Resolución y Exploración de Problemas

Por: Ricardo Cedeño Tovar*
Johany Ramirez Salazar**

En los últimos años se ha hablado sobre la resolución de problemas como un método ideal para desarrollar el raciocinio y para motivar a los alumnos en el estudio de la Matemática. Vemos en las salas de clase y en los libros de texto listas interminables de problemas del mismo tipo y que pueden ser resueltos "conforme a un modelo establecido". Es bastante claro que esto no propicia el desarrollo del raciocinio de los estudiantes y al contrario, en vez de motivarlos, producen actitudes negativas con relación a la Matemática.

En la tentativa de revertir esta situación, podemos desarrollar el proceso de enseñanza - aprendizaje en forma de desafío y en ocasiones especiales, proponer problemas interesantes que puedan ser "explorados" y no solo resueltos.

"Explorar" un problema significa procurar soluciones alternativas, además de analizarlos desde diferentes puntos de vista. Así, un mismo problema puede tener una resolución aritmética, otra algebraica o geométrica, o puede ser resuelto por una estrategia heurística, sin el uso de algoritmos o de conocimientos matemáticos específicos. Es evidente que esto no siempre será posible con cualquier problema.

En la primera parte la "exploración " debe ser conducida por el profesor con especial cuidado

---

* Profesor titular Universidad Surcolombiana. Magister en Matemáticas, Universidad Nacional de Colombia

** Estudiante de Especialización en Educación Matemática. Universidad Surcolombiana

Algunos problemas ideales para ser "explorados" son los llamados "problemas de proceso" o sea, aquellos que no pueden ser resueltos usando apenas una o dos operaciones, pero requieren el uso de una estrategia adecuada

Después que el alumno "comprende" realmente el problema y su(s) resolución(es) debe ser incentivado a explorar extensiones y variaciones del mismo problema, sugeridos inicialmente por el profesor y después por él mismo.

Para ilustrar esto, veamos como puede ser "explorado" el siguiente problema:

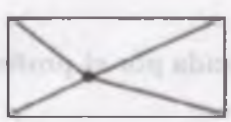
Para construir un arreglo ornamental un operario requiere pedazos triangulares de vidrio. El pretende aprovechar un vidrio rectangular defectuoso, con diez bolas de grumo, siendo que no hay tres de estas bolas alineadas entre sí y ninguna de las bolas está en uno de los lados, ni en el vértice del rectángulo.

Para evitar bolas de grumo en su proyecto final, él decide cortar los pedazos triangulares con los vértices coincidiendo con una bola de grumo y con uno de los extremos del vidrio original. ¿Cuántos pedazos triangulares cortó el operario?.

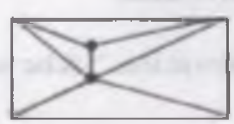
Inicialmente el alumno debe entender cómo será cortado el vidrio. Es claro que eso no es inmediato con diez bolas. Una estrategia a ser usada, puede ser:

Resolver un problema más simple:

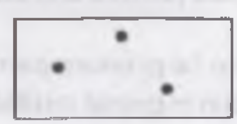
Haciendo los cortes en el caso de una bola, dos bolas, tres bolas, ..., el alumno es llevado a percibir que el número de triángulos depende del número de bolas.



Una bola cuatro triangulos



Dos bolas seis triangulos



Tres bolas ? triangulos

Se observa que para el mismo número de bolas. hay más de una configuración posible, si el número de triángulos depende sólo del número de bolas, es preciso tener algunas propiedades para cada caso.

Por ejemplo, con dos bolas, tenemos:

- Cada bola es vértice de cuatro triángulos, será que en todas las configuraciones esto ocurre? Hago otras configuraciones para verificar.

- Cada bola es vértice de por lo menos cuántos triángulos? ¿y a lo más?

- Cada esquina del vidrio original es vértice de cuantos triángulos?

Trate de relacionar algunas preguntas semejantes para el caso de tres bolas. Después de eso, una estrategia puede continuar de la siguiente forma:

1. Procurar una ley de formación y generalizar.

Dependiendo del nivel de los alumnos, ellos perciben que una bola adicional genera una transformación de un triángulo en tres nuevos triángulos.

A partir de eso, una ley de formación puede ser encontrada a través de la construcción de una tabla así:

Número de bolas	Número de Triángulos
1	4
2	6
3	8
4	10
. . .	. . .
10	22
. . .	. . .
n	2n+2

Concluimos, entonces, que la ley de formación es 2n+2, y la respuesta a nuestro problema es: 22 pedazos triangulares.

2. Solución geométrica.

Como la suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo es 180º y el número de triángulos es independiente de la manera como se descompone el vidrio, la suma S de las medidas de los ángulos internos de todos los triángulos es 180º veces el número de triángulos. Por otro lado, S = suma de las medidas de los ángulos entorno de cada bola + suma de las medidas de los cuatro ángulos rectos de los vértices del vidrio rectangular.

$$S = 360^{0}.10 + 90^{0}.4 = 3960^{0}$$

Luego el número de triángulos será: $\dfrac{3960^{0}}{180^{0}} = 22$

De manera general, para n bolas: $\dfrac{360^{0}n+90^{0}.4}{180^{0}} = 2n+2$

3. Exploremos ahora, algunas extensiones del problema.

a. Resolver el mismo problema con un vidrio triangular
b. Resolver el mismo problema con un vidrio en forma de pentágono
c. Con n bolas, considere el vidrio original en forma de m - ágono. ¿Podría obtener una regla general para el número de triángulos obtenido?
d. ¿La respuesta del problema sería diferente si el vidrio original tuviese la forma de un cuadrilátero no regular?
e. ¿Qué acontece si, en lugar de triángulos, quisiéramos cortar el vidrio en forma de m - ágonos?

Observación final.

Para que el profesor lleve a sus alumnos a "explorar" los problemas, él debe tener siempre, y no sólo durante la actividad de resolución de problemas, actitudes que creen en ellos espíritu crítico e innovador. Ejemplos de tales actitudes son:

- Dar oportunidad a los alumnos de buscar estrategias de soluciones por sí solos

- Aprovechar las ideas del alumno, sin importar que no lleguen a la respuesta correcta (no usar apenas el correcto o incorrecto como parámetros de corrección).

- Dejar que ellos pregunten, visualizando la comprensión del problema (en lo posible ellos no deben recibir respuestas para preguntas que no han hecho).

- No mostrar soluciones rápidas y más cortas, mas bien dejar que ellos sientan todo el raciocinio desarrollado para llegar a ellas.

Bibliografía

1. Cómo Plantear y Resolver Problemas. G. Polya. Editorial Trillas. México.1995

2. La solución de Problemas. UNO. Revista de Didáctica de las matemáticas. No 8. Año III, abril 1996

Ex - Libris. Fabian Rendon