

Modelos de daño para la descripción del comportamiento estructural de materiales frágiles

Damage Models for describing the structural behavior of brittle materials.

Diego Andrés Bravo González¹, Juan Carlos Castro Medina², Miguel Ángel Montaña Peña³

¹ Ingeniero Civil, Universidad de La Salle (Bogotá-Colombia), Ph.D. en Ingeniería Sísmica y Dinámica Estructural, Universidad Politécnica de Cataluña (Barcelona-España).
diego.bravo@esing.edu.co, diego.bravo@unimilitar.edu.co.

² Ingeniero Civil, Universidad Santo Tomas (Tunja-Colombia), Ph.D. en Ingeniería Sísmica y Dinámica Estructural, Universidad Politécnica de Cataluña (Barcelona-España).
castro.juanca@uniagraria.edu.co, jccmivileng@yahoo.es

³ Ingeniero Civil, Universidad Nacional de Colombia (Bogotá-Colombia), Ph.D. en Ingeniería Sísmica y Dinámica Estructural, Universidad Politécnica de Cataluña (Barcelona-España).
miguelmontaa@yahoo.es

Fecha de recepción: 13/07/2016 Fecha de aceptación del artículo: 12/12/2016

Resumen

En este artículo se presenta una introducción y descripción fenomenológica del daño en materiales hipoplásticos, energía libre y ecuación constitutiva de leyes de ablandamiento. Las leyes de ablandamiento presentadas en su orden son: degradación lineal, degradación lineal con interrupciones, degradación exponencial y por último una ley parabólica de daño. Los modelos anteriormente presentados se utilizan para materiales frágiles como: mortero, concreto, mampostería, muros entre otros.

Palabras clave

Daño, Ecuación constitutiva, Isótropo, Estado tensional, Ablandamiento.

Abstract

This article introduces and phenomenological description of the damage, free energy and constitutive equation is presented softening laws. Softening laws presented in order are: linear breakdown, linear degradation with interruptions, exponential decay and finally a parabolic law of damage. The models presented above are used for brittle materials such as mortar, concrete, masonry, walls and others.

Keywords

Damage, Constitutive equation, Isotropic Stress state, Softening.

1. Introducción

El daño sobre un sólido continuo se relaciona con la pérdida de área eficaz cuando hay un aumento en las micro-fisuras del mismo. Se considera el caso de daño generado por la aplicación de fuerzas externas o de desplazamientos impuestos y se excluyen de este estudio las fisuras producidas por retracción u otros efectos similares. Esta pérdida de área eficaz conlleva un deterioro de rigidez del sólido continuo no recuperable.

En la Figura 1 se representa la variación del tensor de constantes elásticas E , cuando las tensiones están en el interior del dominio elástico y cuando lo rebasan: Esta teoría del daño continuo fue presentada por Kashanov en 1958 [1].

En la Figura 1 se representa una línea que va de A a B, en la que el material no ha sufrido daño, es decir no hay huecos; en la línea de B a C se produce el daño y por fin en la línea de A a C se representa el comportamiento (en carga o en descarga), del material dañado. En esta última rama ha disminuido la rigidez y han aumentado las dimensiones los huecos; es destacable que este comportamiento no lineal no conlleva desplazamientos permanentes.

Es necesario formular una función F que determine si hay disminución de rigidez:

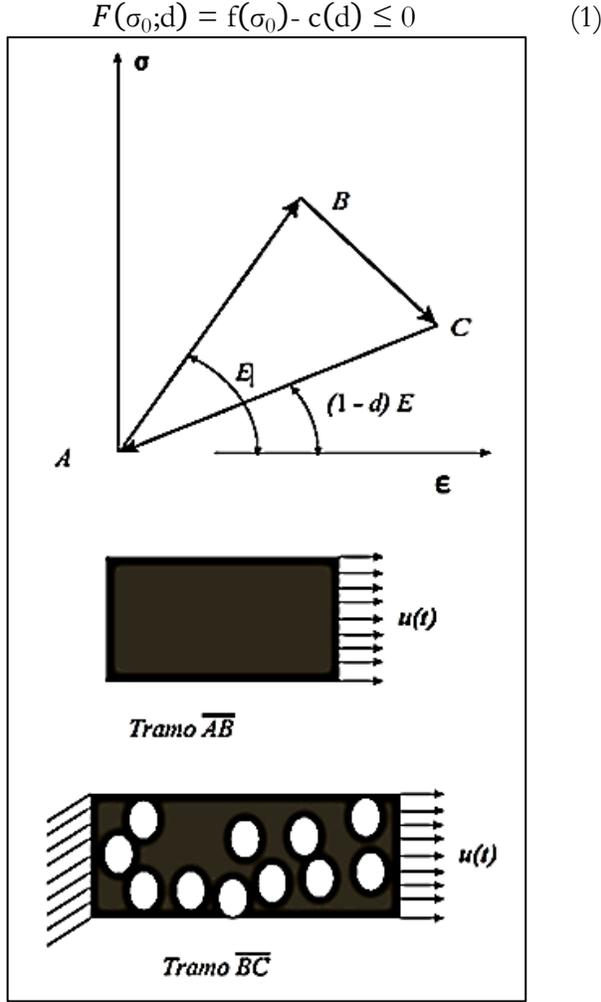


Figura 1: Variación de la rigidez y del área efectiva de una probeta de mortero.

Si el material se describe con un modelo isótropo el tensor \mathbf{d} se convierte en la variable escalar de daño d $f(\sigma_0)$ es la función de discontinuidad que está constituida por el tensor inicial (sin daño) de constantes elásticas de cuarto orden E_0 y por el tensor de deformación ϵ . La tensión en el material no dañado se obtiene como: $\sigma_0 = E_0 \epsilon$; y $c(d)$ es la función que delimita el dominio elástico con daño. Esta variable determina la caída de la rigidez del material debida a la evolución del daño; utilizando los multiplicadores de Lagrange, ésta se desarrolla mediante:

$$\dot{d} = \dot{u} \frac{\partial \bar{F}(\sigma_0; d)}{\partial [f(\sigma_0)]} \equiv \dot{u} \frac{\partial F[f(\sigma_0)]}{\partial [f(\sigma_0)]} \quad (2)$$

En donde μ es el parámetro de consistencia de daño; este es un escalar positivo que depende de las condiciones de carga, descarga y recarga de Kuhn-Tucker (ec. 7) [2]; es decir, que $\dot{u} = 0$ si se está en el dominio elástico.

Ello se expresa matemáticamente de la siguiente manera:

Si

$$F(\sigma_0; d) \leq 0$$

entonces

$$\mu = 0$$

y si

$$F(\sigma_0; d) \geq 0$$

aumenta la variable escalar de daño; como consecuencia de esto la rigidez se degrada de forma no recuperable.

1.1. Energía libre y ecuación constitutiva del modelo de daño

La energía libre de Helmholtz por unidad de volumen, para un modelo de daño isótropo, está dada por:

$$\psi = \psi(\epsilon; d) = (1 - d)\psi_0(\epsilon) \quad (3)$$

$\psi_0(\epsilon)$ es la energía libre de Helmholtz [3] elástica del material no dañado:

$$\psi_0(\epsilon) = \frac{1}{2} \epsilon : \sigma_0 \quad (4)$$

Para problemas térmicamente estables se cumple la desigualdad de Clausius-Plank [4]:

$$\mathcal{E} = \left(\sigma - \frac{\partial \psi}{\partial \epsilon} \right) : \dot{\epsilon} - \frac{\partial \psi}{\partial d} \dot{d} \geq 0 \quad (5)$$

\mathcal{E} es la potencia disipativa. La ecuación constitutiva del modelo de daño isótropo es:

$$\frac{\partial \psi}{\partial \epsilon} = \sigma = (1 - d)E : \epsilon \quad (6)$$

La carga y descarga, se determina a través de la condición de Kuhn-Tucker [5], que se expresa de la siguiente forma:

$$\gamma \geq 0, \quad f(\sigma, \alpha) \leq 0,$$

$$\gamma f(\sigma, \alpha) = 0 \quad (7)$$

En la ec. (7), α representa la variación en el eje de la superficie de discontinuidad, γ representa la condición de consistencia, y se verifica a través de la siguiente expresión:

$$\dot{\gamma} f(\sigma, \alpha) = 0 \quad (8)$$

2. Leyes de ablandamiento

Las leyes que rigen el daño escalar d , se determinan a partir del comportamiento un axial de materiales isotrópos [6]. Las leyes de ablandamiento dependen de su evolución a tracción y compresión. A continuación, se exponen diferentes curvas de ablandamiento (ver [7]); definidas para tracción o compresión.

2.1. Evolución lineal del daño

En primer lugar, se considera variación lineal de la tensión con respecto de la deformación:

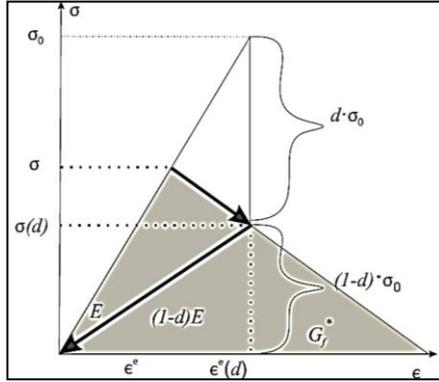


Figura 2: Degradación lineal de la tensión.

$$\sigma(\epsilon) = -\frac{\sigma_0^2}{2G_f^*} (\epsilon - \epsilon^e) + \sigma_0 \quad (9)$$

En la Figura 2 se presenta la evolución de daño lineal y las variables que intervienen en la ecuación de estado tensional (9). La dependencia del estado tensional σ y el daño escalar se obtienen solucionando la ec. (9) para deformaciones elásticas. La evolución del daño se rige por:

$$\frac{\sigma(d)}{(1-d)E} = \left(\sigma_0 + \frac{\sigma_0^2 \epsilon^e}{2G_f^*} - \sigma(d) \right) \frac{2G_f^*}{\sigma_0^2} \quad (10)$$

G_f^* , es la energía de fractura por unidad de área, obtenida en función de la energía de fractura.

G_f , es al área bajo la curva tensión-deformación.

E , es el módulo de Young.

Despejando de la ec. (10) la tensión dañada se obtiene:

$$\sigma(d) = (1-d) \frac{2G_f^*E + \sigma_0^2}{2G_f^*(1-d)E + \sigma_0^2} \quad (11)$$

Se entiende que la ec. (11), no es una función de daño lineal.

2.2. Evolución lineal del daño con interrupciones

Cuando el material es afectado por una fuerte discontinuidad en la relación tensión-deformación, se determina una ley (Figura 3):

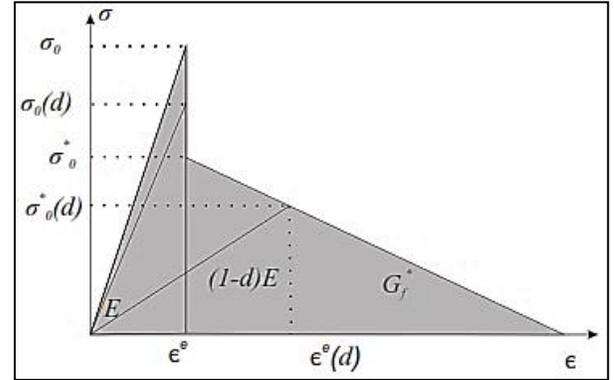


Figura 3: Degradación discontinua de la tensión.

$$\sigma(\epsilon) = -\frac{(\sigma_0^*)^2}{2G_f^*} (\epsilon - \epsilon^e) + \sigma_0^* \quad (12)$$

Los valores de σ_0 y de σ_0^* (Figura 3) se obtienen de ensayos de laboratorio. La ley de evolución de daño escalar es:

$$\sigma(d) = (1-d)\sigma_0 \quad \text{si} \quad (\epsilon = \epsilon^e) \quad (13)$$

$$\sigma(d) = (1-d)\sigma_0^* \frac{2G_f^*E + (\sigma_0^*)^2}{2G_f^*(1-d)E + (\sigma_0^*)^2} \quad (14)$$

2.3. Evolución exponencial del daño

El modelo de daño escalar con evolución de tipo exponencial, se formula siguiendo las siguientes referencias, [5], [8], [9] y [10] entre otras. Esta resistencia no termina en cero, sino que tiende asintóticamente a cero. La Figura 4 describe este modelo constitutivo, y la ec. (15) presenta la evolución de la tensión.

$$\sigma(\epsilon) = \sigma_0 * e^{\left(-\frac{(\sigma_0^*)^2}{2G_f^*}(\epsilon - \epsilon^e)\right)} \quad (15)$$

La ley de evolución de daño, está dada en forma explícita por:

$$\mathcal{E}(\sigma, d) = 0 = \sigma(d) + (1-d)E \frac{G_f^*}{\sigma_0} (\sigma_0(d)) - (1-d) \left(E \frac{G_f^*}{\sigma_0} (\sigma_0) - \sigma_0 \right) \quad (16)$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \sigma}(\sigma, d) = 1 + \frac{1}{\sigma} (1-d)E \frac{G_f^*}{\sigma_0} \quad (17)$$

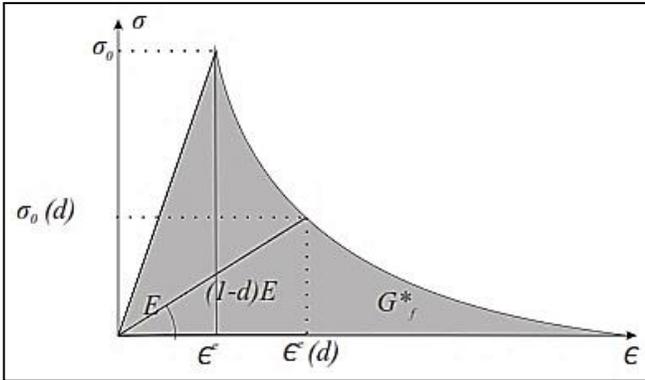


Figura 4: Degradación exponencial de la tensión.

2.4. Evolución parabólica del daño

La ley parabólica de daño se expresa mediante un polinomio de segundo grado:

$$\sigma(\epsilon) = \sigma_0 \left(1 - \left(\frac{2\sigma_0}{3G_f^*} (\epsilon - \epsilon^e) \right)^2 \right) \quad (18)$$

La Figura 5, describe el daño parabólico. La ec. (18) representa la evolución parabólica de la tensión respecto de la deformación sin daño. Al introducir el

daño en la evolución de la tensión se alcanza lo siguiente:

$$\sigma(d) = -\frac{1}{2}C(d) + \frac{1}{2}\sqrt{(D(d))^2 - 4C(d)} \quad (19)$$

$$C(d) = -2(1-d)\sigma_0 + \frac{((1-d)E)^2 \left(\frac{3G_f^*}{2\sigma_0}\right)^2}{\sigma_0} \quad (20)$$

$$D(d) = (1-d)^2 \left(\sigma_0^2 - \left(\frac{3G_f^*}{2\sigma_0} E\right)^2 \right) \quad (21)$$

3. Conclusiones

Los modelos de daño presentados anteriormente permiten comprender la evolución del tensor de cuarto orden de constantes elásticas en materiales frágiles.

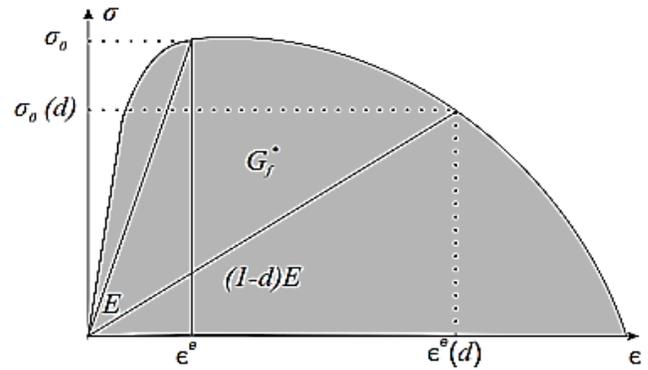


Figura 5: Degradación parabólica de la tensión.

El modelo de evolución lineal del daño es aplicable a materiales hipo plásticos.

El modelo de evolución lineal del daño con interrupciones es aplicable a materiales hipo plásticos con variaciones súbitas en la curva esfuerzo deformación después del límite elástico.

El modelo de evolución exponencial del daño es aplicable a materiales hipo plásticos con variación logarítmica en la energía libre (Área bajo la curva esfuerzo deformación).

El modelo de evolución parabólico del daño es aplicable a materiales con una curva de capacidad amplia.

Referencias

1. K. L.M., «Time of rupture process under creep conditions,» *Izvestia Akaademii Nauk*, 1958.

2. I. d.-P. a. E. Oñate, «Combination of a non-local damage model for quasi-brittle materials with a mesh-adaptive finite element technique,» *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 112, pp. 26 - 39, 2016.
3. C. Y. a. Q. J. a. J. S. a. C. Zhou, «A discrete approach for modeling damage and failure in anisotropic cohesive brittle materials,» *Engineering Fracture Mechanics*, pp. 102 - 118, 2016.
4. S. Oller, *Dinámica No-Lineal*, Barcelona: CIMNE, 2003.
5. J. Simo, «Algorithms for static and dynamic multiplicative plasticity that preserve the classical return mapping schemes of the infinitesimal theory,» *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, pp. 61 - 112, 1992.
6. F. P., *Computational aspects of biaxial stress in plain and reinforced concrete.*, Delf: Technical university of delf, 1993.
7. S. A. J. Ožbolt, «Scalar damage model for concrete without explicit evolution law,» *EURO-C Computational Modelling of Concrete Structures*, pp. 61 - 112, 2003.
8. J. Mazars, «A description of micro-and macroscale damage of concrete structures,» *Engineering Fracture Mechanics*, pp. 729-737, 1987.
9. P. Pivonka, «Comparative studies of 3D-constitutive models for concrete: application to mixed-mode fracture,» *Numerical methods in engineering*, p. 549–570, 2002.
10. J. L. J. O. .. O. .. Oñate, «A plastic-damage model for concrete,» *International Journal of Solids and Structures*, pp. 299-326, 1989.
11. G. A. a. F. Z. a. R. Donnini, «On the significance to use dislocation-density-related constitutive equations to correlate strain hardening with microstructure of metallic alloys: The case of conventional and austempered ductile irons,» *Journal of Alloys and Compounds*, pp. 262 - 271, 2016.
12. J. a. I. M. a. R. T. a. W. A. a. G. C. a. P. Lyons, «A plastic-damage-contact constitutive model for concrete with smoothed evolution functions,» *Computers & Structures*, pp. 40 - 56, 2016.
13. O. L. M. a. M. A. M. a. L. A. B. J. a. E. A. Rodrigues, «On the use of finite elements with a high aspect ratio for modeling cracks in quasi-brittle materials,» *Engineering Fracture Mechanics*, pp. 151 - 170, 2016.
14. S. OLLER, *FRACTURA MECANICA: UN ENFOQUE GLOBAL*, Barcelona: INTERNATIONAL CENTER FOR NUMERICAL, 2001.