Editorial

Hace algunos años, cuando hacía la investigación para mi doctorado en una universidad del Reino Unido, fui tutor particular de una niña que estaba llegando a sus exámenes de certificación de la preparatoria. Le enseñé matemáticas y física. Había escuchado que el currículo de Matemáticas en la India estaba unos años más adelantado que el de Inglaterra. Como maestro, tenía curiosidad de conocer la diferencia entre ambos sistemas en términos pedagógicos. Mi experiencia fue reveladora: mi alumna no podía siquiera expandir una expresión tan sencilla como $(a+b)^3$ o (a^3-b^3) sin resolver cada uno de los pasos desde el más básico. En la India, todo el mundo conocía las "formulas" de memoria y expandía todas esas expresiones en cuestión de segundos. En una ocasión, mi alumna tuvo que resolver el siguiente problema: *Suma los números desde el 1 hasta el 91*. A mi sorpresa, en vez de usar la "formula" general $n(n+1)/2$, mi alumna lo resolvió de otra manera: agregó 0 a la serie y argumentó que $(91+0)=91$, $(90+1)=91$,…., $(46+45)=91$. Había cuarenta y seis 91, y la respuesta era 4 186. Pensé que su método le ayudó a tener un entendimiento mejor y mucho más intuitivo de la operación. Por supuesto que no fue su propio descubrimiento, pero por primera vez vi a alguien resolver un problema de sumar series de una manera tan simple. Abandoné mi antigua pedagogía matemática "india" y adopté la suya. Encontré que su modo, es decir, el modo occidental, fomentaba el entendimiento; mientras que el modo "indio" era quizá bueno para adquirir habilidades matemáticas, velocidad y eficiencia. Pensé: "con razón las antiguas colonias británicas del sur de Asia no tuvieron mucho éxito en el reciente campo de la investigación de las matemáticas". Cuando alguien entiende una teoría o una técnica o cualquier cosa, algo hace *click* en su mente y dice: "¡Ajá! ¡Así es!" La ejecución hábil de un algoritmo, por más complejo que sea, no confiere *clicks* tan hermosos. Quizás ésta es la diferencia entre las técnicas pedagógicas que hace que el aprendizaje matemático en la India sea más rápido, pero menos innovador que su contraparte occidental.

Creo que el origen de la diferencia se encuentra en las motivaciones académicas y la historia de la enseñanza y el aprendizaje. Todos sabemos que las civilizaciones no occidentales, incluida la India, contribuyeron mucho al desarrollo de lo que denominamos las *matemáticas* hoy. Pero debemos reconocer que las matemáticas son "occidentales" en espíritu. El legado lo heredaron los europeos occidentales de los griegos, quienes buscaban sistematizar y centralizar casi todo. De ahí viene el gran sistema axiomático euclidiano en el cual todos los teoremas de la geometría se deben basar en, mínimo, un axioma o regla. Tal vez recordemos los "recientes" esfuerzos no tan exitosos de Russell, Whitehead y otros de demostrar que las matemáticas no se podían derivar de axiomas lógicos. La cuestión no es si es posible establecer una relación entre técnicas matemáticas aparentemente sin relación y, así, tener un solo sistema centralizado; es una cuestión de actitud, de motivación. Los antiguos indios, por ejemplo, no tenían una tendencia centralizadora en cuanto a las matemáticas y la computación. El sistema decimal y la idea del "cero" no fueron solamente logros académicos, sino un enorme éxito pedagógico. Debemos apreciar este hecho al momento de intentar comparar los métodos indios y romanos para sumar 4 186 y 864. Los antiguos indios nos confieren brillantes pruebas algebraicas, aritméticas y geométricas sin haber centralizado los sistemas algebraicos, trigonométricos y geométricos. Tal vez sus matemáticas eran una colección de técnicas locales para resolver problemas. No puedo evitar citar aquí a Feynman: "Existen dos maneras de hacer la física: la griega (desde principios primarios, axiomas) y la babilona (relacionar una cosa con otra). Yo soy un babilonio. . . . No tengo una preconcepción de cómo es la naturaleza ni de cómo debe ser" (Mehra, 1994). Las matemáticas indias son quizá más cercanas al modo babilonio que al griego. Pero, ahora, hay un giro en esta historia. No es que los antiguos indios no hayan tenido nunca un sistema centralizado (por ejemplo, basado en principios primarios). La lógica India puede considerarse un sistema integrado. La gramática paniniana revela una tendencia centralizadora. La cuestión es esta: ¿por qué las matemáticas indias son, entonces, solamente una colección de algoritmos? Creo que la respuesta es la siguiente. Los antiguos indios nunca tuvieron una "filosofía" –amor por el conocimiento– en el sentido etimológico. Fueron motivados por una idea soteriológica denominada *mokṣa*: la liberación de todo sufrimiento. Los cuatro *Vedas* demostraban el camino a la liberación. Y para entender los *Vedas* uno debía estudiar seis *vedāṅga*s o disciplinas auxiliares que incluían los *Jyotiṣ* (la astronomía y la astrología). Las técnicas matemáticas fueron utilizadas, principalmente, para dos propósitos: la astronomía y los altares de sacrificio. Las matemáticas no tenían una posición independiente. Por un lado, el conocimiento de los cuatro *Upāṅga*s o disciplinas subsidiarias era absolutamente necesario para entender los *Vedas*. Uno de ellos era la Lógica (*Nyāya*). Por ello la lógica se tomó más en serio y se sistematizó. Después de todo, no podemos olvidar que inmediatamente después del Renacimiento la matemática se consideró inferior a la filosofía y la teología en la Europa ilustrada, pues la primera se asociaba con el comercio. ¡Las percepciones sociales sí cambian!

En la India antigua, las técnicas pedagógicas eran muy diferentes a las occidentales. Cada disciplina india tenía textos compuestos en un estilo de aforismo-comentario-suplemento (*sūtra-bhāṣya-vārtika*). Un aforismo era muy corto y críptico. Solía explicar y complementarse con un comentario y un comentario suplementario, respectivamente. La mayoría de los textos se transmitían de manera oral. El alumno tenía, primero, que aprender de memoria los aforismos y, luego, los comentarios. Un antiguo verso sánscrito dice: "Memorizar un texto es previo a y quizá más importante que entenderlo [desde la perspectiva pedagógica]". La idea es la siguiente: primero, copias el texto en tu mente y, después, te enfocas en él; el entendimiento te llegará después, como una luz. En este sistema, el texto viene primero y luego llega el *click*. Se promovía la transmisión oral de los textos, porque de esta manera los textos se grabarían en la memoria del alumno y, por otra parte, se protegerían de los forasteros. Así, en el modelo clásico indio aprender las cosas de memoria no era antagónico al entendimiento. Creo que los indios contemporáneos aún cargan este legado de la memorización, mucho tiempo después de haber abandonado el espíritu clásico indio del aprendizaje. Por eso están tan confundidos. Memorizan y ejecutan los algoritmos matemáticos, pero no esperan el *click* del entendimiento. De hecho, el examen de admisión para ingenieros más difícil de todo el planeta se lleva a cabo en la India cada año. La mayoría de los candidatos aprenden y memorizan muchas técnicas matemáticas y las aplican de manera –aunque muy inteligente– mecánica. En la India encontraremos a muchas personas así, que parecen máquinas para resolver problemas; pero quizá no encontremos a muchos matemáticos. Y esto podría ser el caso en muchas de las antiguas colonias de Europa Occidental. Tal vez no sea una buena idea comerse un helado Yorkshire Dales de la misma manera en que se come un burrito.

No podemos negar que, en el mundo de hoy, por *matemáticas* se entienden las matemáticas occidentales. Lo que acabo de mencionar de los problemas asociados con la pedagogía matemática en la India contemporánea podría aplicarse a muchas otras partes de nuestra aldea global. Quiero decir que la característica compartida es quizá la confusión provocada por cambiar del sistema pedagógico nativo al sistema occidental. Uno puede imitar el comportamiento del otro, aunque adoptar su espíritu puede ser más difícil. En este caso, es probablemente mejor que los no occidentales busquen el espíritu occidental de la pedagogía, que inicia con el entendimiento intuitivo de las materias, a que vivan con la confusión nativa. En 2007, la Fundación Nuffield llevó a cabo un estudio para revisar la literatura disponible de investigaciones sobre el aprendizaje de las matemáticas en los niños. Uno de los resultados de este estudio es un trabajo de Anne Watson, que describe que hay mucha imaginación en el aprendizaje de las matemáticas. ¿Dónde existe, en la realidad, la proporción (x/y) o la diferencia ($x-y$) entre dos números? Creo que la pedagogía matemática debe basarse en las técnicas psicológicas que promueven la imaginación matemática. Afortunadamente, la imaginación matemática es diferente a la creativa, ya que existe algo objetivo y universal en la primera. Aprender matemáticas probablemente es aprender las maneras de imaginar las relaciones entre las cantidades matemáticas. Tales relaciones no existen en el mismo sentido que existe la Torre Eiffel. No obstante, son tan objetivas como la Torre Eiffel. Tanto *Torre Eiffel* como la *declaración* $4:2::16:8$ son igualmente verdaderas para quien entiende el significado de estos términos. Es muy importante que el principiante aprecie que las verdades matemáticas sí existen en la mente de uno y, de hecho, en la mente de todos; uno las tiene que descubrir. Y este descubrimiento requiere una formación que ayude a que la imaginación crezca. En su momento, uno descubrirá un hecho maravilloso: que el mundo obedece las reglas matemáticas… nadie sabe por qué.

Nirmalya Guha
IIT, India

Referencias

Mehra, J. (1994). *The beat of a different drum*: *The life and science of Richard Feynman*. Oxford, Ingl.: Clarendon Press.

Watson, A. (2010). Key understanding in learning Mathematics. *Scottish Mathematical Council Journal*, *40*.