Reseña

La Conjetura de Poincaré

Gustavo Rubiano[1]

La Conjetura de Poincaré.
En busca de la forma del universo
Donal O'shea
Traducción de Ambrosio García Leal
Tusquets Editores, Barcelona (2008)

En los años 2002 y 2003 el matemático ruso Grigory Perelman publicó en el portal de internet ArXiv.org una serie de tres 'preprints' [1, 2, 3] cuyos resultados, de ser válidos, implicarían entre otras, la solución a la llamada *Conjetura de Poincaré.* Se necesitaron cerca de cuatro años para que, después de un trabajo riguroso y un escrutinio sin precedentes, los expertos proclamaran durante el 20° Congreso Internacional de Matemáticas celebrado en Madrid (CIM 2006), que efectivamente Perelman había demostrado la Conjetura de Poincaré.

En una saga de quince entregas, que parte de la biblioteca de Alejandría hasta llegar a la inconcebible biblioteca que es hoy la internet, Donald O'Shea[2] nos presenta en su libro *La Conjetura de Poincaré. En busca de la forma del universo*[3] la historia de esta conjetura junto al desenlace final y novelesco de su demostración.

[1] Departamento de Matemáticas, Universidad Nacional de Colombia.
`gnrubianoo@unal.edu.co`

[2] Donal O'Shea es Profesor Elizabeth T. Kennan de Matemáticas y decano de la Facultad/Vice Presidente para Asuntos Académicos en Mount Holyoke College. Su correo electrónico es `doshea@mtholyoke.edu`.

[3] Traducido del original *The Poincaré Conjecture: In Search of the Shape of the Universe* (2007) a más de 11 idiomas. La traducción al castellano es de la editorial Tusquets, 2008.

Las 322 páginas que componen este escrito son el resultado de una cuidadosa investigación histórica sobre la génesis, la formulación y la prueba de la conjetura; para este cometido, O'Shea contó no sólo con asistencia técnica sino que también visitó las fuentes y los archivos históricos en diferentes países. Partiendo de la antigua Grecia, recorre la geometría a través de los siglos, visita los protagonistas principales en el contexto social y académico de su tiempo: Euclides, B. Riemann, F. Klein, H. Poincaré, W. Thurston, R. Hamilton y G. Perelman, dándonos detalles íntimos y personales de su vida y entorno. No de otra manera, entenderíamos el porqué y el cómo de la decisión de Perelman, su último protagonista, en rechazar los premios, honores y dineros (más de dos millones de dólares), a cambio de continuar una vida en solitario al lado de su madre, en un barrio humilde donde muere el metro al sur de San Petersburgo (Rusia).

La topología y clasificación de las variedades de dimensión dos, llamadas también superficies, era un problema entendido y resuelto en el siglo XIX. Una clasificación y estudio similar para las variedades de dimensión tres fue emprendido por Henri Poincaré en los albores del siglo XX. La Conjetura de Poincaré corresponde a la pregunta planteada por él en la última página de la última sección del último de sus grandes artículos topológicos [4] en el año 1904: *¿La única variedad tridimensional compacta (sin borde) en la que todo bucle puede contraerse en un punto es una triesfera?* De manera visionaria, el mismo Poincaré comentó sobre la Conjetura de Poincaré, *"Mais cette question nous entraînerait trop loin"*. Como lo anota O'Shea en la entrega–capítulo 2, la Conjetura de Poincaré proporciona herramientas matemáticas y conceptuales para meditar sobre la hipotética forma del universo. Este segundo capítulo y los tres siguientes son una motivación a las formas que de la Tierra ha tenido el intelecto humano, y en tiempos más modernos a los posibles mundos y formas que el universo podría tener. Es aquí donde la intervención de la topología es fundamental.

La entrega quinta de la saga es una de las más bellas descripciones de la obra de Euclides consignada en sus *Elementos*, donde codifica las matemáticas desarrolladas desde los tiempos de Tales y Pitágoras. Para un estudioso de la geometría este capítulo es de lectura obligatoria; en éste se analiza el rigor, la longevidad, la popularidad y la pertinencia de *Los Elementos*. Se da paso al capítulo sexto para mostrar cómo evoluciona la geometría al tratar de entender el quinto postulado de *Los Elementos*, generalizar a las geometrías no euclídeas, y describir la obra y adentrarse en la intimidad de tres personajes centrales en la historia: C. F. Gauss, N. Lobachevsky y J. Bolyai.

La obra de Bernhard Riemann es descrita con exquisita precisión a lo largo de los capítulos siete y ocho. Para ello el autor se adentra en el análisis político, social y económico de cómo se da la emergencia de la investigación universitaria alemana en vida de Riemann y cómo, a principios del siglo XIX, los centros científicos alemanes logran rivalizar con París o Londres. “Comprender el punto de vista de Riemann con sus esferas y geodésicas es capital para entender el desarrollo de las matemáticas y las ciencias en el siglo XX”. Al fin y al cabo, la contribución de Riemann a la comprensión de la topología de superficies fue enorme.

El capítulo nueve es el turno para F. Klein y H. Poincaré, éste último nacido en 1854, dos semanas antes de la trascendental conferencia (la disertación para optar a la carrera docente) de Riemann, que el mundo inmortalizaría como uno de los documentos recurrentes en la historia de la ciencia. Esta entrega es un discurrir en la vida y obra de estas vidas paralelas y antagónicas, alejadas geopolíticamente en un inicio. Sin duda, el autor, a partir de su propia investigación en campo (archivos, cartas, ciudades, personajes), hizo de este capítulo un documento novedoso en la historia de la matemática. Klein fue un éxito en Gotinga, mientras Poincaré lo sería en París. El capítulo diez es una explicación extendida de los artículos topológicos de Poincaré, inmerso en la búsqueda de invariantes que permitieran distinguir y clasificar las diferentes variedades.

El capítulo 11 es una aguda exposición sobre el estado de la matemática y la física al inicio del siglo XIX. Se comenta la obra no académica de Poincaré, la cual incluye la publicación de varios libros dirigidos al ‘gran público’ con traducciones a más de 23 idiomas. Analiza la relación científica que tuvo Poincaré con otros colegas, como M. Dehn, D. Hilbert y H. Tietze. Se comentan los primeros esfuerzos en refutar o demostrar la Conjetura de Poincaré, habiendo sido el propio Poincaré quien reconociera un error en uno de sus intentos por demostrarla, errores que continuarían con Henry Whitehead en 1934 hasta el año 2002 con la demostración errónea de M. Dunwoody.

Esta exposición continúa en el capítulo 12 mostrando cómo la Conjetura de Poincaré adquiere fama y se afianza como uno de los grandes retos de la matemática. Por primera vez O’Shea escribe tanto de la emergencia de la matemática en Norteamérica —“. . . antes del siglo XX ninguna universidad norteamericana podría considerarse de prestigio mundial. . . ”—

como de la escuela rusa, mucho más antigua, teniendo en la Universidad de Moscú uno de los centros matemáticos más importantes del mundo. Desafortunadamente, y como consecuencia de las purgas de Stalin, los matemáticos soviéticos dejaron de publicar en revistas occidentales, y a partir de entonces sólo publicaron en Rusia y en ruso: aislamiento.

El periodo de la posguerra (segunda) es descrito con la introducción de conceptos topológicos y un esfuerzo pegagógico por aclarar el significado de algunos de éstos. Para los años 1960, J. Milnor había introducido ideas y métodos que desataron una fiebre investigadora que le permitirían a S. Smale demostrar la versión de la Conjetura de Poincaré para todas las esferas de dimensión cinco o superior (Medalla Fields). Pero el método de Smale dejaba de ser efectivo sobre la cuadriesfera (en cinco dimensiones). La Conjetura de Poincaré generalizada debería esperar 20 años para ser demostrada en esferas de dimensión cuatro. M. Freedman lo haría en 1982 (Medalla Fields en 1983). Restaba demostrar la pregunta original: *la Conjetura de Poincaré para la esfera de dimensión tres.* Si el universo es una variedad tridimensional, en la cual vivimos, ¿es una esfera?

Para este año de 1982 los esfuerzos por demostrar la conjetura habían sido infructuosos. La Conjetura de Poincaré había 'arruinado' varias carreras de prominentes matemáticos en el esfuerzo por demostrarla o refutarla, entre ellas la del matemático griego emigrado a Princeton, Christos Papakyriakopoulos, cuya vida fue novelada en *El tío Petros y la Conjetura de Goldbach*, escrito por A. Doxiadis. De hecho, J. Stallings escribió un artículo sobre cómo no demostrarla [5]. A continuación, O'Shea nos presenta detalles sobre la obra de dos grandes matemáticos, B. Thurston y R. Hamilton, obra sobre la cual Perelman desarrolló sus ideas de aplicar el flujo de Ricci (introducido por Hamilton) en la solución de la Conjetura de Geometrización la cual implicaría la Conjetura de Poincaré.

Las últimas 20 páginas del libro son un tributo a la mente brillante de Perelman, y la gloria de haber demostrado en solitario, con ingenio y técnicas refinadas, uno de los grandes retos de la matemática que se había resistido por más de 100 años a ser demostrada. Son una crónica a los eventos particulares que rodearon el CIM 2006 de Madrid, donde Perelman recibió la Medalla Fields (el premio más codiciado, otorgado sólo a un matemático menor de 40 años) y de manera singular la rechazó. El posterior rechazo al premio de un millón de dólares otorgado por el Instituto Clay [6], a sabiendas que, aunque su trabajo no había sido publicado en ninguna revista especializada, sí había sido aceptado por los expertos. Y finalmente, su negativa a hablar con la prensa o permitir entrevistas, conducta que mantiene hasta la fecha, después de decidir abandonar la matemática[4].

El excelente libro escrito por O'Shea es, sin duda, uno de los grandes encuentros entre la ciencia, la narrativa y el periodismo. Ha recibido numerosos premios y constituye un gran suceso en la difusión de la matemática, pues sin duda alguna, la saga de Perelman ha llegado al 'gran público'.

Referencias

[1] G. Perelman, *The entropy formula for the Ricci flow and its geometric applications*, arXiv:math.DG/0211159 (2002).

[2] G. Perelman, *Ricci flow with surgery on three-manifolds*, arXiv:math.DG/0303109 (2003).

[3] G. Perelman, *Finite extinction time for the solutions to the Ricci flow on certain three-manifolds*, arXiv:math.DG/0307245 (2003).

[4] H. Poincaré, *Cinquiéme complément à l'analysis situs*, Rend. Circ. Mat. Palermo **18**, 45 (1904). [Reprinted in Oeuvres, Tome VI (Paris, 1953), p. 498.]

[5] J. Stallings, *How not to prove the Poincar conjecture*, Ann. Math. Stud. **60** (Princeton University Press, Princeton, N.J., 1966).

[6] `http://www.claymath.org/poincare/millenniumPrizeFull.pdf`

[4] Para conocer más detalles sobre la vida y obra de Perelman se puede consultar *Perfect Rigor: A Genius and the Mathematical Breakthrough of the Century* (Masha Gessen, Houghton Mifflin Harcourt, 2009).