

# Asincronías en el desarrollo del pensamiento formal

A. CORRAL  
ICE-UNED



## Resumen

*El desarrollo de las operaciones formales no acontece sincrónicamente. Se observa un acusado desfase entre la adquisición de la capacidad para realizar todas las posibles combinaciones de  $n$  elementos (retículo) y la capacidad para utilizar correctamente un sistema de reversibilidad doble (grupo INRC). Esta última se adquiere posteriormente.*

*En este artículo se refieren dos experimentos. En el primero se planteó a sujetos cuya edad oscilaba entre los 13 y 15 años tres tareas formales. Se confirma la superior dificultad de la tarea vinculada al grupo INRC. Por otra parte, el constructo dependencia-independencia del campo perceptivo no explica el desfase encontrado entre las tareas, pues, éste se produce tanto en el grupo de los independientes como en el de los dependientes. En el segundo experimento, la edad de los sujetos oscilaba entre los 14 y 17 años. Se confirman los resultados del primero, en el sentido de que el acceso al pensamiento formal es un proceso secuencial y jerárquico.*

---

## Abstract

*The development of formal operations don't happen synchronously (simultaneously). We have observed an accusative disphase between the acquisition of the capacity to realize all the possible combinations of  $n$  elements (reticle) and the capacity to use correctly a sistem of double reversibility (INRC group). This last one is acquired posteriorly.*

*In this article we relate two experiments. In the first experiment, we state formal works to personas between thirteen and fifteen years old. This experiment confirms a greater difficulty in the work tied to the INRC group. In another aspect, the «constructe» dependence-independence in the perceptive field it doesn't explain the disphase found the works because this disphase happens in the group of the independent persons and in the group of the dependent ones, too. The second experiment was applied to persons between fourteen and seventeen years old. This experiment confirms the results of the first one according to this sense (direction): to accede to the formal thought is a sequential and hierarchical process.*

El desarrollo de las operaciones formales no se produce de un modo homogéneo y sincrónico. Por el contrario, aparecen fuertes *desfases* en la actuación de los adolescentes cuando se enfrentan a distintas tareas (1), y aun dentro de la misma tarea, cuando varía la dificultad de la relación numérica implicada en los distintos ítems.

A partir de los datos experimentales analizados (Corral, 1983) podemos extraer las siguientes conclusiones:

1. Las tareas relacionadas con el grupo INRC, que formaliza la integración de dos sistemas de reversibilidad simple en un sistema complejo de reversibilidad doble son de una dificultad superior a aquéllas relacionadas con el retículo, que formaliza la capacidad de realizar todas las posibles combinaciones de  $n$  elementos. Así, mientras que tareas como la balanza, la prensa hidráulica y la comparación de proporciones ocupan el escalón de mayor dificultad de la jerarquía, aquéllas que activan el razonamiento combinatorio y el esquema de control de variables (por ejemplo, el péndulo) resultan más fáciles (2).

2. Lo dicho anteriormente sólo es verdad si se computan los ítems de máxima complejidad en las tareas vinculadas al grupo INRC. Cuando el contenido de la tarea, expresado por la relación numérica que existe entre sus componentes se simplifica, su dificultad, entonces, desciende y se empareja con la de las tareas vinculadas al retículo.

3. Entre las distintas tareas que implican la utilización de esquemas formales vinculados al grupo INRC, la variación *intertarea* es muy tenue (siempre que se tenga en cuenta lo dicho en el apartado anterior) y tienen un porcentaje de resolución similar. Sin embargo, la actuación *intrasujeto* no es homogénea. Siegler (1981) ha estudiado el comportamiento de 60 sujetos desde los 3 hasta los 20 años en tres tareas (balanza, sombras y comparación de probabilidades simples) que requieren operaciones mentales de proporcionalidad similares. Sólo 1/3 de los sujetos se clasificaron en el mismo nivel en las tres tareas y la sincronía fue mayor en las edades superiores.

4. Dentro del grupo INRC, el esquema más estudiado ha sido el de las proporciones. Todos los experimentos coinciden en señalar la enorme variación en la dificultad de unos ítems a otros (en la misma tarea) según sea la relación numérica implicada en cada caso. Noelting (1980 a y b) ha diseñado una tarea en la que el conjunto de los ítems incluye todas las posibles variaciones, con lo que queda fijado *el universo de contenido* de la tarea. Ha podido demostrar que los ítems forman una jerarquía perfecta, pueden ordenarse de acuerdo con su nivel de dificultad y ser clasificados en categorías. El éxito en cada categoría constituye un estadio. Si un sujeto resuelve los ítems de una categoría también resuelve, por tanto, los de categorías inferiores.

5. Con respecto a tareas que requieren el esquema de control de variables, se han observado diferentes porcentajes de resolución entre ellas. Dentro de la misma tarea también se observan desfases entre unos factores y otros: el hecho de aplicar este esquema formal al analizar algunos factores no implica necesariamente su aplicación a todos. La actuación intrasujeto es poco consistente.

6. Distintos autores han encontrado diferencias de actuación en tareas de combinatoria, aunque sólo Scardamalia (1977) ha tratado expresamente

el problema de los desfases horizontales dentro del razonamiento combinatorio. Esta autora, que utiliza como marco de referencia la teoría de Pascual-Leone considera que un factor fundamental, capaz de explicar la existencia de desfases horizontales es la demanda de procesamiento de información de la tarea (Md). Cuando ésta es correlativa a la capacidad mental de los sujetos (M) éstos actuarán de una forma cualitativamente semejante, con independencia, además, de su edad. Los desfases se producen cuando los sujetos tienen una estrategia adecuada disponible, pero la tarea excede su capacidad mental.

Aunque Piaget considera a la Lógica y la Psicología disciplinas independientes, subyace, no obstante, en gran parte de su obra la idea de que el sujeto alcanza o se ajusta a un modelo lógico «ideal». Desde un punto de vista lógico-formal no debería haber desfases en el pensamiento formal (P.F.) puesto que sobre las 16 combinaciones binarias de la lógica de proposiciones pueden definirse, simultáneamente, un retículo (que formaliza la capacidad de realizar un análisis combinatorio exhaustivo) y un grupo (que formaliza la capacidad de utilizar un sistema de reversibilidad doble). Sin embargo, ya hemos visto que no es posible afirmar experimentalmente que las estructuras que caracterizan las operaciones formales se constituyen a la vez. Parece observarse un claro desfase entre ambas.

Un desfase horizontal (D.H.) se produce cuando una estructura cognitiva se aplica con éxito a la tarea X, pero no a la tarea Y. Y, sin embargo, un tiempo después se aplica tanto a X como a Y; siendo el proceso de aplicación, mediante el cual se llega a dominar Y, esencialmente igual al que caracterizó el dominio de X (Flavell, 1963). Dentro del P.F., entendemos la noción de desfase en sentido amplio, pues el grupo y el retículo formalizan estructuras mentales distintas. Lo hacemos así porque la teoría piagetiana considera que el P.F., está caracterizado en términos de una totalidad integrada y unificada grupo-retículo, de la que proceden los distintos esquemas operaciones formales.

El hecho de que los sujetos responden a diferentes conceptos relacionados de forma mucho menos consistente de lo que cabría esperar, de acuerdo con la teoría de Piaget, así como la amplia variación observada en la edad de adquisición de conceptos que teóricamente están dentro del mismo estadio, ha interesado a autores que se mueven dentro del paradigma del procesamiento de la información.

Siegler (1981) propone un enfoque distinto al de Piaget, según el cual, el desarrollo cognitivo se puede caracterizar, en gran medida, por la adquisición de reglas (visualizables como diagramas de flujo) cada vez más potentes para resolver problemas. Este autor no presupone necesariamente, de entrada, ninguna similitud en el razonamiento de los sujetos cuando lo hacen sobre diferentes conceptos (epistemológicamente relacionados). Este enfoque de determinación de reglas consiste en: a) generar una serie de reglas alternativas que se pueden emplear para resolver el problema; b) formular un conjunto de problemas que produzcan distintas pautas de respuestas correctas y errores según se siga una regla u otra, y c) estudiar la secuencia de adquisición de diferentes conceptos, teóricamente similares, para ver si hay o no un desarrollo sincrónico.

Klahr replantea las reglas de Siegler (Siegler y Klahr, 1982) como sis-

temas de producción (S.P.), siguiendo el camino iniciado por Newell y Simon, para mejorar la descripción de las estrategias seguidas por los sujetos y conocer, no sólo la forma lógica de las reglas, sino también sus propiedades psicológicas.

Las principales ventajas de los S.P. sobre los diagramas de flujo es que obligan a ser más explícitos al predecir cómo codifican los sujetos el medio y pueden integrar principios psicológicos generales, como los cambios internos producidos por efecto del aprendizaje.

Desde la perspectiva de estos autores (Siegler y Klahr, 1982) los D.H. se explican por la utilización, por parte de un sujeto, de diferentes reglas cuando se enfrenta a tareas similares desde un punto de vista lógico. Ahora bien, contrariamente a esta afirmación, no está nada claro que los sujetos utilicen *una sola regla en una misma tarea en un determinado momento temporal*. La investigación de Karplus y col. (1980) y Noelting (1980) ha mostrado que hay sujetos que emplean una estrategia multiplicativa (que equivaldría a la regla más potente) ante determinadas relaciones numéricas y estrategias aditivas (que equivaldrían a reglas más simples) ante relaciones numéricas complejas. Es decir, no sólo utilizaríamos distintas reglas ante distintas tareas, sino que en la misma tarea utilizaríamos distintas reglas, con lo cual la postura de Siegler y Klahr queda en situación muy precaria.

Piaget concebía las operaciones formales como libres de contenido y aplicables, por tanto, a una enorme posibilidad de desfases horizontales en las operaciones formales (3). Por el contrario, la teoría de Pascual-Leone no sólo los admite, sino que los concibe necesarios por razones puramente epistemológicas: si las operaciones formales son instrumentos generales de procesamiento mental, necesitan incorporar (adaptarse a) las constricciones específicas de cada tarea. Así, los desfases horizontales serán más comunes y más numerosos en el estadio formal que en cualquier otro nivel del desarrollo cognitivo, precisamente porque las estructuras operacionales formales son los instrumentos mentales más generales que tiene el sujeto (De Ribaupierre y Pascual-Leone, 1979). Por tanto, los datos de amplios desfases horizontales en la adquisición del pensamiento formal no estaría en contradicción con la posición de Piaget, aunque sí con sus formulaciones escritas. Además, después de las investigaciones de Wason (Wason y Johnson-Laird, 1972) no es posible seguir manteniendo la ficción teórica de que las operaciones formales están libres de contenido. Se hace necesario, por el contrario, aceptar los datos experimentales e ir más allá de las últimas formulaciones de Piaget (1970) para completar —y si es necesario, modificar— sus planteamientos.

Los trabajos de Scardamalia (1977) y De Ribaupierre (1980) han confirmado que cuando se efectúan medidas cuantitativas independientes, por una parte, de la capacidad mental (M) de los sujetos y, por otra, de la demanda mental de la tarea, es posible predecir con enorme éxito la actuación de los sujetos y la existencia o no de desfases horizontales. Estas investigaciones son un fuerte apoyo a la explicación que la teoría de Pascual-Leone hace de los desfases horizontales.

## LA DISTINTA DIFICULTAD DE TRES TAREAS FORMALES Y LA CAPACIDAD EXPLICATIVA DEL ESTILO COGNITIVO (EXPERIMENTO I)

En este apartado describiremos el primer experimento realizado. La finalidad de este experimento es estudiar el comportamiento intelectual de los sujetos que se encuentran en el momento de consolidar las operaciones formales —y están recibiendo una instrucción escolar que exige el pensamiento formal— ante tres pruebas formales clásicas. Los objetivos son dos:

1. Comprobar la distinta dificultad de las tres tareas y, por tanto, el desfase en la aplicación de las operaciones formales a las mismas.
2. Analizar el alcance explicativo que tiene el estilo cognitivo «Dependencia-Independencia del Campo perceptivo» (DIC) para dar cuenta del desfase postulado.

La resolución de las tareas elegidas supone la utilización de tres esquemas formales básicos que proceden del retículo y del grupo:

- a) esquema combinatorio (retículo);
- b) esquema de control de variables (retículo y reversibilidad por reciprocidad) (4);
- c) esquema de proporcionalidad (grupo).

Según Inhelder y Piaget (1955) los sujetos a partir de los 14-15 años son capaces de resolver problemas de este tipo porque han adquirido una capacidad lógico-matemática que ellos describen en términos de retículo-grupo, que forman 16 combinaciones binarias de la lógica de proposiciones. El retículo y el grupo forman una estructura de conjunto de la que proceden los distintos esquemas que el sujeto aplica para resolver los distintos problemas.

Una línea fecunda para estudiar el pensamiento formal es relacionarlo con el estudio de las diferencias individuales —aspecto este que no ha recibido atención por parte de la escuela de Ginebra— y en particular con la DIC. No se entiende aquí la relación DIC y actuación formal como una relación causa-efecto. No se trata de retrotraer el problema a otro terreno, diciendo que la causa de la escasa actuación formal de los sujetos se debe a su estilo cognitivo. El hecho de relacionar estas dos variables nos ayuda a arrojar luz sobre dónde están algunas de las dificultades que estos problemas plantean y que entorpecen su resolución; además de permitirnos completar la perspectiva puramente estructural con un enfoque funcional. Surgen dificultades «imprevistas» en determinados casos y a ello parecen contribuir de manera notable variables perceptivas que no habían sido tenidas en cuenta suficientemente, hasta hace poco tiempo.

El estilo cognitivo aporta al estudio del pensamiento formal —junto a otros factores— una perspectiva funcional, que si no es previa, al menos, es contemporánea de la perspectiva estructural, y sin cuyo concurso nos dejamos «cabos sueltos».

## Método

### Sujetos

Se examinaron 30 estudiantes de 8.º de EGB, cuya edad oscilaba entre 13,2 y 15,2. El nivel socioeconómico del colegio puede considerarse de clase media. El grupo lo componían chicos y chicas, pero esta variable no se tuvo en cuenta.

### Tareas y material

a) Problema de combinatoria: una caja con 18 compartimentos; cuatro tarros con otros tantos condimentos: perejil (P), romero (R), cebolla (C) y mostaza (M), y papel y lápiz.

b) Problema de control de variables. Un conjunto de 10 varillas, que podían variar en el material (madera, latón, hierro), la longitud (100, 90, 60, 52 y 40 cm.) y el grosor (5 mm. y 2 mm.). Se valoraba su distinta flexibilidad colgando de su extremo tacos de madera de *dos* posibles tamaños. Las varillas se introducían en una pieza de madera, colocada en un soporte, con agujeros (del tamaño de los dos grosores) en los que quedaban ajustadas.

c) Problema de proporcionalidad. Dos botes de hojalata. Fichas blancas y fichas negras. Una hoja de respuestas con los distintos ítems que debían ser resueltos.

d) Tests de las figuras incluidas de Witkin.

### Procedimiento

El examen fue individual, administrándose en la misma sesión, de una hora de duración, las tres tareas. Se utilizaron tres órdenes de presentación: a, c, b; b, a, c; c, b, a. El test de las figuras incluidas se administró colectivamente, durante uno de los días en que se realizó el experimento.

Las instrucciones fueron las siguientes:

a) *Imagínate que en estas casilla hay comidas. Todas son iguales. Aquí hay cuatro tipos de condimentos: perejil, romero, cebolla y mostaza. ¿De cuántas formas distintas es posible condimentar estas comidas? ¿Cuántos sabores distintos podemos conseguir que tengan las comidas? Aquí tienes papel y lápiz para que apuntes lo que vas haciendo.* (También se le dice que, si quiere, puede hacerlo realmente, echando en cada casilla los condimentos que crea necesarios).

Al final se le pregunta:

- *¿Cuántas formas hay?*
- *¿Cómo te puedes asegurar de que no te falta ninguna otra posibilidad?*
- *¿Podría haber alguna más?*
- *¿Qué método has seguido?*
- *¿Se podría saber de antemano cuántas va a haber?*

b) *Aquí hay un conjunto de varillas. Aquí hay diferentes pesos. (Se coloca una varilla en un agujero y se cuelga un peso.) Mira todas las varillas. ¿Crees que se doblarán lo mismo cuando les pongamos un peso? Miralas todas (...) ¿De qué depende que unas se doblen más que otras? (...)* (El sujeto

enumera algún factor.) *¿En qué sentido influye? (...) ¿Hay algún otro factor que influye en que se doblen más o menos? (...) Demuéstrame que (un factor que previamente haya anticipado el sujeto) influye en que una varilla se doble más que otra.*

Después se plantean los factores que el sujeto no haya anticipado. Al final se le pide que resuma por escrito lo que ha hecho, las conclusiones a las que ha llegado y el método seguido.

c) *Aquí tenemos dos botes en los que vamos a meter fichas blancas y negras. Siempre va a haber en cada bote fichas de los dos tipos, pero vamos a ir variando el número de fichas cada vez. Tú tienes que decirme en cada caso en qué bote de los dos sería más fácil sacar una ficha blanca si metemos la mano sin mirar. Por ejemplo, si en un bote tenemos 4 blancas (B) y 3 negras (N) y en otro 4B y 3N, ¿dónde es más fácil sacar una ficha blanca si metemos la mano sin mirar? (...) Como ves, va a haber siempre tres posibles respuestas: o que va a ser más fácil en un bote, o que va a ser más fácil en el otro o que va a ser igual en los dos. Aquí tienes papel y lápiz por si quieres hacer algún cálculo.*

Después de cada ítem se le pide el por qué de su elección. Se trata de seguir el hilo de su argumentación para que explicita lo mejor que pueda la estrategia que ha seguido.

Se emplearon 11 ítems, que se administraron en el orden siguiente:

1. (6B, 4N) vs. (2B, 2N).
2. (3B, 2N) vs. (5B, 10N).
3. (4B, 2N) vs. (6B, 3N).
4. (4B, 2N) vs. (8B, 4N).
5. (3B, 3N) vs. (5B, 5N).
6. (3B, 2N) vs. (9B, 6N).
7. (2B, 1N) vs. (2B, 3N).
8. (3B, 5N) vs. (3B, 7N).
9. (5B, 4N) vs. (3B, 2N).
10. (7B, 6N) vs. (5B, 4N).
11. (7B, 6N) vs. (6B, 5N).

Cada paréntesis representa el conjunto de fichas blancas y negras que hay en cada bote.

El experimentador colocaba delante del sujeto el conjunto de fichas blancas y negras correspondientes a cada bote, pero no las introducía realmente, con el fin de que el sujeto tuviera siempre a la vista la cantidad de fichas que tenía que comparar.

### *Puntuación*

La actuación de los estudiantes fue puntuada de - 1 a 4 puntos, en cada una de las tres tareas, según se muestra a continuación:

IIIB: 4 Plenamente formal.

IIIA/IIIB: 3 «Casi» plenamente formal.

IIIA: 2 Parcialmente formal. «Residuos» de actuación concreta.

IIB/IIIA: 1 Oscila entre un comportamiento concreto y un comportamiento formal.

IIB: 0 Actuación concreta avanzada.

IIA: -1 Actuación concreta incipiente.

El criterio de puntuación para cada una de las tareas fue como sigue:

a) Combinaciones

IIIB. Utilizan una estrategia sistemática: hacen los subgrupos  $C_{4,1}$ ;  $C_{4,2}$ ;  $C_{4,3}$  y  $B_{4,4}$ , y obtienen las 15 formas posibles (5).

IIIA/IIIB. Utilizan una estrategia sistemática como la anterior, pero les falta completar alguno de los subgrupos hechos.

IIIA. Dejan sin hacer uno de los subgrupos.

IIB/IIIA. Hacen sólo dos subgrupos.

IIB. Hacen sólo un subgrupo.

IIA. No llegan a completar ni siquiera un subgrupo.

(En IIA y IIB no se encuentra ningún sujeto.)

b) Flexibilidad de las varillas

IIIB (4). En este estadio hemos incluido:

a) Aquellos sujetos que realizan un control de variables perfecto, de tal forma que no cometen ningún error durante la prueba, aunque al final, cuando se les pide que verbalicen el método que han seguido, no lo hagan completamente bien.

b) Los que cometen errores porque en algún o algunos casos mezclan factores, pero se dan cuenta de los errores y terminan examinando correctamente todos los factores y, además, verbalizan completamente bien el método correcto.

IIIA/IIIB. En este estadio hemos incluido a quienes, cometiendo algún error, terminan la prueba examinando correctamente todos los factores, pero no son capaces de verbalizar completamente bien el esquema de control de variables.

IIIA. Los sujetos de este estadio realizan pruebas correctas e incorrectas al examinar los cuatro factores, cuando el experimentador les plantea pruebas erróneas se dan cuenta y manifiestan la necesidad del control de variables. No dicen expresamente que hay que mantener constantes los demás factores que no se están examinando, al igual que los del estadio IIIA/IIIB. Sin embargo, a diferencia de éstos, no consiguen controlar de un modo indubitable todos los factores.

IIB/IIIA. Los sujetos de este estadio oscilan entre el control correcto de alguna variable y la ausencia de control o mezcla de factores en otras.

IIB. No llegan a realizar ni una sola prueba correcta. En todos los ensayos efectuados están mezcladas las variables.

c) Proporcionalidad

IIIB. Utilizan una estrategia multiplicativa en todos los ítems.

IIIA/IIIB. Utilizan una estrategia multiplicativa, pero cometen algún fallo aritmético.

IIIA. Aunque no consiguen resolver los ítems más difíciles, tampoco regresan a una estrategia aditiva.

IIB/IIIA. En unos casos utilizan una estrategia multiplicativa y en otros, aditiva.

IIB. Siempre utilizan una estrategia aditiva o incluso inferior.

IIA. En este caso ni siquiera resuelven bien el ítem (3,3) vs. (5,5) porque no distinguen cantidad y proporción.



vamente a lo largo de un proceso y que las nuevas integran a las precedentes. Este sería el caso del grupo INRC: se adquiriría posteriormente, pero integraría —una vez construido— al retículo, formando definitivamente una única estructura de conjunto.

Se da el caso, además de que los sujetos que utilizan una estrategia formal en la tarea de la proporcionalidad lo hacen, sin excepción, en las otras dos tareas (véase el tabla II), sin que se dé ningún caso que viole la jerarquía obtenida, es decir, no hay ningún estudiante que siendo «formal» en la proporcionalidad, sea no-formal en la combinatoria y en el control de variables. Hemos considerado sujetos formales a los que obtiene una puntuación de tres o cuatro puntos.

TABLA II

*Porcentaje de sujetos que resuelven 3, 2, 1 o ninguna tarea*

Tareas	Porcentaje de sujetos
p - c - c.v.	20
p - c	—
p - c.v.	—
c - c.v.	43,3
p	—
c	6,6
c.v.	20
∅	10

TABLA III

*Los datos de la tabla II desglosados en IC y DC*

Tareas	IC	DC
p - c - c.v.	26,6	13,3
p - c	—	—
p - c.v.	—	—
c - c.v.	46,6	40
p	—	—
c	—	13,3
c.v.	26,6	13,3
∅	—	20

Otro resultado interesante es que la mayoría de los que resuelven la tarea de las combinaciones, resuelven también la del control de variables —pero no viceversa—. Esto indicaría una jerarquía perfecta de dificultad entre ambas. No obstante, hay un 6,6 % de sujetos que violan la jerarquía y son

capaces de resolver la más difícil, pero no la más fácil. Esto viene a demostrar, lo que por otra parte es evidente desde el punto de vista del análisis teórico de estrategias, es decir, que el esquema «permaneciendo igual todo lo demás» es algo más que una estrategia combinatoria: implica la capacidad de neutralizar un factor y no sólo de negarlo, esto es, de disponer de la reversibilidad por reciprocidad. Ahora bien, dado que esto sólo sucede en el grupo de los DC (véase tabla III), ya que en el grupo de los IC la jerarquía de dificultad: proporcionalidad → combinaciones → control de variables se cumple en todos los casos, hemos de convenir que este hecho se debe a la influencia de factores perceptivos y figurativos, y no a factores lógicos u operativos. Podríamos resumir este hecho así: sin un sujeto tiene: 1) la capacidad de utilizar una estrategia formal en la tarea de las combinaciones y 2) es IC, entonces tiene 3) la capacidad de utilizar una estrategia formal en la tarea de control de variables. En el caso de que la condición 2) no se cumpla, porque el sujeto sea DC, no puede concluirse 3), porque estos sujetos pueden encontrarse con dificultades de tipo perceptivo, que les impiden aplicar la estrategia formal. Este resultado coincide con la teoría de Pascual-Leone, que considera que los DC infrautilizan su espacio mental M.

El hecho de que en nuestro experimento la tarea de control de variables haya resultado ser la más fácil, con un porcentaje de resolución superior al 80 % (véase la tabla IV), no concuerda con ninguno de los resultados obtenidos por otros investigadores. Vamos a exponer las posibles razones de este hecho.

TABLA IV

*Porcentaje de sujetos que se encuentran en cada uno de los niveles señalados*

	Propor.	Comb.	c.v.
IIIB	10	40	70
IIIA/IIIB	10	30	13,3
IIIA	3,3	20	3,3
IIB/IIIA	43,3	10	10
IIB	26,6	—	3,3
IIA	6,6	—	—

En una investigación anterior (Corral, 1982) habíamos presentado a estudiantes de 1.º de BUP (14-15 años) dos tareas de control de variables (la rampa y el péndulo). Las dificultades mayores que en aquella ocasión observamos en los sujetos, no radicaban propiamente en la utilización del E.C.V., sino que eran de otro tipo:

1. Cuando el resultado de sus propias pruebas experimentales, que era capaz de realizar correctamente un porcentaje altísimo de sujetos, les llevaba a tener que cambiar alguna de sus suposiciones iniciales sobre la influencia de un factor, se resistían a hacerlo, o si lo hacían, cuando al final del examen se les pedía una explicación del fenómeno estudiado podían acabar afirmando que nada influía (6). Es decir, eran capaces de utilizar el

E.C.V.; los problemas venían a la hora de extraer las conclusiones que se derivan de aplicar el esquema.

2. Si en lugar de presentar la tarea de forma manipulativa, se hacía mediante un conjunto de gráficos, en los que se representaban experimentos llevados a cabo, la dificultad para abandonar ideas erróneas era aún mayor.

3. Entre los dos problemas debía examinarse la influencia de un total de ocho factores. Un alto porcentaje lo hacía con seis factores. Pero con los dos factores restantes sólo un pequeño porcentaje lo conseguía. Quedaba claro (Corral, 1981) en estos casos que la dificultad para hacerlo era de tipo perceptivo y no entrañaba una dificultad de tipo cognitivo. Además los resultados de estas pruebas mal realizadas (desde un punto de vista estricto) no contradecían ninguna idea previa, cosa que de haber ocurrido les podía haber llevado a examinar tales factores correctamente.

Pues bien, en la tarea de las varillas ésta era la situación:

a) Los resultados experimentales que se derivan de la utilización del E.C.V. no contradicen ninguna de las suposiciones iniciales de los sujetos. Todos los factores examinados influyen en la flexibilidad de las varillas (7), por lo que no deben cambiar ninguna de sus previsiones.

b) El problema se presenta de forma manipulativa, con lo cual pueden apreciar las contradicciones que se producen con sus previsiones cuando no controlan un factor. Sí hemos observado un número considerablemente mayor de pruebas experimentales erróneas. Que ocurriera esto no es extraño, ya que, desde el punto de vista perceptivo, los distintos factores de esta tarea se dan más indiferenciados, siendo lógico que los ensayos incorrectos aumenten. Pero como el no controlar correctamente un factor puede llevar a que, pongamos por caso, una varilla gruesa se doble más que una fina —si no se ha mantenido constante la longitud y la gruesa es más larga que otra fina pero más corta— y el sujeto sabe de antemano que esto no puede ser, entonces eso le conduce a realizar a continuación una prueba de control correcta. Pues bien, en este caso se encuentran más del 50 % al comienzo o durante el examen mezclan uno o más factores, pero terminan utilizando el E.C.V. para todos los factores, siendo además, capaces de explicar por escrito la estrategia adecuada.

c) En esta tarea se produce una retroalimentación continua entre el estudiante y los resultados de sus manipulaciones. En cambio, en otras áreas, más abstractas, no ocurre tal cosa y deben trabajar sólo sobre lo posible.

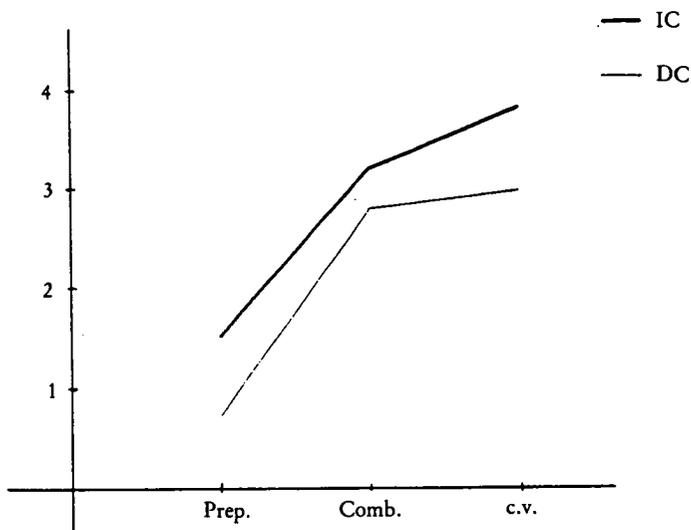
d) En esta tarea no se pide una cuantificación numérica, a diferencia de las otras (combinaciones y proporciones) que sí la requieren.

### *La influencia del estilo cognitivo*

Analizaremos, a continuación, los resultados en función del estilo cognitivo.

Uno de los resultados más significativos es que el estilo cognitivo no es capaz de explicar el desfase encontrado. Si desdoblamos el grupo total en dos: uno formado por los IC y otro por los DC nos encontramos los perfiles que muestra la figura 2. El perfil de los IC y el de los DC se mantiene constante, por lo que en los dos grupos se produce el mismo desfase entre unas tareas y otras.

FIGURA 2



Perfil de los IC y DC.

Aunque los IC aventajan a los DC en las tres tareas (véase tablas V y VI) las diferencias sólo son estadísticamente significativas en la tarea de la proporcionalidad y en la de control de variables. En el grupo de los IC el desfase entre las tareas se agudiza, llegando a ser significativa la diferencia entre la tarea de las combinaciones y el control de variables, mientras que en el grupo de los DC el desfase entre esta dos tareas se suaviza hasta el punto de que resulta insignificante. La diferencia entre la tarea de la proporcionalidad y las otras dos supera con creces a la producida entre cualquiera de las tres tareas, por el estilo cognitivo. La diferencia es mayor por efecto de la dificultad de la tarea que por la diferencia en el estilo cognitivo. Otro resultado de interés, como puede verse en la tabla III es que un 20 % de DC no resuelve ninguna de las tres tareas, mientras que en ese caso no se encuentra ningún IC.

TABLA V

Puntuación media obtenida en cada una de las tres tareas por los IC y los DC

	P	Comb.	c.v.
IC	1,53	3,2	3,8
DC	0,73	2,8	2,93
Total	1,13	3	3,36

Estos datos se ven apoyados por los resultados obtenidos en la tabla de correlaciones (véase tabla VII). Las correlaciones entre las tres tareas y la DIC son positivas, del orden de 0,44 y 0,49 en el caso de las proporciones y el control de variables, respectivamente y de 0,32 en el de las combinaciones. Sólo las dos primeras son estadísticamente significativas.

TABLA VI

Porcentaje de IC y DC que se encuentran en cada nivel en las tres tareas

	P.		Comb.		c.v.	
	IC	DC	IC	DC	IC	DC
IIIB	20	0	53,3	26,6	80	60
IIIA/IIIB	6,6	13,3	20	40	20	6,6
IIIA	6,6	0	20	20	—	6,6
IIB/IIIA	40	46,6	6,6	13,3	—	20
IIIB	26,6	26,6	—	—	—	6,6
IIA	—	13,3	—	—	—	—

TABLA VII

Tabla de correlaciones

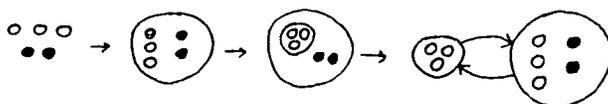
	C	P	c.v.	DIC
C	—	0,24	0,35	0,32
P		—	0,39	0,44
c.v.			—	0,49
DIC				—

¿A qué se debe la actuación superior de los IC? Veámoslo paso a paso, en cada una de las tareas.

a) Si bien es cierto que la tarea de las proporciones (fichas blancas y negras) exige el planteamiento de una relación cuantitativa precisa, también lo es que la consolidación del razonamiento proporcional está precedida por una suerte de aproximación cualitativa previa: todos los experimentos realizados han mostrado que antes de acceder a la cuantificación de la relación, se pasa por una etapa cualitativa.

En nuestra tarea (de contenido probabilístico) es necesario, primero, concebir mentalmente un conjunto de elementos, «aislar» un subconjunto y, finalmente, relacionarlo con el conjunto total (véase la figura 3).

FIGURA 3



Representación de las operaciones mentales de la tarea de contenido probabilístico.

La relación entre el tipo de estrategia requerida para enfrentarse con el test de figuras incluidas de Witkin y la expuesta previamente es evidente.

Esto hace que los IC vayan por delante en la adquisición de una estrategia proporcional completa.

b) En el caso de la tarea de control de variables (flexibilidad de las varillas) se trata de aislar entre cuatro, una variable, elegir dos varillas que concuerden en todo, salvo en el valor de esa variable, para comprobar su posible influencia y decidir. Esta estrategia tiene unas connotaciones perceptivas que son precisamente las que evalúa el test de las figuras incluidas.

Sin embargo, casi el 70 % de los DC resuelve esta tarea. Este importante resultado se explica, a nuestro parecer, porque la limitación «funcional-perceptiva» de los DC ante una tarea como ésta, al no ser de competencia lógico-matemática, es superable con un esfuerzo cognitivo mayor (sólo los casos más extremos no lo logran), que, a partir de la edad de nuestros sujetos ya es posible, mientras que en edades inferiores la diferencia posiblemente sea más profunda (Case, 1974).

c) La tarea de las combinaciones (mezcla de condimentos) es la que más baja correlación arroja con la DIC. Dos son las estrategias o los modos de abordar la tarea que hemos observado. Unos sujetos toman un elemento, por ejemplo, R y realizan todas las combinaciones en las que está presente:

$$R \rightarrow \begin{array}{l} RC \\ RP \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} RCP \\ RCM \end{array} \rightarrow RCPM$$

Luego van haciendo lo mismo con cada uno de los cuatro elementos. Otros, en cambio, siguen otro camino: hacen sucesivamente las combinaciones de un elemento, luego las de dos, tres y cuatro elementos.

$$1. \begin{array}{l} R \rightarrow 2. \\ C \\ P \\ M \end{array} \begin{array}{l} RC \\ RP \\ \dots \\ \dots \end{array} \rightarrow 3. \begin{array}{l} RCP \\ RCM \\ \dots \\ \dots \end{array} \rightarrow 4. \begin{array}{l} RCPM \\ \dots \\ \dots \\ \dots \end{array}$$

Esta estrategia es más ordenada y asegura de modo mejor (aunque no garantiza) la realización de todas las combinaciones, sin incurrir en repeticiones.

Aunque la primera estrategia sea menos analítica y más costosa, puede conducir igualmente a la realización de todas las posibles combinaciones. La competencia lógico-formal de los sujetos puede vencer las limitaciones de su estrategia. Esta es la razón de que la correlación con la DIC sea inferior, aunque positiva, pues tal estrategia dificulta la actuación en la tarea.

#### *Errores, resistencias y estrategias incorrectas*

¿Cuáles son las dificultades con las que chocan los adolescentes en su intento por resolver las tareas propuestas? ¿Qué errores cometen? Lo veremos tarea por tarea.

##### a) Combinatoria

1. No considerar la combinación nula. En este caso está el 93 %. Realizan  $C_{4,4}$ ;  $C_{4,3}$ ;  $C_{4,2}$ ;  $C_{4,1}$ , cuya suma es igual a 15. Falta la  $C_{4,0}$ . Aunque a la hora de puntuar no hemos tenido en cuenta este error, desde el punto de vista del aprendizaje, es un resultado interesante.

2. Omitir  $C_{4,1}$  (10 %).  
 $C_{4,3}$  (10 %).
3. Omitir dos subgrupos:  $C_{4,1}$  y  $C_{4,3}$  (3 %).  
 $C_{4,1}$  y  $C_{4,4}$  (3 %).  
 $C_{4,3}$  y  $C_{4,4}$  (3 %).

En los casos 2 y 3 se encuentra el 30 %. Como puede verse, ninguno se olvida de hacer  $C_{4,2}$ .

4. Omitir alguna de las combinaciones de un subgrupo (23 %).
5. Omitir alguna de las combinaciones de dos subgrupos (7 %).
6. Repetición de combinaciones.

b) El control de variables

Hemos podido detectar tres grupos, sin contar a aquéllos que utilizan el E.C.V. con total seguridad —comprendiendo la necesidad de hacerlo así para realizar las comprobaciones correctamente— desde el principio. No todos, sin embargo, son capaces de verbalizar la estrategia empleada de un modo completo.

1. Aquéllos que al comienzo mezclan los factores pero terminan examinando correctamente todos ellos, haciendo mención expresa, al final, de la necesidad de mantener constantes todos los factores salvo el que está siendo objeto de examen.

2. Aquéllos que llegan a controlar de hecho todas las variables, pero a la hora de expresar verbalmente la estrategia no hacen alusión explícita a la necesidad de «mantener constante todo lo demás».

3. Aquéllos que controlan alguna variable, sin abandonar totalmente el procedimiento erróneo a lo largo del examen, por lo que no generalizan el uso del E.C.V. El resumen que hacen al finalizar la tarea muestra claramente que su pensamiento oscila entre el control y la prueba no controlada.

4. Los que no controlan ninguna variable.

c) La comparación de proporciones

Dos son los errores más frecuentemente observados:

1. Utilización de una estrategia aditiva en lugar de multiplicativa. Se resta el número de fichas blancas y negras en cada bote y se elige en función del resultado de la resta.

2. Se plantean correctamente las proporciones en términos de fracciones, pero no se aplica ninguna estrategia aritmética para decidir dónde hay la mayor proporción de fichas blancas.

Los ítems 1, 2, 7 y 8 fueron resueltos por el 100 % de los sujetos, debido a su extrema simplicidad, por lo que no merecen más comentarios. El resto de los ítems tuvieron la siguiente proporción de resolución (se mantiene el orden de presentación):

(4,2) vs. (6,3).....	63,3 %
(4,2) vs. (8,4).....	60 %
(3,3) vs. (5,5).....	86,6 %
(3,2) vs. (9,6).....	30 %
(5,4) vs. (3,2).....	20 %
(7,6) vs. (5,4).....	16,6 %
(7,6) vs. (6,5).....	20 %

La dificultad de los ítems va creciendo en función de la complejidad de la relación existente entre los números. Esta jerarquía de dificultad coincide con la de los estudios de Karplus y Noelting, ya comentados, salvo en el ítem (3,2) vs. (9,6) que resulta ser de una gran dificultad. Como puede apreciarse, en el bote de la derecha hay el triple de blancas ( $3 \times 3 = 9$ ) y el triple de negras ( $2 \times 3 = 6$ ) que en el de la izquierda, lo que implica una relación numérica entera. El hecho de que, a pesar de ello, el ítem haya resultado difícil, quiere decir que los sujetos tienden a buscar las relaciones numéricas «dentro» de cada bote, en lugar de hacerlo «entre» los botes. En el ítem (4,2) vs. (6,3), por ejemplo, donde hay el doble de blancas que de negras en ambos lados, el porcentaje de resolución supera el 60 %.

Por otra parte, la característica común de los ítems de máxima dificultad, es que no hay entre los números una relación multiplicativa entera, lo que lleva al 80 % de los sujetos a emplear estrategias aditivas inadecuadas.

### Conclusiones

1.º Se confirma la superior dificultad de la tarea vinculada al grupo INRC. Esto implica que los ítems más difíciles de la tarea de las proporciones no se resuelven espontáneamente y que los sujetos no aplican algoritmos que han aprendido en el contexto escolar (concretamente el común denominador y el máximo común divisor) en otro contexto. Por el contrario, el esquema de control de variables, que no ha sido aprendido escolarmente, sí lo aplican masivamente de un modo espontáneo. Esta estrategia, que no exige ninguna cuantificación, es de tipo cualitativo. El esquema de las proporciones exige, en primer lugar, una estrategia cualitativa y, luego, cuantitativa.

2.º Los IC obtienen puntuaciones superiores en las proporciones y en la flexibilidad de las varillas. Se puede explicar este resultado de la siguiente forma:

- 1) Estas tareas son de tipo analítico.
- 2) Los IC son aquellos sujetos que mayor puntuación obtienen en un test perceptivo-analítico.
- 3) Por tanto, los IC serán superiores en este tipo de tareas.

En la tarea de las combinaciones no hay diferencias significativas entre IC y DC. Esto se explica porque esta tarea permite un procesamiento tanto analítico como global. Por eso, los DC pueden ejugar las diferencias en tareas que consienten ambos tipos de aproximación. Los DC sólo serían superiores a los IC en aquellas tareas que exijan un procesamiento global.

3.º La DIC no explica el desfase encontrado puesto que éste se produce tanto en los IC como en los DC. Por tanto, no debe ser tomado el estilo cognitivo como variable independiente, ni como la única causa de la baja incidencia del pensamiento formal, sino como un complemento explicativo de carácter funcional que complementa una explicación puramente estructural.

## EXPERIMENTO II

## Objetivos

En el experimento I empleamos tres tareas vinculadas a un esquema formal diferente. Ese experimento puso de manifiesto el desfase existente en la actuación entre las tres tareas. Particularmente difícil resultó la tarea de razonamiento proporcional, relacionada con el grupo INRC. En esta ocasión hemos querido comparar la actuación entre dos tareas relacionadas muy estrechamente con la misma estructura lógica; precisamente el grupo INRC.

En este experimento hemos utilizado tres tareas:

- Razonamiento proporcional con contenido probabilístico.
- Equilibrio de la balanza.
- Combinaciones.

La primera y la tercera son las mismas que las utilizadas en el experimento I, si bien en la primera se introdujeron algunos cambios que se explicarán después.

Veamos las estrategias alternativas que hay para enfrentarse con estas tareas:

$$a) \frac{N}{N} / \frac{B'}{N'} \quad \frac{B}{B'} / \frac{N}{N'} \quad \frac{B}{B+N} / \frac{B'}{B'+N'}$$

$$b) \frac{P}{P'} / \frac{D'}{D} \quad \frac{P}{D'} / \frac{P'}{D} \quad P \times D/P' \times D'$$

$$c) C_{4,1}; C_{4,2}; C_{4,3}; C_{4,4}$$

La filiación de las tareas a y b con el grupo INRC está fuera de toda discusión (Piaget e Inhelder, 1951; Inhelder y Piaget, 1955; Flavell, 1963). Dicha estructura formal supone la integración de dos sistemas, que se pueden compensar mutuamente, en uno solo. Precisamente lo que logran los sujetos formales es encontrar la ley de correspondencia (o de compensación) que existe entre los dos sistemas. En el caso de la balanza es una relación inversamente proporcional entre pesos (un sistema o dimensión) y distancias (el otro sistema o dimensión). En el caso de la primera tarea las dos dimensiones que hay que integrar, mediante el concepto de proporción, son la cantidad de fichas blancas y negras. La comparación entre las dos razones, al contrario que en la balanza, pone en juego una relación proporcional directa (si hay *más* B en un bote que en otro, forzosamente tiene que haber también *más* N para mantener el «equilibrio»). En la balanza, en cambio, si hay *más* peso en un lado, tiene que haber *menos* distancia en este lado para mantener el equilibrio.

Si bien es verdad que en ambos casos se utiliza una estrategia proporcional, también lo es que hay diferencias de tipo lógico-matemático y no sólo de contenido. En esto diferimos de las apreciaciones de Siegler (1981) que no matiza convenientemente tales variaciones.

Las diferencias radican: a) en el tipo de la relación proporcional (direc-

ta o inversa) implicada; b) en que mientras en la tarea de la proporcionalidad hay que formar el conjunto de los casos posibles B/B + N, si se emplea la estrategia más elaborada, en la balanza no ocurre algo parecido.

Teniendo en cuenta estas consideraciones, el índice de dificultad hipotetizado empareja las dos primeras tareas en un nivel superior con relación a la tercera. Y dentro de las primeras, se conjetura que la balanza será todavía más difícil, siempre y cuando el sujeto no pueda ir comprobando la corrección de sus previsiones, es decir, no se le proporcione feed-back.

## Método

### *Criterios de construcción de las tareas*

En la tarea 1 se eliminaron los ítems que habían sido resueltos en el experimento I por el 100 % de los sujetos: (6,4) vs. (2,2); (3,2) vs. (5,10); (2,1) vs. (2,3), y (3,5) vs. (3,7) y se añadieron dos nuevos ítems que, según el convincente estudio de Karpulus y col. (1980) son necesarios para conseguir un universo de contenido completo: (4,6) vs. (6,9); (2,6) vs. (3,7) y (2,4) vs. (6,10), concepto este último considerado igualmente crucial en el magistral trabajo de Noelting (1980 a y b).

Finalmente, después de una administración piloto, se cambió el ítem (7,6) vs. (6,5) —similar al (7,6) vs. (5,4)— de dificultad insalvable por este otro: (1,2) vs. (2,4), con objeto de que la tarea no sobrepasara dramáticamente la capacidad de los sujetos.

En la tarea de la balanza, que constaba de 10 ítems, se intentó que éstos abarcaran toda la gama posible de dificultad, condición imprescindible para conocer en su totalidad los procesos cognoscitivos que los sujetos ponen en juego cuando intentan resolver esta tarea. Nos atuvimos a la siguiente combinación de posibilidades:

- Igualdad suma - desigualdad producto.
- Baja el brazo cuyo peso es mayor (ítems 2 y 4).
- Baja el brazo cuyo peso es menor (ítem 3).
- Igualdad suma - igualdad producto.
- Peso de un brazo = Distancia en el otro brazo (ítem 8) (el ítem obvio: igual peso y distancia en los dos brazos se utilizó como ejemplo).
- Desigualdad suma - igualdad producto (ítems 7, 9, 10).
- (7)  $8 \times 2 = 4 \times 4$
- (8)  $12 \times 2 = 4 \times 6$
- (10)  $15 \times 3 = 9 \times 5$
- Desigualdad suma - desigualdad producto.
- Baja el brazo de peso menor (ítems 5, 6).
- Baja el brazo de peso mayor (ningún ítem).
- Igual peso en los dos.
- Baja el brazo de distancia mayor (ítem 1).

La tarea 3 era la misma que la empleada en el experimento I.

*Sujetos*

Los sujetos estudiaban el curso 1.º de Formación Profesional en un colegio cuya extracción social puede considerarse de clase media baja. Su edad oscilaba entre los 14,9 y los 17,3 años. Se examinó a 46 sujetos, pero sólo se tienen en cuenta las puntuaciones de 38.

*Material*

Tanto en el pretest como en el postest, los sujetos debían responder por escrito el mismo cuadernillo donde se contenían las tres tareas.

*Procedimiento*

El examen se hizo de forma colectiva.

El orden de las tareas fue: proporcionalidad, balanza, combinatoria. Este se mantuvo constante porque en un estudio piloto el orden fue contrabalanceando y no se encontraron diferencias significativas por efecto del orden de presentación.

Salvo en los dos primeros ítems de las dos primeras tareas, el orden de colocación de los restantes ítems se realizó al azar.

No se fijó límite de tiempo para responder. Cada cual podía seguir su propio ritmo y cuando terminaba de responder a una tarea pasaba directamente a la siguiente.

*Corrección de las tareas*

En cada uno de los 20 ítems, que componen las dos primeras tareas, se debía elegir siempre entre tres opciones:

- a) Izquierda.
- b) Derecha.
- c) Equilibrio. Igualdad.

No sólo se ha tenido en cuenta a la hora de puntuar la corrección o no de la elección hecha, sino también la justificación o explicación dadas.

Al igual que se hiciera en el experimento I, cada sujeto era adscrito a una categoría evolutiva según el nivel de su respuesta. En las tareas primera y tercera se siguieron los mismos criterios que en la ocasión anterior. En la tarea de la balanza éstos fueron los criterios de clasificación:

IIIB (4). Estrategia multiplicativa completa.

IIIA/IIIB (3). Estrategia multiplicativa claramente mayoritaria. En algún caso aislado no lo consigue.

IIIA (2). Estrategia multiplicativa correcta en los ítems que hay una relación equivalente. También hemos incluido en este nivel a aquellos sujetos que utilizan en todos los ítems una estrategia multiplicativa que no es correcta.

IIB/IIIA (1). Estrategia multiplicativa en algún caso, pero mayoritariamente aditiva o inferior.

IIB (0). Ausencia total de estrategia multiplicativa. Se responde correctamente al ítem 8, (3,2) vs. (2,3), aun cuando la explicación de la respuesta no es proporcional (si la explicación es proporcional se considera que el su-

jeto está en el siguiente nivel). Este ítem se considera isomórfico al (3,3) vs. (5,5) de la tarea de las proporciones.

IIA (- 1). Sólo se justifica correctamente la respuesta al ítem 1, que implica la comprensión adecuada de la influencia de la distancia (D). La respuesta dada en el ítem 8 es incorrecta.

Como puede verse en las tablas VIII y IX, la actuación fue similar en las dos primeras tareas. No hay ningún sujeto formal avanzado en ninguna de las dos. Es sorprendente el escaso número de respuestas formales en los ítems de las dos primeras tareas: 9,3 % en las proporciones y 4,6 % en la balanza.

En la tarea de las combinaciones, por el contrario, hay más del 20 % en los niveles formales avanzados.

Del 44,7 % de sujetos que dieron alguna respuesta formal en las dos primeras tareas, sólo el 13,1 % lo hicieron en ambas. El 31,5 % restante lo hicieron en una o en otra. Las correlaciones entre las combinaciones y las otras dos tareas son casi nulas (0,04 y - 0,02). La correlación entre las proporciones y la balanza, aunque positiva (0,21), no es estadísticamente significativa.

TABLA VIII  
*Porcentaje de sujetos en cada nivel en las tres tareas*

	Prob.	Bal.	Comb.
IIIB	—	—	13,15
IIIA/IIIB	—	—	7,89
IIIA	2,63	5,26	18,42
IIB/IIIA	34,21	15,78	18,42
IIB	57,89	60,52	23,68
IIA	5,26	18,42	18,42

TABLA IX  
*Media obtenida en cada una de las tres tareas*

Proporciones	0,34
Balanza	0,07
Combinaciones	1,13

### *Jerarquía de dificultad de los ítems*

Tarea de las proporciones. Los ítems más difíciles son aquellos en los que entre sus elementos, o no hay una relación proporcional entera [(5,4) vs. (3,2)] o no aparece de un modo inmediato [(4,6) vs. (6,9)]. Los más fáciles, aunque el nivel de aciertos no supera nunca el 30 %, son aquellos donde hay una relación multiplicativa entera entre todos los elementos [(1,2) vs. (2,4)] o entre algunos [(4,2) vs. (6,3)].

Nuestra jerarquía (véase tabla X) tiene variantes con relación a la encontrada por Noelting (1980 a). La más importante es que este autor considera que ítems tales como: (4,6) vs. (6,9); (3,2) vs. (9,6) son de la misma

dificultad que los más asequibles. En esto también difiere de Karplus y col. (1980). Sin embargo, en el ítem (4,6) vs. (6,9), por ejemplo, aun cuando hay una equivalencia proporcional, ésta no es obvia. En la jerarquía de Karplus, ítems de este tipo también figuran entre los de mayor dificultad.

Tarea de la balanza. La jerarquía de dificultad de los ítems de la balanza (véase tabla X) es muy similar. La diferencia más notable está en la diferencia encontrada entre los ítems que teóricamente pueden considerarse isomorfos.

(3,3) vs. (5,5)  
(94,7 %)

(3,2) vs. (2,3)  
(71,05 %)

Esto quizá se debe a que el ítem de balanza exige la comprensión de una relación inversa, un cambio de dimensión (peso por distancia, distancia por peso), mientras que en el otro caso no se requiere tal inversión o cambio de dimensión.

TABLA X

*Porcentaje de respuestas formales en los ítems de las dos primeras tareas*

(B,N) vs. (B',N')	R. Proporc.	(P,D) vs. (P',D')	Balanza
(5,4) vs. (3,2)	0 %	(5,6) vs. (4,7)	0 %
(7,6) vs. (5,4)	0 %	(3,2) vs. (1,4)	0 %
(2,6) vs. (3,7)	2,6 %	(2,4) vs. (3,2)	0 %
(4,6) vs. (6,9)	5,2 %	(4,1) vs. (2,3)	2,6 %
(2,4) vs. (6,10)	5,2 %	(1,3) vs. (2,1)	2,6 %
(3,2) vs. (9,6)	5,2 %	(3,15) vs. (5,9)	5,2 %
(4,2) vs. (8,4)	18,4 %	(2,12) vs. (6,4)	7,8 %
(4,2) vs. (6,3)	21,0 %	(2,8) vs. (4,4)	18,4 %
(1,2) vs. (6,3)	26,3 %	(3,2) vs. (2,3)	71,05 %
(3,3) vs. (5,5)	94,7 %	(2,2) vs. (2,3)	100 %

## Conclusiones

1. Se confirman los resultados del experimento I: todos los que están en un nivel formal (3 ó 4) en las dos tareas vinculadas al grupo INRC (proporciones y balanza) se encuentran en un nivel formal (3 ó 4) en la tarea vinculada al retículo (combinaciones), sin que se dé ningún caso que viole esta regla. Se mantiene, pues, la jerarquía de dificultad grupo/retículo y se confirma que el acceso al pensamiento formal es un proceso secuencial y jerárquico.

2. Sin embargo, estar en un nivel formal (3 ó 4) en una de las tareas vinculadas al grupo INRC, no supone estar en un nivel formal (3 ó 4) en la otra. Se puede aplicar una estrategia proporcional en un caso y no en el otro.

3. También la jerarquía de resolución de los ítems es constante: si se resuelve un ítem de dificultad  $x$ , se resuelven los de dificultad inferior ( $x \Delta$ ), pero no necesariamente los de dificultad similar.

4. Los ítems más difíciles de las tareas proporciones y balanza tienen una estructura similar: entre sus partes no existe una relación de equivalencia. Sin embargo, en el caso de la balanza hay una dificultad suplementaria: que la relación proporcional es inversa, lo que hace que el índice de

solución sea un poco inferior al de las proporciones, aunque la jerarquía de dificultad se mantiene parecida.

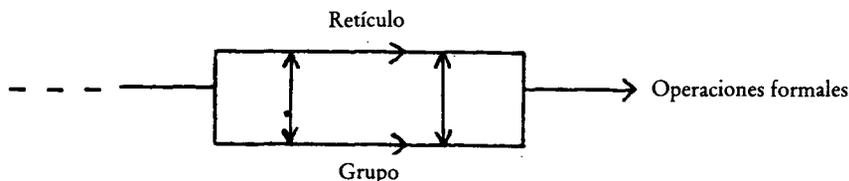
## CONCLUSIONES GENERALES Y DISCUSION

Desde un punto de vista exclusivamente lógico-formal, las propiedades del retículo y del grupo son simultáneas (recordemos que sobre las 16 combinaciones binarias de la lógica de proposiciones puede definirse, a la vez, un retículo y un grupo) pero en la conducta intelectual parece haber un desfase entre la capacidad para realizar todas las posibles combinaciones de  $n$  elementos y la capacidad para utilizar correctamente un sistema de reversibilidad doble. Esta última se adquiere posteriormente. Esta es una de las limitaciones que tiene la utilización de un modelo lógico para caracterizar el comportamiento psicológico.

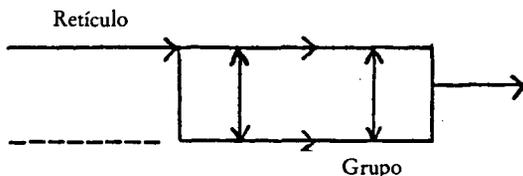
Las estructuras lógicas se constituyen evolutivamente a lo largo de un proceso y se integran las unas en las otras.

No es posible, sin embargo, afirmar experimentalmente que las estructuras que caracterizan las operaciones formales, el retículo y el grupo se constituyan paralelamente. Parece observarse, por el contrario, un desfase entre ambas.

Podríamos representar gráficamente la propuesta piagetiana del siguiente modo:



Mientras que los datos empíricos nos llevarían a este otro:



Según este otro, si bien es cierto que el grupo INRC aparece posteriormente, también lo es que, una vez adquirido, se integra en una estructura única junto con el retículo. De esta forma, podemos seguir afirmando que las operaciones formales, *una vez consolidadas*, forman una única estructura de conjunto que subyace al comportamiento intelectual del sujeto.

## Notas

- (1) Variación intrasujeto.
- (2) Variación intertareas.
- (3) El explicaba este fenómeno, repetidamente observado, como resistencias debidas al contenido de la tarea.
- (4) Las tareas relacionadas con el esquema de control de variables (e.c.v.) las hemos incluido dentro del retículo. El e.c.v. supone la capacidad para realizar todas las posibles combinaciones de  $n$  elementos y también la utilización de la reversibilidad por reciprocidad. Quien es capaz de utilizar ésta también lo es de utilizar la reversibilidad por negación que es más primitiva, pero esto no implica necesariamente que sepa combinarlas ambas en un solo sistema. Por eso, aunque el e.c.v. mantiene alguna relación con el grupo INRC, en la medida que es deudor de la reversibilidad por reciprocidad, consideramos que está conectado más fuertemente con el retículo.
- (5) En realidad son 16 porque también existe el subgrupo  $C_{4,0}$ , es decir, el no condimento.
- (6) Lo que podría ser interpretado como el fruto de un cierto desequilibrio «emocional-cognitivo», al tener que cambiar sus ideas originales.
- (7) En las otras tareas no es este el caso.

## Referencias

- CASE, R. (1974). Structures and Strictures: Some functional limitations on the course of cognitive growth. *Cognitive Psychology*, 6, 554-573.
- CORRAL, A. (1981). *La influencia del estilo cognitivo en la utilización del esquema de control de variables*. Memoria de Licenciatura inédita. Universidad Autónoma de Madrid.
- CORRAL, A. (1982). La influencia del estilo cognitivo DIC en la resolución de dos problemas de física. *Infancia y Aprendizaje*, 18, 107-123.
- CORRAL, A. (1983). *Actuación formal y Aprendizaje de operaciones lógico-formales*. Tesis Doctoral inédita. Universidad Autónoma de Madrid.
- FLAVELL, J. H. (1963). *The developmental psychology of Jean Piaget*. Princenton: Van Nostrand. Trad. cast.: *La Psicología evolutiva de Jean Piaget*. Buenos Aires: Paidós, 1968.
- INHOLDER, B., y PIAGET, J. (1955). *De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent*. París: PUF. Trad. cast.: *De la lógica del niño a la lógica del adolescente*. Buenos Aires: Paidós, 1972.
- KARPLUS, R. et al. (1980). Early adolescent's structure of proportional reasoning. En R. Karplus (comp.): *Proceedings of the Fourth International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. Berkeley, CA: Lawrence Hall of Science.
- NOELTING, G. (1980a). The development of proportional reasoning and the ratio concept. Part I Differentiation of stages. *Educational Studies in Mathematics*, 11, 217-253.
- NOELTING, G. (1980b). The development of proportion reasoning and the ratio concept. Part II Problem-Structure at successive stages; problem-solving strategies and the mechanism of adaptative restructuring. *Educational Studies in Mathematics*, 11, 331-363.
- PIAGET, J. (1970). L'évolution intellectuelle entre l'adolescence et l'âge adulte. *Comunicación presentada en el IIIe Congrès International FONEME sur la formation humaine de l'adolescence à la maturité*. Milán, 9-10 mayo, pp. 149-156. Trad. cast. en J. Delval (comp.): *Lecturas de Psicología del niño*, vol. 2. Madrid: Alianza Editorial, 1978.
- PIAGET, J., e INHOLDER, B. (1951). *La genèse l'idée de hasard chez l'enfant*. París: PUF.
- DE RIBAUPIERRE, A. (1980). Application d'un modèle néo-piagetien à l'étude du stade des opérations formelles. *Bulletin de Psychologie*, XXXIII, (345), 699-709.
- DE RIBAUPIERRE, A., y PASCUAL-LEONE, J. (1979). Formal operations and M power: A néo-piagetian investigation. En D. Kuhn (comp.): *Intellectual development beyond childhood. New Directions for Child Development*. San Francisco: Jossey-Bass.
- SCARDAMALIA, M. (1977). Information processing Capacity and the problem of Horizontal Décalage; A demonstrations using combinatorial reasoning tasks. *Child Development*, 48, 28-37.
- SIEGLER, R. S. (1981). Developmental sequences within and between concepts. *Monographs of the Society for research in child Development*, 46, (2, serial n.º 189).
- SIEGLER, R. S., y KLAHR, D. (1982). When do children learn? The relationship between existing knowledge and the acquisition of new knowledge. En R. Glaser (comp.): *Advances in Instructional Psychology*, vol. 2, Hillsdale N.J.: LEA.
- WASON, P. C., y JOHNSON-LAIRD, P. N. (1972). *Psychology of reasoning: structure and content*. Londres: Batstard. Trad. cast.: *Psicología del razonamiento*. Madrid: Debate, 1980.