

Resolución de problemas y uso de calculadoras

Josep Ferrer
Josep Lluís Ortega *

Esc. Especializada de Ntra. Sra. de Meritxell (Andorra)

INTRODUCCION

Resolución de problemas y uso de calculadoras

El programa descrito en el presente trabajo se dirige a la solución de problemas con las operaciones básicas: suma, resta, multiplicación y división. Aunque hasta el momento actual sólo han sido trabajadas suma y división, el programa como tal está pensado para ser aplicado igualmente al resto de las operaciones básicas.

Los problemas de operaciones básicas contemplados en el programa consisten en enunciados redactados en forma sencilla, que implican para la solución del problema planteado el uso de una sola operación. Otras características y constreñimientos de los problemas usados se hallarán expuestos más adelante en el apartado de condiciones de la definición de objetivos. Resolver este tipo de problemas resulta importante por una serie de razones. En primer lugar, los tipos de problemas que implican las cuatro operaciones básicas son los hallados con mayor frecuencia en la vida cotidiana y en el trabajo, aunque éste esté localizado en un taller ocupacional o protegido. En segundo lugar, el uso de las operaciones en problemas que intenten simular situaciones reales que pueden encontrarse, ofrece un campo de aplicación funcional de otros aprendizajes anteriores o simultáneos: numeración, lectura, las propias operaciones, etc. Finalmente, el entrenamiento en la solución de problemas parece importante para el ejercicio y, finalmente, evolución de los niveles de razonamiento de los sujetos.

Una consideración importante debe matizar este último punto. El programa diseñado está basado en un análisis de tareas del proceso necesario para la solución de problemas que hemos convertido en un algoritmo que marca, de momento rigurosamente, una serie de etapas que el alumno ha de utilizar cuando intenta resolver un problema determinado. Ahora bien, cuando iniciamos este trabajo nos preocupó más la búsqueda de este algoritmo que la propia noción y definición de «problema». En la literatura relevante, los problemas son definidos de

formas diferentes, pero con un contenido común fundamental: un problema es una situación para la cual el sujeto no tiene respuesta inmediata ni para cuya solución dispone de un algoritmo conocido (Webb, 1977; Lester, 1977).

Teniendo en cuenta esta definición, existe la posibilidad de que, al enseñar un algoritmo fijado para la solución de los problemas de operaciones básicas, que es, fundamentalmente, lo que el programa se propone, lo que estemos haciendo sea convertirlos de problemas en ejercicios (Sullivan *et al.*, 1978). Según Sullivan, un problema deja de serlo para convertirse en ejercicio cuando el sujeto pasa a disponer de un algoritmo conocido para su solución.

De todas formas, hemos intentado que el análisis de tareas realizado, es decir, desde el punto de vista del sujeto, el algoritmo a aprender, proporcionase una sistemática para la solución de problemas altamente generalizable, y en alguna medida creemos haberlo conseguido.

El presente trabajo tiene también un segundo aspecto de investigación de un tema que consideramos importante. En concreto, ha permitido una experiencia controlada del uso de las calculadoras manuales por parte de nuestros alumnos y de su efecto en ellos y en su aprendizaje.

El uso de los recursos tecnológicos en la enseñanza es, en la actualidad, defendido no sólo a nivel de soporte para la aceleración en el ritmo de aprendizaje de los contenidos clásicos (función que podríamos denominar auxiliar) sino incluso a nivel de contenido nuevo, fundamental y determinante de los demás en los nuevos currícula escolares (Schoen, 1979; Wheatley, 1979; Weatley y Shumay, 1979).

En el nivel que nos ocupa, el uso de calculadoras en este programa ha sido una experiencia para obtener información pertinente a un debate de mayor trascendencia: ¿para qué retener a los alumnos en el aprendizaje de las operaciones y privar a la mayor parte de ellos del acceso a las operaciones más complejas, como son multiplicaciones y divisiones, cuando las calculadoras ofrecen la posibilidad de superar estas limitaciones? En efecto, y como se verá en los resultados del presente trabajo, los alumnos pueden apren-

* Dirección de los autores: Escuela Especializada de Nuestra Señora de Meritxell. Valle de Andorra.



der a dividir, operación considerada, como más adelante se explicará, expresamente como la operación básica más difícil, y aplicarla con la misma corrección conceptual que la suma, trabajada y usada a nivel manual, dentro de los límites de los objetivos del presente programa.

La objeción que nos hemos encontrado con mayor frecuencia en reuniones de padres y también de educadores, es la de una posible anormalización de los alumnos, al tener que depender de una calculadora para hacer las operaciones en situaciones cotidianas. Otra objeción supondría el riesgo de poner en peligro la adecuada comprensión del concepto de la operación o, en otros términos, su uso adecuado, al avanzar, mediante un artificio, su mecánica.

La primera objeción tiene un cierto componente de opinión personal más que fundamentación objetiva. Cabe también la opinión contraria que, actualmente, el uso de las calculadoras está tan extendido que difícilmente sería este uso el que anormalizaría a un sujeto deficiente mental. De otro modo, las contrapartidas de acceso a operaciones difíciles (suma y resta complicadas, multiplicación y división) contrarrestarían en todo caso esta improbable anormalización.

La siguiente objeción si se refiere a una hipótesis verificable: que es inútil o perjudicial adelantar el dominio de las operaciones mediante calculadoras porque, y éste es el punto crucial y débil del argumento, si un sujeto no puede dominarlas con la mecánica tradicional, no está capacitado para entenderlas o usarlas correctamente.

Para intentar someter a prueba esta hipótesis, seleccionamos una operación, la suma, dominada a nivel tradicional por los alumnos implicados y que habría de ser utilizada de esta forma en la resolución de problemas. Se escogió la división como operación complementaria porque ningún sujeto la conocía y porque ninguno de ellos, previsiblemente, tenía posibilidades de llegar a dominarla por el método tradicional. La división se utilizaría en la resolución de problemas en las mismas condiciones de objetivos, análisis de tareas, etcétera, que la suma, pero su cálculo se efectuaría mediante calculadoras. Si los sujetos alcanzaban los objetivos del programa para ambas operaciones, la hipótesis antes nombrada y contraria al uso de calculadoras se vería, pues, refutada.

El programa reseñado se basa en el análisis de tareas descrito más adelante y, en general, en la idea de que los alumnos habían de decidir, en un momento determinado del proceso de resolución de problemas, si el enunciado de éstos implicaba una suma o una división.

Intentamos evitar que esta decisión quedase reducida a la discriminación de una palabra clave del enunciado: por ejemplo, que «repartir» quedase asociado a división, y «te dan» a suma. Para eso, elaboramos enunciados en los cuales las frases o contexto general determinasen si un mismo verbo o expresión implicaba una u otra operación.

Diremos, finalmente, que el programa completo sería descrito siguiendo las pautas del modelo de diseño de programas del Grupo de Investigación en Educación Especial.

METODO

Definición de objetivos

Respuesta: el alumno da el valor numérico que constituye la solución del problema planteado.

Condiciones: el problema se plantea oralmente y una sola vez. El problema sólo contiene una operación de suma/división. Los números utilizados en los enunciados de los problemas o resultados de las operaciones estarán siempre dentro del repertorio de numeración del alumno. Los alumnos disponen de una calculadora manual que utilizan para hacer la división o para verificar el resultado de la suma.

Criterio: n.e.r.: 80 por 100; o.r.: cinco problemas de suma, cinco de división.

Evaluación

Los problemas indicados con «+» que figuran en el apéndice I.

Análisis de tareas

El análisis de tareas que sigue se elaboró por el procedimiento de explicitar los pasos o etapas que nosotros mismos seguiríamos o podíamos seguir al resolver este tipo de problemas.

1. Anotar los valores numéricos del problema, con la posibilidad de anotar también los ítems que designan.

2. Repetir el enunciado del problema con otras palabras; este enunciado ha de incluir los tres componentes del enunciado original. Es un intento de asegurar que el sujeto comprende el problema.

3. Decidir la operación, escribiendo el signo correspondiente. Cuando un alumno resuelva independientemente problemas, es probable, y posiblemente sería innecesario hacerlo, que no escriba el signo correspondiente a la operación que ha decidido aplicar. Solicitarlo en este análisis de tareas sirve para poder verificar el educador que ha habido un paso de decisión como tal.

4. Planteo de la operación: en columna en caso de la suma y en horizontal y con el signo — entre el dividendo y el divisor, en caso de la división.

5. Efectuar la operación y escribir los resultados del problema con la posibilidad de anotar los ítems que designe. En el caso de la suma, y una vez efectuada, el alumno verifica sus resultados utilizando una calculadora manual. En el caso de la división, el alumno utiliza una calculadora para efectuar la operación.

Requisitos

Numeración hasta los números implicados en la resolución de los problemas.

Suma manual $n+n$ con los números del repertorio nombrado.

Hábitos de trabajo: seguimiento de instrucciones generales y atención al educador cuando éste se dirija a todo el grupo.

Procedimiento

Inicialmente, el educador explica los pasos para resolver los problemas, que son los descritos en el análisis de tareas. Presenta unos ejemplos en la pizarra y después resuelve otros entre todos y, finalmente aún, unos cuantos con cada alumno. En general, el educador debe intentar que los propios alumnos descubran o recuerden cada paso antes de nombrarlos él. Este procedimiento, más complicado de describir que de aplicar, se continúa hasta que los alumnos conozcan todas las etapas a seguir, momento en el cual la descripción de una sesión habitual de trabajo sería más o menos la siguiente:

1. El educador lee el enunciado del problema.
2. El alumno escribe los valores que salen en el enunciado.
3. El educador comprueba que los alumnos hayan escrito los números. Caso que no sea así, pregunta al alumno qué debería haber hecho y, en última instancia, se lo recuerda y repite el enunciado.
4. El educador pide a cada alumno que repita el enunciado.
5. En caso que el alumno no repita adecuadamente el enunciado, el educador hace preguntas sobre los distintos componentes del problema y en especial sobre qué es lo que el problema pide.
6. A veces, a pesar de una buena repetición del enunciado, no está claro que el alumno haya entendido todo el contenido del enunciado del problema. En este caso, el educador hace preguntas del siguiente estilo: suma, ¿tendrás más o menos...?; división, ¿cada niño tendrá el mismo número de... o distinto?, etc.
7. El alumno debe decidir la operación a aplicar y escribir el signo correspondiente.
8. En caso que la operación escogida no sea la correcta, el educador vuelve al apartado 5 ó 6.

9. El alumno plantea la operación por escrito y la efectúa.

10. El educador informa de la corrección o no del resultado de la operación.

11. Si el alumno escoge la operación adecuada pero se equivoca en el resultado, conviene considerar un problema de requisitos previos.

12. Después de dado el resultado, el educador todavía hace preguntas para asegurar que el alumno entiende el significado de este resultado: ítems designados por el resultado; en el caso de la suma: ¿antes teníamos?... ¿ahora tenemos?... ¿qué es, más o menos?; en el caso de la división, ¿para quién serán las...?, etc.

El educador comienza presentando unos problemas de suma, y cuando uno o dos enunciados son ya conocidos introduce los primeros de división, y a partir de este momento va alternando entre los problemas correspondientes a las dos operaciones.

En general, hay unos verbos que se refieren más propiamente a una operación o a la otra. Por ejemplo: regalar, meter, dar, valer, entrar, poner son verbos fácilmente asociados a la suma. Repartir, distribuir, mitad parecen referirse principalmente a división. Es importante, no obstante, que en los enunciados se usen frases de tal forma que los mismos verbos se puedan referir a una u otra operación. Con ello se intenta asegurar que la resolución del problema dependa de una comprensión conceptual de éste y no únicamente de la discriminación de un verbo o palabra clave.

Material

Papel, lápiz, calculadora.

Para las etapas iniciales del programa, resulta útil utilizar una hoja de respuesta compuesta de cuatro apartados para ayudar a recordar las diferentes etapas. Cuando los



EVALUACION FINAL - PROBLEMAS

Fecha: 13-IV-81

	Anotar los valores numéricos	Repetir el enunciado con otras palabras	Decidir la operación escribiendo el signo	Planteamiento de la operación	Efectuar la operación y escribir el resultado
Problema número 10 (+)	+++	+++	+++	+++	+++
Problema número 7 (+)	+++	+++	+++	+++	+++
Problema número 4 (-)	/++	+++	+++	+++	+++
Problema número 5 (+)	+++	+++	+-	+-	+-
Problema número 3 (-)	+++	///	+++	+++	+++
Problema número 4 (-)	+++	+++	+++	+++	+++
Problema número 24 (+)	+++	++/	+++	+++	+++
Problema número 1 (-)	+++	+++	+++	+++	+++
Problema número 23 (+)	/++	+++	/++	+++	+++
Problema número 5 (-)	+++	+++	+++	+++	+++



alumnos tienen la suficiente práctica en este procedimiento, esta hoja de respuesta puede ser retirada. El apéndice II es un modelo de hoja de respuesta.

Sujetos

Probado en tres sujetos de las edades y C. I.=55, doce años; C. I.=65, doce años; C. I.=70, nueve años.

Sistema de incentivos

La dinámica de trabajo propia del grupo y los sistemas de aprobación social habituales han de ser suficientes para este programa. Si se precisan sistemas muy especiales de contingencias, probablemente haya programas más importantes y previos a trabajar con el alumno.

Sistemas de registro

Se registran para cada problema los cinco apartados correspondientes al análisis de tareas, especificando si la respuesta ha sido: correcta +, incorrecta -, con ayuda /, o no hay respuesta 0. La hoja de registro se encuentra en el apéndice III.

RESULTADOS

En el anexo puede encontrarse en detalle la evaluación final para los tres sujetos. Dentro de cada casilla se ha anotado la respuesta de cada sujeto.

Los resultados demuestran que se ha conseguido el objetivo en los tres sujetos, dos de ellos al 100 por 100 y el otro al 90 por 100.

Se observará que no presentamos evaluación inicial o registro de línea base. El programa introducía contenidos totalmente nuevos en la historia académica de los sujetos y, por este motivo, no hemos considerado hacer una evaluación inicial al iniciar la aplicación del programa.

Apéndice I

Enunciado de los problemas de suma

1. Un libro vale 15 ptas. y una goma vale 7 ptas. ¿Cuántas pesetas valen las dos cosas?
2. Tienes 3 lápices y te regalan 1. ¿Cuántos lápices tendrás?
3. En tu cartera hay 8 libretas y pones 4. ¿Cuántas libretas habrá dentro de la cartera?
4. En tu armario tienes 7 camisas y tu madre te compra 3. ¿Cuántas camisas tendrás?
5. Rosita tiene 7 cuentos y su madre le da 5. ¿Cuántos cuentos tendrá?
6. En el autobús hay 15 personas y entran 10. ¿Cuántas personas habrá?
7. Tienes en un cesto 30 manzanas y tu maestro pone 10. ¿Cuántas manzanas tendrás?
8. Tienes 10 caramelos y por tu santo te regalan 13. ¿Cuántos caramelos tendrás?
9. En una fiesta hay 27 niños y vienen invitados 12 niños. ¿Cuántos niños habrá en total?
10. Un autobús lleva 13 pasajeros y en la parada siguiente suben 12. ¿Cuántos pasajeros lleva el autobús?
11. Dentro de la clase hay 5 plantas. En primavera crecen 3. ¿Cuántas plantas tendrá la clase?
12. En una mesa del comedor hay tres niños sentados, vienen 4 niños nuevos a esta mesa. ¿Cuántos niños habrá en total?
13. Dentro del armario de la clase hay 3 abrigos y 4 anoraks colgados. ¿Cuántas piezas de ropa hay en total?
14. En una pared de la clase hay 5 dibujos colgados; los niños dibujan 7 más y los cuelgan al lado. ¿Cuántos dibujos habrá ahora?
15. Tienes 35 ptas. en el monedero y 48 en el bolsillo. ¿Cuántas pesetas tendrás en total?
16. Sobre la mesa tienes 6 lápices de colores y ganas un premio de 5 lápices. ¿Cuántos lápices tendrás?
17. En tu álbum tienes 58 cromos. Si tu maestro te pega 4 más, ¿cuántos cromos habrá en total en el álbum?
18. En una hoja de papel hay 4 árboles pintados. Si dibujas 5, ¿cuántos árboles habrá?
19. Tienes 30 fichas. Si te cambias la ropa de prisa por la mañana te tocan 5 fichas. ¿De cuántas fichas dispondrás?
20. En la papelera de la clase hay 12 hojas de papel arrugadas. Si un niño tira 3, ¿cuántas hojas habrá en la papelera?
21. Un jardinero ha plantado 10 árboles en el patio de la escuela. Si antes había 25 árboles, ¿cuántos árboles habrá ahora en el patio?
22. En el patio de la escuela hay 6 pelotas para jugar; llega un maestro y trae 3. ¿Con cuántas pelotas se podrá jugar ahora en el patio?
23. Dentro de la clase tenemos 6 flores. Cuando llega la primavera salen 3. ¿Cuántas flores tendrá la clase?
24. Rosario tiene 30 caramelos y Jorge tiene 55. ¿Cuántos caramelos tienen entre los dos?



Enunciados de los problemas de división

1. Tienes 30 caramelos y los quieres repartir entre 5 niños. ¿Cuántos caramelos tocan a cada niño?
2. Tu maestro tiene 50 lápices y los quiere distribuir en 10 cajas. ¿Cuántos lápices tendrá cada caja?
3. De 10 cuentos que ha traído tu madre, la mitad han de ser para ti. ¿Cuántos cuentos te tocarán?
4. Tu maestro tiene 12 carpetas y las quiere dar a 4 niños de la clase, de manera que cada niño tenga el mismo número de carpetas. ¿Cuántas ha de dar a cada niño?
5. Tenemos 30 bolas y las hemos de poner en 5 cajas. ¿Cuántas bolas hemos de poner en cada caja para que en cada una de ellas haya el mismo número de bolas?

Resumen

El presente trabajo describe un programa para el entrenamiento en la solución de problemas que implican una sola operación básica (suma, resta, multiplicación y división) y presenta resultados de su aplicación a tres sujetos con las operaciones de suma y división. Otro aspecto del trabajo es la investigación del efecto del uso de calculadoras manuales en este tipo de tareas. Los resultados indican que la aceleración del dominio de la mecánica de las operaciones obtenida con el uso de calculadoras permite a los sujetos un dominio conceptual de los problemas correspondientes a estas operaciones al menos tan bueno como el alcanzado en el caso de problemas y operaciones efectuados manualmente, dentro de los límites de los objetivos contemplados por el programa.

Referencias

- LESTER, FRANK K., JR.: *Mathematical Problem Solving Project, Technical Report I: Documents Related to a Problem-Solving Model. Part B: Mathematical Problem Solving in the Elementary School-Some Educ. & Psychological Considerations. Final Report.* ED 168 834, 1977.
- SCHOEN, HAROLD L.: *Calculators in Mathematics. How Should they Be Used.* ED 175 628, 1979.
- SULLIVAN, JOHN, et. al.: *Creative Problem Solving.* ED 171 527, 1978.
- WEBB, NORMAN L.: *Mathematical Problem Solving Project, Technical Report I: Documents Related to a Problem-Solving Model. Part A: A Review of the Literature Related to Problem-Solving & Problem-Solving Strategies Used By Students in Grades 4, 5 & 6. Final...* ED 168 833, 1977.
- WHEATLEY, GRAYSON H.: *Calculators in the Classroom: A Proposal for Curriculum Change.* ED 175 631, 1979.
- WHEATLEY, GRAYSON H., & SHUMAY, RICHARD J.: *Impact of Calculator in Elementary School Mathematics.*