El aprendizaje de la estrategia de comparación de proporciones

Antonio Corral*

Universidad Nacional de Educación a Distancia

Infancia y Aprendizaje, 1987, 37, 33-43.

INTRODUCCION

Los sujetos a partir de los 15-16 años son capaces, según la teoría de Piaget (Inhelder y Piaget, 1955), de resolver problemas complejos porque han adquirido una *competencia* lógico-matemática que les capacita para ello. La teoría piagetiana describe esta nueva capacidad en términos de las dos estructuras algebraicas (el retículo y el grupo INRC) que pueden definirse sobre las 16 combinaciones binarias de la lógica de proposiciones. El retículo y el grupo forman, según esta teoría, una estructura de conjunto que subyace a todo comportamiento intelectual y puede explicar cualquier actuación inteligente que tenga el sujeto a partir de este momento. De esta estructura total emanan distintos esquemas específicos que se aplican a problemas específicos para resolverlos. Nos ocuparemos, en esta ocasión, de uno de estos esquemas: el esquema de las proporciones, que procede directamente del grupo INRC, o grupo de las cuatro transformaciones.

1. OBJETIVOS

La resolución de problemas que implican operaciones de proporcionalidad exige la comprensión de una relación cuantitativa precisa, si bien antes de llegar a ella es necesaria previamente una aproximación cualitativa. Todas las investigaciones sobre este tema (Piaget e Inhelder, 1951; Inhelder y Piaget, 1955; De Ribaupierre y Pascual-Leone, 1979; Karplus et al., 1980; Noelting, 1980 a y b) han mostrado que antes de acceder a la cuantificación de la relación proporcional se pasa necesariamente por una etapa de carácter cualitativo, que consiste en concebir mentalmente un conjunto de elementos, del que se «aísla» un subconjunto que se relaciona con el conjunto total.

En un experimento anterior (Corral, 1983) hemos estudiado los procesos cognoscitivos (las estrategias) que siguen los sujetos cuando intentan resolver problemas en los que tienen que comparar proporciones. Esto nos ha permitido aislar los errores, las limitaciones cognitivas básicas y las dificultades con las que chocan antes de llegar a la comprensión de la relación cuantitativa precisa, último estadio para la completa adquisición de la noción de proporcionalidad. También hemos analizado el sentido de la influencia que la dependencia-independencia de campo (DIC) tiene en la actuación en estas tareas. Nuestros objetivos con este nuevo experimento son:

— Diseñar una estrategia de instrucción que lleve a los sujetos al dominio completo de la noción lógico-matemática de la proporcionalidad.

* *Dirección del autor:* Universidad Nacional de Educación a Distancia, Instituto de Ciencias de la Educación, Ciudad Universitaria, 28040 Madrid.

— Comprobar la virtualidad, grado de eficacia y limitaciones de la instrucción diseñada.

— Comprobar si la DIC tiene alguna incidencia en el distinto aprovechamiento que los sujetos puedan hacer del aprendizaje recibido.

2. METODOLOGIA

En el experimento citado anteriormente planteamos a un grupo de 30 alumnos de 8.º de E.G.B. tres tareas piagetianas clásicas, para cuya resolución hay que haber accedido a las operaciones formales. Las tareas elegidas hacían referencia al razonamiento combinatorio, esquema de control de variables y razonamiento proporcional con contenido probabilístico (tarea A a partir de ahora). La actuación de los sujetos en las tres tareas fue evaluada del siguiente modo:

Estadio	*Puntuación*	
IIA	-1	*actuación no formal*
IIB	0	*actuación no formal*
IIB/III	1	*actuación no formal*
IIIA	2	*actuación pre-formal o de transición*
IIIA/IIIB	3	*actuación formal*
IIB	4	*actuación formal*

También se examinó a los alumnos en la dimensión DIC mediante el test de las figuras incluidas (GEFT) de Witkin. La mitad fueron caracterizados como dependientes de campo (DC) y la otra mitad como independientes de campo (IC). No se tuvo en cuenta la variable sexo.

2.1. Tarea A

En esta tarea se presentaban *dos botes* que contenían fichas blancas y negras en distinta o igual proporción. Se pidió al sujeto que decidiera en cuál de los botes sería más fácil (o si en los dos era igualmente fácil) obtener una ficha blanca si metiéramos la mano sin mirar. El número total de problemas era de 11 y la dificultad era creciente. El examen tenía lugar de forma individual y el sujeto podía hacer uso, si lo deseaba, de papel y lápiz. (Ver tabla I.)

TABLA I

Items empleados en la tarea A

Cada paréntesis representa el conjunto de fichas blancas (B) y negras (N) que hay en cada bote

1. (6B, 4N) vs. (2B, 2N)
2. (3B, 2N) vs. (5B, 10N)
3. (4B, 2N) vs. (6B, 3N)
4. (4B, 2N) vs. (8B, 4N)
5. (3B, 3N) vs. (5B, 5N)
6. (3B, 2N) vs. (9B, 6N)
7. (2B, 1N) vs. (2B, 3N)
8. (3B, 5N) vs. (3B, 7N)
9. (5B, 4N) vs. (3B, 2N)
10. (7B, 6N) vs. (5B, 4N)
11. (7B, 6N) vs. (6B, 5N)

2.2. Sujetos

Del grupo examinado en este experimento (que se utiliza como pretest) escogimos 20 sujetos que no habían tenido una actuación formal en la tarea de la proporcionalidad (tarea A): se encontraban todos ellos en los estadios IIA, IIB y IIB/IIIA (con –1, 0 y 1 punto, respectivamente). Fueron distribuidos en dos grupos (10 sujetos en cada uno), que denominaremos grupo control (G.C.) y grupo experimental (G.E.), de tal manera que la puntuación media obtenida por los dos grupos en el Experimento I, tanto en las tres tareas formales como en la dimensión DIC, era similar (véase cuadro 1).

CUADRO 1

Puntuación media obtenida por los sujetos que forman el G.E. y el G.C. en el pre-test

	Prop.	Com.	C.V.	DIC
G.E.	0,3	3	3,1	6
G.C.	0,5	2,7	3,1	6,9

2.3. Procedimiento

Cada miembro del grupo experimental recibió de forma individual sesiones de aprendizaje, para lo que se utilizó una tarea de proporcionalidad que no tenía contenido probabilístico (tarea B). Las sesiones comenzaron una semana después de que terminara el pre-test.

Entre 3 y 5 semanas después de las sesiones de aprendizaje, los dos grupos fueron examinados otra vez en la tarea A (post-test). EL G.C. no recibió ningún tratamiento.

El diseño del aprendizaje administrado se basó: 1) en el conocimiento —proporcionado por el Experimento anterior— de las estrategias seguidas por los sujetos que mostraron una actuación formal; 2) en el estudio de las estrategias inadecuadas (errores) empleadas por los sujetos no-formales, y 3) en el análisis de las nociones previas necesarias para resolver la tarea (Case, 1974 y 1978; Inhelder, Sinclair y Bovet, 1974; Sastre y Moreno, 1980; Kuhn, 1979; Duckworth, 1979). Veámoslo paso a paso a continuación.

2.3.1. Estrategias correctas utilizadas por los sujetos en el Experimento I (tarea A)

Estas estrategias son las empleadas en los problemas más complejos.

— hallar el porcentaje de casos favorables (fichas blancas) que hay en cada bote.
— Hallar directamente la probabilidad que hay de obtener una ficha blanca en cada bote, dividiendo el número de casos favorables (n.c.f.) por el número de casos total (n.c.t.).
— Plantear la fracción n.c.f./n.c.t y n'.c.f./n'.c.t. y reducirlas a común denominador. Se opta por la que tenga el mayor numerador.
— Dividir el n.c.f. (fichas blancas) por el número de casos desfavorables (n.c.d.), o sea, el número de fichas negras, para calcular cuán-

tas fichas blancas hay por cada ficha negra (o viceversa) en cada bote. Se opta por el bote que tenga más fichas blancas por cada ficha negra.

Hay otro tipo de estrategias más simples que los sujetos emplean ante las relaciones más claras.

- Ver que hay el doble (o el triple) de fichas blancas que de negras en cada bote.
- Ver que hay en un bote el doble (o el triple) de fichas blancas que en el otro y, a la vez, el doble (o el triple) de negras.

2.3.2. *Estrategias inadecuadas (errores) empleadas por los sujetos*

A nuestro juicio estos errores ponen de manifiesto dificultades cognitivas básicas, cuyo conocimiento es necesario para diseñar un método de aprendizaje eficaz.

- Cuando el sujeto intenta cuantificar la proporción, tiene tendencia a poner en el denominador, no el número de casos total sino el número de casos desfavorables. Por ejemplo, si hay 2 fichas blancas y 2 fichas negras, en lugar de escribir 2/4, escribe 2/2. Lo que pone de manifiesto una dificultad para concebir el conjunto total y para considerar los casos favorables como una parte del conjunto total.
- En los casos más sencillos, pero sobre todo, cuando las fracciones son desiguales e irreducibles, el sujeto, al decidir, tiene tendencia a restar el n.f.b. y el n.f.n. en cada bote, y a comparar el resultado de la diferencia. Por ejemplo, en el ítem (3, 2) vs. (2, 1) como no encuentra una relación simple (3/5; 2/3) concluye que hay la misma probabilidad porque en los dos botes hay una ficha blanca más: $3 - 2 = 2 - 1$. Veamos dos ejemplos más. En (4,2) vs. (6,3) y (4,2) vs. (8,4) opta por la igualdad «porque en los dos hay la mitad de negras que de blancas», y sin embargo, en (3,2) vs. (9,6) opta por el segundo bote «porque si restamos sobran más en esa», y en (5,4) vs. (3,2) opta por la igualdad «porque sobran en los dos una blanca». No se da cuenta de la contradicción en la que incurre, ya que si empleara esta estrategia en los dos primeros ítems, tendría que concluir que en el segundo bote la probabilidad es mayor.

  En (5,4) vs. (3,2), (7,6) vs. (5,4) y (7,6) vs. (6,5) opta por la igualdad porque la diferencia es igual. El experimentador le plantea el caso extremo: (7,6) vs. (2,1) y el sujeto extiende su razonamiento a este caso reafirmando la igualdad. El experimentador le pide que elija en función de la mayor probabilidad que tendría de obtener un premio importante y elige, entonces, 2/1 «porque hay menos negras» pero insiste en que «es igual de fácil (obtener ficha blanca) en los dos botes».
- Ausencia de estrategia. Decisión «a bulto», en función de la cantidad.
- Un alumno que intentaba hallar el c.d. de las dos fracciones mostró una compulsión irrefrenable a sumar (!) las dos fracciones resultantes, en lugar de comparar los numeradores resultantes. Esto parece debido a que, quizás, ha aprendido a calcular el c.d. en el contexto de la suma de fracciones.

2.3.3. *Nociones previas necesarias*

No hemos desarrollado un análisis completo de la tarea, como propone la teoría de Pascual-Leone (análisis metasubjetivo) (De Ribaupierre y Pascual-Leone, 1979; Pascual-Leone, 1980; Case, 1974), pero sí hemos delineado aquellos conocimientos que se muestran necesarios, aunque no suficientes (es preciso, además, un plan ejecutivo que reorganice los esquemas previos en un esquema «superior» más potente) para consolidar una estrategia óptima:

- — Distinguir entre cantidad y proporción.
- — Saber que una proporción se puede expresar en forma de fracción.
- — Saber que hay fracciones equivalentes.
- — Saber simplificar fracciones.
- — Saber reducir fracciones a común denominador.
- — Saber que cuando se comparan fracciones resultantes de los dos puntos anteriores es como si se compararan las primeras, puesto que son equivalentes.
- — Saber dividir fracciones irreducibles.

2.4. Sesión de Aprendizaje

Se le planteaban al sujeto sucesivamente cinco problemas que tenían una dificultad creciente.

El sujeto tenía que determinar dónde habría más proporción de limón («qué mezcla sabría más, o si sabrían igual, a limón») despues de mezclar distintos vasos de limón y de agua del mismo volumen. Los problemas fueron los siguientes:

1.º)	1L	1A	2L	2A
2.º)	2L	4A	1L	2A
3.º)	3L	6A	2L	4A
4.º)	2L	4A	3L	5A
5.º)	3L	2A	2L	1A

El experimentador le daba al sujeto los problemas representados gráficamente, como puede verse a continuación:

Se les planteó a todos los sujetos los mismos problemas en el orden indicado, siendo el sujeto quien tenía que iniciar la tarea.

La sesión de aprendizaje, que se desarrolla de un modo abierto, pretende alcanzar los siguientes objetivos:

1. Enseñar al sujeto a formalizar la proporción mediante la fracción *casos favorables/casos posibles*. No se le enseñaba ninguna otra posible estrategia.
2. Animarle a aplicar los algoritmos que ya conoce: el máximo común divisor (m.c.d.) para simplificar fracciones y el mínimo común múl-

tiplo (m.c.m.) para reducir fracciones a común denominador, pero que no utiliza de modo espontáneo fuera del contexto escolar.

3. Mostrarle la contradicción en la que se incurre si se utilizan estrategias aditivas.

Los dos primeros problemas eran deliberadamente fáciles. Se trataba de llevar al sujeto a la formalización matemática de aquello que había resuelto de forma intuitiva, de manera que en los siguientes, que tenían una dificultad mayor y difícilmente resolubles intuitivamente, comenzara a aplicar la estrategia adecuada.

Los dos últimos problemas estaban diseñados para ayudarles a superar el error habitual, cuando el problema se complejiza, de restar una parte de la otra para decidir en función del resultado.

3. RESULTADOS

Al final de la sesión de aprendizaje todos los sujetos habían comprendido la estrategia enseñada y resolvieron el último problema de la tarea B, aplicando correctamente el esquema de la proporcionalidad.

El comportamiento en el post-test de cada uno de los sujetos del grupo experimental está resumido en el cuadro 2. No obstante, expondremos caso por caso según el nivel formal alcanzado en el post-test.

IIIB. Estrategia proporcional completa

(BAG): Emplea una estrategia proporcional completa pero no la misma que fue instruida. «Primero transformo los datos en fracciones: (4,2) vs. (6,3) — 4/2, 6/3; a continuación formo las fracciones comunes de las dos fracciones (12/6, 12/6) y si tienen igual numerador hay las mismas posibilidades y si el numerador de una es mayor que el del otro en esa fracción hay más posibilidades.» Por ejemplo, en (7,6) vs. (5,4), forma 28/24, 30/24 y elige el bote de la derecha.

(JOE): Emplea una estrategia proporcional completa tal como fue instruida, es decir, dividiendo el número de casos favorables por el número de casos posibles. «He resuelto los problemas hallando y operando con los denominadores, resultado de la suma de fichas en una fracción y lo mismo con la otra fracción. Los denominadores han sido divididos y multiplicados por los numeradores hasta conseguir el resultado.»

(5,4) vs. (3,2) — 5/9; 3/5; 25/45; 27/45.

IIIA/IIIB. Estrategia proporcional completa con conclusión errónea por influencia de factores perceptivos

(ALB): Emplea una estrategia proporcional completa, con la particularidad de que introduce variaciones personales sobre la que le fue enseñada. «He dividido el término A entre el término B y después el término C entre el término D y lo que me ha dado de dividir A/B y C/D, pues he sacado conclusión. Del resultado que me ha dado he cogido el mayor y entonces he sabido en qué sitio tenía más posibilidades de sacar una ficha blanca. [En (7,6) vs. (6,5), por ejemplo, 7/6 = 1,1 y 6/5 = 1,2, elige correctamente.] Y si en los dos sitios me daba lo mismo, pues eso quería decir que en los dos sitios había las mismas posibilidades menos en un caso (!). He hecho lo mismo que en los demás casos (3/2 = 1,5; 9/6 = 1,5), pero luego me ha parecido que en 9B y 6N había más posibilidades de sacarlas que en 3B y 2N, ya que en el primer caso hay tres fichas blancas más que negras y en el segundo sólo hay una ficha blanca más que negra.»

(SANT): Emplea la misma estrategia que (BAG) en todos los ítems. En los ítems de dificultad mayor: (5,4) vs. (3,2), (7,6) vs. (5,4) y (7,6) vs. (6,5) también lo hace: 10/8, 12/8; 14/12, 15/12, y 35/30, 36/30, pero el resultado le sorprende y, entonces opta, erróneamente, por la igualdad, aplicando una estrategia aditiva: en todos los casos sobra una blanca. Comenta que «este método está mal porque en algunos casos no sale».

IIIA. Estrategia proporcional en todos los ítems salvo en los que no hay alguna relación numérica facilitadora

(ARR): En los ítems (4,2) vs. (6,3); (4,2) vs. (8,4); (3,3) vs. (5,5); (3,2) vs. (9,6) emplea una estrategia proporcional personal. En el ítem (5,4) vs. (3,2) elige correctamente con el siguiente razonamiento: «en la derecha, porque en el (5,4) hay el doble de negras y en cambio no hay el doble de blancas». En su razonamiento está elíptica esta estrategia: «para que fueran iguales debería ser (6,4) vs. (3,2), como es (5,4) pues es superior (3,2)».

En los ítems (7,6) vs. (5,4) y (7,6) vs. (6,5) elige correctamente pero con una razonamiento pseudo proporcional: «El doble de 5B es 10B por lo tanto faltan 3B y el doble de 4N es 8N por lo tanto faltan 2N.» Conclusión: «es más fácil en (5,4), porque $2 < 3$». El experimentador le plantea (8,6) vs. (5,4), porque si se sigue su estrategia habría que convenir que hay igual probabilidad. Pero en este caso hace dos grupos en (8,6): (4,3) y (4,3) y concluye que no es lo mismo: «que es más fácil en (8,6). Sin embargo, esta contradicción no le lleva a variar su estrategia y dice que «para el caso anterior vale pero no para éste».

En el ítem (7,6) vs. (6,5) elige correctamente, pero su estrategia no es completamente proporcional:

Doble de 6B — 12B (faltan 5b).

Doble de 5N — 10N (faltan 4N).

Conclusión: es más fácil obtener ficha blanca en (6,5).

Aplica una estrategia que en el primer paso es proporcional y en el segundo paso es aditiva.

(DEL): Preguntado por el método que ha seguido, contesta que lo hace «a simple vista».

En los ítems (4,2) vs. (6,3) y (4,2) vs. (8,4) elige correctamente: «Porque en las dos hay la mitad de blancas son las que hay negras» *(sic)*.

En el ítem (3,2) vs. (9,6) y en los demás su estrategia es «en la derecha porque si restamos sobran más...», o, «igual, porque sobra en los dos una...».

(TRA): Al principio emplea un método absurdo: Suma las proporciones de blancas y negras en cada bote, lo que lógicamente da 1, y luego intenta restar. En (4,2) vs. (6,3): $4/6 + 2/6 = 6/6$; $6/9 + 3/9 = 9/9$ y $6/6 - 9/9$ ... Parece que recuerda vagamente la estrategia instruida durante la sesión de aprendizaje, pero contaminada por la interferencia de recuerdos de habilidades escolares aprendidas en otro contexto. Esta estrategia la emplea en todos los ítems. Al final recurre al tipo de estrategia empleada por (DEL).

IIB. Estrategia aditiva. Distinción entre cantidad y proporción

(HER): Sólo resuelve correctamente el ítem (3,3) vs. (5,5). En todos los demás emplea una estrategia aditiva. Por ejemplo, en (4,2) vs. (6,3) elige (6,3), «porque si resta 3 a 6, nos da mayor número de fichas blancas que en el otro».

(SANZ): Se encuentra en una situación similar. En el ítem (3,3) vs. (5,5) elige la igualdad «porque en los dos hay el mismo número de fichas blancas que de negras». En los demás ítems utiliza una estrategia aditiva y de cantidad. En (5,4) vs. (3,2) elige (5,4) «porque hay mayor número de fichas en uno que en otro aunque la proporción es la misma porque en los dos hay una ficha blanca más».

IIA. Estrategia aditiva y de cantidad. No distingue entre cantidad y proporción

(MAA): En el ítem (3,3) vs. (5,5) elige (3,3) «porque hay más posibilidades de sacar la blanca». En (5,4) vs. (3,2) elige (3,2) «porque hay menos fichas (sobra una blanca) y en el otro lado es igual, sólo que hay más fichas».

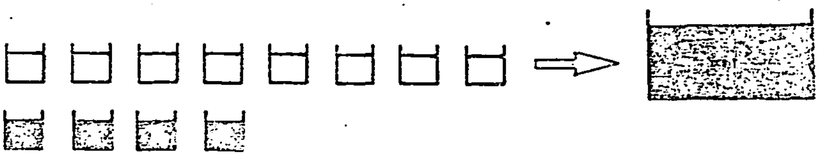
CUADRO 2

	G.E.		G.C.	
	Pre-test	Post-test	Pre-test	Post-test
IIIB		(BAG) (JOE)		
IIIA/IIIB		(ALB) (SANT)		
IIIA		(ARR)		
IIB/IIIA	(BAG) (ALB) (SANT) (ARR)	(DEL) (TRA)	(VEL) (DOM) (COR) (PER) (PAT) (RUI)	(VEL) (DOM) (COR) (PER) (PAT)
IIB	(JOE) (DEL) (TRA) (HER) (SANZ)	(HER) (SANZ)	(SIE) (LOP) (SAE)	(RUI) (SIE) (LOP)
IIA	(MAA)	(MAA)	(SOT)	(SAE) (SOT)

El grupo control tuvo un comportamiento prácticamente idéntico al mostrado en el pre-test. Destacamos del conjunto de respuestas un ejemplo muy ilustrativo. En el problema (8,4) vs. (4,2) un sujeto, que no ha tenido aprendizaje, dice lo siguiente:

«Hay el doble de blancas y el doble de negras; pero como hay más cantidad de blancas en 8/4 elijo este caso.»

Entonces el experimentador le plantea el mismo problema con vasos de agua y de limón:



y en este caso opta por la igualdad. El experimentador se lo vuelve a plantear con fichas y duda: «con el limón lo veo claro pero con las fichas no». Se mantiene en su postura primera de que es más fácil en (8,4).

Podemos resumir los resultados obtenidos en el post-test del siguiente modo (véase figura 1):

— En el G.C. no se produjo ningún progreso. Por el contrario se produjo un ligerísimo, aunque no significativo, descenso.

— En el G.E. el progreso fue considerable. El 70 por 100 de los sujetos mejoraron su actuación. El 30 por 100 permaneció igual. El aprendizaje siempre resultó eficaz cuando los sujetos partían de un estadio intermedio (IIB/IIIA). Si los sujetos estaban en el estadio IIB no siempre se produjo la mejora. De hecho, los 3 sujetos que no mejoraron estaban en este caso.

— Vuelven a aparecer conductas cognitivas «disociadas»: algún sujeto aplica correctamente una estrategia formal —en este caso el esquema de la proporcionalidad—, pero luego, llevado por factores perceptivos, extrae una conclusión errónea.

— Parecen beneficiarse más del aprendizaje los sujetos DC, si bien, debido a lo reducido de la muestra, habrá que esperar a próximos estudios en los que participen un mayor número de sujetos, para confirmar o falsar este resultado (véase figura 2).

CUADRO 3

Resultados obtenidos en el pre-test y post-test, tanto de G.E. como del G.C. en función del estilo cognitivo independencia-dependencia del campo perceptivo.

	Pre-test	Post-test		Pre-test	Post-test
DC	0,33	2,16	DC	0,33	0
IC	0,25	1	IC	0,75	0,75

Grupo experimental

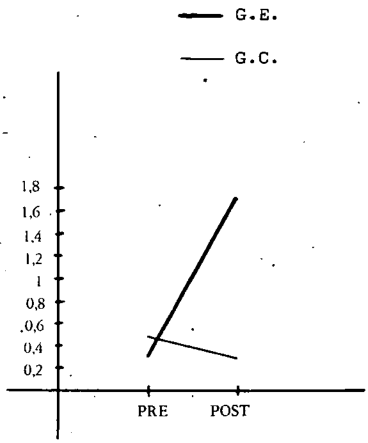


FIGURA 1

Comparación entre los resultados obtenidos por el grupo experimental y el grupo de control.

Grupo Control

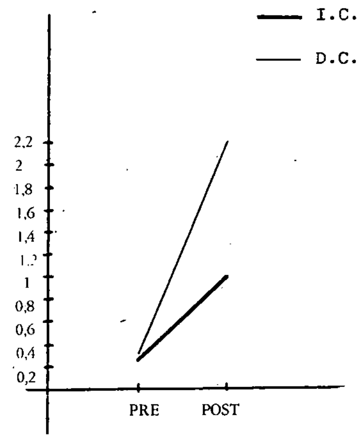


FIGURA 2

Comparación entre los resultados obtenidos por los independientes de campo y los dependientes de campo en el grupo experimental.

4. CONCLUSIONES Y DISCUSION

Los resultados más relevantes confirman los de otras investigaciones que han utilizado otras tareas. El sujeto ante problemas que suponen una dificultad cognitiva insalvable «experimenta» una regresión cognitiva a estrategias más simples y erróneas, en este caso aditivas, que ya no emplea en problemas que le son accesibles. Esto supone cierta insensibilidad a la contradicción de utilizar estrategias distintas ante problemas similares. Estas estrategias se muestran contradictorias e incompatibles entre sí, de forma que no pueden ser correctas las dos al mismo tiempo.

Los adolescentes asimilan la instrucción recibida a sus propias estructuras: con el paso del tiempo transforman su estrategia primitiva en otra proporcional, pero personal, que no es propiamente la que fue enseñada y que eran capaces de utilizar en presencia del experimentador.

Por otra parte, hemos vuelto a encontrar (Corral, 1982) dificultades para modificar impresiones intuitivas, percepciones incorrectas (los aspectos figurativos en la terminología piagetiana) aún disponiendo de la ayuda de haber empleado una estrategia impecablemente correcta (Kahneman y Tversky, 1982).

A diferencia de otros investigadores no hemos encontrado un peor aprovechamiento (en todo caso al contrario) en los sujetos caracterizados como dependientes de campo (DC), ni mucho menos dificultades insoslayables como, demasiado alegremente, alguna publicación ha sugerido (Linn, 1978).

Somos de la opinión que con un diseño de instrucción que tenga en cuenta los puntos que hemos desarrollado, y los profundice, será posible propiciar una actuación plenamente formal de cualquier alumno con escolarización normal.

Resumen

Este artículo versa sobre las dificultades que tienen los adolescentes para comprender la relación proporcional cuantitativa necesaria para resolver tareas de comparación de proporciones. Se comprueba, no obstante, que es posible, mediante determinadas sesiones de aprendizaje, propiciar en los adolescentes la adquisición plena del esquema operacional formal de la proporción.

Summary

This article studies the difficulties teenagers have to understand the cuantitative proportional relation necessary to solve task of comparison of proportions. Nevertheless, it is a fact that is possible, by means of training sessions, to facilitate the adquisition of formal operational scheme of proportion.

Résumé

Cet article verse sur les difficultés qu'ont les adolescents pour comprendre la relation proportionelle quantitative nécessaire pour résoudre des tâches de comparaisons de proportions. On vérifie, cependant, qu'il est possible, par des séances déterminées d'apprentissage, encourager les adolescents pour la pleine réussite du schéma opérationel formel de la proportion.

Referencias

CASE, R.: «Structures and Strictures: Some functional limitations on the course of cognitive growth». *Cognitive psychology,* 1974, *6,* 554-573.

— «A developmentally based theory and technology of instruction». *Review of Educational Research,* 1978, *48,* 439-469. Rad. cast.: *Revista de Tecnología Educativa,* 1981, vol. 7, 9-38.

CORRAL, A.: «La influencia del estilo cognitivo DIC en la resolución de dos problemas de física». *infancia y Aprendizaje,* 1982, *18,* 107-123.

— *Actuación formal y Aprendizaje de operaciones lógico-formales.* Tesis doctoral. Universidad Autónoma de Madrid, 1983. (Inédita.)

DUCKWORTH, E.: «Either we're too early and they can't learn it or we're too late and they know it already: the dilemma of "Applyind Piaget"». *Harvard Educational Review,* 1979, *49* (3), 297-321. Trad. cast.: *Infancia y Aprendizaje,* 1981, Monografías (2), 163-185.

INHELDER, B., y PIAGET, J.: *De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent.* París: P. U. F., 1955. Trad. cast.: *De la lógica del niño a la lógica del adolescente.* Buenos Aires: Paidós, 1972.

INHELDER, SINCLAIR y BOVET: *Apprentissage et structures de la connaissance.* París: P. U. F., 1974. Trad. cast.: *Aprendizaje y estructuras del conocimiento.* Madrid: Morata, 1975.

KAHNEMAN, D., y TVERSKY, A.: «On the study of statistical intuitions». *Cognition,* 1982, *11,* 123-141.

KARPLUS, R.; PULOS, S., y STAGE, E. K.: «Early adolescent's structure of proportional reasining», en R. Karplus (ed.): *Proceedings of the Fourth International Conference for the psychology of Mathematics Education.* Berkeley, CA: Lawrence Hall of Science, 1980.

LINN, M. C.: «Influence of cognitive style and Training on tasks Requiring the separation of variables Schema». *Child Development,* 1978, *49,* 874-877.

NOELTING, G.: «The development of proportional reasoning and the ratio concept. Part I: Differentiation of stages». *Educational Studies in Mathematics,* 1980a, *11,* 217-253.

— «The development of proportion reasoning and the ratio concepto. Part II: Problem-Structure at successive stages; problem-solving strategies and the mechanism of adaptative restructuring». *Educational Studies in Mathematics,* 1980b, *11,* 331-363.

PASCUAL-LEONE, J.: «Constructive problems for constructive theories: The current relevance of Piaget's work and a critique of information processing pscyhology», en Klüwe y Spada (eds.): *Developmental models of thinking.* Londres: Academic Press, 1980.

PIAGET, J., e INHELDER, B.: *La genèse de l'idee de hasard chez l'enfant.* París: P. U. F., 1951.

DE RIBAUPIERRE, A.: «Aplication d'un modèle néo-piagetian à l'étude du stade des opérations formelles». *Bulletin de Psychologie,* 1980, n.º XXXIII, *345,* 699-709.

DE RIBAUPIERRE, A., y PASCUAL-LEONE, J.: «Formal operations and M power: A néo-piagetian investigation», en D. Kuhn (ed.): *Intellectual development.* San Francisco: Jossey-Bass, 1979.

SASTRE, G., y MORENO, M.: *Descubrimiento y construcción de conocimientos.* Barcelona: Gedisa, 1980.

WITKIN, OLTMAN, RASKIN y KARP: *A manual for the Embedded figures tests.* Palo Alto, California: Consulting Psychologyst Press, 1971.