problema inicial e ao mesmo tempo estimular o exercício da discussão em sala de aula sobre, por exemplo, em qual dos eixos estava representada a grandeza independente e em qual estava a grandeza dependente, ou ainda, investigar e perceber a equidistância de um ponto sobre a parábola do foco e da reta diretriz. O Excerto 3 (DC) revela proposições que possibilitaram aos estudantes o embate entre os conceitos espontâneos, carregados pelos alunos, e os científicos.

(28) **AC:** (Atividade da dobradura para construção da parábola: unindo cada um dos pontos azuis ao ponto vermelho e marcando a intersecção da dobradura com a reta do ponto azul unido (Figura 2), é possível perceber que uma figura geométrica (parábola) está se formando a partir daqueles pontos (Figura 3).

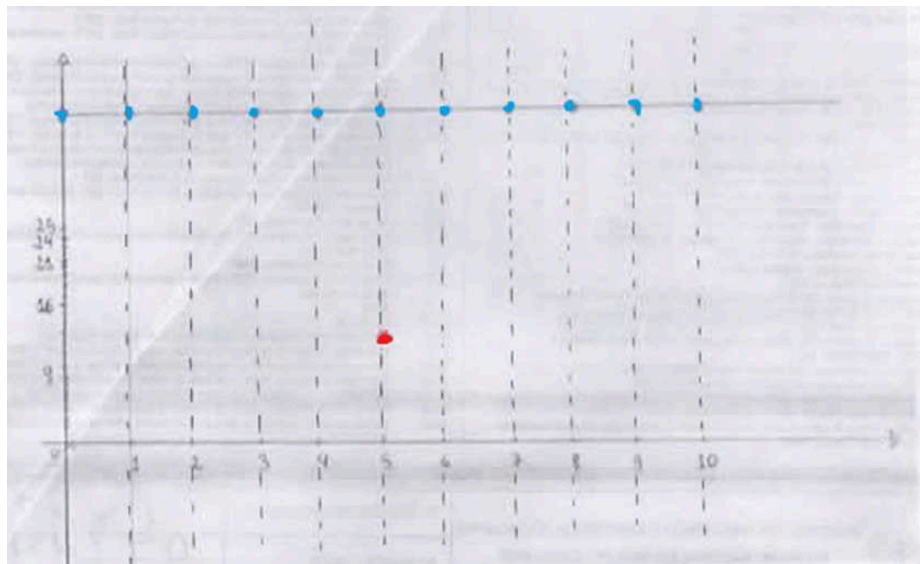


Figura 3 – Plano α contendo ponto F, em vermelho, e pontos pertencentes à reta d, em azul
Fonte: Material produzido por AC.

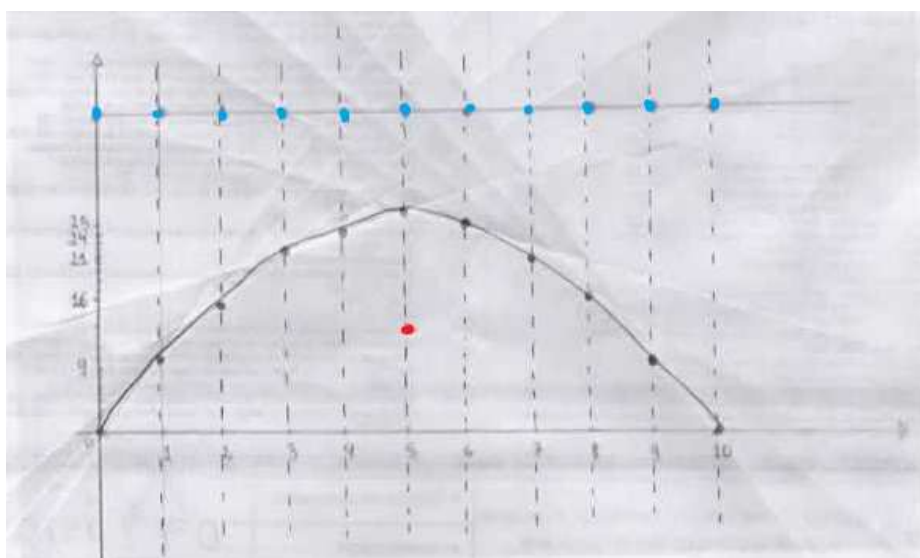


Figura 4 – Conjunto de pontos que estão à mesma distância do ponto F e da reta d
Fonte: Material produzido por AC.

Alunos durante a atividade da dobradura.

(29) **E2:** “Profe”, vai dar errado!

(30) **AC:** Por quê?

(31) **E2:** Por que não vai dar uma reta!

(32) **AC:** Ah ... E será que tem que dar uma reta?

(33) **E2:** Mas não tem que dar uma reta?

(34) **E4:** Não, vai dar uma circunferência... Pela metade.

(35) **AC:** Agora vocês percebem a diferença para a função afim? Para a função de primeiro grau?

(36) Vários estudantes...

(37) **AC:** Qual a diferença dessa representação gráfica para o gráfico da função de primeiro grau?

(38) **E3:** Aquele é uma reta, e esse é... Uma circunferência?!

(39) **AC:** Sim, essa é uma curva diferente da reta, mas não é uma circunferência. Que curva é essa? O que ela tem de diferente?

(40) **E3:** Os valores se repetem.

(41) **AC:** [Mostrando a generalização a que se chegou junto com os alunos] $A(x) = -x^2 + 10x$ O que tem nesta expressão que é diferente da expressão da função afim?

(42) **E4:** O dois lá?

(43) **AC:** E3, procura para nós na internet o que significa quadrática.

(44) **E3:** [O aluno utiliza o celular para pesquisar na internet]. [...] valor elevado ao quadrado [...].

- (45) **AC:** [Analisando a expressão $A(x) = -x^2 + 10x$ com os estudantes] O termo que está elevado ao quadrado corresponde à variável dependente ou independente?
(46) **E4:** Independente.
(DC, Excerto 3: 25/08/2016)

Nestes dois últimos excertos (DC), é possível identificar sentidos que os alunos produziram para o termo quadrática do conceito função quadrática: segundo os turnos (24) e (26), os estudantes associaram a função quadrática ao signo (palavra) área; segundo o turno (41), os estudantes associaram o expoente 2 à função quadrática. De acordo com o significado de função quadrática, definido no início da unidade, os estudantes atribuíram sentidos próximos ao significado dado socialmente ao referido conceito.

O nível de aprofundamento de um significado relaciona-se aos sentidos produzidos em diferentes contextos. Dessa forma, possibilitar a imagem no campo geométrico implica produção de novos sentidos pelos alunos para a ampliação do nível do significado. Assim, a análise dos turnos (26) a (37) ratifica a ampliação da relação entre os sentidos estabelecidos entre o campo analítico e o campo geométrico, pois o contexto matemático foi outro para o mesmo objeto matemático.

As análises indicam, ainda, que o contexto geométrico possibilitou que os estudantes percebessem a relação entre as variáveis, identificando o tipo de função. Ou seja, como eles já haviam aprendido função afim e como tinha sido a única função estudada que tinham representado no campo geométrico, espontaneamente relacionaram ao signo função, a reta. A análise do Excerto 3 (DC) indica que os alunos atribuíram sentidos da correspondência afim para o conceito função, logo, a função quadrática, sendo função, teria sua representação na forma de reta. Isso porque, “ao se deparar com um novo conceito, a criança busca seu significado por meio de uma aproximação de um conceito já internalizado, já apropriado por ela” (MENDONÇA; MILLER, 2006, p. 135).

Assim, reta e função, no contexto escolar, não podem ser entendidos como conceitos espontâneos, construídos pelos alunos a partir do seu dia a dia intuitivamente. Essas ideias intuitivas, no embate com o conceito função quadrática, passam a representar para o aluno a base a partir da qual este buscou significar função quadrática, pois “os conceitos espontâneos constituem a base dos conceitos científicos, e estes, uma vez assimilados, permitem a formação de novos conceitos espontâneos” (MENDONÇA; MILLER, 2006, p. 135).

A proposta da AC, então, possibilitou que os estudantes tomassem consciência do seu próprio processo mental, na perspectiva de “propiciar às crianças um conhecimento sistemático sobre aspectos que não estão associados ao seu campo de visão ou vivência direta (como no caso dos conceitos espontâneos)” (REGO, 1995, p. 79). Justamente por AC não ter mencionado que a representação da função quadrática seria diferente, o fato de os alunos se

darem conta de sua generalização equivocada a respeito da representação geométrica de uma função foi o que os chocou - turno (28).

O conceito função quadrática inserido numa rede de relações conceituais

Na subunidade anterior ressaltou-se, entre outros aspectos, de, no processo de significação conceitual, possibilitar aos estudantes o estabelecimento de relações conceituais. É nessa perspectiva que a presente subunidade adquire importância, pois objetiva compreender como as relações conceituais (sejam entre conceitos científicos e/ou conceitos científicos e espontâneos) são relevantes no processo de formação do conceito função quadrática.

O ser humano tem a capacidade de dominar o meio externo e com isso desenvolver cultura e pensamento. Isso só é possível porque ele é o único ser capaz de desenvolver as funções psicológicas superiores (linguagem, escrita, cálculo, desenho, entre outros). Todas estas desenvolvem-se com e a partir do conceito, que é um mediador cultural. Dessa forma, “sem o pensamento em conceitos, é impossível a consciência do ser humano” (MENDONÇA; MILLER, 2006, p. 128). Ou seja, os conceitos são desenvolvidos a partir das operações intelectuais, ao passo que as funções psicológicas superiores são desenvolvidas com e a partir de elaborações em nível conceitual.

A elaboração conceitual, de acordo com Fontana (1996), é uma forma superior de ação consciente, um modo culturalmente desenvolvido de os indivíduos refletirem cognitivamente suas experiências. Resulta de processos de análise (abstração) e de síntese (generalização) dos dados sensoriais, o qual é mediado pela palavra e nela materializado. Porém, como destaca Battisti (2016, p. 118)

[...] tal elaboração não se desenvolve naturalmente; é objetivada nas condições reais de interação, tendo no contexto de ensino formal uma orientação deliberada e explícita no sentido da apreensão, pelo estudante, de conhecimentos sistematizados/científicos.

Como a elaboração conceitual constitui-se a partir de dois planos, o interpsicológico e intrapsicológico, enquanto professora, AC tinha como possibilitar, por meio do ensino, o estabelecimento de processos de aprendizagem, para que os estudantes pudessem operar com os próprios processos psíquicos. Mas o significado do conceito função quadrática para AC é diferente do significado do conceito função quadrática que os alunos sistematizaram, porque um conceito é sempre uma generalização; logo, ele passa a ser usado como signo em outros contextos já sistematizados pela pessoa. “Nesse sentido, cada conceito que o indivíduo internaliza, mobiliza a reelaboração de vários conhecimentos já apropriados” (MENDONÇA; MILLER, 2006, p. 131). Desse modo, as relações que cada sujeito estabelece são diferentes.

De fato, cada pessoa elabora um conceito de maneira única, mas o que não se deve perder é que o conceito científico é resultado de um longo processo de relações sócio-históricas. Um objeto possui um conhecimento duradouro e profundo construído, e, independentemente das relações que serão construídas para esse conceito, existe uma série de relações próprias já sistematizadas historicamente que o caracterizam como tal. Para que a pessoa tome consciência desse conceito científico, é necessário estabelecer essas relações próprias do conceito.

Com o problema de área, dos Excertos 1 e 2 (DC), a AC possibilitou um contexto para que as relações constitutivas do conceito função quadrática fossem exploradas. Foi um contexto em que os estudantes teriam uma base para apoiar-se na construção do novo conceito. “Os conceitos espontâneos constituem a base dos conceitos científicos, e estes, uma vez assimilados, permitem a formação de novos conceitos espontâneos” (MENDONÇA; MILLER, 2006, p. 135); o contexto área foi onde muitos conceitos ganharam forma ao longo da história da matemática (CARAÇA, 1998).

Houve, ainda, outros dois contextos matemáticos importantes em que a AC possibilitou que os estudantes produzissem sentidos, estes revelados nos Excertos 2 e 3 (DC). No caso, os contextos algébrico e geométrico, nos quais os estudantes relacionaram função quadrática na expressão algébrica ($A(x) = -x^2 + 10x$) e geométrica - parábola. A expressão da função de primeiro grau e a representação na forma de reta também foram mobilizadas, pois são conceitos já por eles generalizados e serviram como referência. Os estudantes buscaram significar os conceitos novos mediante aproximação com esses já conhecidos (FONTANA, 1993, apud REGO, 1995).

É possível verificar algumas das relações elaboradas pelos alunos acerca do conceito função quadrática a partir de uma atividade em que a AC orientou os estudantes a construírem uma espécie de mapa conceitual³ (Figura 5), relacionando palavras que eles percebessem que tinham relações entre si e com função quadrática.

³ Novak (1981).

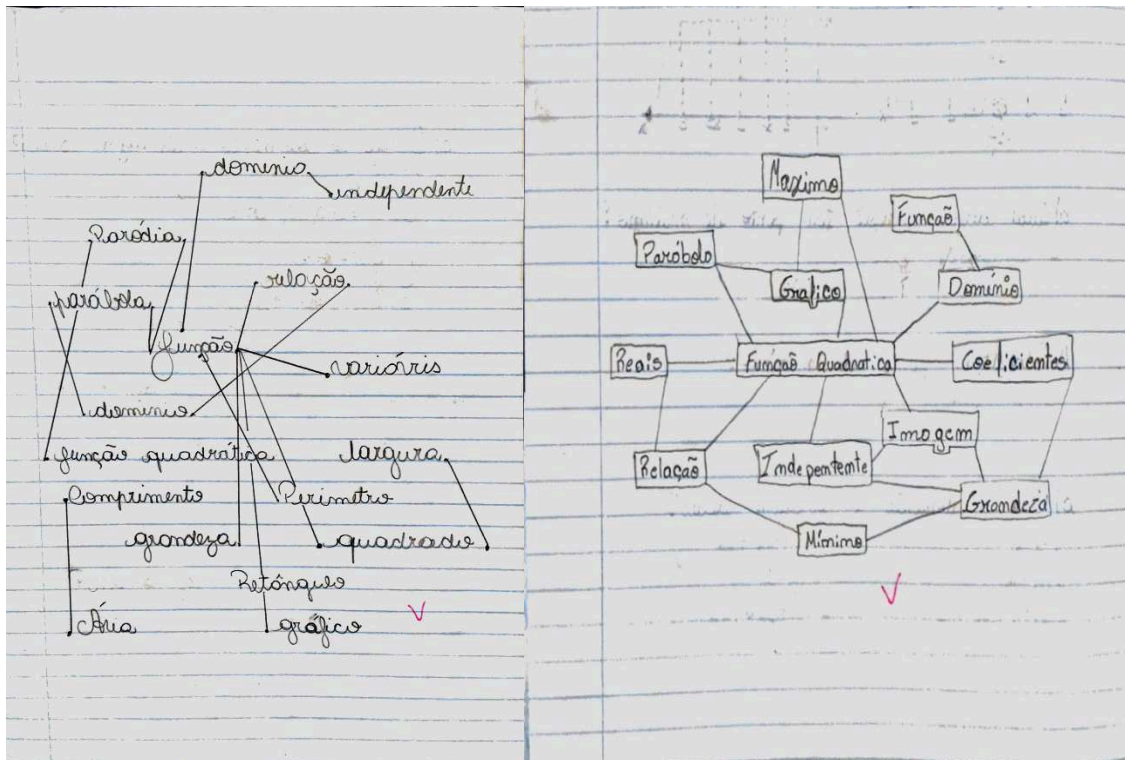


Figura 5 – Mapa conceitual do conceito função quadrática construído pelos estudantes

Fonte: Registro do E4 e do E5, 12/09/2016.

Segundo a perspectiva vygotskyana, todo conceito é sempre uma generalização e uma palavra também é uma generalização (MENDONÇA; MILLER, 2006, p. 130); assim, toda palavra é um conceito. O pensamento em conceitos implica uma compreensão maior da realidade, e utilizar uma palavra tendo consciência da série de relações e conexões por trás dela significa elaborar “uma nova forma de compreensão da prática social” (MENDONÇA; MILLER, 2006, p. 132) e de si mesmo, pois, cada vez que o indivíduo organiza a estrutura de um novo conceito, está transformando as estruturas de todos os conceitos anteriores; assim, o significado das palavras evolui a cada novo conceito estabelecido.

Pela produção dos alunos ilustrada na Figura 5, é possível indicar que o conceito função quadrática aparece representado na consciência desses alunos como uma figura sobre o fundo de relações comuns (MENDONÇA; MILLER, 2006), como perímetro, grandeza, domínio, imagem, comprimento. Ou seja, essas palavras já haviam sido generalizadas em outro momento da vida escolar desses alunos, mas, com o domínio do novo conceito função quadrática, elas foram mobilizadas e reelaboradas a partir de outra perspectiva e de novas relações estabelecidas.

A atividade apresentada na Figura 5 possibilitou que os estudantes organizassem as elaborações e relações estabelecidas ao longo das aulas; a tomada de consciência dessas poderia ter ocorrido em outros momentos, mas foi neste que os estudantes colocaram de uma forma clara o que estavam elaborando. Para Vygotsky, tomar consciência das relações elaboradas numa estrutura lógica orientada por meio da palavra, relacionando seus vários significados caracteriza-se como uma operação intelectual fundamental para o

desenvolvimento do conceito. Isto é, um conceito se estabelece no indivíduo quando este toma consciência dele e lhe dá uma configuração lógica.

A zona de desenvolvimento proximal e o processo de internalização pelos estudantes

Após a análise da formação do conceito função quadrática pelos estudantes por meio do estabelecimento de relações conceituais considerando o embate dos conceitos científicos e espontâneos, fica a pergunta: quais elementos/aspectos foram fundamentais nesse processo? A zona de desenvolvimento proximal é um importante elemento teórico da abordagem histórico-cultural que contribui na compreensão de processos de aprendizagem e de ensino. Os estudantes tinham entendimentos a respeito de função e função afim; inclusive, apoiaram-se nessas elaborações para buscar compreensão de função quadrática quando AC os colocou diante de três diferentes contextos matemáticos. Logo, os conceitos função e função afim serviram como “sementes”, e o conceito função quadrática estava posto como “broto”, uma vez que eram conceitos que ainda podiam ser desenvolvidos e que os estudantes ainda não utilizavam sozinhos. Pela teoria vygotskyana (VYGOTSKY, 1991, p. 97), a zona de desenvolvimento proximal:

é a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes (VYGOTSKY, 1991, p. 97).

Ou seja, sozinho o estudante não consegue elevar o nível significação de um determinado conceito, é necessária a colaboração de alguém mais capaz. Deste modo, retomando os Excertos 1, 2 e 3 do DC, é possível verificar que a AC, em alguns momentos, atuou na ZDP, dirigindo “as ações na sala de aula de um modo apropriado ao nível adequado do desenvolvimento do indivíduo” (CEDRO, 2013, p. 4), propôs um problema de área máxima (PL, 15/08/2016) cuja resolução resultaria numa função quadrática. Os estudantes já tinham algumas ideias sobre função quadrática; segundo o Excerto 3, eles se baseavam no que já conheciam de função e função afim para pensar função quadrática. Porém, observando-se os turnos (24) e (26), percebe-se que a atuação da AC se fez na ZDP, pois ela partiu dessa ideia de área relacionada à função quadrática que os alunos tinham e organizou o ensino de forma a possibilitar o desenvolvimento dessa ideia em etapas de abstração cada vez mais complexas.

A AC atuou nessa zona, pois a aprendizagem só acontece dentro dessas zonas quando a organização da aprendizagem conduz ao desenvolvimento mental. O professor precisa perceber as zonas em que os alunos se encontram, percebendo onde cada conceito se encontra, se no nível real ou potencial, e a partir disso deve organizar o ensino de maneira a

possibilitar que o estudante elabore tal conceito, desenvolvendo-se ao mesmo tempo por meio de aprendizagens.

Deste modo, a intencionalidade do professor na sala de aula, por meio de suas ações e intervenções, pode possibilitar, “mediados pelas diversas formas de linguagem [...] a apropriação dos conhecimentos teóricos e a [...] transformação do estudante ao inseri-lo em um processo de troca de significados” (CEDRO, 2013, p. 5). Eis aqui um importante elemento teórico para a atuação do professor na zona de desenvolvimento proximal, pois na sala de aula o professor assume o papel de adulto mais capaz, segundo perspectiva vygotskyana, e por isso precisa ter clareza de seu papel no processo de ensino para que processos de aprendizagem se estabeleçam.

Contudo, o professor não é capaz de realizar o processo de desenvolvimento do conceito pelo estudante, pois existem duas etapas nesse processo: o interpsicológico e o intrapsicológico. O professor atua no primeiro momento, já que “todas as funções superiores originam-se das relações reais entre indivíduos humanos” (VYGOTSKY, 1991, p. 64). A internalização dos conceitos parte das relações estabelecidas no social, e é no momento interpsicológico da aprendizagem que o professor pode “trabalhar com o aluno”, “explicar e dar informações”, “questionar e corrigir”, formular as perguntas que irão provocar o desequilíbrio na estrutura cognitiva do aluno, fazendo-o avançar no sentido de uma reestruturação mais elaborada (MOYSÉS, 1997, p. 37).

A etapa intrapsicológica acontece no interior de cada aprendiz. Então, nela, nenhum professor consegue intervir diretamente, pois cada sujeito internaliza um conceito de uma maneira, considerando significados já internalizados e contextos diferentes com relações conceituais também diferentes, estabelecidas conforme experiências individuais.

No entanto, existem meios de perceber ideias elaboradas/sistematizadas pelo estudante. Um deles seria possibilitar que o aluno explicitasse os sentidos produzidos, seja por meio da fala, da produção de relatórios ou outros registros, que permitem ao professor “detectar se está havendo, no plano intrapsicológico, uma reestruturação das relações que ocorreram no âmbito interpsicológico” (MOYSÉS, 1997, p. 38).

A análise dos turnos (24) e (26) do Excerto 2 indica a dúvida dos estudantes quanto ao que seria mesmo uma função quadrática, eles associavam função quadrática ao cálculo de área, ou seja, estavam entendendo função quadrática como sendo uma expressão qualquer que carregue um expoente quadrado, tanto é que, na Figura 2, um aluno definiu como sendo função quadrática uma expressão que contenha um “ x^2 ”. Significar um conceito científico implica tomar consciência dos “procedimentos analíticos, iniciados por uma definição verbal, envolvendo operações mentais de abstração e generalização” (MENDONÇA; MILLER, 2006, p. 134), ou seja, implica assimilar que o conceito científico carrega uma complexidade

desenvolvida por meio da cultura de diferentes épocas da humanidade, de forma organizada e sistemática. Dessa maneira, verificar se uma função é quadrática ou não, significa ter um nível intelectual que permita o cuidado com a complexidade do conceito científico.

Vários aspectos/elementos intervieram de forma a auxiliar os estudantes na significação do conceito função quadrática. Mas a forma como a AC atuou na zona de desenvolvimento proximal desses alunos, com outras formas de representação da função quadrática ajudou-os a produção de sentidos, servindo para o desenvolvimento de fato. Assim, segundo Vygotsky (*et al.* 1988, p. 115 apud MOYSÉS, 1997, p. 34-35):

[...] a aprendizagem não é, em si mesma, desenvolvimento, mas uma correta organização da aprendizagem da criança conduz ao desenvolvimento mental, ativa todo um grupo de processos de desenvolvimento, e esta ativação não poderia produzir-se sem a aprendizagem. Por isso a aprendizagem é um momento intrinsecamente necessário e universal para que se desenvolvam na criança essas características humanas não-naturais, mas formadas historicamente (VYGOTSKY *et al.* 1988, p. 115 apud MOYSÉS, 1997, p. 34-35).

Elevando o nível conceitual dos estudantes, AC contribuiu também no processo de desenvolvimento cognitivo desses alunos. Ela proporcionou isso porque trabalhou com atividades que necessitavam cada vez mais de generalizações, como com o caso do estudo analítico de função quadrática.

Toda função pode ser associada à equação, sendo que se chama equação algébrica um polinômio inteiro igual a zero, ou seja, toda igualdade da forma $P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n = 0$ (CARAÇA, 1998, p. 134). Portanto, se $f(x) = 0$, a equação do segundo grau $ax^2 + bx + c = 0$ admite duas soluções, que são chamadas de zeros ou raízes da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ (IEZZI, 1977, p. 126), e existem também números de máximo e mínimo que são interpretados geometricamente com o ponto de vértice, ou eixo de simetria. Toda essa análise só pode ser feita se o sujeito já generalizou conceitos como de função e equação, pois é um trabalho abstrato. Para a interpretação geométrica dessa análise analítica, o aluno também precisa ter generalizado o conceito de parábola e de plano e coordenada cartesiana. Na Figura 6, o aluno E4 operou com a equação associada a uma determinada função para encontrar as raízes e ponto de máximo e mínimo; posteriormente, representou esses valores num plano cartesiano.

$1) \quad x_v = -\frac{b}{2a}$
 $x_v = -\frac{-2}{2 \cdot 1} = -\frac{-2}{2} = -1 // e$
 $x_v = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
 $x_v = \frac{-(-2) \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm 4}{2}$
 $x' = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3 // e$
 $x'' = \frac{2-4}{2} = \frac{-2}{2} = -1 // e$
 $y = x^2 + 2x - 3$
 $y = 0^2 + 2 \cdot 0 - 3$
 $y = 0 + 0 - 3$
 $y = -3 // e$

$\Delta = b^2 - 4ac$
 $\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)$
 $\Delta = 4 + 12$
 $\Delta = 16 //$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
 $x = \frac{-(-2) \pm 4}{2}$
 $x' = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3 // e$
 $x'' = \frac{2-4}{2} = \frac{-2}{2} = -1 // e$

$y = x^2 + 2x - 3$
 $y = 0^2 + 2 \cdot 0 - 3$
 $y = 0 + 0 - 3$
 $y = -3 // e$

The image also shows a graph of the parabola $y = x^2 + 2x - 3$ on a Cartesian coordinate system. The parabola opens upwards, with its vertex at $(-1, -4)$. The x-axis has tick marks from -4 to 4, and the y-axis has tick marks from -4 to 4. The parabola intersects the x-axis at $(-3, 0)$ and $(1, 0)$, and the y-axis at $(0, -3)$.

Figura 6 – Resolução de equação de segundo grau e análise de mínimo de função quadrática

Fonte: Registro do E4.

Afirmar que o E4 internalizou de fato os conceitos de função, função quadrática, equação, parábola, plano e coordenada cartesiana não é possível, pois, como já mencionado, um professor não tem acesso ao plano intrapsicológico. Contudo, é possível estimar que essa outra forma de tratar do conceito função quadrática (pela análise analítica) os auxiliou no processo de internalização do conceito por possibilitar o estabelecimento de novas relações e a generalização das palavras de uma maneira mais complexa.

Considerações finais

Considerando que a aprendizagem de conceitos científicos auxilia no desenvolvimento das funções psicológicas superiores, a escola é responsável direta na formação dos cidadãos ao desafiar os estudantes à aprendizagem dos conceitos científicos. Nessa perspectiva, o presente estudo buscou analisar a significação do conceito função quadrática pelos estudantes a partir de elementos da teoria de Vygotsky. Segundo as análises realizadas, há indícios de que houve significação do conceito função quadrática pelos estudantes, pois, a partir da primeira atividade da área do retângulo os estudantes associaram função quadrática ao campo geométrico, mais especificamente a ideia de área, e com a atividade de dobradura para a construção da parábola a significação que considerou o campo geométrico ampliou o nível dos sentidos produzidos acerca do referido conceito.

Houveram momentos em que a AC atuou na zona de desenvolvimento proximal, de forma a elevar o nível do significado do conceito função e função quadrática dos estudantes, mesmo que alguns conceitos e ideias pudessem ter sido melhor explorados. Pode-se citar o caso da ideia de comprimento e de largura, que poderia ter sido tratada de forma a elevar o nível de significado dos estudantes, possibilitando a qualificação das relações estabelecidas entre o conceito comprimento e área ao conceito de função quadrática.

O presente estudo possibilitou a ampliação de entendimentos sobre o ensino e a aprendizagem, uma vez que todo conceito se desenvolve em dois planos: interpsicológicos e intrapsicológicos. Por isso, o professor tem parte da responsabilidade da aprendizagem, pois consegue interferir no plano interpsicológico a partir da organização de um ensino que conduz à aprendizagem e, assim, ao desenvolvimento mental de seus alunos.

Do mesmo modo, a partir do elemento teórico zona de desenvolvimento proximal, ampliaram-se compreensões da formação de conceitos. A formação dos conceitos acontece no sentido de que o significado de um conceito para o estudante sempre pode ser elevado a um nível maior do que aquele em se encontra, ou seja, é sempre possível colocá-lo como um “broto” e, a partir de atividades que consideram o plano interpsicológico, possibilitar que se desenvolva no intrapsicológico para deixar de ser “broto” e colocar-se na zona de desenvolvimento real.

Ao final do estudo, pode-se dizer que o registro de um aluno não é suficiente para concluir se este generalizou o conceito e produziu as relações que o conceito já tem posto ao longo de seu desenvolvimento com e a partir da história da humanidade. Juntamente com a explicitação dos sentidos produzidos por meio da fala, é possível ter alguns indicativos das relações e generalizações que o aluno vai desenvolvendo no intrapsicológico, uma vez que toda palavra é uma generalização que carrega significado e que, dependendo do contexto, tem sentidos diferentes.

Um conceito é um signo na construção de outro conceito, como é o caso de função. Função é um conceito com significado e relações próprias, mas no conceito função quadrática a palavra que acompanha *quadrática* é o próprio conceito *função*, aqui posto como um signo, uma palavra com significado já estabelecido. Para o estudante, existe relação entre os conceitos espontâneos e científicos, sendo que o primeiro surge do dia a dia, das percepções que uma pessoa tem das coisas, sem uma estrutura científica, e o segundo é decorrente de um estudo organizado, sistematizado e intencional. O conceito científico não surge de modo espontâneo, mas para sua formação os conceitos espontâneos servem como base. Eles se encontram interligados na formação de um conceito, pois todo conceito está inserido numa rede de relações.

A zona de desenvolvimento proximal é um importante elemento teórico para a organização do ensino, possibilitando entendimentos da aprendizagem e da formação dos conceitos. Entender que a aprendizagem acontece sempre em dois momentos (inter e intra) é relevante nas aulas de matemática, pois geralmente a matemática é considerada como área e disciplina que não têm espaço para discussão. Entretanto, segundo a teoria vygotskyana, em toda e qualquer área são necessárias discussões e debates para que os conceitos sejam reelaborados no plano intrapsicológico, considerando o interpsicológico.

Referências

- BRASIL. M. E. S. E. B. *Orientações curriculares para o ensino médio - Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Brasília: 2006.
- CARAÇA, B. de J. *Conceitos Fundamentais da matemática*. 4.ed. Lisboa: Gradiva, 1998.
- CEDRO, W. L. A Organização do ensino na teoria histórico-cultural: discutindo a pesquisa e a atividade de pedagógica do professor que ensina matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11, 2013. *Anais ...Curitiba*, 2013.
- CEDRO, W. L.; MOURA, M. O. de. O espaço de aprendizagem e a atividade de ensino: o clube de matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2004. *Anais...* Recife, 2004.
- DANTE, L. R. *Matemática: contexto & aplicações*. – 2. Ed. – São Paulo: Àtica, 2013.
- DAVIS, P. J.; HERSH, R. *A experiência matemática*. 2. Ed. Tradução de João Bosco Pitombeira. Rio de Janeiro: F, Alves, 1985.
- DOLCE, O.; POMPEO, J. N. *Geometria plana*. – 9. Ed. – São Paulo: Atual, 2013.
- FONTANA, R. A. C. *Mediação pedagógica na sala de aula*. Campinas: Autores Associados, 1996.
- IEZZI, G.; MURAKAMI, C.; DOLCE, O.; HAZZANI, S. *Fundamentos de matemática elementar*. São Paulo: Atual Ed., 1977.
- MENDONÇA, S. G. de L.; MILLER, S. (Orgs.). *Vygotski e a escola atual: fundamentos teóricos e implicações pedagógicas*. Araraquara, SP: Junqueira&Marin, 2006.
- MOYSÉS, L. *Aplicações de Vygotsky à Educação matemática*. Campinas, SP: Papirus, 1997. (Coleção Magistério: Formação e Trabalho Pedagógico).
- MOURA, M. O. de. *A atividade de ensino como ação formadora*. In: CASTRO, A. D.; CARVALHO, A. M. P. de (Org.) *Ensinar a ensinar: Didática para a Escola Fundamental e Média*. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2001. p. 143-162.
- MOURA, M. O. de. *Pesquisa colaborativa: um foco na ação formadora*. In: BARBOSA, R. L. L. (Org.) *Trajetórias e perspectivas da formação de educadores*. São Paulo: Editora UNESP, 2004. p. 257-284.

MOURA, M. O. de; ARAÚJO, E. S.; MORETTI, V. D.; PANOSSIAN, M. L.; RIBEIRO, F. D. *Atividade orientadora de ensino: unidade entre ensino e aprendizagem*. Rev. Diálogo Educ., Curitiba, v. 10, n. 29, p. 205-229, jan./abr. 2010.

NOVAK, J. D. *Uma teoria da educação*. São Paulo: Pioneira Editora, 1981

REGO, T. C. *Vygotsky: uma perspectiva histórico-cultural da educação*. Petrópolis, RJ: Vozes, 1995.

RUEDELL, A.; ALLES, L.; VIEIRA, M. A., KINN, V. G.; COSSETIN, V. L. F. *Filosofia e ética*. Ijuí: Ed. Unijuí, 2014. 184 p.

VYGOTSKY, L. V. *A Formação social da mente*. Tradução de José Cipolla Neto, Luis S. M. Barreto, Solange C. Afeche. 4.ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

SOBRE AS AUTORAS

LUIZA DE PAULA GHISLENI. Licencianda em Matemática pela Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUÍ). Bolsista do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência da UNIJUÍ (PIBID/UNIJUÍ) da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

ISABEL KOLTERMANN BATTISTI. Possui graduação em Licenciatura Plena - habilitação em Matemática, pela Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUÍ). Especialização em Matemática pela UNIJUÍ. Mestre e Doutora pelo Programa de Pós-graduação em Educação nas Ciências, área de concentração matemática, pela UNIJUÍ. Docente do Departamento de Ciências Exatas e Engenharias (DCEEng) da UNIJUÍ. Coordenadora do Subprojeto Área Matemática do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência da CAPES. Integrante do Grupo de Pesquisa - GEEM - Grupo Estudos em Educação Matemática. Estuda/pesquisa temáticas da área Educação Matemática: processo de ensinar e aprender matemática; significação pelo aluno/acadêmico de conceitos matemáticos; sistematicidade de conceitos matemáticos; abordagem histórico-cultural e teoria da atividade; mediação em aulas de matemática; formação do professor de matemática.

Recebido: 16 de março de 2017.

Revisado: 14 de junho de 2017.

Aceito: 07 de julho de 2017.