Modelo matemático para calcular todos los silogismos categóricos válidos

Mathematical model for calculating all valid categorical syllogisms

Kemel George González
Doctorado en Matemática, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN,
Director Maestría en Educación y Director de Regalías de la Universidad Autónoma del Caribe
kemel.george@gmail.com

Para citar este artículo: George, K., (2017) Modelo matemático para calcular todos los silogismos categóricos válidos. Escenarios, 15(2), pp. 82-87

Doi: 10.15665/esc.v15i2.1626

Recibido: *Julio 1 de 2017* / ***Aceptado:*** *Agosto 27 de 2017*

RESUMEN

En el silogismo categórico se encuentran muchos de los elementos que constituyen el proceso lógico de pensamiento. Se presenta un modelo de este sistema que nos permite calcular la totalidad de los silogismos válidos solo con el uso de conocimientos elementales de los conjuntos. La intención es mostrar que el silogismo categórico, enseñado en los primeros semestres de la educación superior, es un invaluable aliado del razonamiento lógico matemático.

Palabras clave: *juicio categórico, silogismo, verdad, validez, premisa, conclusión.*

EL RAZONAMIENTO, SEGÚN ARISTÓTELES

Se acostumbra a pensar que el silogismo consiste simplemente en un razonamiento de dos premisas y una conclusión. Pero esta idea no es correcta. Para Aristóteles[1], quien fundó la lógica y popularizó este tipo de razonamiento, *syllogismós* significa razonamiento o argumentación en general, que es el proceso mediante el cual, de premisas dadas y reglas de inferencia válidas, se obtiene una conclusión. Como lo establece su autor, "el silogismo es un discurso en el que, una vez sentadas ciertas cosas, se concluye necesariamente otras cosas diferentes, solo por el hecho de haber sido aquellas sentadas. Entiendo por esto último, que ellas producen la consecuencia, y por esto, que no se requiere otro término adicional para hacer la consecuencia necesaria"[2]. Es pertinente concentrarse en el silogismo categórico, que es el silogismo de juicios categóricos con dos premisas y una conclusión. Corresponde al primer modelo de razonamiento lógico que se conoce[3] y es el silogismo que le proponemos al lector para que calculemos su validez y se familiarice con el método del razonamiento lógico.

En casi todos los textos escolares de lógica, se exponen métodos de solución del silogismo categórico. ¿Por qué volver a lo mismo? Las razones por lo que lo hacemos son las siguientes:

1. Aristóteles lo creó teniendo muy en cuenta que es un sistema de deducción natural[4] , esto es, que indirectamente o de alguna forma refleja las leyes del pensamiento, las operaciones mentales y la lógica cotidiana sobre la verdad o falsedad, de la persona que razona. Y este va a ser el enfoque que usaremos para calcular su validez.

1 Como este autor será citado varias veces, todas las citas de Aristóteles las hemos extraído de su versión al inglés en: *Prior Analytics, By Aristotle*, Book I, Written 350 B.C.E, Translated by A. J. Jenkinson.

2 Esta definición se encuentra en el libro I, Parte I, de la traducción citada. El lector también puede consultar *Tratados de Lógica* (El Organon), Primeros Analíticos, Libro Primero, Sección Primera, Capítulo I, línea 8, página 71, Editorial Porrúa, S.A. Número 124, México, 1981, aunque encontrará notables diferencias en ambas traducciones.

3 Sólo hasta mediados del Siglo XX se descubrió la lógica Estoica, de Zenón y Criscipo, expuesta por JAN LUKASIEWICZ en *Contribución a la historia de la lógica de enunciados*, Cuadernos Teorema 3, Valencia, Universidad de Valencia, 1974.

4 J. Corcoran, *Aristotle's Logic at the University of Buffalo's* Department of Philosophy, University of Buffalo - EE. UU. corcoran@buffalo.edu, Febrero 2009.

2. Conviene en el aula de clases exhibir un sistema elaborado casi a la perfección, del que jamás se ha encontrado una sola contradicción, teniendo en cuenta que han pasado más de dos mil trescientos años desde su construcción, y dominó la escena intelectual y académica del mundo occidental.

3. A la vez que se desenvuelve en el lenguaje natural, incursiona en el lenguaje simbólico y establece las principales reglas de inferencia como se estudian hoy en día. Aunque se presentan algunas dificultades en su comprensión, estas son superadas en la medida en que se avanza en el entrenamiento y se obtienen deducciones válidas.

El principio rector que le da validez y aceptación universal a las reglas que producen la consecuencia, es la *conservación de la verdad*: de premisas verdaderas la conclusión tiene que ser verdadera[5]. Esto es lo que significa en el silogismo y vale la pena repetirlo: un razonamiento se considera válido si de premisas verdaderas, siempre se deduce una conclusión verdadera. Esta validez es universal, porque establece un criterio general, independiente del contenido de las premisas: es suficiente un solo caso en que se trasgreda la norma, y ocurra que, al reemplazar en las premisas, haya dos de ellas verdaderas, pero la conclusión sea falsa, para que se invalide tal razonamiento lógico.

EL JUICIO CATEGÓRICO

Aristóteles considera el juicio sujeto–predicado como premisa del silogismo, cuyos términos llamaremos S y P, que denomina categórico, porque está delimitado por los modos siguientes: Juicio universal afirmativo, Todo S es P; Juicio universal negativo, Ningún S es P; Juicio particular afirmativo; Algún S es P; Juicio particular negativo, Algún S no es P.

La letra que simboliza el modo del juicio es, en su orden, A, E, I, O. Así, por ejemplo, "Todo cuadrado es rectángulo", "Todo reptil es Mamífero"; "Todo desayuno es una comida"; se simboliza con la letra A. "Ningún perro es gato"; "Ningún pez es animal"; "Ninguna fruta es perro"; se simboliza con la letra E. "Algún animal es reptil"; "Algún animal es mamífero"; se simboliza con la letra I". "Alguna planta no es carnívora"; "Algún hombre no es mortal"; se simboliza con la letra O.

Para Aristóteles, puede haber validez en la argumentación, aunque algunas de las premisas sean falsas. Mientras que, en la demostración o prueba, las p remisas siempre deben asumirse como verdaderas. Es lo que siempre haremos nosotros, para modelar el juicio y probar la validez del silogismo.

5 La verdad de una proposición es una cuestión de correspondencia con los hechos. Aquí, nuevamente, seguimos a Aristóteles, quien, en su Metafísica, establece: "Decir de lo que es que no es, o de lo que no es que es, es falso, mientras que decir de lo que es que es, o de lo que no es que no es, es verdadero".

EL SILOGISMO CATEGÓRICO

El silogismo categórico introduce al lector al lenguaje simbólico y a la interpretación de éste en el contexto del lenguaje natural, así como a las principales reglas de inferencia como se estudian hoy en día. Aunque se presentan algunas dificultades en su comprensión, estas son superadas en la medida en que se avanza en el entrenamiento y se obtiene éxito al obtener deducciones válidas. Conviene reiterar que en un razonamiento válido, de premisas verdaderas, se deduce una conclusión verdadera, y es suficiente un solo caso en que se trasgreda la norma (en el que al reemplazar en las premisas, haya dos de ellas verdaderas, pero la conclusión sea falsa), para que se invalide tal razonamiento lógico.

Vamos a dar un ejemplo. En el siguiente razonamiento: "Todo humano es racional"; "Ningún insecto es humano"; Por tanto, " Ningún insecto es racional", vemos que las dos premisas son verdaderas y la conclusión es verdadera. Pero el silogismo es inválido. La explicación es la siguiente. Asignemos letras a los términos. Simbolicemos H con humano, I con insecto y R con racional. La forma del razonamiento es: Todo H es R; Ningún I es H; Por tanto, Ningún I es R. Si tal razonamiento fuera universalmente válido, su conclusión tendría que ser verdad al colocar cualesquiera dos premisas verdaderas de idéntica forma. Veamos estas: "Todo colombiano es terrícola"; "Ningún habitante de Alaska es colombiano"; Por tanto, "Ningún habitante de Alaska es terrícola". Las dos premisas son verdaderas, pero La conclusión es falsa. Por eso el razonamiento no es válido. Esto prueba que debemos ser más cuidadosos en la forma como razonamos.

FIGURAS DEL SILOGISMO

El silogismo es el razonamiento lógico (*logós*) constituido por tres juicios categóricos, dos de los cuales se denominan *premisas*, y el último, la *conclusión*. La primera premisa (premisa mayor) tiene un término (término medio) idéntico en la segunda premisa (premisa menor). Esto quiere decir que las dos premisas no contienen cuatro términos sino solo tres, cuyos símbolos serán S, M, P, de ahora en adelante. En su orden, indicamos el silogismo así: Premisa mayor; Premisa menor; Conclusión.

Aristóteles representa en cuatro figuras (él solo prefirió tres de ellas) todas las posibilidades de ubicación del término medio, llamadas *figuras del silogismo*. Son las siguientes, en ese orden:

Primera Figura	Segunda Figura	Tercera Figura	Cuarta Figura
MP	PM	MP	PM
SM	SM	MS	MS
-	-	-	-
SP	SP	SP	SP

En cada una de las figuras, el término medio indicado por M aparece, unas veces como sujeto, otras veces como predicado, y desaparece en la conclusión. Y hay un orden en las premisas, para que en la conclusión ocurra como predicado, el otro término de la premisa mayor. Por ejemplo, en la figura 1, el término medio es sujeto de la premisa mayor y predicado de la premisa menor, mientras que en la figura 4, el término medio es predicado de la premisa mayor y sujeto de la premisa menor.

El cálculo del número de posibles silogismos es un asunto de combinatoria. Como cada juicio es categórico, está restringido a que sea de los modos A, E, I, O. Dada la premisa mayor de modo A, la segunda premisa es de modo A, E, I, O. Y así, para cada modo de la premisa mayor. O sea que se cuenta con sólo 16 pares de premisas para construir cualquier silogismo. Ahora podemos saber el número total de silogismos. Fijemos una figura. En ella, la conclusión también es un juicio categórico, y por cada par de premisas hay cuatro posibles conclusiones A, E, I, O. O sea que hay 16 X 4 = 64 silogismos en tal figura. Ya que hay 4 figuras, solo son posibles 64 X 4 = 256 silogismos. Como ilustración, el silogismo de modo AIO de la tercera figura es: Primera premisa MP, universal afirmativo; segunda premisa MS, particular afirmativo; conclusión SP, particular negativo. Mientras que el silogismo de modo EOI de la segunda figura es: Primera premisa PM, universal negativo; segunda premisa SM, particular negativo; conclusión SP, particular afirmativo.

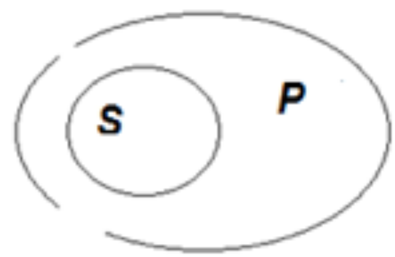
Hay 256 silogismos. El mérito que le corresponde a Aristóteles no es solo la creación del sistema de deducción natural, sino haber comprobado que de los 256 silogismos posibles, sólo 24 son válidos[6], esto es, admitidos como razonamiento lógico válido: siempre que en cada uno de tales silogismos se reemplacen las premisas por juicios categóricos verdaderos, la conclusión que se sigue será necesariamente verdadera. El método para encontrar la totalidad de silogismos válidos por cada figura es titánico, y le empleó a Aristóteles muchas páginas de su obra monumental[7] donde calculó uno a uno los silogismos y aplicó varias reglas de inferencia, encontrando que sólo 24 de ellos son los modos válidos.

Es de nuestro interés, y en efecto, es el problema principal que nos proponemos resolver, explicar el modelo que nos permite calcular cada uno de los modos válidos de cualquier figura del silogismo.

MODELACIÓN DEL JUICIO

Grandes pensadores posteriores a Aristóteles, como Leibniz[8] y Euler[9], al representar los conceptos como conjuntos o clases facilitaron la comprensión del silogismo mediante figuras o dibujos[10]. Posteriormente, J. Venn[11] introdujo unos dibujos que se conocen como las figuras de Venn- Euler. Una vez se considere un término o concepto (que luego intervendrá como sujeto o predicado en el juicio), podemos modelarlo como un conjunto que se ajusta o se corresponde con el concepto. El modelo representa la colección o conjunto de todo lo que se considera perteneciente o atribuible al concepto.

Como ejemplo, modelaremos los términos gato y *felino* como colecciones, conjuntos o clases. En el dibujo de abajo, el globo pequeño representa a todos los gatos, (la S indica uno de ellos). El globo más grande, representa a todos los felinos (la P incida uno de ellos). Cuando afirmamos el juicio categórico: "Todos los gatos son felinos", queremos decir que la clase o conjunto S de los gatos está contenido en la clase o conjunto P de los felinos. Aunque aparentemente tiene la limitación de referirse a conceptos muy elementales, vamos a ver que sus implicaciones son muy profundas cuando se modelan las premisas del silogismo, ya que, con gran precisión, las reglas que rigen la lógica se ajustan exactamente a las operaciones que rigen a los conjuntos.



Un poco más general, asumamos que, a los términos del juicio, designados por S y P, los representan colecciones o conjuntos de objetos o cosas y que cada colección la podemos dibujar, como lo hacemos abajo. Asignémosle a cada dibujo las mismas letras en cursivas S, P, para distinguir el concepto del conjunto que lo modela. El juicio universal afirmativo "todo S es P" podemos modelarlo como un par de conjuntos que cumplen $S \subset P$ de los cuales el primero está contenido en el segundo. Mientras que el juicio universal negativo "ningún S es P" lo modelamos como conjuntos que cumplen $S \cap P = \varnothing$, cuya intersección es vacía. El juicio particular afirmativo "algún S es P" se modela como en el tercer dibujo, donde hay elementos en común, o sea,

6 El listado lo pueden encontrar en el libro *Introducción a la Lógica Moderna*, de Andrés Paez, Universidad de los Andes, Bogotá, 2007, página 16, aunque expone, sin demostrarlo, todos los silogismos válidos.

7 Aristóteles, *op. Cit.*

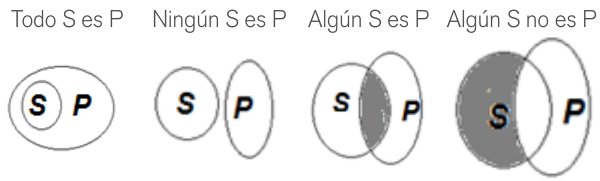
8 Dissertatio de Arte Combinatoria (1666).

9 Las primeras ilustraciones de Euler se hallan en las *Lettres à une princesse d'Allemagne* (1768), que contribuyó a asociar el juicio y el silogismo, a los conjuntos, colecciones y clases.

10 Vamos a denominarlas dibujos, para no confundirlas con las figuras del silogismo categórico.

11 John Venn, (Drypool, 4 de agosto de 1834- Cambridge, 4 de abril de1923), fue un matemático y lógico británico miembro de la Real Sociedad de Londres.

$S \cap P \neq \varnothing$. Y el juicio algún S no es P", como el cuarto dibujo, donde una parte de S está fuera del conjunto P. Obtenemos[12],



Ante un juicio categórico verdadero o falso, el dibujo que lo modela nos provee de un criterio para decir cuando es verdad y cuando es falso[13]. Diremos que el juicio de modo A, "todo S es P" es verdadero si y solo si su modelo se corresponde con el modelo $S \subset P$, como se indica en el primer dibujo. Si corresponde a cualquiera de los otros tres, diremos que ese modo es falso. Lo mismo ocurrirá con cada uno de los otros modos E, I, O. Por ejemplo, el juicio de modo E será verdad siempre que ese modo tenga como conjuntos el modelo $S \cap P = \varnothing$. Recíprocamente, el juicio que corresponde a $S \subset P$ no puede ser de modo "algún marciano es terrícola", ya que este juicio es falso. Y esto es lo que hace muy profunda esta representación, porque existe una íntima correspondencia entre las operaciones lógicas y las operaciones entre conjuntos, que permiten ajustar el valor de verdad del juicio y las reglas de inferencia, a la relación de pertenencia o no pertenencia y a las operaciones entre conjuntos.

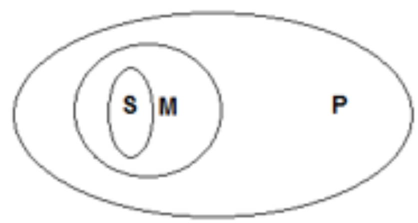
CÁLCULO DE LOS SILOGISMOS VÁLIDOS

La idea central del método que a continuación vamos a exponer, consiste en asociar a cada uno de los silogismos de cualquier modo y figura, un modelo de razonamiento con conjuntos de manera tal que las premisas del silogismo se correspondan con modelos de sus conjuntos respectivos, y las reglas de inferencia clásicas, con las reglas básicas de las operaciones entre conjuntos. Como las premisas las asumiremos verdaderas, estas operaciones arrojarán un resultado que coincidirá con la deducción de la conclusión que buscamos, que es lo que garantiza la validez o invalidez del silogismo. Y este ha sido el enfoque original de Leibniz, Euler y Venn, aunque sorprendentemente, es similar al que utilizó el propio Aristóteles quien aplicó las reglas de inferencia de la deducción natural.

Para realizar los cálculos, nos limitaremos a una sola figura del silogismo (en este caso la primera) y a no abusar de muchos dibujos de modelos de conjuntos. Tenemos pues que, la premisa mayor es MP y la premisa menor es SM. La premisa MP puede asumir los modos A, E, I, O. También la segunda premisa puede asumir los modos A, E, I, O. En la primera figura, escribimos las siguientes 16 parejas de premisas posibles (la primera letra designa la premisa mayor, y la segunda, la premisa menor):

AA	AE	AI	AO	IA	IE	II	IO
EA	EE	EI	EO	OA	OE	OI	OO

Calcularemos ahora, una a una, cada conclusión que hace válido el silogismo respectivo. Recordemos que todas las premisas provienen de juicios categóricos verdaderos. Pero ya sabemos que esto quiere decir que le corresponde a cada juicio una sola pareja de conjuntos que lo modelan. Nos detenemos en la primera línea de premisas AA, AE, AI, AO cuya premisa mayor en cada una de ellas es el juicio "Todo M es P". Como estamos considerando la primera figura, a las premisas de modo AA ("Todo M es P", "todo S es M"), les corresponde el modelo.



De $S \subset M$ y $M \subset P$ se concluye necesariamente $S \subset P$. Pero esto se ajusta a la conclusión de modo A. Por tanto, SP es verdad y el silogismo AAA es válido. Por ejemplo, de las premisas "todos los felinos son vertebrados"; "todos los gatos son felinos"; eliminamos el término medio *felino*; concluimos, "todos los gatos son vertebrados", que es verdad.

Pero hay algo más. Si todo S está en P, algún S está en P (en conjuntos, lo que vale para todos, vale para algunos). O sea que también es válido el silogismo AAI. Por eso el modo AAI es válido, De las premisas "A todos los ratones les gusta el queso"; "Todos los gatos comen ratones"; eliminamos el término medio *los ratones*, y concluimos "a algunos gatos les gusta el queso", que es verdad.

De otra parte, ni el juicio de modo E ("Ningún S es M") puede ser modelado, ya que el conjunto S está en M, ni el juicio de modo O ("Algún S no está en M") puede ser una conclusión, por la misma razón. Por tanto, con premisas AA, sólo son válidos los silogismos AAA y AAI.

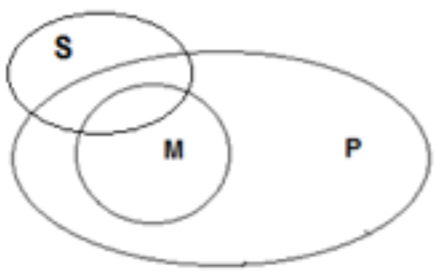
Pasemos ahora a la pareja de premisas AE de la primera figura. Tenemos el par de premisas "todo M es P" y Ningún S es M". Como ambas son verdaderas, la premisa "todo M es P" está representada por $M \subset P$. Pero, como ya vimos en un ejemplo anterior, el conjunto

12 J. B. Holthoefer, El Silogismo a través de la Historia, holthoefer@menta.net

13 Siempre que se verifique el criterio de que es verdadero el juicio que se corresponde con hechos que lo prueben.

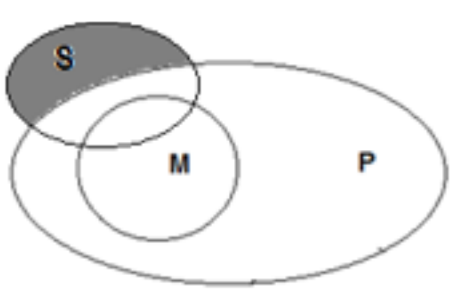
S puede cumplir $S \subset P$, $S \cap P = \varnothing$, $S \cap P \neq \varnothing$ mientras se mantiene la condición $M \subset P$. Como no existe el modelo respectivo, son falsas las conclusiones "Todo S es P", "Ningún S es P", "Algún S es P", "Algún S no es P". O sea que los silogismos de modo AEA, AEE, AEI, AEO, no son válidos. Las premisas "Todo niño es un ser humano"; "Ningún adulto es niño", cumplen este requisito. Y son verdaderas. La conclusión "ningún adulto es un ser humano" es verdadera. Pero este es un silogismo de la primera figura y modo AEE, o sea que no es válido. De allí surge la regla: "de una premisa universal afirmativa no puede seguirse una premisa universal negativa" porque se invalida el razonamiento.

Sigamos. El par de premisas AI (premisa mayor "todo M es P") tiene como premisa menor "Algún S es M". Su modelo es,



Como "Algún S es M" es verdad, es necesario que $S \cap M \neq \varnothing$, o sea que el silogismo de modo AII es válido. Dados "Todo estudiante es inteligente", "Algunos futbolistas son estudiantes"; eliminamos el término medio *estudiante* y obtenemos la conclusión, "algunos futbolistas son inteligentes"; por ser un silogismo de la primera figura y modo AII es válido. Pero si nos fijamos en las posiciones que ocupa el conjunto S, ni AIA, AIE, AIO tienen modelos y por ello, no pueden ser verdad. "Todos los pájaros vuelan", "Un pingüino es un pájaro"; por tanto, "todos los pingüinos vuelan", es un silogismo de la primera figura, modo AIA, no es válido.

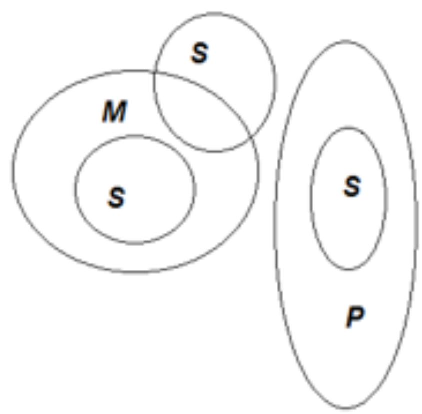
El par de premisas AO (premisa mayor "todo M es P") tiene como premisa menor "Algún S no es M". Su modelo, como el anterior es,



Sólo que hemos sombreado el área donde "Algún S no es M". Es sencillo deducir que ningún silogismo AOA, AOE, AOI, AOO puede ser, modelado, por lo que no hay silogismos válidos para la pareja de premisas AO. El silogismo "Todo reptil es vertebrado", "Algún animal es reptil"; por tanto, "algún animal es vertebrado", de la primera figura, es modo AOO. Aunque tanto las premisas como la conclusión son verdaderas, no es válido. Esta es otra regla muy sencilla que acabamos de probar: "de una premisa universal afirmativa no puede seguirse una premisa particular negativa" porque se deduce algo inválido.

Con esto, apenas hemos calculado silogismos válidos de la primera figura cuyos pares de premisas AA, AE, AI, AO tienen como premisa mayor "Todo M es P". Estos silogismos válidos de la primera figura son: AAA, AAI, AII. Ya no haremos más figuras.

Procedamos con la fila de parejas de premisas EA, EE, EI, EO, Tenemos claridad que si ellas son verdaderas, el modelo que le corresponde a un juicio cuya premisa mayor sea "Ningún M es P", es $M \cap P = \varnothing$. Nos fijamos que la premisa menor puede ser de modo A, E, I, O. En el dibujo, el conjunto S ocupa respectivamente diversas posiciones de tales modos,



En el modelo se desprende que, para la premisa menor de modo A no es posible la deducción de modo A, ya que si "Todo S es M, tenemos $S \subset M$ y es imposible "Todo S es P", porque $S \cap P = \varnothing$. Mientras que para las premisas EA es obvio que $S \cap P = \varnothing$ y por tanto, la deducción "ningún S es P" es verdadera: el silogismo EAE es válido. Es el caso de: "Ninguna fruta es perro". "Todos los mangos son frutas". Por tanto, "ningún mango es perro".

Si ningún S es P, inmediatamente, será verdad que "Algún S no es P". O sea que también es válido el silogismo de modo EAO. Por el contrario, siendo $S \subset M$, no hay ninguna posibilidad que "Algún S es P". El silogismo EAI no es válido. Conclusión, los únicos silogismos válidos obtenidos son EAE, EAO.

La pareja de premisas EE consiste en una doble negación universal (Ningún M es P", "Ningún S es M") cuyo modelo consiste en tres conjuntos donde se cumple $M \cap P = \varnothing$, $S \cap M = \varnothing$. Obsérvese el dibujo donde S puede ser tal que $S \cap P = \varnothing$, $S \cap P \neq \varnothing$, $S \subset P$.

En cualquiera de los cuatro casos A, E, I, O, S puede hacer falsos los juicios respectivos, por tanto, los silogismos EEA, EEE, EEI, EEO, son inválidos.

De la pareja de premisas EI, que suponemos verdaderas, es interesante destacar que al ser la premisa menor del modo "Algún S es M", y por tanto, $S \cap M \neq \varnothing$, ya que $M \cap P = \varnothing$, necesariamente los elementos de la intersección $S \cap M$ no pueden ser parte de P, y se cumple que "Algún S no es P" o sea que es verdad el juicio categórico O. En otras palabras, el silogismo EIO es válido. En el mismo dibujo el modelo muestra que no pueden ser válidos los silogismos EIA, EIE, EII, ya que la posición de S puede hacer falsos los juicios respectivos.

Finalmente, tenemos el par de premisas EO. Por la misma razón, S puede ser tal que $S \cap P = \varnothing$, $S \cap P \neq \varnothing$, $S \subset P$. Por tanto, los silogismos EOA, EOE, EOI, EOO son inválidos.

Como resumen, de la primera figura hemos obtenido los siguientes seis silogismos válidos: AAA, AAI, AII, EAE, EAO, EIO. El lector debe retener el siguiente hecho: en todos esos silogismos válidos, la premisa mayor es un juicio categórico universal afirmativo o universal negativo.

Vamos a verificar que no hay más silogismos válidos de la primera figura. Seleccionaremos juntas las premisas IA, IE, I, IO. La gran diferencia con los modelos anteriores era que, en todos ellos, o bien "Todo M es P" o "ningún M es P". Ahora $M \cap P \neq \varnothing$. Como la premisa mayor hace que $M \cap P \neq \varnothing$ en el modelo, se puede encontrar el conjunto S en tres posiciones en relación a P tal que cualquier deducción de modo A, E, I, O sea falso.

El mismo razonamiento puede hacerse con las premisas OA, OE, OI, OO. La gran diferencia con los modelos anteriores era que, en todos ellos, o bien "Todo M es P" o "ningún M es P". Ahora $M \cap P \neq \varnothing$. Ya que la premisa mayor es $M \cap P \neq \varnothing$ en el modelo, se puede encontrar el conjunto S en tres posiciones en relación a P tal que cualquier deducción de modo A, E, I, O sea falso.

Hemos logrado lo que nos propusimos, cual es la clasificación de los 64 silogismos de la primera figura, de los cuales sólo sobreviven 6 silogismos válidos.

CONVERSIÓN Y REDUCCIÓN DE LAS FIGURAS

No queremos finalizar sin dejar de comentar que, para calcular la totalidad de los modos válidos, Aristóteles se valió de un método genial: logró convertir todos los silogismos de las demás figuras, en silogismos de la primera figura mediante varias reglas de inferencia (entre ellas, la reducción por el absurdo). Esta es la razón por la que nosotros nos concentramos en clasificar los modos válidos posibles de la primera figura y brindar a continuación algunas pautas para calcular con conjuntos, los modos válidos de las demás figuras.

Aristóteles estableció una regla general (que va a ser, en efecto, una de varias reglas de inferencia): "Es necesario entonces que en una atribución universal los términos de la premisa negativa deban ser convertibles, por ejemplo, si 'ningún placer produce bien', entonces 'ningún bien produce placer'; los términos de la premisa afirmativa deben ser convertibles, no universalmente, sino en parte, por ejemplo, si 'todo placer produce bien', entonces 'algún bien produce placer'; el particular afirmativo debe convertirse en parte (porque si ''algo placentero es bueno', entonces 'algo bueno es placentero'); pero el particular negativo no necesita convertirse, porque si 'algún animal no es hombre', de aquí no se sigue que 'algún hombre no es animal'[14].

En lenguaje de conjuntos, esto se expresa así: asumamos que los términos S, P están modelados por conjuntos. Es obvio que si $S \cap P = \varnothing$ también $P \cap S = \varnothing$ (Si ningún gato es perro, ningún perro es gato). Como en la segunda figura las premisas son PM, SM, al invertir PM en MP, la segunda figura se convierte en la primera figura. Y como ya tenemos establecido los modos válidos EAE, EIO, EAO de la primera figura, se prueba que EAE, EIO, EAO, son también modos válidos de la segunda figura!.

REFERENCIAS

Aristóteles, *Tratados de Lógica* (El Organon), Primeros Analíticos, Libro Primero, Sección Primera, Capítulo I, línea 8, página 71, Editorial Porrúa, S.A. Número 124, México, 1981

Aristotle, Prior Analytics, Book I, Written 350 B.C.E, Translated by A. J. Jenkinson

L. Euler, *Lettres à une princesse d'Allemagne* (1768).

J. B. Holthoefer, *El Silogismo a través de la Historia*, holthoefer@menta.net

J. Corcoran (2009) *Aristotle's Logic at the University of Buffalo's* Department of Philosophy, University of Buffalo - EE. UU. corcoran@buffalo.edu

Jan Lukasiewicz. (1974). en Contribución a la historia de la lógica de enunciados, Cuadernos Teorema 3, Valencia, Universidad de Valencia.

14 Aristóteles, *op. Cit.*