

La dificultad de enseñar el razonamiento proporcional

Antonio Corral*

I.C.E. Universidad Nacional de Educación a Distancia

APRENDIZAJE Y DESARROLLO. LA POSTURA DE LA ESCUELA DE GINEBRA

Piaget (1968) no concibe el desarrollo como una sucesión de aprendizajes, ni tampoco considera que el desarrollo y el aprendizaje sean dos fuentes distintas y separadas de adquisición de conocimientos. Más bien cree que el aprendizaje está claramente subordinado al nivel de desarrollo del sujeto (p. 176). La escuela de Ginebra no ha investigado el aprendizaje formal, sólo ha dedicado atención al aprendizaje de las estructuras del período de las operaciones concretas. El libro de Inhelder, Sinclair y Bovet (1974) reúne un conjunto de investigaciones sobre este tema de enorme importancia. En nuestro país, Moreno y Sastre (1980) y Sastre y Moreno (1980) han realizado trabajos, que están en esta línea, con resultados muy alentadores.

Una vez que ha quedado claro, después de numerosos experimentos, que no todos los sujetos, durante su desarrollo cognitivo, adquieren el conjunto de las estructuras operatorio-formales, se hace necesario investigar la posibilidad de que ello pueda ocurrir mediante métodos que van desde la mera facilitación hasta el aprendizaje propiamente dicho.

Una de las cosas que han dejado claras las investigaciones de la escuela de Ginebra sobre el aprendizaje de estructuras cognitivas (y que creemos aplicables al estadio de las operaciones formales) es que la naturaleza de los progresos, así como su importancia, son siempre, de una manera impresionante, función del nivel inicial de desarrollo del sujeto. Otro resultado general es que el curso del aprendizaje, cualquiera que sea la variedad de los procedimientos, sigue siempre las mismas etapas sin saltarse ninguna y tropieza con los mismos obstáculos

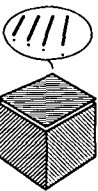
que los observados en los estudios transversales (Inhelder, Sinclair y Bovet, 1974).

Según la escuela de Ginebra, para que el entrenamiento sea efectivo, debe incorporar las leyes del desarrollo cognitivo espontáneo del concepto o esquema objeto de aprendizaje. Si al sujeto se le impone una conexión entre acontecimientos, no se produce progreso. El descubrimiento tiene que ser activo, pues esto es lo que sucede durante el desarrollo cognitivo. Es el Principio Constructivista que pone el énfasis en la actividad del sujeto y en el carácter de autodescubrimiento de toda nueva adquisición intelectual. El individuo tiene que descubrir por sí mismo las inconsistencias entre sus creencias y los resultados reales de sus acciones. Este (auto) descubrimiento es lo que le llevará a progresar intelectualmente de un modo cualitativo. De ahí que Inhelder et al. (1974) opinen que no se debe decir directamente al sujeto si las respuestas son correctas o incorrectas.

LA CRITICA DE BRAINERD

Brainerd (1978a) considera que la perspectiva piagetiana critica y desecha injustamente otros métodos de aprendizaje por ser «tutoriales» y no efectivos. Por ejemplo, el aprendizaje de reglas, el aprendizaje por observación, el aprendizaje por conformidad o el método que se sirve del conflicto entre las predicciones del aprendiz y el resultado.

Para Brainerd, la postura de Piaget de que el desarrollo cognitivo espontáneo es el mejor de los desarrollos posibles, y que los procedimientos de instrucción tienen que incorporar las leyes del desarrollo espontáneo, no es más que un principio filosófico de carácter rousseauiano. Brainerd cree que los procedimientos tutoriales han demostrado su eficacia, e incluso su superior-



ridad, sobre los métodos de autodescubrimiento. Aquéllos, por ejemplo, han demostrado su eficacia con sujetos que no tenían una comprensión ni siquiera inicial sobre el concepto instruido, posibilidad ésta negada taxativamente por los piagetianos, que consideran condición *sine qua non*, que los sujetos se encuentren en un nivel preliminar o inicial para que el aprendizaje tenga éxito.

Piaget afirma la imposibilidad de enseñar un concepto perteneciente a un estadio posterior al que se encuentra el individuo en la actualidad, y se apoya en la imposibilidad de invertir los desfases verticales. Brainerd no considera este argumento significativo para sostener la opinión piagetiana de la preeminencia del desarrollo sobre el aprendizaje, porque con los conceptos piagetianos siempre sucede que los posteriores presuponen conceptos pertenecientes a estadios anteriores, y para comprobar la no inversión de los desfases verticales sería preciso encontrar algún concepto superior que no incluya obligatoriamente otro inferior, cosa imposible con el tipo de tareas piagetianas. Esto, en opinión de Brainerd, nada tiene que ver con el desarrollo intelectual: es consecuencia del modo como está organizada la ciencia (*), por lo que considera trivial tal afirmación piagetiana.

En una publicación posterior (Brainerd, 1978b), este autor afirma la posibilidad de enseñar tareas formales a niños que se encuentran en el período de las operaciones concretas, sin recurrir, *a fortiori*, al método del descubrimiento activo: Le interesan los experimentos que emplean niños «concretos» para falsar, así, la afirmación piagetiana de que el aprendizaje no influye en tareas formales mientras que las estructuras lógico-formales no hayan sido adquiridas.

LA TEORÍA DEL APRENDIZAJE DE LOS ORGANIZADORES PREVIOS

La teoría de Ausubel (1968) considera que la capacidad para resolver problemas depende de la adecuación de los conceptos específicamente relevantes en la estructura cognitiva del que aprende. Los organizadores previos facilitan el aprendizaje significativo porque aumentan la probabilidad de que la información nueva se afiance en los conceptos de la estructura cognitiva. Novak (1977) afirma que sólo cuando el material

nuevo es intrínsecamente significativo y, además, ya existe en la estructura cognitiva del que aprende algún concepto rudimentario relevante para el material nuevo, los organizadores previos facilitan el aprendizaje porque cumplen la función de PUENTES COGNITIVOS. Lo que se aprende es función, fundamentalmente, de lo que ya se sabe y de las anteriores experiencias con relevancia para la nueva tarea. De ahí que Novak piense que los estudios más importantes y prometedores son aquellos que tratan de averiguar lo que el alumno ya sabe y lo utilizan como variable principal en el estudio del rendimiento bajo diversas situaciones instructivas, en lugar de investigar la eficacia de distintas formas de organizadores a través de diferentes tipos de grupos. La posesión previa de conceptos en un área específica, y no la capacidad general del alumno, es realmente el factor más importante que influye en el aprendizaje. Según esta concepción, los sujetos adquieren un marco de conceptos específicos organizados jerárquicamente y no desarrollan operaciones cognitivas generales, como pretende la teoría de Piaget. Novak cree que la utilización del pensamiento formal se explica mejor según el modelo de Ausubel sobre la diferenciación progresiva de los conceptos inclusores que existen en la estructura cognitiva. Así, aun cuando los conceptos bien diferenciados y de gran generalidad tienden a desarrollarse con la edad, produciendo la ilusión de estadios generales de desarrollo cognitivo, la explicación más parsimoniosa es que la diferenciación cognitiva depende de manera muy específica de la experiencia. Diversas investigaciones confirman, según este autor, esta hipótesis.

Lawson (1982), al contrario que Novak, cree que los sujetos desarrollan operaciones cognitivas generales, aunque no totalmente como Piaget lo formuló en un principio, y, también, adquieren sistemas de conceptos de disciplinas específicas, organizados jerárquicamente. Pero el desarrollo de operaciones cognitivas generales es una condición necesaria para la adquisición significativa de los conceptos específicos, y el éxito en tareas piagetianas es imposible si no se desarrollan operaciones de carácter general. Según Lawson, la teoría de Piaget se ocupa de todo lo que concierne a los procesos y su generación, mientras que la teoría de Ausubel/Novak se ocupa de los productos ema-

* Es imposible diseñar un experimento para enseñar a unos sujetos lo que es el número real si no dominan ya la noción de fracción, o la raíz cúbica a alguien que no sepa dividir.

nados de los procesos, de su organización y almacenaje. Desde este punto de vista, tanto las operaciones formales como los conceptos específicos son condiciones necesarias, pero no suficientes si se poseen por separado. Sólo cuando se dan a la vez, el individuo puede resolver con éxito las tareas formales.

UN EXPERIMENTO DE ENSEÑANZA DEL RAZONAMIENTO PROPORCIONAL

OBJETIVOS

En un experimento anterior (Corral, 1983) ensayamos un procedimiento de aprendizaje de la estrategia de comparación de proporciones con la intención de comprobar su virtualidad, y también para comprender con más detalle los procesos cognitivos que tal problema pone en juego. Si bien la sesión del aprendizaje no se basó en la misma tarea, sino en otra de estructura idéntica pero contenido distinto (en lugar de fichas negras y blancas, eran vasos de limón y agua), lo que exige un cierto grado de generalización, se hacía necesario:

- i) examinar si se transfiere el aprendizaje a otras tareas vinculadas a la misma estructura formal (grupo INRC) y a otras distintas (retículo),
- ii) ensayar otros procedimientos instructivos para comprobar si resultan eficaces, y si los sujetos son capaces de transferirlos a otras tareas, próximas y lejanas a la estrategia formal enseñada.

Metodología

Tareas

Hemos utilizado tres tareas:

- a. Razonamiento proporcional con contenido probabilístico
- b. Equilibrio de la balanza
- c. Combinaciones

Sujetos

Los sujetos estudiaban el 1^{er} curso de Formación Profesional en una escuela cuya extracción social puede considerarse de clase media baja. Su edad oscilaba entre los 14;9 y los 17;3 años. Se examinó en el pre-test a 46, de los que 40 fueron distribuidos en cuatro grupos, tres experimentales y uno de control. Respondieron al post-test 38, pues 2 no pudieron completar el examen.

Material

Tanto en el pre-test como en el post-test, los sujetos debían responder por escrito en el mismo cuadernillo donde se contenían las tres tareas.

En las sesiones de aprendizaje se utilizaron, además:

- a) Un cuadernillo-guía para el aprendizaje del razonamiento proporcional.
- b) Una balanza de dos brazos para el aprendizaje del funcionamiento de la balanza.

Procedimiento

El examen en el pre-test y post-test se hizo de forma colectiva. Las sesiones de aprendizaje, por el contrario, se desarrollaron individualmente.

Formación de los grupos experimentales y de control

Se trató de que los grupos tuvieran una puntuación media en el pre-test similar, con el fin de controlar el posible efecto del nivel formal del que partían.

Puntuación media en las tres tareas

G.I	0.5
G.II	0.5
G.III	0.62
G.IV(control)	0.46

Los distintos tratamientos dados a los grupos experimentales

Grupo I: Mezcla de los líquidos

Se presentaban a cada sujeto, en sesiones individuales, cinco problemas idénticos a los empleados en la sesión de aprendizaje anterior (Corral, 1983). En esta ocasión la sesión de aprendizaje era «guiada» por un cuadernillo, igual para todos, que constaba de 10 hojas. El sujeto debía intentar primero resolver cada uno de los cinco problemas, como él quisiera. Una vez que se emitía su respuesta, el experimentador pasaba a la siguiente hoja donde se encontraba la respuesta correcta y la estrategia (o estrategias) de resolución recomendada. La sesión de aprendizaje, por tanto, estaba completamente «estandarizada». Las explicaciones suministradas por el experimentador respondían a los mismos criterios que en el experimento anterior. A diferencia de este experimento, en el dibujo de presentación de los problemas se añadieron algunos de-





talles con el fin de ayudar al sujeto a distinguir mejor entre cantidad y proporción. También se mostraban las distintas estrategias multiplicativas posibles, en lugar de enseñar sólo una.

Grupo II: Sólo se proporciona retroalimentación visual

Se examinaba individualmente a cada sujeto en 10 ítems de la tarea de la balanza, que tenían una estructura similar a los empleados en el pre-test. La metodología seguida fue la siguiente:

1. Se presentaban los ítems mediante dibujos.
2. Se volvían a presentar los distintos ítems en una balanza real. El experimentador sujetaba los brazos de la balanza hasta que el sujeto anticipaba su respuesta. Cuando lo hacía, el experimentador soltaba la balanza y el sujeto veía si su respuesta se ajustaba a la realidad.
3. Se volvían a presentar los ítems mediante dibujos, del mismo modo que al principio.

Grupo III: Aprendizaje mediante explicación

En este caso, las sesiones, en lugar de ser individuales, eran de dos en dos, pero cada sujeto trabajaba individualmente. Los ítems y la balanza eran los mismos que los utilizados en el Grupo II.

La intervención del experimentador era similar a la del Grupo I. Se trataba de «desmontar» las estrategias «espontáneo-incorrectas» de los sujetos, puestas de manifiesto en el pre-test, y, llevarles a la única capaz de asegurar el éxito ante cualquier ítem: la relación proporcional inversa entre pesos y distancias. Siempre se partía de las predicciones de los propios sujetos sobre lo que iba a pasar en cada ítem, y, de sus explicaciones cuando no se verificaban sus previsiones. El experimentador no decía desde un principio que la fórmula aplicable era $P \times D \geq P' \times D'$, sino que planteaba la relación en forma de fracción $\frac{P \geq D'}{P' < D}$. El

grupo IV (grupo control) no recibió ningún tratamiento.

Resultados de la sesión de aprendizaje

Grupo I

La respuesta inmediata al problema 3º es correcta en el 100 % de los casos. Sin em-

bargo, en el último problema, de dificultad superior, sólo el 30 % de los casos responden espontáneamente de un modo correcto.

Ello supone una asimilación *inmediata* del aprendizaje a los problemas menos difíciles, y una baja generalización *inmediata* de las estrategias instruidas, cuando el problema tiene una gran dificultad.

Grupo II

De la sesión individual con este grupo experimental destacamos dos cosas interesantes:

1. No todos los sujetos son capaces de inducir por sí mismos, la ley de equilibrio de la balanza, observando lo que ocurre en un conjunto de casos que abarca la gama completa de posibilidades.
2. Se puede observar, en los que no lo consiguen, una cierta desorganización cognitivo-afectiva como fruto del repetido fracaso en anticipar lo que ocurrirá en cada ítem —si habrá equilibrio, y si no lo habrá, en qué sentido se producirá el desequilibrio que lleva a algunos sujetos a afirmaciones absurdas, tales como anticipar el efecto de la distancia —que conocen correctamente— en el sentido opuesto al real: «*menos distancia más potencia*».

3. No aparece espontáneamente la formalización de la ley en forma de relación multiplicativa ($P \times D = P' \times D'$), sino como relación proporcional: $\frac{D}{P'} = \frac{F}{D}$ (Cuando aparece).

Grupo III

Al final de la sesión se les pedía que resumieran sus conclusiones sobre el funcionamiento de la balanza. Estos son los resultados:

1. El 50 % lo hace planteando la relación $P \times D = P' \times D'$.
2. El 20 % expresa correctamente la compensación cualitativa, añadiendo un ejemplo de compensación cuantitativa.
3. El 10 % pone un ejemplo de compensación cuantitativa, pero no generaliza la ley.
4. El 10 % concluye una relación proporcional errónea.
5. El 10 % parece querer expresar la comprensión de la compensación cualitativa.

A lo largo de la sesión de aprendizaje se observa lo siguiente:

1. Los sujetos tienen poca dificultad para

comprender la compensación cualitativa implicada: más peso en un brazo se puede compensar con más distancia en el otro. Este es el punto de partida de la instrucción.

2. A partir de aquí suele aparecer espontáneamente una estrategia sumativa como cristalización matemática de esa inicial comprensión cualitativa:

- Busca la equivalencia entre peso y distancia, es decir, transformar el peso en distancia. A partir de un ítem —cuyo resultado se conoce— busca la equivalencia en distancia de 1 peso para generalizarlo a los siguientes casos, y así prever el equilibrio o la dirección del desequilibrio.
- Mueve (imaginaria o realmente) los pesos 1 distancia al extremo, a la vez que evita 1 peso, con el fin de igualar la distancia de los dos brazos. Cuando los ha igualado, elige dónde haya más pesos.

3. Cuando se les enfrenta a la contradicción que tal estrategia conlleva, algunos sujetos construyen espontáneamente la relación

proporcional $\frac{D}{P} = \frac{P'}{D'}$ y no $P \times D = P' \times D'$ o $\frac{D}{D'} = \frac{P}{P'}$. Estas últimas deben ser inducidas por el experimentador.

Actuación en el post-test

Vamos a ir presentando la actuación de los distintos grupos en el post-test en las tres tareas. En el cuadro 2 se encuentran resumidas las puntuaciones obtenidas por cada grupo en el pre-test y en el post-test.

Grupo I (Aprendizaje de la comparación entre proporciones)

Como se ve en la Tabla 1, los sujetos de este grupo, salvo dos, no mejoran significativamente en las dos primeras tareas. Se trata de los sujetos 3 y 7: el 3 en la tarea de las proporciones y el 7 en la tarea de la balanza. En la tarea de las combinaciones, aunque hay una mejora significativa, no es superior a la producida en el grupo control (véase Tabla 4 y Cuadro 2), por lo que no hemos de considerar que este progreso se deba a ningún tipo de proceso de generalización.

El sujeto 3 pasa de no utilizar ninguna estrategia formal en ningún ítem del pre-test (tarea de las proporciones) a hacerlo en el

90 % de los ítems en el post-test. Pasa del nivel IIA IIIA/IIIB. Este mismo sujeto intenta generalizar la estrategia instruida para las proporciones a la tarea de la balanza, pero no lo consigue.

El sujeto 7 no experimenta ningún cambio en la tarea de las proporciones, pero en la tarea de la balanza, pasa de no emplear ninguna estrategia proporcional en ningún ítem del pre-test, a hacerlo en todos los del post-test. Sin embargo, esta estrategia no es correcta. Compara $\frac{P \times D}{P}$ con $\frac{P' \times D'}{P'}$. Por

ejemplo, en el ítem (2,4) vs. (3,2) dice que bajará el izquierdo porque $\frac{8}{2} > \frac{6}{3}$.

En la tarea de la balanza aparecen estrategias proporcionales «deformadas» por efecto, sin duda, del intento de transferir a la balanza las estrategias experimentadas en la sesión de aprendizaje para el razonamiento proporcional. El problema fundamental con que nos encontramos consiste en explicar por qué en el post-test, este grupo alcanza un incremento tan exiguo en la tarea de las proporciones, en comparación con el logrado en el experimento anterior (Corral, 83).

Las posibles causas que pueden explicar estos resultados son las siguientes:

a) El nivel lógico formal de partida de los sujetos del Grupo experimental del experimento anterior era superior al de los sujetos del Grupo I de este experimento. Si comparamos la puntuación media de ambos grupos en el pre-test en las dos tareas comunes (Cuadro 1) nos encontramos que en la tarea objeto de instrucción no hay diferencias significativas entre ellos. Pero en la tarea de las combinaciones la diferencia es muy abultada, a favor de los sujetos del experimento anterior.

	Proporciones	Combinaciones
G. Exp. (Exp. anterior)	0,30	3
G. I.	0,40	0,60

Cuadro 1. Comparación de la puntuación media de los grupos I y Experimental en el pre-test.

b) En el experimento anterior la sesión de aprendizaje no estaba completamente estandarizada. En este caso, en cambio, el aprendizaje era «guiado» por una cuadernillo igual para todos. ¿Puede ser esto una





TABLA 1 (Grupo I)

	Proporciones		Balanza		Combinaciones	
	Pre	Post	Pre	Post	Pre	Post
IIB						
IIIA/IIIB		3		10	3	10
IIIA		10	10	7	10	5
IIIB/IIIA	10		3	3	8	
	7	7	2			
	8	8	5			
	9	9	8			
	6	1	9			
IIB	1	6		2	6	9
	2	2		5	9	
	4			8		1
	5			9		2
			1	1		
			6	6		
IIA	3	4	7		1	2
		5	4	4	2	
					4	4
					7	7

causa explicativa? Veamos en qué sentido puede serlo.

El experimentador pretendía construir una guía; en la que cristalizara la estrategia instructiva ensayada, con éxito, en el anterior experimento, con vistas a conseguir un éxito aún superior.

Pues bien, al estar en el cuadernillo-guía todo tan claro y ser tan fácilmente com-

preensible, conseguimos, sin quererlo, dos cosas:

- que el sujeto desarrollara un trabajo de construcción de las estrategias instruidas menor, por lo que su actividad constructiva fue inferior, y,
- que ejecutara o practicara la estrategia comprendida muchas menos veces. Efectivamente, cuando compara-

mos las hojas de respuesta de los dos grupos, en la sesión de aprendizaje, vimos cómo los sujetos en el experimento anterior hicieron «muchas más operaciones», practicaron, pues, mucho más, que los del experimento actual.

Sabíamos, teóricamente, que no basta con «comprender», que el conocimiento se construye a través de la actividad que el propio sujeto desarrolla al enfrentarse con la

realidad, pero al diseñar este aprendizaje parece que no lo tuvimos suficientemente en cuenta.

Grupo II. Comprobación de la corrección de sus respuestas en la tarea de la balanza: retroalimentación.

En la tarea de las proporciones y las combinaciones, este grupo no tiene una mejora significativa: la producida no es significativamente superior a la del grupo de control (véanse Tabla 2 y 4).



TABLA 2
(Grupo II)

	Proporciones		Balanza		Combinaciones	
	Pre	Post	Pre	Post	Pre	Post
IIB					15 → 15	
					20 ↘	→ 20
IIIA/IIIB					17 → 17	
IIIA		19 ↗		14 ↗	14 → 14	
				12 ↗	19 → 19	
IIB/IIIA	19 ↘					11 ↗
	11 → 11					16 ↗
	17 → 17					12 ↗
IIB		12 ↗		18 ↗	18 → 18	
		16 ↗				12 ↗
IIB			14 ↗			11 ↗
	12 ↗		16 → 16	20 ↗	11 ↗	
	13 → 13		17 → 17	16 ↗		16 ↗
	14 → 14		19 → 19	17 → 17		12 ↗
	18 → 18		11 ↗	19 → 19		
	20 → 20		13 ↗			
	15 ↘		15 ↗			
IIA						
			12 ↗			13 → 13
			18 ↗			
			20 ↗			
				11 ↗		
				13 ↗		
				15 ↗		



En la tarea de la balanza merece la pena destacar el progreso de dos sujetos: el 12 y el 14(*). El 12 resuelve el 100 % de los ítems en el post-test, pero sin formular explícitamente la relación proporcional inversa entre pesos y distancias. Por eso le hemos clasificado sólo en el nivel IIIA. El 14 había logrado comprender, en la sesión individual, de un modo súbito, la relación proporcional inversa entre pesos y distancias, de tal forma que terminó resolviendo correctamente todos los ítems. En el post-test, sin embargo, utilizó una estrategia proporcional errónea. Compara $P \times D'$ con $P' \times D$. Por ejemplo, en el ítem (3,2) vs. (1,4) dice que bajará el brazo izquierdo: «Se multiplican $3 \times 4 = 12$, $2 \times 1 = 2$ (brazo por peso).»

Otro sujeto que había llegado a comprender al final de la sesión individual la relación proporcional implicada, no experimentó ninguna mejora en el post-test. El paso del tiempo parece que diluyó su progreso inmediato.

Grupo III. Aprendizaje de la relación proporcional inversa entre pesos y distancias.

Este grupo obtiene en el post-test una sustancial mejora en la tarea de la balanza (+1,99) y en la tarea de las combinaciones (+1,50) (véanse cuadro 2 y tabla 3). En la tarea de las proporciones no se observa, por el contrario, mejora alguna, sino que se advierte un ligero retroceso (-0,25). Ello quiere decir que no se transfiere el aprendizaje, ni siquiera en forma de estrategias «deformadas» a otra tarea distinta pero relacionada lógico-matemáticamente, de un modo muy estrecho con ella, a través del grupo INRC.

El incremento en la tarea de las combinaciones es más difícil de interpretar, pues todos los grupos, incluido el grupo control, mejoran (+0,4; +0,4 y +0,9, respectivamente), aunque el incremento del grupo III es superior.

¿Podemos interpretar, coherentemente, estos datos? Intentémoslo. Por un lado, sabemos que la tarea de las combinaciones es de una dificultad menor que las otras dos, o dicho en la terminología de Pascual-Leone: tiene una demanda cognitiva inferior. Por otro lado, el desarrollo cognitivo es un proceso secuencial, de mejora paso a paso

—provocado por incrementos cuantitativos y cualitativos en la capacidad mental de cada individuo—, por lo que una vez alcanzado un determinado nivel, se pueden afrontar con éxito todos aquellos problemas que tienen una exigencia mental inferior al estadio alcanzado.

En nuestro caso, como se ha producido un progreso claro en una tarea de dificultad X, es lógico, por tanto, que tal progreso provoque un «barrido» de todo cuanto sea de dificultad menor o tenga una demanda cognitiva inferior ($X-\Delta$). No ocurre tal cosa en tareas de dificultad similar (las proporciones) y menos, como es obvio, en tareas de dificultad superior.

Otro fenómeno digno de consideración es la aparición en el post-test (balanza) de estrategias proporcionales «deformadas». Estas han sido elaboradas durante el tiempo transcurrido hasta la realización del post-test, porque cuando al final de la sesión de aprendizaje se les pidió que resumieran sus conclusiones, tales estrategias no estaban presentes. El 50 % de los sujetos expresaron, entonces, su comprensión de la ley de la balanza en forma de $P \times D = P' \times D'$. Sin embargo, en el post-test sólo una la empleó.

La conclusión es que, efectivamente, hubo mejora en el post-test (balanza) pero no la que cabía prever teniendo en cuenta la asimilación que los sujetos exhibieron al final de la sesión de aprendizaje. Con el paso del tiempo la comprensión lograda se diluyó o tendió a deformarse, debido sin duda al carácter de relación proporcional inversa, pues no se produce un fenómeno similar en las proporciones.

Las estrategias proporcionales deformadas fueron las siguientes:

a) Se compara $\frac{P}{D}$ con $\frac{P'}{D'}$. Por ejemplo,

en el ítem (5,6) vs (4,7): «Baja el derecho. Porque según la fórmula

$$\frac{\text{longitud de un brazo}}{\text{peso de éste}} = \frac{\text{longitud del otro brazo}}{\text{peso de este otro}}$$

existe una proporcionalidad entre la longitud a que se ponen los pesos del eje y los

$$\text{pesos } \frac{6}{5} \frac{7}{4} \Rightarrow 24 \neq 35$$

- brazo derecho caerá.»

* La mejora del sujeto 18 se debe, únicamente, a que responde al ítem (2,3) vs. (3,2) con un argumento proporcional. La del 20 se debe también a que elige la opción correcta en este ítem, pero sin argumento proporcional. Por eso no consideramos que estos progresos sean significativos.

TABLA 3
(Grupo III)



	Proporciones		Balanza		Combinaciones	
	Pre	Post	Pre	Post	Pre	Post
IIIB				27	21 → 21 22 → 22	23 25
IIIA/IIIB	22 → 22					27
IIIA				25 22 21 28	28 → 28	26
IIB/IIIA	21 → 21 25 27		25	23 24 26		23 26
IIB		25 27	27 22 23 24 26		24 → 24	27
IIA			21 28			25

b) Se compara $P \times D'$ con $P' \times D$. Por ejemplo, en el ítem (3,2) vs. (1,4): «Baja el derecho, porque al multiplicar el número de pesas de la izquierda por el número de lugares de la derecha es mayor que el de la izquierda».

El sujeto 22 utiliza una estrategia proporcional adecuada porque compara $\frac{D'}{P}$ con

$\frac{D}{P'}$, es decir, plantea una relación proporcional inversa entre los pesos y las distancias. Sin embargo, en los ítems donde no hay una relación exacta entre las dos razones, por ejemplo (2,4) vs. (3,2), acierta o falla al azar porque no sabe cómo decidir. En este ítem contesta: «Baja el derecho: $\frac{4}{3} \neq \frac{2}{2}$ »



Grupo IV. Control

Los sujetos de este grupo mejoran considerablemente en la tarea de las combinacio-

nes por efecto de la repetición de la tarea. En la tarea de las proporciones, el 20 % pasa al nivel siguiente, y en la balanza, sólo el 10 % mejora un nivel.

TABLA 4
(Grupo Control)

	Proporciones		Balanza		Combinaciones	
	Pre	Post	Pre	Post	Pre	Post
IIIB					36	36
IIIA/IIIB				31		32
IIIA			31		33 39	33 39 37 40 31
IIIB/IIIA	31 32	31 32 34 36			32 37 40	38
IIIB	34 36 33 35 37 39 40	33 35 37 39 40	32 33 34 35 36 37 39 40 38	32 33 34 35 36 37 39 40	31 38	35
IIA	38	38		38	35	

CUADRO 2.

Puntuación media obtenida por cada grupo en las tres áreas antes y después de las sesiones de aprendizaje

	Prob.	Bal.	Comb.	Prob.	Bal.	Comb.
G. I	0,40	0,5	0,6	0,7	0,5	1
G. II	0,30	-0,3	1,5	0,5	0,2	1,9
G. III	0,62	-0,12	1,37	0,37	1,87	2,87
G. IV	0,1	0,2	1,1	0,3	0,2	2



CONCLUSIONES

- Aparecen en la tarea de la balanza estrategias «deformadas» (incorrectas) con el paso del tiempo.
- No hay conclusión firme sobre la necesidad de estar en un nivel formal en tareas vinculadas al retículo (combinaciones, por ejemplo) para poder beneficiarse de la instrucción en tareas vinculadas al grupo INRC (las proporciones). El grupo I apenas se beneficia de la instrucción recibida, mientras que el G.E. de un experimento anterior sí se benefició. Este se diferenciaba de aquél en su nivel formal en la tarea de las combinaciones.

Sin embargo, el Grupo III (experimento actual) que tenía un nivel formal bajo en la tarea de las combinaciones, sí se benefició de la instrucción. No podemos pronunciarlos debido al solapamiento de varios factores:

1. El aprendizaje del Grupo III se realiza sobre la misma tarea. El nivel de generalización está limitado a la variación numérica de los ítems.

2. La retroalimentación es físico-perceptiva.

3. Se ejercita sobre un mayor número de ítems.

4. Su nivel formal en las tres tareas es, en conjunto, similar al del Grupo I, pero en la tarea de las combinaciones, en particular, es algo superior.

Por su parte, el Grupo I no recibió un aprendizaje idéntico al de G.C. del experimento anterior. Las diferencias fueron las siguientes:

1. La sesión estaba estandarizada.

2. Se presentaban todas las posibles estrategias correctas.

3. El sujeto ejercitó menos los distintos algoritmos.

El experimentador pretendió, claro está, mejorar la instrucción diseñada en el experimento anterior, pero no está seguro de haberlo conseguido. El bajo nivel formal mostrado por los sujetos en el experimento actual, que nos resultó sorprendente, nos hace dudar sobre dónde está la verdadera causa del poco aprovechamiento exhibido en el post-test: en su nivel de partida o en las variantes introducidas en el aprendizaje.

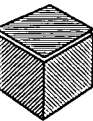
Resumen

En este artículo se da cuenta de un experimento en el que se enseñó a sujetos cuya edad oscilaba entre los catorce y los diecisiete años a resolver tareas lógico-formales de carácter proporcional (balanza y comparación de proporciones) vinculadas al grupo INRC. Se trataba de ver: 1º Si se produce el aprendizaje deseado y 2º si el sujeto transfiere lo aprendido a otras tareas vinculadas a la misma estructura formal (grupo INRC) y a otras distintas (retículo).

Los resultados muestran un moderado éxito, según el tratamiento dado, en el aprendizaje de la tarea enseñada, y, una escasa o nula transferencia a tareas de similar estructura lógico-formal a las utilizadas en el aprendizaje.



Summary



This article informs about an experiment realized with subjects between fourteen and seventeen years old. They have to solve logical-formal tasks of proportional character (balance and proportional comparisons) tied to the INRC group. We have tried to see two things: first, if the desired learning is obtained and second, if every person transfers which he has learned to another works tied to the same formal structure (INRC group) and another different ones (reticle).

The results show an moderate success, according to our treatment in the learning of the taught work and a short or no transference to another works with a similar logical-formal structure to the structures we used in that learning.

Résumé

Dans cet article on rend compte d'une expérience dans laquelle on appris à des sujets dont l'âge variait entre les quatorze et les seize ans à résoudre des tâches logique-formelles de caractère proportionnel (bilan et comparaison de proportions) associées au groupe INRC. Il s'agissait de voir: 1. Si l'apprentissage voulu se produit et 2. Si le sujet transfère ce qu'il a appris à d'autres tâches associées à la même structure formelle (groupe INRC) et à d'autres différentes (réticule).

Les résultats montrent un succès modéré, selon le traitement donné, dans l'apprentissage de la tâche enseignée et un faible ou nul transfert à des tâches de similaire structure logique-formelle à celles utilisées à l'apprentissage.

Referencias

- AUSUBEL, D. P.: *Educational Psychology: a Cognitive view*. Nueva York: Holt, Rinehart and Winston, 1968 (Trad. cast., *Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas).
- BRAINERD, C. J.: «Learning research and Piagetian theory», en L. S. Siegel y C. J. Brainerd (eds.): *Alternatives to Piaget: Critical essays on the theory*. Nueva York: Academia Press, 1978a. (Trad. cast., *Alternativa a Piaget. Ensayos críticos sobre la teoría*. Madrid: Ediciones Pirámide, 1983, 83-120).
- BRAINERD, C. J.: *Piaget's theory of intelligence*. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, 1978b.
- CORRAL, A.: *Actuación formal y aprendizaje de operaciones lógico-formales*. Tesis doctoral inédita. Universidad Autónoma de Madrid.
- INHELDER, B. y col.: *Apprentissage et structures de la connaissance*. París: P.U.F. 1974. (Trad. cast., *Aprendizaje y estructuras del conocimiento*. Madrid: Morata, 1975.)
- LAWSON, A. E.: «The reality of general cognitive operations», *Science Education*, 1982, 66, (2), 229-241.
- MORENO, M.; SASTRE, G.: *Aprendizaje y desarrollo intelectual*. Barcelona: Gedisa, 1980.
- NOVAK, J. D.: *A theory of Education*. Ithaca, NY: Cornell University Press, 1977. (Trad. cast., *Teoría y práctica de la educación*. Madrid: Alianza Editorial, 1982.
- PIAGET, J.: «Le point de vue de Piaget», *International Journal of Psychology*, 1968, 3, 281-299. (Trad. cast. J. Delval (comp): *Lecturas de Psicología del niño*, vol. 1. Madrid: Alianza Editorial, 1978.)
- SASTRE, G., y MORENO, M.: *Descubrimiento y construcción de conocimientos*. Barcelona: Gedisa, 1980.