

Evaluación del desempeño de métodos experimentales de identificación a lazo abierto

Rafael F. Tanda- Martínez

Recibido: Mayo 2011

Aprobado: Junio 2011

RESUMEN / ABSTRACT

En este trabajo se presenta una selección de los métodos experimentales para la identificación de sistemas a lazo abierto que con mayor frecuencia se enuncian en la literatura. Se lleva a cabo la comparación de dichas técnicas sobre la base de la sumatoria del error cuadrático cometido en simulación. Se brinda además un análisis sobre el comportamiento de cada uno de los procedimientos, recomendando que métodos utilizar en dependencia al modelo requerido en la estimación.

Palabras clave: Identificación de sistemas, Estimación de parámetros, modelos de primer orden, modelos de segundo orden, modelos de orden superior, retardo de tiempo.

In this paper the selection of several experimental methods for system identification to open-loop is compared. The comparison is based on the sum of square error committed in simulation. An analysis is offered on the behavior to each one of the methods, recommending that use in dependency of the model required in the estimation.

Keywords: System identification, Parameter estimation, first order models, second order models, high order models, time delay.

Evaluation of performance the experimental identification methods to open-loop

INTRODUCCION

Para la obtención de un modelo que describa matemáticamente un determinado proceso, es necesario contar con información referente a su comportamiento dinámico. La identificación de los parámetros de estos modelos (ganancia estática, constantes de tiempo aparentes y retardo de tiempo aparente), puede hacerse a partir de la respuesta del proceso a un cambio escalón en la entrada, denominada curva de reacción del proceso.

Los métodos basados en esta técnica en su mayoría son gráficos e implementados a lazo abierto, donde el regulador puede o no estar conectado al sistema bajo estudio y, en caso de estarlo, opera en modo manual durante el tiempo de duración del experimento.

Estando de acuerdo con [1], la función escalón es la señal que más se ha aplicado en la práctica convencional del Control Automático para estos fines obteniéndose, a partir de ella, modelos simples lo suficientemente exactos, sobre todo en los casos de procesos monovariantes simples y poco perturbados.

Son diversos los trabajos que tratan sobre la temática. Por ejemplo en [2] se comparan variantes para la identificación de sistemas de órdenes elevados basándose en la respuesta impulsiva y en el escalón. En [3] se registra un estudio detallado para modelar procesos sobreamortiguados utilizando técnicas de lazo abierto que luego son implementadas en el ajuste de reguladores PID. Otras publicaciones solamente les brindan interés a modelos de orden reducido tal y como se analiza en [4] y [5].

En el presente texto se recopilan los métodos experimentales de identificación a lazo abierto que se enuncian con mayor frecuencia en la literatura y que, por ende, poseen un mayor valor en la esfera del control industrial, tanto para la modelación de sistemas como para la sintonización de controladores.

Entre los abordados se encuentran aquellos que requieren el trazo de una recta tangente en el punto de inflexión de la curva, la determinación del instante en que este punto ocurre, la determinación de los tiempos para que se alcancen dos o tres porcentajes determinados del cambio total de la respuesta, el uso de diagramas normalizados, o bien el cálculo de áreas definidas por las curvas de las señales de entrada y salida.

De ahí que, el objetivo principal de este reporte sea obtener evaluaciones sobre el desempeño de estos procedimientos ante la presencia de sistemas, previamente seleccionados con diferentes características en cuanto a su dinámica. Para ello, y teniendo en cuenta que la mayoría de los métodos de sintonización de reguladores se basan en los parámetros de un modelo de orden reducido que permite representar sistemas dinámicos de orden elevado, la respuesta de un proceso tecnológico a la señal escalón puede aproximarse, en muchos casos, mediante los siguientes modelos simplificados [1], [3], [6]:

- Modelo de primer orden con retardo de tiempo (FOTD)

$$G(s) = \frac{K_p}{(Ts + 1)} \cdot e^{-Ls}. \quad (1)$$

- Modelo de segundo sobrearmortiguado con retardo de tiempo (SOTD-sobrearmortiguado)

$$G(s) = \frac{K_p}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} \cdot e^{-Ls}. \quad (2)$$

- Modelo de segundo orden subarmortiguado con retardo de tiempo (SOTD-subarmortiguado)

$$G(s) = \frac{K_p}{T^2s^2 + 2\xi Ts + 1} \cdot e^{-Ls}. \quad (3)$$

En la práctica, la elección de uno u otro de los modelos anteriores depende de la forma de la respuesta transitoria así como del grado de precisión que se desee en el ajuste. Los modelos del tipo (1) pueden utilizarse generalmente en procesos simples u otros más complejos si no se requiere mucha exactitud. Los modelos del tipo (2) pueden emplearse prácticamente en cualquier caso salvo en procesos cuya respuesta sea notoriamente oscilatoria. Mientras que los modelos del tipo (3) están destinados al caso de procesos oscilatorios y también para algunos procesos sobrearmortiguados en los que se logra un mejor ajuste que con un modelo del tipo (2).

El artículo presenta la siguiente estructura: en el apartado 2 se ilustran los métodos experimentales más difundidos en la literatura para la estimación de los parámetros de modelos simples como los definidos anteriormente. En el epígrafe siguiente se exponen las condiciones de simulación, entendiéndose ello como las plantas de prueba empleadas y el criterio de desempeño definido para llevar a cabo la comparación y evaluación de los métodos implementados. En el apartado 4 se presentan los resultados obtenidos de las simulaciones conjuntamente al análisis y discusión de los mismos. Las conclusiones y referencias se ilustran al final del artículo respectivamente.

MÉTODOS BASADOS EN LA CURVA DE REACCIÓN DEL PROCESO

Todos los procedimientos de identificación propuestos emplean la información del proceso obtenida a partir de una prueba de lazo abierto. Se considerará como entrada, una señal escalón $u(t)$ de amplitud Δu y como respuesta del sistema una señal $y(t)$ con amplitud Δy ; ver Figura 1.

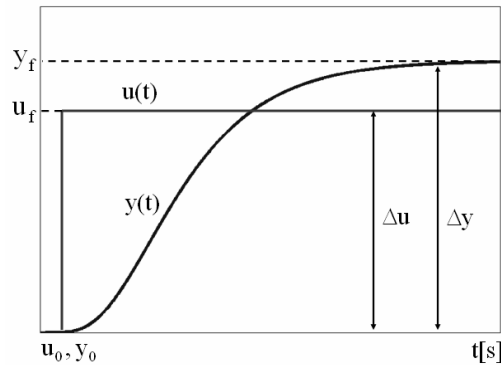


Figura 1. Curva de reacción del proceso.

Una característica general de los métodos tratados es que evalúan la ganancia estática K a partir de los valores de los estados estacionarios inicial y final de la curva de la respuesta al escalón según

$$K_p = \frac{\Delta y}{\Delta u} = \frac{y_f - y_0}{u_f - u_0} \quad (4)$$

IDENTIFICACIÓN DE MODELOS FOTD

Métodos que utilizan la recta tangente

Método de la tangente de Ziegler y Nichols. Constituyó el primer método de identificación propuesto como parte de un procedimiento de sintonización de reguladores [7]. Al inicio los autores no supusieron que el sistema a identificar fuera auto-regulado, es decir, que la respuesta del sistema tendería a un valor finito en un tiempo determinado. Su procedimiento de identificación puede utilizarse para obtener un modelo FOTD tal y como se expresa en (1).

El método consiste en el trazo de una recta tangente a la curva de reacción del proceso en su punto de inflexión o de máxima pendiente; ver Figura 2.

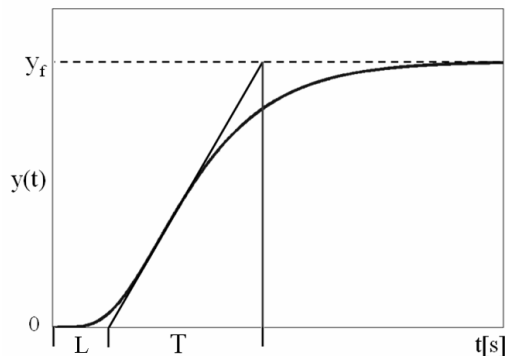


Figura 2. Método de la tangente de Ziegler y Nichols.

Para obtener un modelo FOTD, se debe identificar la ganancia K_p , la constante de tiempo aparente T y el retardo de tiempo aparente del sistema L .

De la respuesta al escalón se determina L interceptando la tangente a la curva de respuesta, en su punto de inflexión, con el eje de tiempo correspondiente al valor de estado estacionario inicial. El tiempo correspondiente a la intercepción de la tangente con la línea horizontal del estado estacionario final es la adición $T + L$.

Método de la tangente modificado de Miller. El procedimiento propuesto por Miller en [8] es una variación del anterior y, al igual que éste, requiere el trazo de una recta tangente al punto de inflexión de la respuesta. El retardo de tiempo para esta variante se calcula de la misma forma que en el original.

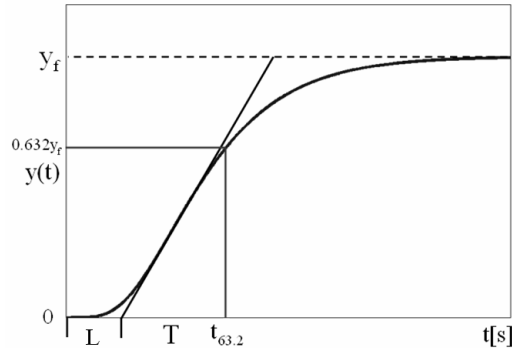


Figura 3. Método de la tangente modificado de Miller.

La variación propuesta se establece en el cálculo de la constante de tiempo del modelo, la cual se determina como el tiempo requerido para que la respuesta alcance el 63.2 por ciento del cambio total a partir del retardo de tiempo; ver Figura 3. Esta variación hace que la respuesta del modelo y la del sistema real coincidan en por lo menos un punto, ambas respuestas transitan por el mismo punto en el instante de tiempo $t = T + L$.

IDENTIFICACIÓN DE MODELOS FOTD

Método de dos puntos generalizado

Para identificar los parámetros que requiere el modelo FOTD, se pueden establecer un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas utilizando un par de puntos sobre la curva de reacción. De este modo se garantiza que la respuesta del modelo coincida con la del sistema real en dichos puntos como mínimo.

Se parte del hecho que la respuesta del modelo (1) a un cambio escalón Δu en la entrada, está dada por

$$y(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < L \\ K[1 - e^{-(t-L)/T}] \Delta u & L \leq t. \end{cases} \tag{5}$$

De (5) se puede obtener que el tiempo requerido para alcanzar un valor de la respuesta y_x determinado, se resuelve mediante

$$t_x = L - T \cdot \ln \left(1 - \frac{1}{K \Delta u} \cdot y_x \right). \tag{6}$$

Si se considera que la respuesta del sistema se ha normalizado respecto a su valor final de la forma $\Delta y = K_p \Delta u$, y se denota el cociente $y_x / K_p \Delta u$ como x , representando un valor entre cero y uno, el cual denota el punto fraccional que se desea alcanzar en la respuesta, entonces (6) se puede escribir como

$$t_x = L + f_1(x) \cdot T, \tag{7}$$

de donde

$$f_1(x) = -\ln(1 - x). \tag{8}$$

Sin considerar la estimación de K_p mediante (4), para el modelo FODT deben determinarse dos parámetros (T y L), por lo que es necesario determinar los tiempos (t_1, t_2) requeridos para alcanzar dos puntos (x_1, x_2) sobre la curva

$$\begin{aligned} t_1 &= L + f_1(x_1) \cdot T \\ t_2 &= L + f_1(x_2) \cdot T. \end{aligned} \tag{9}$$

Resolviendo estas expresiones para T y L se obtiene

$$\begin{aligned} T &= \frac{t_2 - t_1}{f_1(x_2) - f_1(x_1)} \\ L &= t_2 - f_1(x_2) \cdot T. \end{aligned} \tag{10}$$

Ambas ecuaciones pueden escribirse de la forma

$$\begin{aligned} T &= a_1(t_2 - t_1) \\ L &= b_1 \cdot t_1 + (1 - b_1) \cdot t_2, \end{aligned} \tag{11}$$

para

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{f_1(x_2) - f_1(x_1)} \\ b_1 &= a_1 \cdot f_1(x_2). \end{aligned} \tag{12}$$

De esta manera sean $f(x_1)$ y $f(x_2)$ dos valores porcentuales del cambio en la respuesta del sistema a un cambio escalón en la entrada y t_1 y t_2 los tiempos requeridos para alcanzar estos dos valores, tal y como se ilustra en la Figura 4, entonces los parámetros de un modelo FODT, teniendo en consideración el análisis anterior, se pueden obtener de las expresiones (11) y (12).

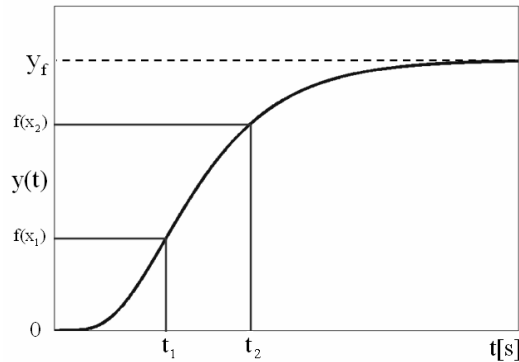


Figura 4. Método de dos puntos generalizado.

En la Tabla 1 se resumen los porcentajes del cambio en la respuesta para la determinación de los dos tiempos requeridos por el procedimiento de identificación, así como los valores de las constantes enunciadas en las expresiones anteriores para los métodos de Alfaro [3], Chen y Yang [9], Ho et al. [10], Smith [11], y Vítěčková et al. [13].

Tabla 1. Porcentajes del cambio en la respuesta y valores de las constantes de (12) para la estimación de parámetros de modelos FODT mediante el método de dos puntos sobre la curva de reacción del proceso.

Método	t_1	t_2	a_1	b_1
Alfaro	25.00	75.00	0.910	1.262
Chen y Yang	33.00	67.00	1.400	1.540
Ho et al.	35.00	85.00	0.670	1.300
Smith	28.30	63.20	1.500	1.500
Vítěčková et al.	33.00	70.00	1.245	1.498

Para el caso de obtener $L < 0$, el retardo de tiempo no se incluye en la función de transferencia del modelo obtenido.

IDENTIFICACIÓN DE MODELOS SOTD

Método de dos puntos generalizado – constantes de tiempo idénticas

Análogo al procedimiento anterior la respuesta perteneciente a un modelo SOTD con constantes de tiempo idénticas ante un cambio escalón Δu en la entrada, está dada por la expresión

$$y(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < L \\ \left\{ 1 - \left[1 + \left(\frac{t-L}{T} \right) \right] \cdot e^{-(t-L)/T} \right\} \cdot \Delta u & L \leq t. \end{cases} \quad (13)$$

Definiendo el tiempo normalizado como $t = (t - L)/T$, se puede encontrar que la respuesta normalizada del modelo en dos instantes t_1 y t_2 está dada por

$$\begin{aligned} x_1 &= 1 - (1 - t_1) \cdot e^{-t_1} \\ x_2 &= 1 - (1 - t_2) \cdot e^{-t_2}. \end{aligned} \quad (14)$$

Este sistema de ecuaciones debería resolverse para determinar t_1 y t_2 en función de x_1 y x_2 , y a partir de ellos obtener T y L . Como no es posible una solución analítica de (14) se supone que existe una función $f_2(x)$, que permite determinar el tiempo requerido t_x para alcanzar el punto x en la curva de respuesta como

$$t_x = L + f_2(x) \cdot T. \quad (15)$$

Utilizando (15), y dos puntos sobre la curva de reacción, los parámetros del modelo serán

$$\begin{aligned} T &= a_2(t_2 - t_1) \\ L &= b_2 \cdot t_1 + (1 - b_2) \cdot t_2, \end{aligned} \quad (16)$$

donde

$$\begin{aligned} a_2 &= \frac{1}{f_2(x_2) - f_2(x_1)} \\ b_2 &= a_2 \cdot f_2(x_2). \end{aligned} \quad (17)$$

Un ajuste de curvas mediante mínimos cuadrados permitió determinar la expresión (1.38) para la función $f_2(x)$, indicándose además que los puntos de interés sobre la curva de reacción se encuentran normalmente entre el 10 y el 90 por ciento de la respuesta.

$$f_2(x) = \frac{0.3566 + 4.0578x - 2.6865x^2}{1.4103 - 0.4542x - 0.6532x^2}. \quad (18)$$

Para este caso son frecuentemente empleados los métodos de Ho et al. [10] y Vítečková et al. [13], cuyos tiempos y constantes se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2. Porcentajes del cambio en la respuesta y valores de las constantes de (17) para la estimación de parámetros de modelos SOTD con constantes de tiempo idénticas mediante el método de dos puntos sobre la curva de reacción del proceso.

Método	t_1	t_2	a_2	b_2
Ho et al.	35.00	85.00	0.463	1.574
Vítečková et al.	33.00	70.00	0.749	1.937

Para el caso de $L < 0$, se procede igual que en el caso de modelos FOTD.

Diagramas de curvas normalizadas – Método de Harriot

El método de Harriot [12] es utilizado para identificar sistemas dinámicos de segundo orden caracterizados por la función de transferencia enmarcada en (2). En el modelo resultante, a partir de las condiciones obtenidas, puede ser o no incluido el retardo de tiempo.

La respuesta a un escalón de un sistema de segundo orden (sin contemplar L) puede ser trazada contra $t/(T_1 + T_2)$ para diferentes cocientes de T_2/T_1 . De ahí que, todas las curvas se intersecan aproximadamente en el 73 por ciento del valor de estado estacionario final, donde $t/(T_1 + T_2)$ se iguala aproximadamente al valor 1.3.

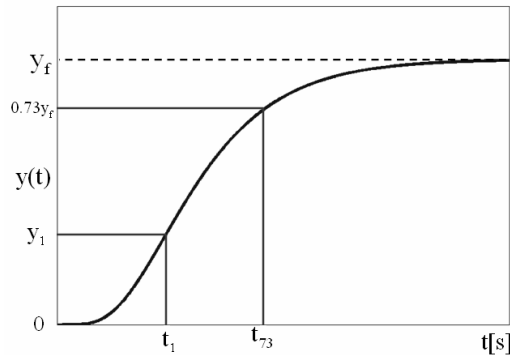


Figura 5. Método de Harriot.

Así, determinando el tiempo requerido para que el sistema alcance el 73 por ciento de su valor final (t_{73}); ver Figura 5, la suma de las dos constantes de tiempo puede ser calculada mediante

$$(T_1 + T_2) = t_{73} / 1.3 \tag{19}$$

El tiempo t_1 de la respuesta cuando se cumple la condición $t_1/(T_1 + T_2) = 0.5$ puede ser resuelto de los datos experimentales (Figura 5), así como el valor de $T_1/(T_1 + T_2)$ puede ser leído a través la curva normalizada de Harriot; ver Figura 6.

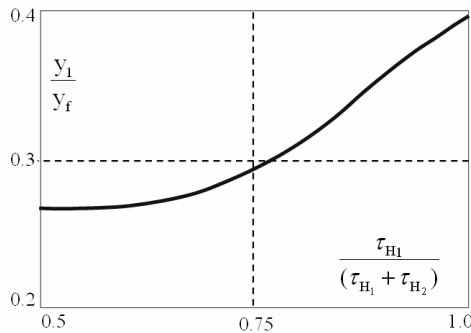


Figura 6. Curva normalizada de Harriot.

Si la respuesta fraccionaria es menor que 0.26 o mayor que 0.39 a este punto, el método no es aplicable, indicando generalmente que la respuesta es probablemente de segundo orden subamortiguada, o de un orden superior.

Para este método el retardo de tiempo puede ser determinado mediante

$$\begin{aligned} L &= 1.937 \cdot t_{33} - 0.937 \cdot t_{70} \\ L &= 1.574 \cdot t_{35} - 0.574 \cdot t_{85}, \end{aligned} \tag{20}$$

expresiones que corresponde a las técnicas de dos puntos de Ho et al. y Vítěčková et al. para modelos SOTD.

Método de las curvas de Smith

El método de las curvas de Smith [12], puede ser empleado indistintamente en la modelación de sistemas sobreamortiguados y subamortiguados. Se encuentra basado sobre dos puntos de la respuesta del sistema, específicamente en el 20 y el 60 por ciento del valor final de estado estacionario; ver Figura 7. De ahí que se logre aproximar al sistema mediante un modelo de segundo orden sin la inclusión de retardo de tiempo.

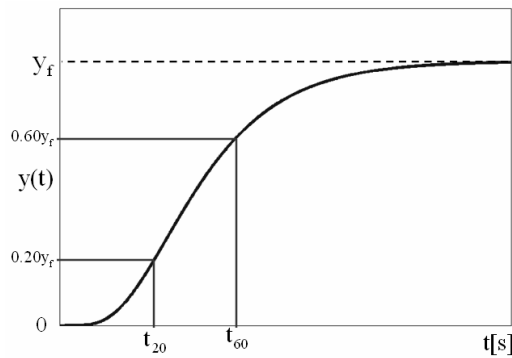


Figura 7. Método de las curvas de Smith.

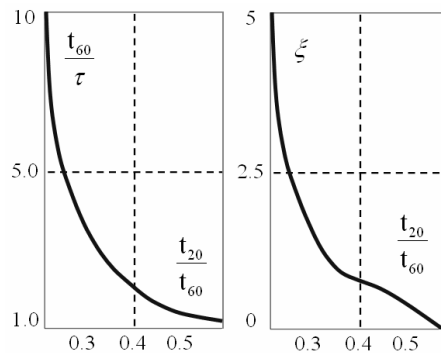


Figura 8. Curvas normalizadas de Smith.

Utilizando las curvas normalizadas del autor, mostradas en la Figura 8, el cociente t_{20}/t_{60} brinda el valor del coeficiente de amortiguamiento ξ . Mientras que una estimación de la constante de tiempo T puede ser obtenida del diagrama de t_{60}/T contra t_{20}/t_{60} .

Luego es posible determinar T_1 y T_2 de acuerdo con

$$T_{1,2} = T \cdot \xi \pm T \cdot \sqrt{(\xi^2 - 1)}. \tag{21}$$

ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS DE ORDEN SUPERIOR

Método de Latzel's

El método de Latzel's [14] es empleado para la identificación de sistemas cuyos modelos respondan a la siguiente función de transferencia

$$G_p(s) = \frac{K}{(Ts + 1)^n} \tag{22}$$

Para esta técnica la constante de tiempo del sistema es determinada mediante

$$T = (\alpha_{10} \cdot t_{10} + \alpha_{50} \cdot t_{50} + \alpha_{90} \cdot t_{90}), \tag{23}$$

donde los tiempos t_{10} , t_{50} y t_{90} son los correspondientes a los valores del 10, 50 y 90 por ciento del valor final en estado estacionario del sistema ante la presencia de una señal escalón tal y como se ilustra en la Figura 8.

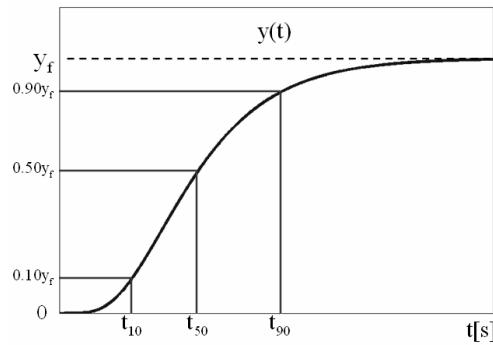


Figura 9. Método de Latzel's.

El parámetro μ es calculado de las mediciones en la curva de reacción del proceso y responde al cociente

$$\mu = \frac{t_{10}}{t_{90}}. \tag{24}$$

La medida μ_a , expresada en la Tabla 3, representa el valor más cercano de μ . De ahí que pueda determinarse el orden n del modelo y sus respectivas constantes α_{10} , α_{50} y α_{90} .

Tabla 3. Parámetros tabulados del método de Latzel's.

μ_a	n	α_{10}	α_{50}	α_{90}
0.137	2	1.880	0.596	0.257
0.207	3	0.907	0.374	0.188
0.261	4	0.573	0.272	1.150
0.304	5	0.411	0.214	0.125
0.340	6	0.317	0.176	0.108

A partir de estos valores puede ser calculada la constante de tiempo T mediante (23).

Método de Strejc

Este método, original de [15], puede utilizarse para identificar un modelo del tipo (22), o bien teniendo en cuenta la inclusión del retardo de tiempo según

$$G(s) = \frac{K}{(Ts + 1)^n} \cdot e^{-Ls}. \quad (25)$$

Dos características del proceso son resueltas a partir de la respuesta a la señal escalón: los tiempos T_u y T_n de la recta tangente en el punto de inflexión.

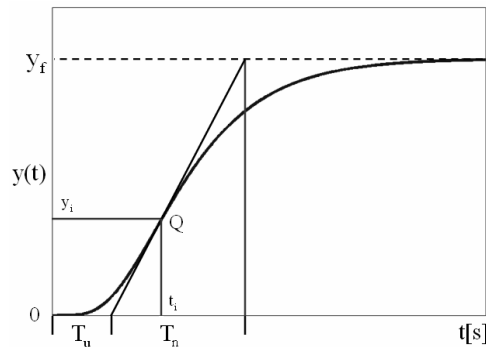


Figura 10. Método de Strejc.

Considerando primeramente las propiedades de la respuesta a un escalón normalizado para la condición $L = 0$; refiérase a la Figura 10, se pueden afirmar los siguientes hechos:

- La tangente de la respuesta al escalón en el punto de inflexión $[t_i, y_i]$ está dada por la ecuación de una línea recta $p: y = a + bt$.
- La línea recta p pasa a través de los puntos $[T_u, 0]$, $[T_u + T_n, 1]$, $[t_i, y_i]$. De donde se obtienen las siguientes relaciones: $b = 1/T_n$ y $a = -T_u b$.
- La pendiente de la línea recta p se calcula mediante $b = \dot{y}(t_i)$.
- El punto de inflexión Q puede ser determinado haciendo $\ddot{y}(t_i) = 0$.

La respuesta al escalón unitario puede hallarse mediante la transformación inversa de Laplace y tiene como expresión

$$y(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T}} \cdot \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{k!} \cdot \left(\frac{t}{T}\right)^k. \quad (26)$$

Se calcula la primera y segunda derivada de la salida con respecto a tiempo

$$\dot{y}(t) = \frac{1}{T^n (n-1)!} t^{n-1} \cdot e^{-\frac{t}{T}}, \quad \ddot{y}(t) = \frac{1}{T^n} \left[\frac{t^{n-2}}{(n-2)!} - \frac{1}{T} \cdot \frac{t^{n-1}}{(n-1)!} \right] \cdot e^{-\frac{t}{T}}. \quad (27)$$

En el punto de inflexión el punto se tiene $\ddot{y}(t_i) = 0$, por lo tanto $t_i = T(n-1)$. La evaluación de la primera derivada de la salida en el tiempo t_i tiene como expresión

$$\dot{y}(t_i) = \frac{(n-1)^{n-1}}{T(n-1)!} \cdot e^{-(n-1)}. \quad (28)$$

Puede ser visto de la Figura 1.13 que $\dot{y}(t_i) = 1/T_n$, así

$$\frac{T}{T_n} = \frac{(n-1)^{n-1}}{(n-1)!} \cdot e^{-(n-1)} = g(n). \quad (29)$$

Como se observa, (29) solamente depende del orden n del sistema. Además, puede ser demostrado que la relación entre los tiempos T_u y T_n es otra vez únicamente una función de n mediante

$$\frac{T_u}{T_n} = e^{-(n-1)} \left[\frac{(n-1)^n}{(n-1)!} + \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{k!} \cdot (n-1)^k \right] = f(n). \quad (30)$$

A partir de ello puede ser construida la Tabla 4.

Tabla 4. Parámetros tabulados del método de Strejc.

n	1	2	3	4	5	6
f(n)	0.000	0.104	0.218	0.319	0.410	0.493
g(n)	1.000	0.368	0.271	0.224	0.195	0.161

El procedimiento de identificación es entonces como sigue:

1. Se determinan los valores de K_p , T_u y T_n a partir de la respuesta a la señal escalón.
2. Se calcula el cociente $f_s = T_u/T_n$.
3. El grado n_0 se elige de la Tabla 4 de manera tal que cumpla las condiciones

$$f(n_0) \leq f_s < f(n_0 + 1). \quad (31)$$

4. La constante de tiempo del proceso T se puede obtener en la fila de la función $g(n)$ de la propia Tabla 4 para valor de n_0 correspondiente.
5. En caso de tener en cuenta el retardo de tiempo L , éste puede ser determinado como la diferencia entre el tiempo teórico y real de T_u mediante

$$T_d = [f_s - f(n_0)]T_n. \quad (32)$$

Método de Broida

El concepto que formula todas las constantes de tiempo del proceso idénticas puede no sostenerse siempre. Por este hecho Broida [16], tomando como principio el razonamiento impuesto en el método de Strejc, considera la función transferencial del modelo de la forma

$$G(s) = \frac{K_p}{\prod_{k=1}^n \left(\frac{T}{k} s + 1 \right)} e^{-Ls}. \quad (33)$$

De manera análoga al procedimiento anterior, la tabla para las funciones $f(n)$ y $g(n)$ puede ser construida, teniéndose como resultado:

Tabla 1.5. Parámetros tabulados del método de Broida.

n	1	2	3	4	5	6
f(n)	0.000	0.096	0.192	0.268	0.331	0.385
g(n)	1.000	0.500	0.440	0.420	0.410	0.400

El procedimiento de esta técnica es similar al descrito anteriormente.

CONDICIONES DE SIMULACIÓN

Plantas de prueba

La selección de las plantas empleadas en las simulaciones tuvo como base modelos usados en investigaciones similares a la presente y que se describen mediante:

- Sistemas de retrasos múltiples con orden variable

$$G_{p1}(s) = \frac{1}{(0.5s + 1)^n}, \quad n = 1, 2, 3, 4, 5. \quad (34)$$

- Sistema de segundo orden con constantes de tiempo diferentes

$$G_{p2}(s) = \frac{1}{(0.5s + 1)(s + 1)}. \quad (35)$$

- Sistema de quinto orden con retrasos distribuidos

$$G_{p3}(s) = \frac{1}{(0.2s + 1)(0.4s + 1)(0.6s + 1)(0.8s + 1)(s + 1)}. \quad (36)$$

Criterio de desempeño

El criterio de desempeño, mediante el cual serán evaluados los diferentes métodos, se definió como la Sumatoria del Error Cuadrático (SSE)

$$SSE = \sum_{k=1}^N [y(k) - \hat{y}(k)]^2, \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (37)$$

donde $y(k)$ representa un vector con los valores de la respuesta del proceso e $\hat{y}(k)$ el del modelo obtenido para una cantidad de mediciones N . De esta manera el modelo obtenido será entonces óptimo en el sentido de los mínimos cuadrados.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Tras haber identificado las plantas seleccionadas a partir de los métodos descritos en el apartado anterior, el desempeño de cada uno de éstos fue evaluado mediante (37). Los resultados pertenecientes al sistema referido en (36) se recogen en las tablas y gráficos (planta de prueba en azul) mostrados a continuación. El análisis de los métodos citados toman en consideración los

resultados obtenidos en la totalidad de los sistemas simulados, haciéndose referencia al comportamiento del error de predicción cuadrático promedio (SSE_p) de todos los casos en los índices mostrados.

Tabla 5. Resultados obtenidos del proceso (36) a partir de métodos que estiman modelos FOTD.

Método	K	T	L	SSE	SSE_p
Ziegler y Nichols.	1.00000	4.14761	0.73887	2.1E-02	2.7E-02
Miller	1.00000	2.49812	0.73887	3.0E-03	7.6E-03
Alfaro	1.00000	1.70716	1.42948	7.8E-04	5.4E-04
Chen y Yang	1.00000	1.70100	1.52890	1.0E-03	4.2E-04
Ho et al.	1.00000	1.49477	1.62147	9.3E-04	1.8E-04
Smith	1.00000	1.80900	1.42900	9.9E-04	1.6E-03
Vítečková et al.	1.00000	1.68199	1.51120	9.5E-04	3.2E-04

Para el caso referente a modelos FOTD los métodos basados en el trazo de la recta tangente brindaron los resultados más discretos; ver Tabla 5. En particular, el método de Ziegler y Nichols presentó el error de predicción cuadrático promedio más elevado de todos los modelos simulados. La modificación de Miller mejora la exactitud del modelo en comparación con el método original.

Las técnicas de dos puntos para modelos FOTD proporcionaron una buena exactitud de predicción en sentido general, siendo en este caso los métodos de Ho et al., y Vítečková et al. los más representativos; ver Tabla 5. A pesar de que el método de dos puntos de Smith goza de buena aprobación en la literatura, su error no deja de ser apreciable en comparación con los procedimientos anteriormente citados, los cuales reducen el error cuadrático en forma considerable.

Tabla 6. Resultados obtenidos del proceso (36) a partir de métodos que estiman modelos SOTD.

Método	K_p	T1	T2	L	SSE	SSE_p
Ho et al.	1.00000	1.02924	1.02924	0.97199	1.1E-04	9.3E-04
Vítečková et al.	1.00000	1.01339	1.01339	0.91523	1.2E-04	9.7E-04
Harriot	1.00000	0.56043	1.57034	0.91304	3.2E-02	6.1E-02
Smith (curvas)			No es aplicable el método			4.9E-02

Los métodos restringidos a un modelo con polo doble más tiempo de retardo (Ho et al. y Vítečková et al.) siguieron presentando buenos resultados; ver Tabla 6. Donde nuevamente la técnica propuesta por Ho et al. fue superior. A su vez, los procedimientos basados en diagramas de curvas normalizadas (Harriot y Smith) tuvieron un comportamiento muy particular; ver Tabla 6. Para el primero de ellos, en el caso de las simulaciones sobre sistemas de primer y segundo orden, los resultados fueron notables, no siendo así en los experimentos de las plantas con orden superior, donde se obtuvieron valores más prudentes. El basado en las curvas de Smith obtuvo errores de predicción considerados elevados en comparación al resto, resultando también el ser no aplicable en la simulación de los dos sistemas de quinto orden.

Tabla 7. Resultados obtenidos del proceso (36) a partir de métodos que estiman modelos de orden superior.

Método	K_p	n	T	L	SSE	SSE_p
Strejc (sin considerar L)	1.00000	3	0.93748	-	2.2E-04	3.1E-03
Strejc (considerando L)	1.00000	3	0.93748	0.26881	1.0E-04	2.6E-03
Broida	1.00000	4	1.46160	0.09422	1.6E-04	2.9E-03
Latzel's	1.00000	4	0.75804	-	9.1E-04	1.2E-02

Entre los procedimientos que identifican modelos de orden superior los mejores desempeños estuvieron a cargo del método de Strejc, considerando retardo, y la variante modificada de Broida; ver Tabla 7. El método de Latzel's emitió resultados aceptables pero siempre ligeramente inferiores que los precedentes.

CONCLUSIONES

Como bien se mostró en el desarrollo de este artículo los procedimientos experimentales para la identificación de sistemas son múltiples y con diversas particularidades. La idea de poseer un extenso conocimiento de ellos no es tan significativa como la de tener en cuenta cual o cuales utilizar en dependencia al modelo requerido en la estimación.

Muchos métodos renombrados en la literatura, como el de Smith y el de Ziegler y Nichols, no proporcionan modelos de alta fidelidad como bien se figuró en los resultados. Con respecto al primero se puede comentar que la diferencia en el error de predicción obtenida, en comparación con sus similares, se debe a la selección de los dos puntos sobre la curva de reacción, elegidos por el autor en función de la constante de tiempo del modelo, mientras que Ho et al. (el de mejor comportamiento) optó por experimentos de identificación de modelos óptimos sobre la base del método de mínimos cuadrados. Por su parte el segundo de éstos debe su popularidad a su longeva trayectoria en la tarea de ajuste de reguladores, aunque ya, como se presenta en [17] imperan nuevos métodos de sintonía basados en el espíritu de los de Ziegler y Nichols capaces de suplirlo en muchos sentidos.

Los resultados obtenidos admiten que se recomiende la identificación de un determinado sistema a partir de varios métodos diferentes, posibilitándose la posterior comparación de las respuestas estimadas con la del sistema real. Dado este punto en caso de que se requiera un modelo FOTD es recomendable emplear el método de Ho et al. auxiliado de las técnicas de Vítečková et al., y Chen y Yang. Algo análogo ocurre frente a sistemas SOTD, donde Ho et al. triunfa nuevamente en la modelación. Para este tipo de modelo puede ser empleado también el procedimiento de Vítečková et al. Por último, ante sistemas de orden superior, el método de Strejc sigue a la vanguardia. Modificaciones como la de Broida también pueden ser usadas indistintamente en estos casos.

REFERENCIAS

- [1] **AGUADO, A.**, *Temas de identificación y Control Adaptable*. Edición del Instituto de Cibernética, Matemática y Física (ICIMAF), 2000.
- [2] **FRANCOIS, J.**, “Comparación de métodos de identificación basados en la respuesta impulsiva y al escalón”. Trabajo de ascenso, Universidad de Los Andes, Facultad de Ingeniería, Escuela de Mecánica, Departamento de Ciencias Técnicas, Mérida, 1995.
- [3] **ALFARO, V. M.**, “Identificación de procesos sobre-amortiguados utilizando técnicas de lazo abierto”, *Ingeniería*, vol. 11(2), pp. 11-25, San José, Costa Rica, 2001.
- [4] **ALFARO, V. M.**, “Identificación de modelos de orden reducido a partir de la curva de reacción del proceso”, *Ciencia y Tecnología*, vol. 24(2), pp. 197-216, 2006.
- [5] **JAKOUBEK P.**, “Experimental identification of stable nonoscillatory systems from step-responses by selected methods”, *Závěrečný projekt, Technické Univerzity Ostrava, VSB*, 2007.
- [6] **ARAFET P.**, Chang, F., Torres Alberto, M., Domínguez, H. “Métodos de identificación dinámica”, Facultad de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Oriente, Cuba, 2008.
- [7] **ZIEGLER J.G., NICHOLS, N.B.**, “Optimum Settings for Automatic Controllers”, *ASME Transactions*, vol. 64, pp. 759-768, 1942.
- [8] **MILLER, J.**, “Department of Chemical Engineering Report”, Louisiana State University, Baton Rouge, L.A., US, 1967.
- [9] **CHEN, C.L. Y YANG S. F.**, “PI tuning based on peak amplitude ratio”, *Preprints of IFAC Workshop on Digital Control: Past, Present and Future of PID Control*, Terrasa, España, 2000.
- [10] **HO, W.K., HANG, C.C., CAO, L.S.**, “Tuning of PID Controllers Base don Gain and Phase Margin Specifications”, *Automática (UK)*, vol. 31(3), pp. 497-502, 1995.
- [11] **SMITH, C.L.**, *Digital Computer Process Control*, Scranton, Pa., US, International Textbook Co., 1972.
- [12] **SEBORG, D., E., EDGAR, T., MELLICHAMP, D.**, *Process Dynamics and Control*. Wiley series in chemical Engineering, 1989.
- [13] **VÍTEČKOVÁ, M., VITECEK, A., SMUTNY, L.**, “Simple PI and PID Controllers tuning for monotone self regulation plant”, *IFAC Workshop on Digital Control*, Terrasa, España, 2000.
- [14] **HLAVA, J.**, “Prostředky automatického řízení II, Analogové a číslicové regulátory, elektrické pohony, průmyslové komunikační systémy”, Praha, *Vydavatelství ČVUT*, 2000.
- [15] **STREJC, V.**, “Näherungsverfahren für aperiodische Übergangscharakteristiken“, *Regelungstechnik*, vol. 7, pp. 124-128, 1957.
- [16] **MIKLEŠ, J., FIKAR, M.**, *Process Modelling, Identification, and Control*. Springer, Verlag Berlin Heidelberg, 2007.

Rafael F. Tanda-Martínez

- [17] ÅSTRÖM, K. J., HÄGGLUND, T., *Control PID avanzado*. Pearson, Prentice Hall, pp. 239-282, Edición en Español, 2009.

AUTOR

RAFAEL F. TANDA MARTÍNEZ

Ingeniero en Automática, Investigador del Departamento de Control Automático del Instituto de Cibernética, Matemática y Física (ICIMAF), La Habana, Cuba

e-mail: tanda@icmf.inf.cu