

**Grandes corrientes de la matemática
en el siglo XX.
V. Panorama de las Medallas Fields (1936–2010)¹**

Fernando Zalamea²

*Departamento de Matemáticas
Universidad Nacional de Colombia
Bogotá*

Este penúltimo artículo de la serie *Cátedra Granés 2008* ofrece una mirada de conjunto sobre el desarrollo de las matemáticas en el siglo XX, gracias a un estudio global de los Medallistas Fields. Se enfatiza la preponderancia de las escuelas norteamericana, francesa y rusa en la obtención de las distinciones, y se revisa la influencia de Grothendieck en el Panorama Fields. Se describen algunos casos particulares (Kontsevich, Voevodsky, Tao, Villani), como ejemplos de tendencias generales premiadas en los cuatro últimos Congresos de la Unión Matemática Internacional.

Palabras claves: Medallas Fields,
geometría, teoría de números, análisis, álgebra.

A panoramic view of XXth century mathematics is offered through a global study of the Fields Medalists. The force of American, French and Russian schools is underlined and Grothendieck's influence in the Fields panorama is evaluated. Some particular cases (Kontsevich, Voevodsky, Tao, Villani) are described.

Keywords: Fields Medals,
geometry, number theory, analysis, algebra.

MSC: 01A60

Recibido: 10 de diciembre de 2012 Aceptado: 11 de diciembre de 2012

¹ Las cuatro primeras partes de esta serie han aparecido en Boletín de Matemáticas **16**(2), 95–114 (2009), **17**(1), 13–26 (2010), **18**(2), 109–122 (2011) y **19**(1), 19–36 (2012).

² www.docentes.unal.edu.co/fzalamea/

1 Una visión global de los Medallistas Fields

Las Medallas Fields, abreviación para “International Medals for Outstanding Discoveries in Mathematics”, se otorgan desde 1936, gracias a las eficaces labores administrativas del Profesor John Charles Fields (1863–1932), quien, luego de organizar el Congreso Internacional de Matemáticas de Toronto (1924), consiguió obtener un excedente que se destinó como soporte inicial para los Premios. La cara de la Medalla representa a Arquímedes, con la inscripción en latín “Transire Suum Pectus Mundoque Potiri” (Trascender las limitaciones humanas y dominar el universo), mientras el reverso reconoce el premio otorgado por la comunidad de matemáticos (véase la figura 1).

Una tradición no escrita durante mucho tiempo (ya lo está desde 2006) otorgaba las Medallas Fields a investigadores menores de 40 años, lo que refrendaba la importancia de realizar “descubrimientos sobresalientes” en la juventud, base de un posterior “dominio del universo”. Puede decirse que todo Medallista Fields ha contribuido de manera decisiva al desarrollo de las matemáticas (aunque el converso no es cierto), y una breve exploración de las obras de los Medallistas sintetiza compactamente la matemática desde 1936 hasta hoy (para mayores datos, véanse [Albers, Alexanderson & Reid 1987] y, sobre todo, [Atiyah & Iagolnitzer 2003]).

La figura 2 incluye los nombres de todos aquellos matemáticos que



Figura 1. La Medalla Fields.

han recibido la Medalla Fields hasta el momento (en rojo, Grothendieck, influencia central que estudiamos en la sección 2, en azul ejemplos de últimos Medallistas, que revisamos en la sección 3). La primera distribución que realizamos de sus trabajos en la figura 2 puede considerarse “grosera” (casi en un sentido topológico), al aunarlos en grandes regiones “clásicas” de la matemática (análisis, teoría de números, álgebra, geometría y topología, lógica).

En realidad, los trabajos de casi todos los Medallistas Fields trascienden con creces esas fronteras artificiales de las subdisciplinas matemáticas. Sus contribuciones resultan importantes precisamente al romper inapropiados encasillamientos, gracias al uso de herramientas de algunos subcampos (mat_n , $n = 1, 2, 3, \dots$) en otros subcampos alternos (mat_m). Mientras mayor sea el índice n , mayor tiende a ser el impacto del trabajo en cuestión. Se trata de una matemática rica en tránsitos y en movimientos transdisciplinares.

Si volvemos a recordar la “tabla fenomenológica” que guía esta serie (ver tabla 1), se observa la dialéctica fundamental entre los “modos”

análisis	teoría números	álgebra	geometría	lógica	
Ahlfors 1936	Selberg 1950	Serre 1954	Thom 1958	Cohen 1966	
Douglas 1936	Roth 1958	Thompson 1970	Milnor 1962	⋮	
Schwartz 1950	Baker 1970	Margulis 1978	Grothendieck 1966		
Kodaira 1954	Bombieri 1974	Quillen 1978	Smale 1966		
Hörmander 1962	Faltings 1986	Jones 1990	Hironaka 1970		
Atiyah 1966	Drinfeld 1990	Mori 1990	Novikov 1970		
Fefferman 1978	Gowers 1998	Zelmanov 1994	Mumford 1974		
Bourgain 1994	Lafforgue 2002	Borcherds 1998	Deligne 1978		
Lions 1994	Tao 2006	Okounkov 2006	Connes 1982		
Yoccoz 1994	Lindenstrauss 2010		Thurston 1982		
Werner 2006	Chau 2010		Yau 1982		
Smirnov 2010			Donaldson 1986		
Villani 2010			Freedman 1986		
"encasillamientos" inapropiados ----->			Witten 1990		singularidad lógica
múltiples vaivenes en la tabla <-----			Kontsevich 1998		regularidad geométrica
			McMullen 1998		
			Voevodsky 2002		
			Perelman 2006		

Figura 2. Medallistas Fields 1936–2010.

iniciales otorgadas a especialistas (variable compleja, geometría diferencial, análisis funcional, teoría analítica de números), la aparición de algunos actores de Bourbaki (Schwartz, Serre, Thom, Grothendieck) transforma el Panorama y los matemáticos merecedores de la Fields tienden a ser desde entonces *grandes transversalistas* (o, como se hubiese dicho antes, *universalistas*). De hecho, son pocas las “singularidades no transversales” en el Panorama, y responden a la resolución de arduos problemas clásicos en regiones locales de la matemática (*e.g.*, Cohen 1966, Thompson 1970, Baker 1970, Zelmanov 1994). En conjunto, desde Thom y Milnor, la geometría (ver las dos columnas verdes en la figura 4, así como el primer *cluster* en gris oscuro, con el enlace explosivo de geometría y topología diferencial) se mantiene a lo largo de todo el Panorama Fields como la *fuerza invasiva mayor* de las matemáticas, con enormes ramificaciones en todas las demás sub-disciplinas. Diversas formas de análisis (funcional, armónico, ecuaciones diferenciales parciales), algo singularizadas antes de los noventa, explotan a su vez bajo la influencia de la escuela francesa (segundo *cluster* en gris claro: Bourgain 1994, Lions 1994, Yoccoz 1994, Werner 2006, continuados por Villani 2010).

Una visión de conjunto del Panorama Fields refuerza la sensación de tener que ir adoptando nuestros Programas Curriculares hacia esa *realidad creativa universal* en que consiste la *matemática transdisciplinar*. Ciertamente, el quedarnos cómodamente asentados en nuestras sub-sub-disciplinas no ayudará al crecimiento de la matemática colombiana.

2 Las grandes escuelas matemáticas en el siglo XX. El lugar de Grothendieck

Las escuelas matemáticas tienen, en efecto, un claro cariz nacional, y aquellos países que han logrado incidir en la *transversalidad* matemática son los que han moldeado más profundamente la peculiar “geometría de nudos y cruces” del Panorama Fields. Estados Unidos, con trece (13) Medallas, lidera el Panorama, debido sobre todo a desarrollos entre los años 1960 y 1980, en parte ligados a su condición de superpotencia, que había logrado atraer a muchos Maestros europeos a lo largo y después de la Segunda Guerra Mundial. Francia, con once (11) Medallas, sigue muy de cerca, gracias a dos grandes momentos: la abstracción geométrica de los años 1950–1970 (Serre, Thom, Grothendieck) y un enorme impulso

	36 A	36 D	50 Sc	50 Se	54 K	54 S	58 R	58 T	62 H	62 M	66 A	66 C	66 G
modelos conjuntos												•	
teoría númer. algebraica						•							•
teoría númer. analítica				•			•						
categorías haces													•
teoría de grupos						•							
geometría algebraica					•	•					•		•
variable compleja	•				•	•					•		•
geometría diferencial		•						•		•			
topología algebraica						•					•		•
topología diferencial								•		•			
análisis funcional			•										•
análisis armónico									•				
ecuaciones dif. parc.			•					•	•		•		
sistemas dinámicos										•			
física matemática											•		

Serre

primer transversal Fields

Grothendieck

mayor transversal Fields

analítico en las últimas dos décadas (6 Medallas en los últimos cinco Congresos 1994–2010). En tercer lugar, se sitúa la Unión Soviética/Rusia, con nueve (9) Medallas, producto de una verdadera explosión en el estudio de interconexiones entre física, análisis y geometría (también 6 Medallas en los últimos cinco Congresos). Notable es el cuarto lugar de Inglaterra, con seis (6) Medallas, lo que confirma el lugar reconocido de su escuela.

Japón cuenta con tres (3) Medallas, Bélgica con dos (2) Medallas, los países nórdicos (Finlandia, Noruega, Suecia) obtuvieron una (1) Medalla cada uno en las primeras celebraciones Fields, y, finalmente, Italia, Israel, Nueva Zelanda, Australia y Alemania, poseen también por su lado una (1) Medalla. Comparado con el papel gigantesco ejercido por Alemania en el desarrollo de la matemática moderna (Riemann, Dedekind, Cantor, Hilbert, Weyl, Artin, Noether, etc.), entristece la estrepitosa caída de la escuela alemana en el hacer matemático contemporáneo. Después de la Segunda Guerra Mundial, el decaimiento alemán es prueba dolorosa de cómo los entornos sociológicos afectan de manera profunda el desarrollo de las matemáticas. En efecto, la matemática –tarea “en honor del espíritu humano”, en la frase de Jacobi– se realiza en circunstancias humanas que determinan completamente su eclosión o su fracaso. Desde nuestra perspectiva del subdesarrollo, no es por tanto una casualidad que América Latina no haya podido conseguir aún su primera Medalla Fields.

Dentro de las 52 Medallas otorgadas entre 1936 y 2010, las potencias norteamericana, francesa y soviético/rusa lideran la renovación matemática. Combinando el notable desempeño francés en el Panorama Fields con el lugar imprescindible de la escuela francesa en la eclosión de la matemática moderna (Galois, Poincaré, Lebesgue, Cartan, Herbrand, Weil, etc.) se concluye –tal vez sorprendentemente, en contra de opiniones recibidas– que Francia debe situarse en la *punta de la invención matemática del último par de siglos* (matemática moderna: 1830–1950; matemática contemporánea: 1950–hoy; para precisiones y una extensa discusión, véase [Zalamea 2009/2012]). Las razones de un tal éxito son sin duda múltiples, pero merecen mencionarse aspectos tanto *externos*, como *internos*: por un lado, la capacidad de haber concretado un hacer matemático estable, de altísima exigencia, dentro de un sistema de educación que apunta a la excelencia (*Classes Préparatoires, Grandes Écoles*, pensando, en particular, en la enorme influencia de la *École normale supérieure*); por otro lado, la formación de un *talante* de capacidad abs-

tractiva excepcional, donde la generalización, lejos de ser gratuita, permite *liberar* las hipótesis y los constreñimientos sobre los objetos y sus representaciones, algo que, siguiendo a Riemann, lleva a un verdadero festín de la inteligencia matemática.

Si Riemann puede tal vez considerarse como el matemático visionario más influyente del siglo XIX, Grothendieck es sin duda su equivalente para el siglo XX (para un breve esbozo sobre la obra de Grothendieck, véase nuestro artículo anterior en esta serie; para un esbozo más extenso, véase [Zalamea 2009/2012]; la lectura de fragmentos de su gigantesca obra es, sin embargo, irremplazable [Grothendieck & Dieudonné 1960–1967], [Grothendieck *et al.* 1960–1969], [Grothendieck 1985–1986]). La influencia de Grothendieck resulta ser de hecho inigualable en el Panorama Fields:

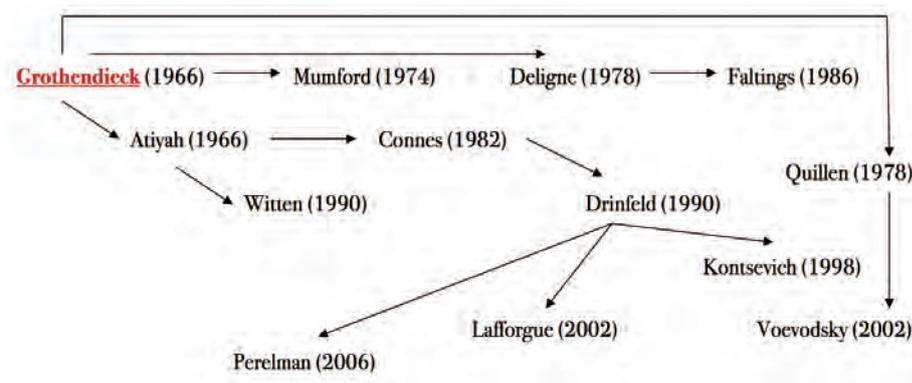


Figura 4. Influencia de Grothendieck en los Medallistas Fields.

Toda la geometría posterior le involucra, y podría así enunciarse (polémicamente, pero con un alto grado de veracidad) el siguiente “lema fundamental”:

Lema Fundamental de la Geometría (aritmética, algebraica, homológica, compleja, funcional, topológica, lógica). Todo está en Grothendieck (!)

La prueba de las conjeturas de Weil y la invención de los dibujos de niños (aritmética), la teoría K y los esquemas (álgebra), los *stacks* y los motivos (homología), el grupo de Grothendieck–Teichmüller (variable compleja), los espacios nucleares (análisis funcional), los haces y los

topos (topología), los recubrimientos y amalgamas (lógica) son testigos, en efecto, de la irrefrenable creatividad geométrica de Grothendieck.

Desde el punto de vista de las diversas escuelas, es fácil observar la *universalidad* de su influencia, con recepciones particularmente fuertes en los tres “mundos” que lideran el Panorama Fields: anglosajón (Atiyah, Mumford, Quillen, Witten), ruso (Drinfeld, Kontsevich, Voevodsky, Perelman) y francés (Deligne, Connes, Lafforgue). Su potencia intelectual ha construido enteras cohortes de herramientas y definiciones (más de mil, según el mismo Grothendieck), ligadas a profundos problemas que sin duda serán objeto futuro de otras Medallas Fields.

3 Algunos Medallistas Fields en los últimos tiempos (1998–2010)

Los últimos cuatro Congresos Internacionales de Matemáticas han otorgado catorce (14) Medallas Fields, donde las preponderancias rusa (cinco (5) Medallas) y francesa (cuatro (4) Medallas) han sido aplastantes. En una primera aproximación “grosera”, las interrelaciones entre teoría de números y geometría han sido las más espectaculares, con siete (7) Medallas en ese primer “nudo”, así como las interrelaciones entre análisis y geometría, con seis (6) Medallas en un segundo “nudo”. Como ejemplo de trabajos premiados, mencionamos a continuación un Medallista Fields distinguido en cada uno de los últimos Congresos: Kontsevich (1998), Voevodsky (2002), Tao (2006), Villani (2010) (para mayores precisiones sobre los dos primeros, véase [Zalamea 2009/2012]; Tao es fácil de seguir en su blog; para Villani, véase [Zalamea 2013]).

Maxim Kontsevich (Rusia, 1964) ha estudiado los fundamentos matemáticos de la física a lo largo de tres grandes direcciones: *(i)* diagramas de Feynman en álgebra y topología, *(ii)* simetría espejo, *(iii)* cohomología cuántica. En el primer ámbito, su prueba de la conjetura de Witten (equivalencia de dos modelos de gravitación cuántica), su construcción de invariantes de nudos (integral de Kontsevich) y sus resultados de cuantización formal de variedades de Poisson, le han permitido introducir potentes herramientas cuya heurística (proveniente de la física cuántica) y cuya sofisticada técnica (proveniente del Programa de Grothendieck) producen un novedoso balance entre física y matemáticas. En los otros dos ámbitos, un uso muy fino de la geometría algebraica ha develado resultados tan sorprendentes como una equivalencia (vía

geometría no conmutativa) entre variedades algebraicas complejas y variedades simplécticas reales, una acción del grupo de Grothendieck–Teichmüller sobre las constantes universales de la física (!), y un enlace entre *operads*, cohomología de álgebras de Lie y topología de variedades que puede servir de fundamento para la cohomología cuántica. Comenta Kontsevich: “Como matemático, es muy interesante descifrar las reglas de juego en la física teórica. Allí, no se ven mucho las estructuras, sino sobre todo la simetría, la localidad y la linealidad de las magnitudes observables. Es muy sorprendente que esas exigencias débiles lleven finalmente a estructuras tan ricas y complejas” (2003). Siguiendo a Kontsevich, puede decirse en realidad que *la gran tarea del pensamiento matemático contemporáneo* consiste en la revelación de estructuras “ricas y complejas” –del tipo Grothendieck, asociadas al “Lema Fundamental de la Geometría” sugerido en la sección 2– en todos los ámbitos del pensamiento exacto (y, dentro del Panorama Fields, en los ámbitos del análisis y la teoría de números).

La obra de Vladimir Voevodsky (Rusia, 1966) confirma esa tendencia. A la búsqueda de una formalización adecuada de los motivos de Grothendieck (los “arquetipos” iniciales de todas las cohomologías), Voevodsky introdujo *nuevas formas de topología para los objetos algebraicos* gracias a una táctica doble de generalización y suavización. Por un lado, desde una perspectiva topológica, extendió la *cohomología singular* (*CohSing*), formada por cirugías de un *espacio*, a una teoría K topológica de fibraciones vectoriales del espacio; por otro lado, precisó la *cohomología motivica* (*CohMot*), formada por cirugías de una *variedad algebraica*, y la extendió a una teoría K algebraica de esquemas de haces. Partiendo de una variedad algebraica X y del espacio $X(C)$ de soluciones complejas del sistema de ecuaciones X , la teoría clásica mostraba grandes diferencias entre las dos aproximaciones $CohSing(X(C))$ y $CohMot(X)$. En cambio, gracias a sus procesos de abstracción (y consiguiente suavización: enseñanzas desde Riemann), Voevodsky pudo introducir modificaciones no clásicas que aseguraron un isomorfismo entre $CohSingVoev(X(C))$ y $CohMot(X)$, dando lugar así a una descripción precisa y formal de los motivos grothendickianos. Desde 2002, en el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton, Voevodsky ha cambiado completamente su rumbo investigativo (característica de los más grandes), y busca ahora una nueva fundamentación constructiva de las matemáticas (*Univalent Foundations*, año 2012–2013 dedicado a encuentros internacionales sobre el tema), donde los modelos naturales dejarían de ser con-

juntos abstractos (de tipo combinatorio/existencial) para pasar a convertirse en clases de homotopía (de tipo topológico/constructivo). En medio de esas investigaciones, Voevodsky ha llegado a expresar serias dudas acerca de la eventual consistencia de la teoría de conjuntos ZF.

Terence Tao (Australia, 1975), apodado en revistas de divulgación como “el Mozart de las matemáticas” o como “*Mr. Fix-it* para investigadores frustrados”, parece contar, en efecto, con una facilidad, una fluidez y una armonía raras. Niño y joven prodigio (comprensión de problemas aritméticos a los dos años, clases universitarias a los nueve, oro matemático olímpico a los trece, doctorado a los veinte, profesor titular a los veinticuatro, rompiendo en cada caso un record de edad), ha sido a los 31 años el más joven Medallista Fields después de Jean-Pierre Serre (28 años). Su obra puede considerarse como paradigma de la *Transversalidad Fields*, con trabajos en teoría analítica de números, combinatoria, análisis armónico, ecuaciones diferenciales parciales, teoría de representaciones, etc. Entre el cálculo y la abstracción, entre lo discreto y lo continuo, Tao recorre, con la sencillez de los Maestros, toda la Rosa de los Vientos matemáticos. A la par de Timothy Gowers (Fields 1998), Tao mantiene un blog dinámico, donde la *matemática en acción* se dispara hacia todas las direcciones (entre otras labores, Tao fue el primero en encontrar (2011) el error en la supuesta demostración de la inconsistencia de ZF, según Edward Nelson). Tao es un ejemplo interesante de nuevas formas de hacer matemáticas: *internamente*, dentro de la disciplina, correlacionando los más diversos aparatos técnicos, y *externamente*, a lo largo de la Red, situándose en permanente discusión con sus colegas. La figura mítica del matemático distraído y abstraído en su Torre de Marfil podría estar destinada a una modificación de peso, gracias a una nueva generación alerta y abierta, dispuesta a enfrentarse a todo tipo de problemas.

Cédric Villani (Francia, 1973) forma parte de esa nueva generación despierta y desinhibida. Producto perfecto del sistema de excelencia francés, Villani cuenta además con una personalidad arrolladora, envuelta en una vestimenta que nos retrotrae en un instante al Siglo de las Luces, capaz de los más sacrificados duermevelas matemáticos (ver su reciente libro *Théorème vivant* (2012), reseñado en [Zalamea 2013]), pero capaz también de realizar multitud de conferencias divulgativas y labores administrativas (Director actual del *Institut Henri Poincaré*). Especialista en las ecuaciones diferenciales parciales de la física estadística –y,

en particular, en la ecuación de Boltzmann, donde Villani encuentra “la flecha del tiempo, la mecánica de fluidos, la teoría de probabilidades, la teoría de la información, el análisis de Fourier . . .” – el matemático francés introduce en sus trabajos las más variadas herramientas del análisis funcional, la geometría diferencial y la geometría riemanniana. Combinando, como todos los Medallistas Fields, *asombrosas destrezas técnicas y formas inesperadas de visión*, Villani (1) observa el *más allá*, y (2) construye las rutas que, del *acá*, se dirigen hacia esas regiones vírgenes. *Entre lo imaginario y lo concreto*, los Medallistas Fields van creando así muchas de las nuevas dinamografías y topografías en las que se mueve la matemática.

Bibliografía

- [Albers, Alexanderson & Reid 1987] D. J. Albers, G. L. Alexanderson and C. Reid, *International Mathematical Congresses. An Illustrated History 1893–1986* (Springer, New York, 1987).
- [Atiyah & Iagolnitzer 2003] M. Atiyah and D. Iagolnitzer (eds.), *Fields Medallists’ Lectures* (World Scientific, Singapur, 2003).
- [Grothendieck 1985–1986] A. Grothendieck, *Récoltes et Semailles*, manuscrito inédito (1985–1986).
- [Grothendieck & Dieudonné 1960–1967] A. Grothendieck (redactado en colaboración con Jean Dieudonné), *Éléments de Géométrie Algébrique*, cuatro volúmenes (8 partes) (IHES, París, 1960–1967).
- [Grothendieck *et al.* 1960–1969] A. Grothendieck *et al.*, *Séminaire de Géométrie Algébrique du Bois–Marie*, siete volúmenes (12 partes), fascículos originales multicopiados, 1960–1969 (Springer, Berlín, 1970–1973).
- [Zalamea 2009/2012] F. Zalamea, *Filosofía sintética de las matemáticas contemporáneas* (Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, 2009) [traducción inglesa, revisada y completada: *Synthetic Philosophy of Contemporary Mathematics* (Urbanomic/Sequense, London/New York, 2012)].
- [Zalamea 2013] F. Zalamea, “*Cédric Villani. Théorème vivant*”, Boletín de Matemáticas **20**(1) (2012); por aparecer.