

La certitude des probabilités

À la mémoire de Jacques Neveu *

The certainty of probabilities

In memory of Jacques Neveu

Rolando Rebolledo[†]

Résumé

Cet article est une réflexion sur le hasard en tant qu'objet scientifique, et en partant d'un point de vue matérialiste. On considère la relation entre mouvement et complexité en introduisant la notion de système ouvert et les catégories qui en découlent : état de la Nature et observables, ce qui permet de revoir le débat sur le hasard et la certitude.

Most clés : complexité ; hasard ; lois du hasard ; système ouvert ; interpoiesis.

Abstract

This article is a reflection on chance as a scientific object, starting from a materialistic point of view. I analyze the relationship between motion and complexity by introducing the notion of an open system and the categories that result from it: state of nature and observable, to review the debate on chance and certainty.

Keywords: complexity; chance; laws of chance; open system; interpoiesis.

1 Introduction

Le 15 mai 2016 restera marqué par le décès de l'un des fondateurs de l'école moderne des probabilités en France, le grand mathématicien Jacques Neveu. Ses écrits mathématiques ainsi que ses cours, constituent des modèles de sobriété, de précision et d'élégance. Ses livres sont devenus des œuvres classiques, témoignant d'une époque au cours de laquelle les probabilités se faisaient une place dans les recherches mathématiques de pointe, en vainquant maints préjugés qui les rangeaient dans les disciplines mineures, les considérant comme de simples applications de la Théorie de la Mesure.

*Recibido: 12/08/2018. Aceptado: 12/09/2018

[†]Universidad de Valparaiso, Chile. Email: rolando.rebolledo@uv.cl

Jacques Neveu a relevé le défi de montrer la véritable portée de la Théorie des Probabilités, dès son premier ouvrage, le livre vert publié chez Masson, les Bases Mathématiques du Calcul des Probabilités (Neveu, 1970). Dans l'introduction de ce livre, il écrivait en effet :

La Théorie des Probabilités a pour objet l'analyse mathématique de la notion de hasard. En tant que discipline mathématique, elle ne peut se développer d'une manière rigoureuse que si elle se fonde sur un système de définitions et d'axiomes bien explicités.

C'est cet argument qui lui a permis d'affirmer la nécessité de revoir les fondements du calcul des probabilités à la lumière des progrès obtenus par la logique mathématique au début du vingtième siècle, tout en tenant compte des limites de cette logique formelle. D'une certaine manière sa démarche a joint celle de son contemporain Edwin T. Jaynes pour qui les probabilités représentaient "la logique des sciences" (Jaynes, 1963).

Plus précisément, la notion de hasard mise au centre de l'analyse mathématique construit ainsi une logique qui est au cœur de la méthode scientifique. Les mathématiques ont ainsi été marquées par l'émergence de la Théorie des Probabilités, puis par l'Analyse Stochastique, ouvrant de vastes domaines de création pour les nouvelles générations de chercheurs, tout comme l'annonçait l'ancien géomètre David Mumford¹ à l'aube de ce nouveau siècle qu'il désignât comme celui de la "stochasticité" (cf. Mumford, 2000).

Depuis la nuit des temps le hasard danse avec une compagne qui ne cesse de hanter notre espèce : l'incertitude. De nos jours, on voit surgir une sous-discipline à la croisée de chemins entre les probabilités et l'analyse numérique, à savoir, la "quantification de l'incertitude". Le nom féminin *incertitude* mis en usage dans la langue française aux alentours de 1945, sert à désigner à la fois ce qui "n'est pas assuré" et le caractère de ce qui est "imprévisible"². Le mot s'est spécialisé en physique dans le "principe d'incertitude" énoncé par Heisenberg en 1927. Ce principe qui contredisait le déterminisme orthodoxe de la mécanique de Newton a scandalisé entre autres Einstein-on se rappelle sa célèbre phrase "Dieu ne joue pas aux dés", en identifiant l'incertitude avec le hasard. Peut-on identifier ces deux termes d'*incertitude* et de *hasard*? Est-ce que l'incertitude implique qu'il n'y a pas de lois régissant la Nature? À ces questions, Jacques Neveu a cherché répondre par la négative dans sa pratique des mathématiques : le hasard en tant qu'objet scientifique suit des lois qui peuvent être décrites de manière rigoureuse.

En fait, la compréhension du hasard défie l'humanité depuis le début des recherches en philosophie. Déjà dans la Grèce Ancienne on trouve des antécédents sur une école dite "probabiliste". Il s'agit d'un moment du développement de l'Académie, dirigée au deuxième siècle avant le Christ par un successeur de Platon, son disciple Carnéade. Carnéade cherchait un critère pour décider des opinions incertaines. C'est-à-dire, il distinguait la *valeur objective de l'opinion* (toutes les opinions sont incertaines) de sa *valeur subjective* mesurant

1. Il a été converti aux probabilités, de nos jours il travaille sur la reconnaissance de structures et l'intelligence artificielle.

2. Le Robert, *Dictionnaire historique de la langue Française*, t.1, p.681, ed. 1998.

la certitude du sujet sur sa véracité. C'est l'une des premières apparitions de la *probabilité* comme une mesure de la véracité d'opinions ou comme *degré de crédibilité*, variant entre l'ignorance et le savoir, (ses valeurs extrêmes). Longtemps terrain propice aux spéculations non scientifiques, le hasard a parcouru un difficile chemin de formalisation, dont les expressions les plus avancées sont le fait du vingtième siècle. La compréhension exacte de ses lois requiert un regard synthétique sur l'ensemble des sciences. Il s'agit donc d'une tâche philosophique. C'est encore sujet à débat, comme en témoigne la prise de position de René Thom dans (Thom, 1990), où il confond nettement le hasard avec l'impossibilité de connaître la nature et refuse l'existence des lois du hasard. Déjà Bachelard présentait la connaissance comme un processus dans (Bachelard, 2006) :

Pour éclaircir les conditions du progrès épistémologique, l'idéalisme se révèle comme une hypothèse de travail inféconde et souvent spécieuse. Au contraire, M. Meyerson en a fourni la preuve, la science postule communément une réalité. A notre point de vue, cette réalité présente dans son inconnu inépuisable un caractère éminemment propre à susciter une recherche sans fin. Tout son être réside dans sa résistance à la connaissance. Nous prendrons donc comme postulat de l'épistémologie l'inachèvement fondamental de la connaissance.

Le travail mathématique de Jacques Neveu s'inscrit dans ce processus inexorable de la connaissance. Ses contributions nous permettent de voir sous une lumière nouvelle des concepts parus dans d'autres disciplines et dans le débat épistémologique qui s'ensuit, en particulier, le hasard et ses lois, et la théorie des systèmes ouverts. Les lignes suivantes analysent le concept scientifique de hasard et de ses lois, pour finir avec la catégorie de système ouvert, en concluant sur l'unité des différentes théories de probabilités. C'est par cet apport que je souhaite rendre hommage à Jacques Neveu et à son œuvre dans le but de favoriser également le dialogue interdisciplinaire, y compris à l'intérieur des mathématiques elles-mêmes. Une partie de ces réflexions ont été exposées dans un séminaire de philosophie des sciences à Orsay auquel j'ai été invité par Yves Le Jan.

2 Le hasard comme objet scientifique

Le mot arabe *zahr* désigne une fleur dont l'image était utilisée pour représenter l'as dans le dé à six faces. Par ailleurs, *alea* est un synonyme de ce même jeu en latin. Donc, des termes comme hasard, aléatoire, trouvent leur étymologie dans le jeu de dés³. Mais un autre terme, plus contemporain est venu se ranger à côté des synonymes d'aléatoire et de hasard : *stochastique*, mot provenant du grec *stokhos*, dont *stokhastikos* est dérivé. Ce mot est lié au jeu de fléchettes et signifie "atteindre un objectif".

L'utilisation plus familière du terme hasard est liée à l'occurrence d'un phénomène ou à un événement inespéré, c'est-à-dire, sans plan délibéré ou bien s'il y a ignorance absolue sur les conditions déterminant son occurrence.

3. Une sorte de jeu de dés reçut dans le douzième siècle le nom de hasart, fourni par un incident des croisades

De façon un peu souple, on peut aussi appliquer la dénomination à un fait qui apparaît à l'intersection de deux chaînes causales indépendantes.

On peut donc relativiser le concept : un évènement est un fait du hasard ou contingent relativement à un contexte donné de recherche, si l'énoncé affirmant son apparition ne dérive d'aucun autre.

Toutes ces interprétations étaient déjà présentes au début du vingtième siècle quand Poincaré exprimait dans *Science et Méthode* l'idée d'une *causalité probabilitaire*. D'après lui, la notion de hasard n'est pas tant liée à notre ignorance, mais plutôt à un manque de ressource empirique ou expérimental permettant d'embrasser une multiplicité de causes et effets possibles.

C'est-à-dire, les phénomènes naturels jouissent d'une détermination multiple étendant la relation cause à effet exprimée, par exemple, dans la mécanique newtonienne. La causalité n'est pas la relation la plus générale entre différentes parties de la Nature. Pour certains, dont Popper, il s'agit d'un principe d'ordre métaphysique (sur lequel il ne prend pas parti) :

Je n'accepte ni ne refuse le 'Principe de Causalité'. Je me limite simplement à l'exclure de la sphère de la science en tant que métaphysique'. (Popper, 1959, 61)

La pensée dialectique incorpore une catégorie plus ample que ce principe de causalité. C'est *l'interdépendance ou la connexion universelle*, dont la cause et l'effet ne sont que des moments, des aspects l'exprimant d'une façon incomplète. La causalité classique et le déterminisme ne sont que des abstractions correspondant à des conditions idéales. Ce n'est que dans un système complètement isolé et simple que l'on peut vérifier des relations "linéaires" de cause à effet. Mais l'objet isolé n'est qu'une idéalisation. Ce qui est concret est toujours en relation multiforme avec l'environnement qui l'entoure. Des chaînes cause-effet s'entrecroisent et l'interaction mutuelle crée de nouveaux effets. La possibilité d'isoler un phénomène a conduit Pascal à introduire le concept de système (fermé). Ce concept est bien adapté à l'analyse d'un système mécanique isolé dans la physique newtonienne. Cependant la Nature montre que les systèmes fermés s'épuisent en eux-mêmes. Seule, la considération de systèmes ouverts dans lesquels on distingue une partie, dite *système principal* du reste de la Nature, dite *réservoir*, permet d'appréhender l'évolution des phénomènes d'une manière adéquate. La connaissance avance alors à mesure que l'on transforme notre conception de la réalité, élargissant le système principal observé dans un processus sans fin.

Mais dans l'analyse du hasard interviennent également deux autres catégories dialectiques : la possibilité et la réalité. Rappelons tout d'abord qu'écrivait Heisenberg à ce sujet :

Dans les expériences sur les phénomènes atomiques nous nous voyons faire face à des choses et des faits, à des phénomènes qui sont tellement réels comme ceux de la vie quotidienne. Mais les atomes ou les particules élémentaires ne sont pas si réels ; ils forment plutôt un monde de potentialités qu'un monde de choses

ou des faits. (Heisenberg, 1961, 216)

Dans cette position empreinte d'un idéalisme philosophique profond et radicalement opposée à celles de Boltzmann et d'Einstein, on sépare la possibilité de la réalité par une barrière infranchissable, celle de la logique formelle. On ouvre ainsi la porte à un indéterminisme contraire à la science. Par contre, la conception de ces catégories en mouvement, les enrichit et permet d'expliquer de façon cohérente la nature des phénomènes atomiques. La réalité de l'atome est du même ordre matériel que son propre mouvement, dont il est inséparable. Ainsi, *le réel est possible effectué et le possible est le réel en cours de transformation.*

Tenant compte d'autres débats historiques, un mot doit être dit sur la relation du hasard avec les concepts de nécessité et de contingence. Pour Démocrite rien ne se fait sans cause et tout est le produit d'une raison et de la nécessité. Ce fatalisme est l'expression d'une conception mécaniciste de la nécessité immédiate. Le hasard exprime la détermination multiple de chaque état de la Nature. Il correspond à des formes spécifiques de l'interdépendance et de l'interaction universelle dont les lois reflètent la nécessité. Ce sont des lois précises, qui peuvent être formulées de façon spécifique. La contingence, par contre, correspond à des phénomènes se produisant sans obéir à des lois connues au moment de leur occurrence. La répétition d'un tel phénomène et les régularités observées lors de son développement enrichissent la catégorie du hasard.

Les lois du hasard, dont la découverte est le fruit d'un long processus historique, ont touché à l'évolution de l'ensemble de la connaissance humaine. La première de ces lois, peut-être la plus connue, est *la Loi des Grands Nombres*, dont Jacob Bernoulli a fourni le premier modèle mathématique au XVII^e siècle. Cette loi a fortement influencé l'empirisme de Hume. Elle donne une interprétation du "comportement moyen" dans le langage courant et a permis le développement d'une vision "fréquentiste" de la probabilité.

La seconde famille de lois concerne les fluctuations autour de la moyenne décrite par la première loi. Dans cette catégorie on peut ranger d'une part l'étude des petites fluctuations et ses modèles mathématiques, les "Théorèmes de la Limite Centrale" et, d'autre part, les Grandes Déviations, formalisées au cours du vingtième siècle.

La troisième famille de lois concerne plus directement Boltzmann. On peut la synthétiser, dans le langage de notre siècle, en disant que *la complexité de tout système dynamique augmente au cours de son évolution.* Mais, comment comprendre ce qu'est la complexité ?

La quatrième loi (ou famille de lois) du hasard, découverte en premier lieu en physique au début du vingtième siècle, mais bien plus évidente dans les sciences sociales, est celle qui touche à la relation entre le sujet et l'objet dans le développement de la connaissance. On peut l'énoncer en disant que toute observation transforme à la fois l'objet observé et l'observateur. Il y a une intime relation entre ce qu'on appelle la troisième et la quatrième loi, car tout concept de système dynamique réel doit être ouvert, c'est-à-dire, il doit toujours considérer le mouvement d'une partie de la réalité observée dans sa relation avec le reste de la Nature. C'est pourquoi, tout naturellement, une observation transforme l'objet

observé.

Autant la troisième que la quatrième loi sont en relation avec le concept de *temps*. C'est le mouvement, inhérent à la matière, qui donne un sens à ce concept. Notre perception du temps naît de la comparaison de dynamiques différentes. Aussi le temps ne devient observable pour un système physique que s'il est ouvert.

Le hasard est par conséquent une catégorie de la réalité dont les théories de probabilités fournissent des modèles mathématiques, tout comme Jacques Neveu l'affirmait dans l'introduction de son livre vert. La relation entre les différentes théories de probabilités est en fonction de limites du modèle mathématique proposé par chacune d'elles pour décrire le hasard et ses lois.

C'est ainsi que, par exemple, la théorie proposée par Kolmogorov en 1933 ne rend compte que des trois premières lois du hasard énoncées antérieurement. De son côté, le modèle de von Neumann et les modèles non commutatifs qui en ont suivi, permettent d'inclure celui de Kolmogorov et d'intégrer la quatrième loi dans le modèle.

3 Complexité, matière et mouvement

La pratique scientifique transforme la Nature et à cause de cela, le cerveau de l'homme progresse ainsi que la connaissance humaine. Comme le faisait remarquer Einstein (1985)

Mais alors, si l'expérience est l'alpha et l'oméga de tout notre savoir autour de la réalité, quelle est donc la place donnée à la raison humaine dans la science? Un système complet de physique théorique est composé d'idées, de lois fondamentales qui doivent être appliquées à ces idées et de propositions que nous déduisons logiquement. Ce sont ces propositions qui doivent correspondre à notre expérience individuelle; sa déduction occupe nécessairement presque toute la page dans une œuvre théorique.

Dès le début de l'histoire l'homme a cherché à organiser la connaissance établie et les différents systèmes proposés à cet effet condensent en quelque sorte le débat philosophique sur la science. Dans mon point de vue, une base pour la classification des sciences est donnée par l'analyse de la complexité des transformations que notre espèce peut introduire sur la réalité.

La complexité d'un acte de transformation de la réalité est en relation avec le nombre d'interrelations établies tant dans l'objet que dans le sujet de cet acte. On trouve des défenseurs de cette thèse autant parmi certains penseurs idéalistes que nombre de philosophes matérialistes. Ainsi, par exemple, il est bien connu que le Père Teilhard de Chardin expliquait la naissance de la pensée par une croissance de la complexité dans l'organisation de la vie (Teilhard de Chardin, 1962) :

Cette Conscience qui remplit à nos yeux les allées du Passé ne court pas simplement comme un fleuve qui transporte entre des rives diverses une eau toujours égale. Elle se transforme dans son chemin, elle évolue : il y a un mouvement

propre de la vie. Si l'on suit ce mouvement au sens contraire du temps, on le verra atténuer la complication organique de ses formes et le champ de sa spontanéité. Les systèmes nerveux deviennent de plus en plus rudimentaires. Et, si l'on juge par les survivants de ces stades anciens, le monde animé se perd au plus bas, dans un fourmilier de particules vivantes, émergées à peine des forces moléculaires. Inversement, les édifices cellulaires sont construits au sens de la flèche du temps ; et parallèlement à une croissante complexité, la conscience augmente ses pouvoirs de clairvoyance interne et d'interrelation jusqu'au niveau de l'Homme, où apparaît la pensée réflexe.

Du côté de la philosophie matérialiste, Engels observe dans [10] que ce qui permet de classer et d'analyser la relation des sciences entre elles c'est le constat que chacune d'elles étudie des objets propres ainsi que la forme de leur mouvement (toutes les deux expressions de la matière), dont la complexité est diverse. De cette façon, on reproduit au niveau des sciences le parcours suivi par les connexions des neurones dans la formulation des idées dans le cerveau humain, en partant d'une réalité indépendante de l'observateur. C'est-à-dire, la complexité apparaît comme une relation plutôt que comme un concept absolu. C'est ainsi, par exemple, que les sciences sociales abordent les objets et les formes de mouvement les plus complexes car elles étudient la vie et l'organisation de l'homme en société ; puis, les sciences s'occupant seulement de l'étude de la vie, sont un peu moins complexes ; et ensuite, encore moins complexes les disciplines étudiant la matière inanimée, la chimie, la physique, les mathématiques, la logique ; mais le cycle se complète par le retour à la pratique, juge ultime de la justesse des théories, et ce passage se caractérise par une augmentation progressive de la complexité.

Considérant un système de particules en évolution, son interaction avec le milieu environnant ainsi que sa propre dynamique engendrent des degrés croissants de complexité. La croissance de la complexité ne signifie pas seulement une augmentation du nombre de constituants du système —ce qui est le cas notamment dans les systèmes biologiques— mais également, d'une façon plus complète, une augmentation des formes d'interrelation. Ce qui revient à dire, en termes plus ordinaires, que l'augmentation de la complexité liée à un accroissement quantitatif se traduit par une amélioration qualitative.

Jacques Neveu a créé des métaphores mathématiques très élégantes de ce mouvement d'augmentation de la complexité, notamment dans ses travaux sur les arbres de Galton-Watson (Neveu, 1986a ; 1986b ; 1986c). Sur le plan formel, ses notations sur ces arbres et les processus de Galton-Watson ont été adoptées et célébrées par nombre de spécialistes du sujet. Mais, certainement, ce n'est pas son seul apport à la formalisation de la complexité. En témoigne son article (Comets and Neveu, 1995), écrit en collaboration avec Francis Comets, où l'on étudie les fluctuations de l'entropie et d'autres fonctionnelles thermodynamiques d'un modèle de spin. Sur le plan méthodologique, il a toujours cherché à simplifier les preuves des résultats fondamentaux de la théorie de probabilités, comme une forme d'appriivoiser la complexité (voir par exemple Neveu, 1965 ; 1983 ; 1972 ; 1969 ; 1965). En fait, les lois de la Nature s'expriment en général de façon simple, c'est l'essence

de son universalité. La recherche de la plus simple formalisation d’une évolution complexe c’est le grand défi de la science.

4 Les systèmes ouverts

La complexité est donc un attribut des transformations réciproques entre différentes parties de la Nature, qui reflètent leur interdépendance. Notre espèce ne connaît une partie de la Nature que si un processus dialectique de transformation mutuelle ne voit le jour. C’est-à-dire, l’humain cherche à isoler une partie du monde pour la connaître et ce faisant, fabrique un reflet dans son cerveau —un *système principal*— de ce qu’il est en train de —ou veut— transformer. Cependant, aucune partie de la matière ne peut être isolée du reste, y compris de l’observateur qui est protagoniste de l’acte de connaissance-transformation. Par conséquent, ce système principal ne peut pas être séparé de toutes les autres composantes non observées de la Nature, et qui font partie de *l’environnement*, ainsi que de leur interrelation réciproque. Cette unité système principal-environnement c’est ce que nous appelons un *système ouvert*.

La notion de système ouvert a commencé à être explicitement utilisée dans la biologie à partir de 1950 par Ludwig von Bertalanffy (1950). Entretemps, ces concepts ont fait leur chemin propre dans la théorie de la radiation en physique. D’une certaine manière c’est à partir de ces dernières recherches que les systèmes ouverts ont touché les probabilités. Plus précisément, à partir du travail écrit par Edwin Jaynes en collaboration avec Fred Cummings (1963). Et la logique n’échappe pas à l’influence des systèmes ouverts. Carlo Cellucci affirme (cf. 1993) que la communauté de logiciens n’a pas saisi la profonde leçon contenue dans le théorème de Gödel, à savoir, la notion de système formel conçue par Hilbert comme un système fermé est inadéquate. Et il en déduit la nécessité de construire une nouvelle logique plus adaptée aux besoins de mathématiques (qu’il appelle “computational logic”), basée sur l’informatique et contenant implicitement la notion de système ouvert.

Habituellement, on confond le système principal avec ce que nous connaissons —notre *certitude*— et, d’une manière implicite, on relègue notre ignorance ou *l’incertitude* à l’environnement. Cela correspond à une vision non dialectique. On ne saurait connaître un objet sans considérer son propre mouvement, inséparable de celui qui se déroule au-delà de ses propres limites. D’autant plus que, assez souvent, ces limites ne sont que des barrières transitoires dépendant fortement du degré de subtilité (voire complexité) de l’interaction entre l’observateur et l’objet observé. Prenons l’exemple de la cellule vivante. On a d’abord cru que sa membrane servait à isoler une partie, son intérieur, de l’extérieur ou environnement. Cependant, lorsque les instruments d’observation ont progressé, que des technologies plus avancées dans le domaine de la nanophysique ont vu le jour⁴, il a été possible de mesurer les courants ioniques qui traversent la membrane d’un côté à l’autre au travers des protéines. C’est-à-dire, la cellule n’est nullement isolée de l’environnement, elle est plutôt

4. Le “patch-clamp”.

un merveilleux exemple de système ouvert, échangeant de l'énergie, masse et information avec le milieu qui l'entoure. C'est cette caractéristique qui est responsable de *l'émergence* des phénomènes parfois inconnus ou inespérés, non prévus par les théories connues. La matière-mouvement s'organise en brisant les limites supposées par l'observateur humain, donnant lieu à un nouveau partage théorique système principal-environnement, que nous tendons à identifier avec un niveau supérieur de complexité. C'est *l'interpoiesis* ou interorganisation de la matière reflétée par les systèmes ouverts (Rebolledo, 2014 ; 2012). Ceci est évidemment incompréhensible si l'on restreint notre regard au seul système principal où on ne peut qu'apercevoir un volet (ou vision incomplète) de la riche dialectique de la matière-mouvement. Cette dernière approche, ou réminiscence de Berkeley, imprègne l'autopoiesis (Maturana, 1990), qui ne saurait à la limite représenter qu'un *stade* de l'interpoiesis.

Le temps, considéré comme une comparaison de dynamiques, marque en fait le passage, ou "saut dialectique" référé dans la troisième loi du hasard relative à la croissance de la complexité. Certains —dont Prigogine— aiment décrire ceci avec l'image de la *flèche du temps*. Sur ce point, il est opportun de remarquer que nos théories en général portent sur les traces des transformations accomplies (le registre du *passé*). Ces théories sont considérées comme un noyau fort de la certitude, tandis que l'incertitude régnerait sur l'ignorance, en particulier, sur l'ignorance du futur.

Et dans notre modélisation de la dynamique d'interaction du système principal avec l'environnement on est donc amenés à représenter différentes *échelles temporelles et spatiales*. C'est-à-dire, on sépare d'une part les interactions plus "fréquentes" de celles plus "rares". Et au fur et à mesure que notre interaction avec l'objet observé progresse, on raffine ces échelles. La dénomination de ces échelles est alors un concept relatif : on parle d'un modèle ou description *macroscopique*, *mésoscopique* ou *microscopique*. Cela suppose une comparaison entre différents modèles décrivant le même phénomène.

Notre connaissance est par conséquent soumise à une dynamique multiple et ne saurait pas être analysée de façon statique et séparée du processus de transformation qui la nourrit. Ainsi donc, l'incertitude se réduit au choix de l'action nous permettant de connaître un phénomène déterminé et elle se dissout dans le mouvement.

5 État de la Nature et observation

La métaphore du "chat de Schrödinger" occupe un lieu privilégié dans la liste des paradoxes de la Mécanique Quantique. Cependant, elle sert à éclairer à la fois la nature d'un état quantique, et sa relation avec un observateur. Un chat est enfermé dans une boîte étanche contenant une substance radioactive qui peut se libérer et le tuer avec une probabilité 1/2. L'état de ce système "chat enfermé" est donc chat mort ou vivant avec probabilité 1/2. C'est un raisonnement qui ne tient pas compte du processus d'observation du chat. Si un observateur ouvre la boîte, on change le système principal. Alors, d'une part nous sommes en présence d'un nouveau système "chat-observateur" et, par conséquent, on mesurera un nouvel état. Cet observateur aura la certitude (probabilité classique 1) que

le chat est soit vivant ou bien mort (une possibilité exclue l'autre). C'est-à-dire, le nouvel état du système composé dépend de l'observateur. Mais en fait, le système est bien plus complexe que celui déterminé par un seul observateur. Son état ne peut être représenté par une probabilité classique et il convient en outre de mieux caractériser quels sont les observables de ce système. En probabilités classiques on est habitués à considérer une observation comme la réalisation d'une variable aléatoire X définie sur un espace de probabilité $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$. C'est-à-dire, un *observable* est tout simplement une variable aléatoire, tandis que l'état du système est représenté par la probabilité \mathbb{P} .

Ce n'est pas le cas du chat de Schrödinger : il n'y a pas de probabilité classique décrivant l'état de l'animal et l'on doit supporter l'angoisse d'une survie incertaine. Le paradoxe du chat montre que l'incertitude est associée à une incompréhension de ce qu'est un état de la Nature. Un état de la Nature peut se manifester à travers différents observables, mais l'on ne saurait le réduire à l'un seul d'entre eux. Dans le langage des systèmes ouverts, on peut représenter les observables comme des fonctions du système principal, tandis que l'état du système ouvert intègre la description de toutes les possibles transformations de celui-ci ainsi que de ses interactions avec le milieu environnant.

6 Étendant les concepts de la Théorie des Probabilités

La vision des systèmes ouverts fournit un cadre approprié pour envisager l'extension des probabilités. Les cours de Jacques Neveu commençaient d'habitude avec un triplet $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ écrit à gauche et en haut du tableau noir, le foyer paradigmatique des probabilités classiques. Bien sûr le chat de Schrödinger fuit ce doux foyer. Mais il ne peut pas s'échapper de la maison probabiliste plus vaste construite à l'aide des systèmes ouverts. On peut commencer par représenter le système principal au moyen d'une $*$ -algèbre \mathcal{A} contenant une unité $\mathbf{1}$. Les observables sont des éléments de cette algèbre. En revanche, un état, est une application linéaire E définie sur \mathcal{A} , à valeurs complexes, et telle que $E(a^*a) \geq 0$, pour tout élément $a \in \mathcal{A}$, et $E(\mathbf{1}) = 1$. Le couple (\mathcal{A}, E) est un espace algébrique de probabilités. On voit bien que les notions classiques de la Théorie des Probabilités peuvent être interprétées comme des cas particuliers (commutatifs) des définitions précédentes. En effet, si on considère un espace de probabilités $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$, l'algèbre \mathcal{A} peut être prise comme celle des variables aléatoires à valeurs complexes bornées, l'opération $*$ étant la conjugaison, et l'état E est identique à l'espérance mathématique \mathbb{E} .

En outre, un espace algébrique de probabilités permet également de traiter les bases de la Mécanique Quantique. Il suffit pour cela de considérer \mathcal{A} comme l'algèbre de tous les endomorphismes sur un espace de Hilbert. Un état E est alors représenté par un opérateur linéaire positif de trace unitaire ρ , $E(a) = \text{tr}(\rho a)$, pour tout $a \in \mathcal{A}$.

On peut ainsi construire de métaphores d'états de la nature qui éliminent des paradoxes surgis dans l'étude de la Mécanique Quantique. On identifie alors un état avec une probabilité (plus proprement une généralisation de l'ancienne notion). Les différentes théories de probabilités, n'ont pour but que l'étude des états de la Nature. Les probabi-

lités dites non commutatives étendent les probabilités classiques, tout comme la géométrie non commutative prolonge la géométrie. Cette démarche ne fait que suivre l'intuition de Jacques Neveu quand il réclamait "chercher une démonstration probabiliste" pour bon nombre de problèmes surgis en Analyse ou dans d'autres domaines de mathématiques. C'est ainsi que ses premiers travaux sur les semigroupes de Markov classiques (cf. Neveu, 1955 ; 1958), inspirés à l'époque des résultats de Feller, trouvent aujourd'hui une extension dans la naissante théorie de semigroupes Markoviens quantiques. Mais il y a bien d'autres développements récents que l'on ne soupçonnait même pas il y a une trentaine d'années. Ce sont les nouvelles branches théoriques surgies de la relation de probabilités avec les algèbres d'opérateurs (les probabilités dites libres entre autres).

Les probabilités conçues comme la logique des sciences, sont également inséparables du mouvement de la connaissance humaine, et ne sauraient s'immobiliser en un seul système formel de représentation. Rien n'est plus certain que les probabilités.

Références

- Bachelard, G. (2006). *Essai sur la connaissance approchée*. Sixième édition. Paris: Vrin.
- Boltzmann, L. (1905). *Populäre Schriften*. Leipzig: Barth.
- Boltzmann, L. (1974). *Theoretical physics and philosophical problems* [partial English translation of *Populäre Schriften*], ed. B. McGuinness. Dordrecht: Reidel.
- von Bertalanffy, L. (1950). The Theory of Open Systems in Physics and Biology. *Science*, vol. 111, 23-29.
- Cellucci, C. (1993). From Closed to Open Systems. in J. Czermak (ed.), *Philosophy of mathematics: Proceedings of the 15th International Wittgenstein Symposium*. Wien: Hölder-Pichler-Tempky, pp. 206-220.
- Comets, F. and Neveu, J. (1995). The Sherrington-Kirkpatrick model of spin glasses and stochastic calculus: the high temperature case. *Comm. Math. Phys.*, 166(3): 549-564.
- Eco, U. (1981). *La Estructura Ausente. Introduccion a la Semiotica*. Barcelona: Ed. Lumen.
- Eco, U. (1985). *Tratado de Semiotica General*. Barcelona: Ed. Lumen.
- Einstein, A. (1985). *Come io vedo il mondo*. Roma: Universali tascabile Newton.
- Engels, F. (1971). *Dialectique de la Nature*. Paris: Editions Sociales.
- Fichant, M. et Pecheux, M. (1969). *Sur l'Histoire des Sciences*. Paris: Maspero.
- Heisenberg, W. (1961). Physique et Philosophie: la science moderne en revolution ["Physics and philosophy : the revolution in modern science"] (trad. de l'anglais par Jacqueline Hadamard). Paris: Albin Michel, coll.
- Jaynes, E.T. (2003). *Probability Theory: the Logic of Science*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Jaynes, E. T. and Cummings, F. W. (1963). Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser. *Proc. IEEE* 51, 89-109.

- Maturana, H. (1990). *Biología de la Cognición y Epistemología*. Temuco: Editorial Universidad de la Frontera.
- Mumford, D (2000). The Dawning of the Age of Stochasticity. *Mathematics: Frontiers and Perspectives*, Serie 9, 11, 197–218.
- Neveu, J. (1955). Semi-groupes generalises et processus de Markoff. *C. R. Acad. Sci. Paris*, 240: 1046-1047.
- Neveu, J. (1958). Theorie des semi-groupes de Markov. *Univ. California Publ. Statist.*, 2: 319–394.
- Neveu, J. (1965a). Une demonstration elementaire du theoreme de recurrence. *Z. Wahrscheinlichkeitstheorie und Verw. Gebiete*, 4: 64-68.
- Neveu, J. (1965b). Relations entre la theorie des martingales et la theorie ergodique. *Ann. Inst. Fourier (Grenoble)*, 15(fasc. 1): 31-42.
- Neveu, J. (1969). Une demonstration simplifiee et une extension de la formule d’Abramov sur l’entropie des transformations induites. *Z. Wahrscheinlichkeitstheorie und Verw. Gebiete*, 13: 135-140.
- Neveu, J. (1970). *Bases mathematiques du calcul des probabilites*. Masson et Cie, Editeurs, Paris, 1964. Deuxieme edition, revue et corrige. Paris: Masson et Cie, Editeurs.
- Neveu, J. (1972a). *Martingales a temps discret*. Paris: Masson et Cie, editeurs.
- Neveu, J. (1972b). Un lemme elementaire de theorie des martingales. *Period. Math. Hungar*, 2: 291-294. Collection of articles dedicated to the memory of Alfred Renyi, I.
- Neveu, J. (1983). Courte demonstration du theoreme ergodique sur-additif. *Ann. Inst. H. Poincare Sect. B (N.S.)*, 19(1): 87-90.
- Neveu, J. (1986a). Arbres de Galton-Watson. In *Semi-Markov models (Brussels, 1984)*, pages 407–408. New York: Plenum.
- Neveu, J. (1986b). Arbres et processus de Galton-Watson. *Ann. Inst. H. Poincare Probab. Statist.*, 22(2): 199–207.
- Neveu, J. (1986c). Erasing a branching tree. *Adv. in Appl. Probab.*, (suppl.): 101-108.
- Popper, K. (1959). *The Logic of Scientific discovery*. London: Hutchinson and Co.
- Rebolledo, R. (2012). Interpoiesis e Interdisciplina. En Haye, A. y Rojas C. (eds.) *Actas Seminario Interdisciplina en la UC celebrado en Santiago de Chile el dia 14 de Diciembre de 2011* (pp. 48-54). Vicerrectoria de Investigacion. Facultad de Ciencias Sociales. Facultad de Filosofia.
- Rebolledo, R. (2012-2013). Complejidad y Azar. *Cuadernos de Filosofia*, Universidad de Concepcion, no 30-31.
- Rebolledo, R. (2014). Interpoiesis : la inter-organizacion de los sistemas abiertos. *Congreso Nacional de Filosofia*, Valparaiso 2014.
- Teilhard de Chardin, P. (1962). *L’Energie Humaine*. Paris: Ed. du Seuil.
- Thom, R. (1990). Halte au hasard, silence au bruit, in *La querelle du determinisme*, K. Pomian (editeur). Paris: Gallimard.