

La transformada de Radon aplicada a la segmentación de imágenes digitales en escala de grises*

Ricardo Joaquín de Armas Costa**
Shirley Viviana Quintero Torres***
Cristina Acosta Muñoz****
Carlos Camilo Guillermo Rey Torres*****

Recibido: 03/07/2016 • Aceptado: 08/07/2017

DOI: 10.22395/rium.v17n32a10

Resumen

En este artículo de investigación científica se da a conocer a la comunidad interesada en el procesamiento digital de imágenes, una aplicación inédita de la transformada de Radon para segmentar imágenes en escala de grises, lo que permite la identificación y clasificación de regiones u objetos, misma que puede extenderse a imágenes en color. Los resultados obtenidos se compararon con los resultados de dos algoritmos clásicos de segmentación: el algoritmo de umbralización Otsu optimizado, y el algoritmo de crecimiento de regiones Seeded Region Growing.

Palabras clave: transformada de Radon; segmentación; región de interés; imágenes binarizadas.

* Este artículo es un producto de la fase terminada de segmentación de imágenes digitales del proyecto de investigación titulado *Modelos numéricos robustos para detectar el estado de salud de los árboles urbanos a partir de imágenes digitales procedentes del dron Phantom 2 Visión* financiado por la Universidad Central de Bogotá.

** Docente investigador, Departamento de Matemáticas, Universidad Central de Bogotá, Colombia. Correo electrónico: rde_armasc@ucentral.edu.co

*** Docente investigador, Departamento de Ingeniería Electrónica, Universidad Central de Bogotá, Colombia. squinterot@ucentral.edu.co

**** Docente investigador, Departamento de Ingeniería Ambiental, Universidad Central de Bogotá, Colombia. cacostam@ucentral.edu.co

***** Docente investigador, Departamento de Matemáticas, Universidad Central de Bogotá, Colombia. creyt@ucentral.edu.co

Radon Transformation Applied to the Segmentation of Grayscale Digital Images

Abstract

In this scientific research article, the community interested in digital image processing is introduced to the new application of Radon's transformation to segment images in grayscale, which allows the identification and classification of regions or objects, which can be extended to color images. Results obtained were compared with the results of two classic segmentation algorithms: the optimized Otsu thresholding algorithm, and the Seeded Region Growing growth algorithm.

Keywords: Radon transformation; segmentation; region of interest; binarized images.

A transformada de Radon aplicada à segmentação de imagens digitais em escala de cinzas

Resumo

Este artigo de pesquisa científica está dirigido à comunidade interessada no processamento digital de imagens, uma aplicação inédita da transformada de Radon para segmentar imagens em escala de cinzas, o que permite a identificação e classificação de regiões ou objetos, a qual se pode estender a imagens em cor. Os resultados obtidos foram comparados com os resultados de dois algoritmos clássicos de segmentação: o algoritmo de umbralização Otsu otimizado e o algoritmo de crescimento de regiões Seeded Region Growing.

Palavras-chave: transformada de Radon; segmentação; região de interesse; imagens binarizadas.

INTRODUCCIÓN

Johann Karl August Radon (1887–1956), matemático austriaco, en 1917, publicó el artículo donde mostraba que si todas las integrales de líneas de una función a lo largo de los hiperplanos se conocían, entonces se podría reconstruir la función usando el operador que él propuso, el cual se conoce actualmente con el nombre de transformada de Radon [1-3]. Este ha sido aplicado con éxito en variadas tareas como, por ejemplo, la reconstrucción de imágenes tomográficas [4-7], la corrección de imágenes multiespectrales [8], la detección de puntos en huellas dactilares digitales [9] y el reconocimiento de caracteres en una imagen digital [10], entre otras.

La segmentación es una etapa del procesamiento digital de imágenes o PDI. Esta se define, de manera general, como el proceso de dividir una imagen digital en segmentos o estructuras significativas, tal que cada pixel se encuentra asociado a una etiqueta distintiva del segmento al que pertenecen [11-14]. Este proceso suele resultar bastante complejo debido a que en la mayoría de los casos no se cuenta con la información adecuada de los píxeles y en otros, el problema se presenta por: el ruido de las imágenes, los histogramas planos o por una iluminación no homogénea entre otras causas. Esto puede ocasionar en el peor de los escenarios la pérdida de píxeles de la región de interés. Para solucionar estos problemas se hace necesario buscar nuevas maneras de obtener información de los píxeles, como, por ejemplo, la información de la transformada de Radon de los píxeles.

En este documento se presenta un algoritmo de segmentación denominado por los autores como algoritmo de segmentación de Radon para binarizar imágenes en escala de grises. El artículo se organiza de la siguiente manera: en la sección 1 se define desde las matemáticas la segmentación, en la sección 2 se presentan los fundamentos de la transformada de Radon, en la sección 3 se muestra el algoritmo de segmentación propuesto, en la sección 4 se dan a conocer los resultados obtenidos con los algoritmos de segmentación de Radon, de Otsu Optimizado y SRG, por último, en la sección 5 se concluye el documento.

1. LA SEGMENTACIÓN

Desde las matemáticas, el propósito de la segmentación es construir particiones en una imagen digital [11-15]. Es decir, si R representa la región entera de la imagen entonces, la segmentación particiona a R en n subregiones $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$ tales que:

- Cada pixel debe pertenecer a una región. Esto es, $\bigcup_{i=1}^n R_i = R$.
- Los píxeles en una región deben estar conectados. Esto es, R_i es una región conectada para $i = 1, 2, 3, \dots, n$.

- Las regiones no deben estar unidas. Esto es, $R_i \cap R_j = \emptyset$ para todo i, j con $i \neq j$.
- Para generar las regiones R_i se define un predicado lógico P de análisis de los pixeles. Así, $P(R_i) = VERDADERO$ si todos los pixeles en R_i cumplen el predicado y las regiones R_i y R_j son diferentes si $P(R_i \cup R_j) = FALSO$.

Particionar las imágenes es una tarea que puede ser desarrollada con distintos métodos, como por ejemplo: el método de umbralización, el método basado en regiones, el método basado en *cluster*, el método *watersheds* (cuencas hidrográficas), el método basado en bordes, el método basado en modelos (campos aleatorios de Markov), el método de reconocimiento de patrones, el método basado en modelos de contorno activo y el método de inversión, entre otros [16-18].

2. TRANSFORMADA DE RADON EN DOS DIMENSIONES

Sean: el conjunto abierto $D \subseteq \mathbb{R}^2$, la función de $C^\infty(D)$ con soporte compacto $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ y la recta L que interseca a D como se ilustra en la figura 1.

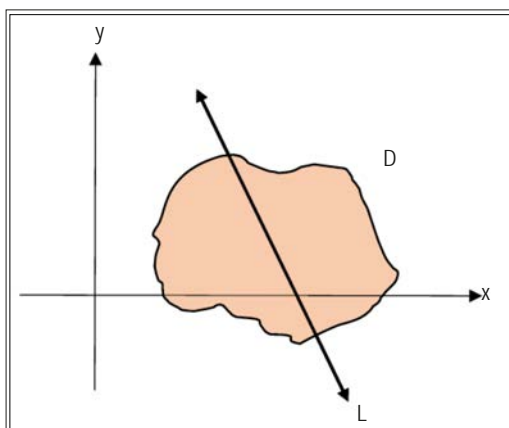


Figura 1. Recta L intersecando el dominio D de f

Fuente: elaboración propia

La integral de línea de f sobre L , se determina con la expresión:

$$\int_L f(x, y) ds \tag{1}$$

donde ds es el incremento sobre L . En un sistema de coordenadas rotados θ grados xy e $x'y'$ (figura 2), se establecen las siguientes relaciones para $(x, y) \in L$ y θ un ángulo fijo en $[0, 2\pi)$:

$$p = x \cos \theta + y \sin \theta \tag{2}$$

$$x = x' \cos \theta - y' \sin \theta \tag{3}$$

$$y = x' \sin \theta + y' \cos \theta \tag{4}$$

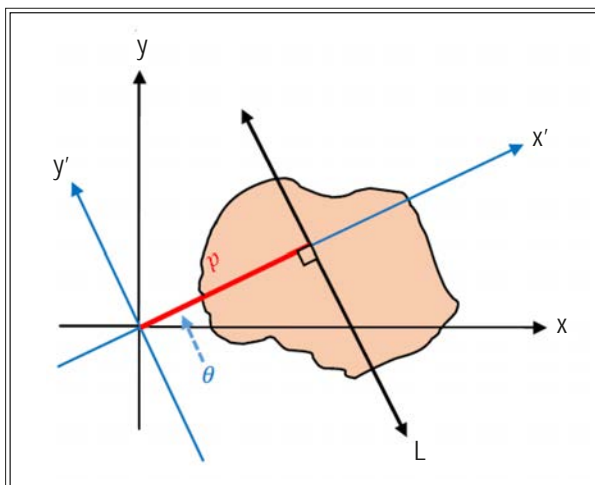


Figura 2. Sistemas de coordenadas rotados

Fuente: elaboración propia

(2) se denomina la ecuación de la recta normal de L (figura 2). Entonces la integral (1) se puede escribir como,

$$\int_L f(p, \theta) = \int_L f(x' \cos \theta - y' \sin \theta, x' \sin \theta + y' \cos \theta) dy' \tag{5}$$

De acuerdo con [19 – 20], $f(p, \theta)$ es la transformada de Radon en dos dimensiones de f cuando $f(p, \theta)$ existe para todos los valores de p y θ , mientras que para un ángulo fijo θ se dice que es una proyección de f al ángulo θ (figura 3).

La transformada de Radon en el contexto del PDI sufre dos discretizaciones por la naturaleza de las máquinas (computadores, tomógrafos, entre otras). La primera se da en la variable angular θ y la segunda la sufre la proyección para cada uno de los ángulos discretizados y tiene que ver con el número de rayos que se requieren (resolución). La integral de línea dada en (5) a lo largo de la recta que pasa por los puntos P_1 y P_2 (figura 4) en forma discreta se aproxima por medio de:

$$\int_L f(p, \theta) \approx \sum_{i,j} L(i, j) p(i, j) \tag{6}$$

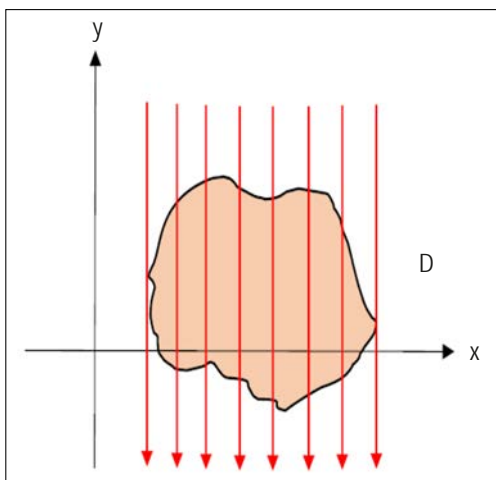


Figura 3. Proyección para el ángulo de 0° con 8 rayos

Fuente: elaboración propia

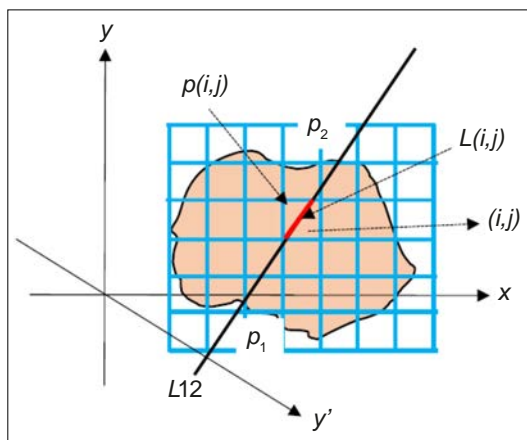


Figura 4. Rayo que va de P_1 a P_2

Fuente: elaboración propia

Aquí, $L(i, j)$ corresponde a un factor de peso del píxel (i, j) igual a la longitud de la intersección del rayo con el píxel (i, j) y $p(i, j)$ corresponde al valor de intensidad de la imagen asignado al píxel (i, j) .

3. ALGORITMO DE SEGMENTACIÓN DE RADON

Para generar las regiones R_i de dicho algoritmo, los autores definen el siguiente predicado lógico:

“Un pixel (i, j) pertenece a la región de interés R_i si cumple $|r_n - r_s n| \leq T$, donde:

- ✓ r_n es la proyección de Radon para $\theta = 45^\circ$ del rayo n -ésimo para cada pixel analizado.
- ✓ $r_s n$ es la proyección de Radon para $\theta = 45^\circ$ del rayo n -ésimo para el pixel escogido como semilla en la región de interés.
- ✓ T es el límite de la banda de aceptación; mismo que se calcula dividiendo 100 (pixel unidad) entre el número de rayos de la proyección de Radon para $\theta = 45^\circ$ (en forma impar para efectos de simetría y de programación)”.

En la figura 5 se presenta el diagrama de flujo con los comandos respectivos de MatLab versión R2015b.

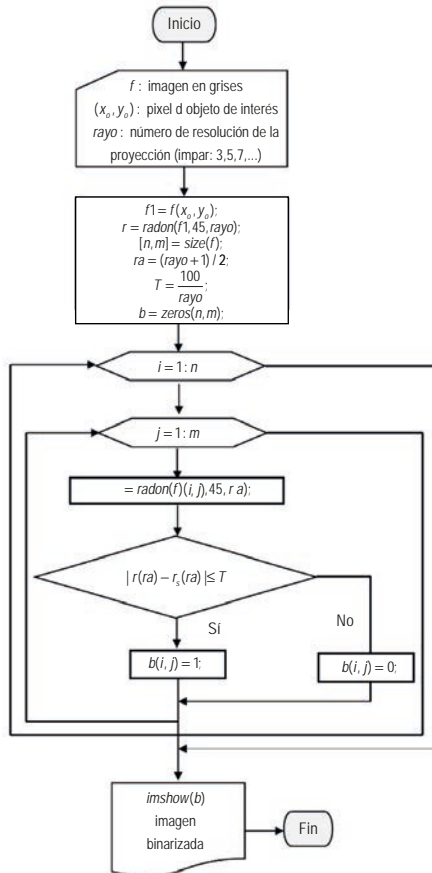


Figura 5. Diagrama de flujo del algoritmo de segmentación de Radon

Fuente: elaboración propia

Las imágenes segmentadas en regiones blancas y negras, es decir, las imágenes binarizadas se ilustran en la figura 6 y la relación de los pixeles respectivos se presenta en la tabla 1. Estas fueron procesadas en un equipo Toshiba Tecra A11-SP5003L. El *software* empleado fue MatLab.

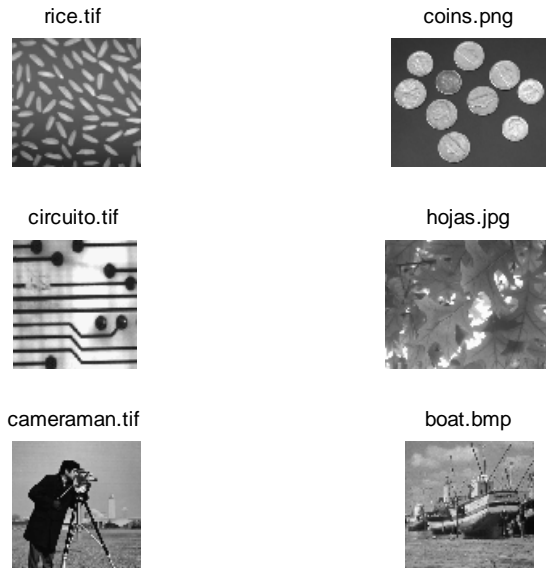


Figura 6. Imágenes de pruebas

Fuente: elaboración propia

Tabla 1. Datos de las imágenes de prueba

	<i>Imagen</i>	<i>Formato</i>	<i>Resolución</i>	<i>Número de pixeles</i>
1	'rice'	Tif	256x256	65536
2	'coins'	Png	246x300	73800
3	'circuito'	Tif	526x510	268260
4	'hojas'	Jpg	2448x3264	7990272
5	'cameraman'	Tif	256x256	65536
6	'boat'	bmp	512x512	262144

Fuente: elaboración propia

La imagen 'hojas.jpg' es una imagen en colores; el resto son imágenes en escala de grises de los archivos de MatLab cuyo propósito es la experimentación con nuevos algoritmos. Las distribuciones de las intensidades, observadas en los histogramas (figura 7), hacen de cada imagen escogida la representante de una familia completa de imágenes.

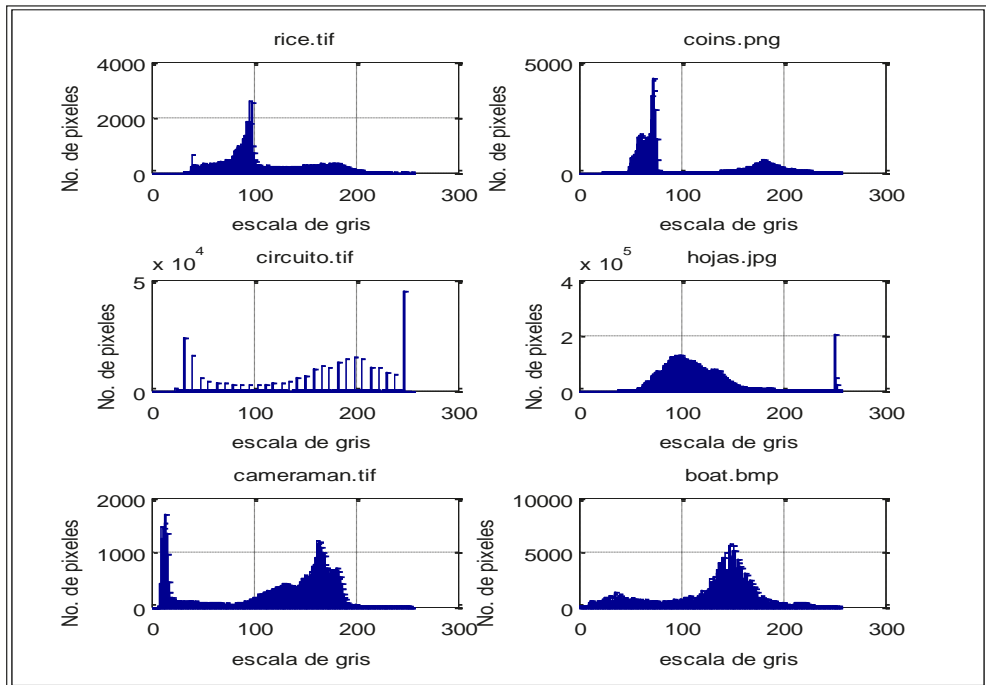


Figura 7. Histogramas de las imágenes de pruebas

Fuente: elaboración propia

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Los resultados del algoritmo de segmentación de Radon se compararon con los resultados de los algoritmos de Otsu Optimizado [21] y SRG [22]; mismos que se escogieron por ser robustos y rápidos. El primero automatizado, paramétrico (utiliza la información del histograma y la varianza para determinar el umbral), y el segundo no paramétrico requiere supervisión humana (utiliza la información de un pixel semilla a partir del cual crece la región de acuerdo con un predicado lógico). Todas las imágenes fueron previamente filtradas para eliminar el ruido con el algoritmo de difusión Perona-Malik [23].

Las figuras de la 8 a la 13 contienen las imágenes originales, las imágenes binarizadas con el algoritmo de segmentación de Radon y con los otros dos algoritmos. Las zonas encerradas con rojo señalan las regiones en donde los algoritmos presentaron dificultades ya sea por perder píxeles, brindar información falsa (píxeles que no pertenecen a la región de interés) o por no poder segmentar.

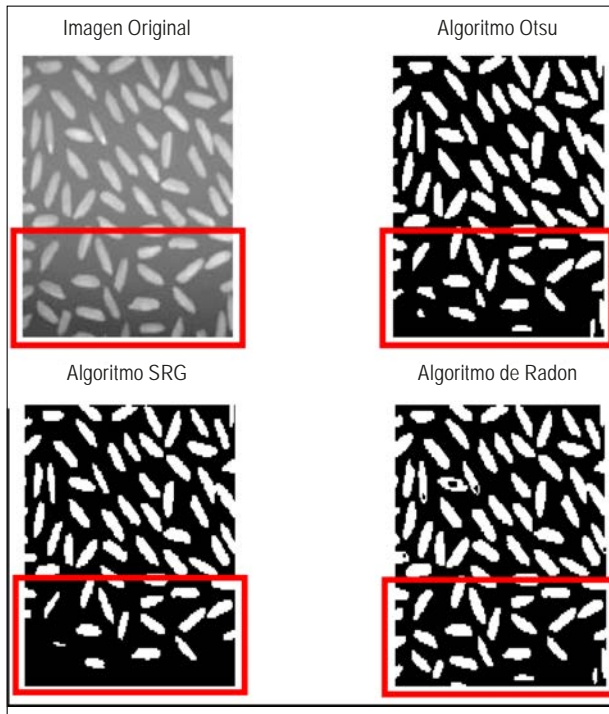


Figura 8. Binarización de la imagen 'rice.tif'. Semillas de Radon: (48,40). Semilla SRG: (48,40)
Fuente: elaboración propia

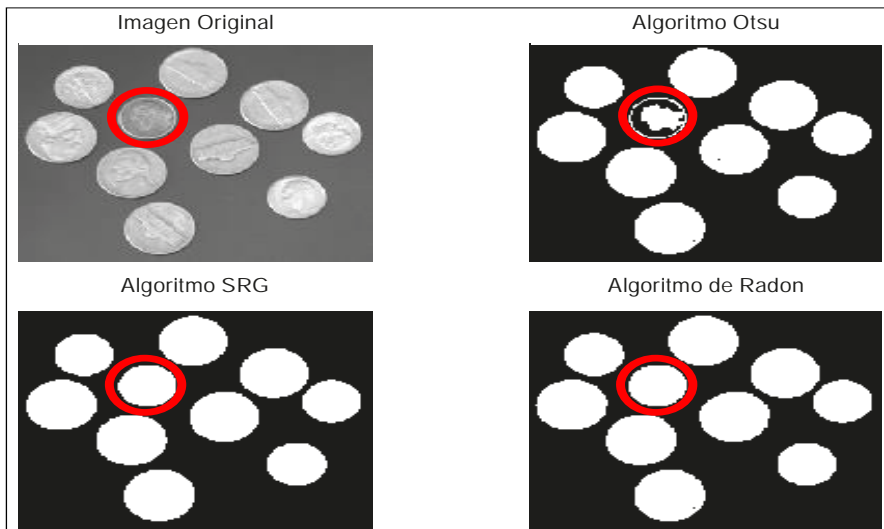


Figura 9. Binarización de la imagen 'coins.png'. Semillas de Radon: (18,22). Semilla SRG: (18,22)
Fuente: elaboración propia

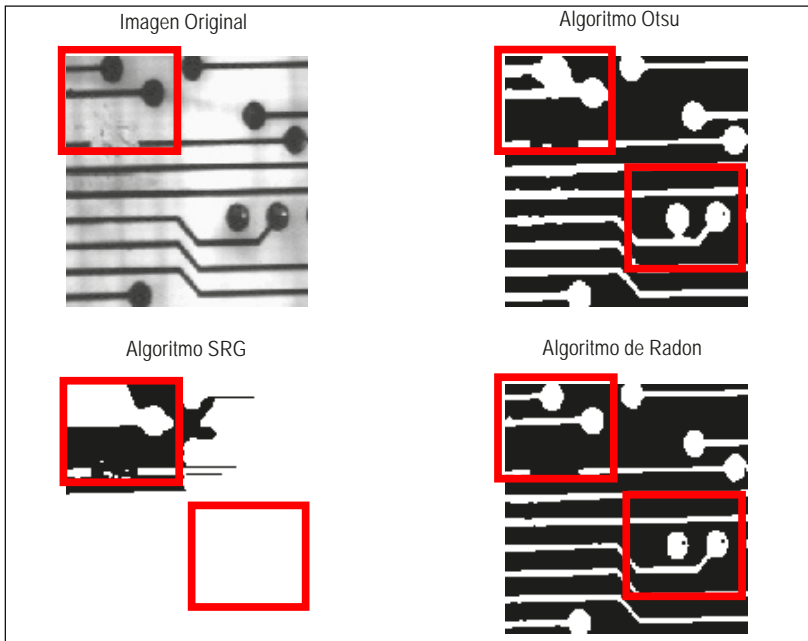


Figura 10. Binarización de la imagen 'circuito.tif'. Semillas de Radon: (103,24). Semilla SRG: (103,24)

Fuente: elaboración propia

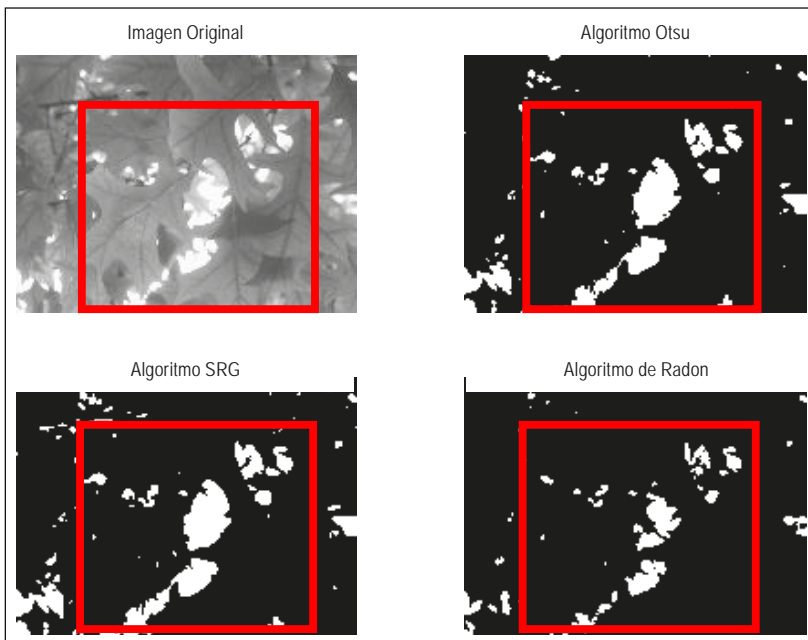


Figura 11. Binarización de la imagen 'hoja.jpg'. Semillas de Radon: (640,166). Semilla SRG: (640,166)

Fuente: elaboración propia

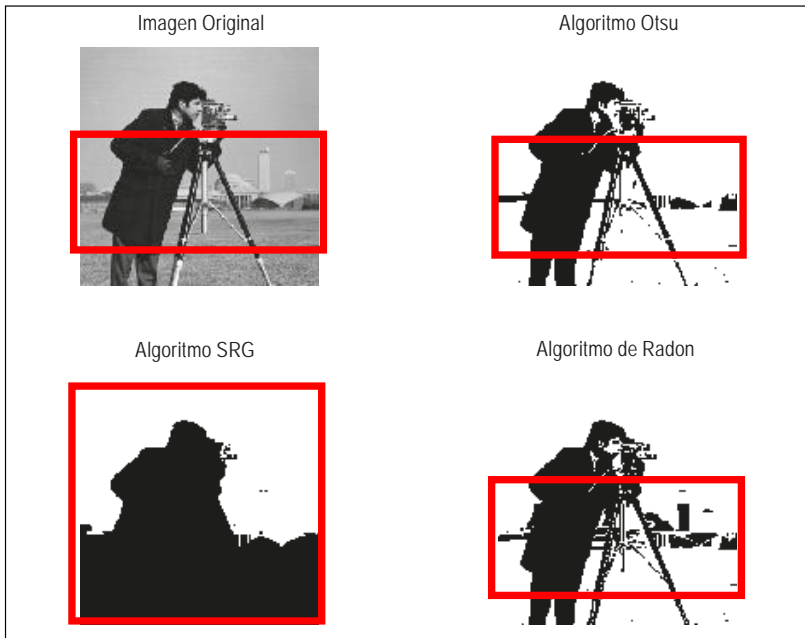


Figura 12. Binarización de la imagen 'cameraman.tif'. Semillas de Radon: (39,36). Semilla SRG: (39,36)

Fuente: elaboración propia

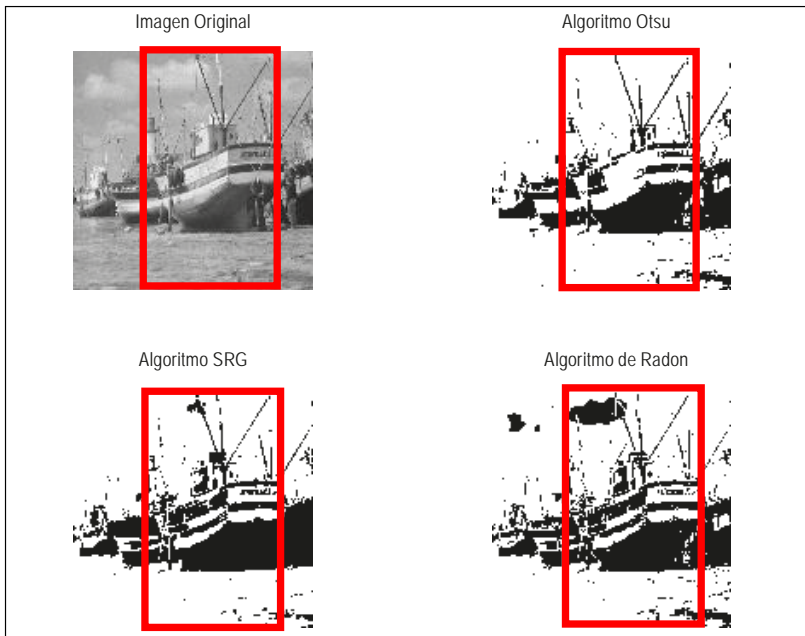


Figura 13. Binarización de la imagen 'boat.bmp'. Semillas de Radon: (24,23). Semilla SRG: (24,23)

Fuente: elaboración propia

La tabla 2 contiene los tiempos promedio de procesamiento de los algoritmos.

Tabla 2. Datos de los tiempos promedios de los algoritmos

<i>Imágenes</i>	<i>Algoritmo de Otsu Optimizado</i> <i>t (s)</i>	<i>Algoritmo de Radon</i> <i>t (s)</i>	<i>Algoritmo Seeded Región Growing</i> <i>t (s)</i>
'rice.tif'	0,000764	1,953297	1,607257
'coins.png'	0,000746	1,681585	1,366126
'circuito.tif'	0,001257	1,433066	1,211621
'hojas.jpg'	0,066307	163,499398	1556,155041
'cameraman.tif'	0,003648	0,885388	0,818291
'boat.bmp'	0,001392	10,287584	10,320769

Fuente: elaboración propia

- El algoritmo de Radon ni el SRG se encuentran optimizados, algo que sí ocurre con el algoritmo de Otsu lo que lo convierte en el más rápido.
- Cuando las escenas de la imagen registran iluminación no homogénea en los objetos de interés como por ejemplo, 'hojas.jpg' y 'boat.bmp' el algoritmo de Radon le toma ventaja en tiempo al algoritmo SRG.

La tabla 3 brinda información sobre el número de píxeles de las regiones de interés de las imágenes binarizadas. El signo negativo indica que se perdieron píxeles de la región de interés mientras que el positivo indica los píxeles que no hacen parte de dicha región; se trata de falsos positivos.

Tabla 3. Datos de los píxeles de las regiones de interés

<i>Imágenes</i>	<i>Algoritmo de Otsu Optimizado</i> <i>(píxeles)</i>	<i>Algoritmo de Radon</i> <i>(píxeles)</i>	<i>Algoritmo SRG</i> <i>(píxeles)</i>
'rice.tif'	-1224	-17	-3771
'coins.png'	+1146	-10	-13
'circuito.tif'	+18119	-5	+165373
'hojas.jpg'	+318927	-11	+400372
'cameraman.tif'	+3371	-19	-19421
'boat.bmp'	+146165	-24	-5631

Fuente: elaboración propia

- El algoritmo que menor número de píxeles pierde en las regiones de interés, es el algoritmo de segmentación de Radon; además, no proporciona información falsa.
- Para el caso ‘circuito.tif’ el de Otsu arroja información falsa lo mismo que el SRG.
- Un punto de discusión para estos resultados se genera con el peso que se le asigne a los algoritmos en cuanto a importancia del tiempo de ejecución o pérdida de píxeles de las regiones de interés.

CONCLUSIONES

En este documento se mostró que la transformada de Radon puede ser aplicada con buenos resultados en la segmentación de imágenes en escala de grises.

El algoritmo de segmentación de Radon propuesto no requiere de usuarios expertos en parámetros especiales de entrada; deben seleccionar visualmente las semillas de las regiones de interés que desean separar del resto de regiones en la imagen digital.

Con la divulgación de este algoritmo, la comunidad interesada en el PDI tendrá entre sus tareas el fortalecimiento y la optimización del mismo.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al CIFI (Centro de Investigaciones de la Facultad de Ingeniería y Ciencias Básicas de la Universidad Central) por financiar este proyecto de investigación.

REFERENCIAS

- [1] V. Bogachev y M. N. Lukintsova. “The Radon transform in infinite-dimensional spaces”. *Doklady Mathematics*. Vol. 85. N.º 2. *MAIK Nauka/Interperiodica*, 2012.
- [2] J. Radon, “On the Determination of Functions from Their Integral Values along Certain Manifolds”, *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 5:170–176, 1986.
- [3] J. Radon, “Über die Bestimmung von Funktionen durch ihre Ihre Integralwerte längs gewisser Mannigfaltigkeiten”, *Berichte Sächsische Akademie der Wissen-schaften, Leipzig, Math-Phys.*, 69:262-277, 1917.
- [4] T. Buzug, “*Computed Tomography.From Photon Statistics to Modern Cone Be- am CT*”. Leipzig, Germany: Springer, 2008.
- [5] A. Kak y M. Sallaney, “*Principles of Computarized Tomography*”, IEEE Press, New York, 1988.
- [6] E. Grinberg, “On images of Radon transforms”, *Duke Mathematical Journal*, 52:939-972, 1985.

- [7] S. Deans, “*The Radon Transform and some of its applications*”, New York: John Wiley and Sons Inc, 1983.
- [8] P. Tyagi, y U. Bhosle, “Radiometric correction of Multispectral Images using Radon transform”. *Journal of the Indian Society of Remote Sensing* 42.1, 2014.
- [9] M. Miguel, *et al.*, “Radon transform algorithm for fingerprint core point detection”. Mexican Conference on Pattern Recognition. Springer Berlin Heidelberg, 2010.
- [10] P. Sharma *et al.*, “An Innovative ANN Based Assamese Character Recognition System Configured with Radon Transform.” *Wireless Networks and Computational Intelligence*. Springer Berlin Heidelberg, 287-292, 2012.
- [11] G. Pavlidis, “Mixed Raster Content. Segmentation, Compression, Transmission”, Singapore: Springer, 2017.
- [12] R. González y R. Woods, “*Digital Image Processing*”. New Jersey: Prentice-Hall, 2002.
- [13] R. Bracewell, “*Two-Dimensional Imaging*”, Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1995.
- [14] J. Lim, “Two-Dimensional Signal and Image Processing”, Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall, 1990.
- [15] M. Ekstrom, “Digital image processing techniques”, Vol. 2, Academic Press, 2012.
- [16] R. Yogamangalam and B. Karthikeyan. “Segmentation techniques comparison in image processing.” *International Journal of Engineering and Technology (IJET)* 5.1, 307-313, 2013.
- [17] Oak, Rajvardhan. “A study of digital image segmentation techniques.” *Int. J. Eng. Comput. Sci* 5.12, 19779-19783, 2016.
- [18] Kaganami, Hassana Grema, and Zou Bei. “Region-based segmentation versus edge detection.” *Intelligent Information Hiding and Multimedia Signal Processing, 2009. IHH-MSP’09. Fifth International Conference on. IEEE, 2009.*
- [19] F. Natterer, “The Mathematics of Computerized Tomography”, Siam, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, EUA, 2001.
- [20] S. Helgason, “*The Radon Transform*”, Birkhäuser. Second Edition. Boston, Mass. EUA, p. 2, 1999.
- [21] N. Otsu, “A threshold method from gray-level histogram”, *IEEE Transactions on System Man Cybernetics*, Vol. SMC-9. No.1, 1979, pp.62-66. Optimizado en la Universidad Nacional de Quilmes. Ingeniería en Automatización y Control Industrial. Cátedra Visión Artificial, 2005.
- [22] R. Adams y L. Bischof, “Seeded Region Growing”, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 16, 1994.
- [23] P. Perona and J. Malik, “Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 12, n.º 7, pp. 629–639, 1990.