

El desorden del abismo

Un ensayo sobre Georg Ludwig Cantor y Jorge Luis Borges

Estefanía Cubaque Barros^{1,a}

Resumen. Los Alephs de Borges se distinguen de los Alefs de Cantor. ¿Qué son aparte de infinitud? ¿Dónde viven? ¿Qué hacen? Este escrito es una invitación a la imaginación ante la dialéctica entre la Teoría de Conjuntos cantoriana y la Poesía Múltiple borgesiana. Enfrentaremos entonces lo profundo, el corazón, la invención en esos dos autores, revisando en particular ideas de densidad, asintoticidad, fractalidad. Nuestro pensamiento se expande a partir de la Teoría de Conjuntos, pero solo Borges puede distorsionar algo tan sublime, con sus deformaciones del espacio, del tiempo, de lo real, donde inventa más infinitos de los que podemos imaginar. Estudiaremos cómo, en la matemática y en la literatura, la expansión de la imaginación es fundamental para crear, descubrir, ligar pensamientos y llegar a lo más verdadero y profundo.

Palabras claves: Aleph-Alef, límite-frontera, contracción-expansión, multiplicidad, infinitud.

Abstract.

Keywords: .

Mathematics Subject Classification: .

Recibido: agosto de 2014

Aceptado: diciembre de 2014

1. Introducción

Los Alephs de Borges no tienen la estructura infinita de ningún Alef descrito por Cantor. Este artículo trata la idea de los laberintos mencionados y vividos por un Borges de ficción, que contrastan con ciertas características de los Alefs cantorianos. Hablamos de los Alephs de Borges, no solo como el objeto del cuento principal que le da nombre al libro -denominado como “la primera letra del alfabeto de la lengua sagrada” [8, p. 343]-, sino como todos esos infinitos descritos por Borges en sus distintos cuentos. Nos referiremos como los Alefs a la estructura de infinitos de Georg Cantor, ya que así él los denomina en sus trabajos; mientras que el Aleph es una alusión a Borges puramente, ya que estos dos, el Aleph y el Alef, son esencialmente muy distintos. ¿Por qué Borges nunca habla de los Alefs? Si analizamos de cerca los infinitos de Borges, en ningún momento vemos infinitesimales, tampoco transfinitos, vemos un infinito personal, contradictorio y abismal.

⁰Este trabajo consiste en una considerable reelaboración de mi trabajo final presentado en el Seminario Continuo de Filosofía Matemática, dirigido por el Profesor Fernando Zalamea y dedicado en el semestre 2013-II a Cantor.

¹Departamento de Matemáticas, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia

^aecubaqueb@unal.edu.co

Cantor con una modestia que parece mentira, expande creencias para darle sentido y control a todo el desbarajuste que involucra el infinito. Expande el conocimiento humano y pone el límite de lo incomprensible muy lejos. Cantor crea un espacio donde no solo hay más control sobre lo que tenemos, sino que ahora tenemos un espacio infinitamente mayor. Cantor sucumbe al hambre del matemático por el conocimiento, por el descubrimiento y aparece con estructuras generales de infinito. Ya no es un solo infinito absoluto, gigantesco, son muchos, tienen nombre, tienen orden y son propios, determinados. Nuestra capacidad de asombro se pone a prueba, para muchas cosas maravillosas por venir con la matemática.

2. El Descenso

Los cuentos de Borges narran muchas veces las mismas cosas, una y otra vez, son cuentos que en el mismo cuento son infinitos, que hacen referencia a personajes ficticios, muchas veces él mismo, pero él mismo es ficticio. Borges no solo inventa historias, también inventa (descubre¹) espacios, produce miedo a lo que es tangible, a lo cotidiano, nos muestra lo imposible en lo posible. Jorge Luis Borges busca a través de la mayoría de sus cuentos encerrarnos en un laberinto. Estos laberintos sugieren un infinito que no podemos comprender pero sí podemos percibir; podemos dejarnos sugerir el vértigo de algo mucho más grande, algo no controlado, un infinito que se escapa de nuestras manos. Podemos decir que lo que hace Borges es una exaltación de la realidad, expande y contrae la realidad hasta abrirse a lo irreal.

A Borges le gusta duplicar los espacios. Le aterran los espejos y desea transmitir ese miedo como una duplicación sin fin de un mismo objeto cuando se enfrentan dos espejos; y no solo duplica espejos², duplica los caminos, los laberintos, las casas, quiere una desorientación y lo identifica con la vida misma, con la desorientación del ser humano en el mundo. El mundo es su gran laberinto, *el laberinto donde no hay salida, no hay orden. (Elogio de la sombra, 1969)*[7, p. 364].

*No habrá nunca una puerta. Estás adentro
Y el alcázar abarca el universo
Y no tiene anverso ni reverso
Ni externo mito ni secreto centro.
No esperes que el rigor de tu camino
Que terciamente se bifurca en otro,
Que terciamente se bifurca en otro,*

¹“Uno siempre escribe sobre lo que conoce, y lo agranda o lo achica, pero no inventa realmente nada.”[3, p. 150]. La lógica matemática como fuente literaria en *Alice in Wonderland and Through the Looking-Glass (1865)* muestra un camino muy claro entre varias características generales de este artículo. El que más me gustaría resaltar es lo que Tim Burton (en su película del 2010, como continuación al famoso libro) llama Pishsalver y Upelkuchens. Se nota y se notará más adelante en el artículo mi insistencia en la expansión y contracción de los espacios, y, en particular, de lo que Borges considera un espacio, el infinito. La poción que encoge a Alice (Pishsalver) y el pastel que la estira (Upelkuchens) son símbolos de un proceso general de contracción y expansión.

²Sobre la temática de los espejos y sus hondas raíces filosóficas, véase Shlomy Mualem, *Borges and Plato. A Game with Shifting Mirrors*, Madrid: Iberoamericana, 2012.

*Tendrá fin. Es de hierro tu destino
 Como tu juez. No aguardes la embestida
 Del toro que es un hombre y cuya extraña
 Forma plural da horror a la maraña
 De interminable piedra entretrejida
 No existe. Nada esperes. Ni siquiera
 En el negro crepúsculo la fiera.*

Su interés en la matemática es genuino, su intuición muchas veces liberadora, su asombro legítimo y su imaginación indudablemente sin límites, pero a todos sus infinitos nos podemos acercar, todos sus infinitos son visibles. Son muy pocas las referencias de Borges hacia lo absoluto, aunque es claro que para él, el Infinito es una figura intrigante pero pensable. Podemos razonar sobre el Infinito y existe en nuestro pensamiento.

Como lo describe Grau en *Borges y la Arquitectura*:

Borges se apoya en la ley de la casualidad para generar el laberinto rectilíneo de recorrido infinito. Los recorridos sobre líneas curvas nos permiten suponer que en algún momento el laberinto se repetirá igual a sí mismo. A lo largo de su obra, las referencias a las teorías de los ciclos y al eterno retorno son múltiples, en unos casos para apoyarlas, en otros para refutarlas. Nietzsche, Cantor, Bertrand Russell son para Borges *creadores de ficciones* hermosísimas que él incorpora en sus cuentos y que como en múltiples ocasiones confiesa, no son ejercicios filosóficos sino solamente una exploración (o explotación) de las posibilidades literarias de la filosofía. De este modo *Borges niega la idea del infinito*, como niega la posibilidad del laberinto indescifrable, para finalmente sembrar la duda en nosotros, sus lectores, afirmando su necesidad, [3, p. 112]

Borges leyó a Cantor, creador de la Teoría de Conjuntos, y a Russell, filósofo matemático que estudió detalladamente a Cantor. Además de esto leyó a Pascal, no solo por su cuento *La esfera de Pascal*, sino por otros cuentos donde describe a Dios y a la Biblioteca, como describe Pascal el Universo: “*L’univers c’est une sphère dont le centre est partout, la circonférence nulle part*”³[1, p. 101]. Así podemos pensar que Borges intentó expresar Infinito, Dios y Universo de tal manera que fueran pensables e imaginables.

Borges hace una síntesis del infinito, Borges sitúa el infinito en un ambiente e intenta razonar cómo serían todas esas relaciones humanas con él. El caos, lo

³El universo es una esfera cuyo centro está en todas partes y la circunferencia en ninguna. Hay distintas versiones de este libro y este pensamiento, número 72, tal vez 199 o también 84, llamado: *Desproporción de hombre*. Se encierran todas las ideas de Cantor y Borges, con una pequeña añadidura: infinitesimales. Para Pascal primero se acaba el pensamiento humano que la naturaleza, y nunca podremos acceder a un absoluto, pues aunque el absoluto está ligado a sus partes y nosotros accedemos a esas partes, estamos cegados por y limitados por aquello en el mundo que nos hace humanos. Y el infinito, hacia fuera como hacia adentro, son cosas que en nuestra misma humanidad no podemos comprender. Pascal lo asemeja a la misma persona: la unión del cuerpo y el espíritu es algo que no comprendemos y aún así es el humano mismo. Pascal es la esencia misma de Cantor, la imaginación, jamás ligada al absoluto, la fe en Dios, lo absoluto en Dios, la creencia y el límite conocido por el pensamiento humano: la barrera del pensamiento, donde más allá solo vive Dios.

que no es comprensible, ese infinito inmenso lo incrusta en la mente humana y supone las reacciones humanas, las emociones y sensaciones producidas por algo que realmente jamás estará entre nosotros. Como conocer el todo, una imposibilidad que haría olvidar el pasado que es parte del todo⁴. Borges creía que estos conceptos debían ser alcanzados por la mente humana, expandir el concepto matemático y ahondar, no solo en la estructura matemática, sino en una divergencia de estructuras en la realidad.

Borges captura el espacio como un todo, lo despedaza, lo descompone y cada parte del espacio lo expande hasta obtener una alteración maravillosa, que él logra expresar en términos naturales. A pesar de tener una capacidad de expansión e imaginación, Borges nunca crea otro espacio donde vivan estas partes, se derivan de la naturaleza, junto a nosotros pero ya no viven con nosotros. Así mismo, esta descomposición de espacios no es capaz de adjunción, es decir, estos espacios alterados y mutados ya no vuelven a hacer parte del mundo real, son partes expandidas del espacio que solo tienen lugar en nuestro pensamiento.

Esta clase de emoción y vértigo que Borges induce en cada una de sus obras demuestra su conocimiento sobre Cantor. Sin embargo, como se verá más adelante, no toma la idea general del transfinito. Cantor trabajó en varias áreas de la matemática y definió objetos matemáticos importantes para el posterior avance de esta disciplina. Entre estos, ordinales, cardinales, buen orden, densidad, conjuntos derivados, axiomas de Teoría de Conjuntos -casi como se trabajan hoy en día-, conjuntos perfectos, separabilidad, y muchos otros.

Cantor en sus *Grundlagen einer Allgemeinen Mannichfaltigkeitslehre* (1883) [5, p. 81] comienza a separar los conceptos de infinito a través de la historia y el entendimiento de sus antecesores. A partir de esto, desentraña una Teoría que lo hará ser eternamente recordado en la Matemática pues la Teoría de Conjuntos es sublime y, aunque nuestros tiempos no le son completamente fieles a Cantor, él sigue siendo el precursor, el inventor maravilloso de toda una estructura que asciende hasta lo Absoluto.

En una temática tan ambigua como el infinito, no es fácil ver la distinción pues es una construcción lejanamente intuitiva. Cantor separa lo físico del mundo hasta lo ideal, contrae la infinitud para hacer un corte entre lo que es pensable y determinado, y luego la expande hasta aquello que no cabe en nuestro pensamiento, es el límite del ser humano, es lo Absoluto. En su pensar, ahí está Dios, ahí vive y para él es preciso no ahondar pues si nosotros no somos absolutos, no hay forma de comprender a Dios que es absoluto. Ese es el límite del pensamiento, más allá del Absoluto no hay sucesor, es incomprensible. Desde un concepto muy general como el de infinito, Cantor comienza a definir y a sustentar la Teoría de Conjuntos creando sus *Nuevos Números*. El corazón de la Teoría de Conjuntos está conformado por estos nuevos números, los ordinales. Tipos de orden inmensos, de inmensos tamaños. Se reúnen en clases numéricas para inspirar una nueva idea de infinito:

Cuando considero el infinito tal como se hace aquí y en mis anteriores investigaciones, encuentro un verdadero placer, al que me entrego lleno de agradecimiento, viendo como el concepto de núme-

⁴Véase *El Aleph* (1949) y *La Escritura de Dios* (1949).

ro entero, que en lo finito tiene solo en trasfondo de la *enumeración* al ascender a lo infinito se *desdobla* en cierto modo en dos conceptos, el de *potencia*, que es independiente de la ordenación que se dé al conjunto, y el de *enumeración*, que está necesariamente ligado a una ordenación reglada del conjunto, en virtud de la cual se convierte en un *conjunto bien ordenado*. Y cuando descendo de nuevo de lo infinito a lo finito, veo con igual claridad y belleza como ambos conceptos de nuevo se hacen uno y *confluyen* en el concepto de número entero finito, [5, p. 105]

El amor y la belleza que manifiesta Cantor por sus nuevos números, los que luego se llamarán Ordinales y Cardinales (Potencia - Cardinal y Enumeración - Ordinal), conforman una profundización acerca de todo lo dado en Teoría de Conjuntos. Además, inmerso en la creencia de libertad, nos da algo que para él es una Ley de Pensamiento: el Buen Orden, que nos abre paso a las Clases Numéricas. Expande el pensamiento de tal manera que ya no hay contracción alguna, no hay forma de regresar a un pensamiento mínimo. El principio del Buen Orden, equivalente al Axioma de Elección y al Lema de Zorn -altamente usados y necesitados en la matemática actual, sería demostrado por Zermelo en 1904.

Más adelante, Cantor producirá obras mucho más específicas sobre Cardinales y Ordinales. Sin embargo, estos dos tipos de números están profundamente unidos por una Clase Numérica. Así, con una inducción intuitiva, sabemos que no hay un solo Cardinal ni una sola Clase Numérica. Las Clases Numéricas son el *tránsito* desde los Ordinales hasta los Cardinales y Cantor utiliza tres principios de generación para reunir ordinales en un conjunto determinado cuya potencia es un Cardinal.

Los Ordinales -tan o más interesantes que los Cardinales-, no van a ser el objeto dominante de este artículo. Cantor define como Potencia o Cardinal como “un agregado compuesto de unidades, y este número tiene existencia en nuestro pensamiento como una imagen intelectual o proyección del agregado” [4, p. 86]. Claramente los agregados posteriormente serán Conjuntos como los conocemos, y como bien los define Cantor, una *Multiplidad en Uno*. Cantor comienza a dar cierta estructura a estos números cardinales para luego llamarlos *Números Transfinitos*, y advierte la importancia de estos Números Transfinitos en distintas ciencias para luego conducirnos a su aritmética.

Así, Cantor introduce \aleph_0 (Alef-Zero), la primera Potencia transfinita, la potencia de la primera clase y el primero de los Números Transfinitos, es decir, el cardinal de la primera clase numérica que es, a su vez, el conjunto de números tales que el conjunto de sus antecesores es finito. Esto básicamente nos dice que si κ es cualquier número cardinal transfinito distinto de \aleph_0 , entonces $\aleph_0 < \kappa$. Podemos definir su aritmética de la siguiente manera (donde n es un número natural):

$$\aleph_0 + n = \aleph_0 \quad \aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0 \quad \aleph_0 \cdot \aleph_0 = \aleph_0.$$

Así mismo, Cantor advierte la intensidad creciente de estas potencias, es decir, para cualquier α que pertenezca a los números naturales, se tiene que

$$\aleph_0 < \aleph_\alpha < \aleph_{\alpha+1}.$$

Cantor muestra que podemos ordenar estos números transfinitos de acuerdo con su magnitud, de la misma manera que los cardinales finitos. Entonces, por una ley determinada, el siguiente número cardinal de \aleph_0 es \aleph_1 , el cual es el inmediatamente mayor a \aleph_0 . Así, Cantor muestra cómo hay un buen orden entre todos los Alefs comenzando con \aleph_0 , siguiendo con \aleph_1 , \aleph_2 , y así sucesivamente, [4, pp. 104, 109]

Nos centraremos en la estructura de los Alefs y procederemos contrariamente a su Ley de Pensamiento: el **no buen orden**. Sabemos que Cantor trabajó con el Buen Orden aunque no logró demostrar que todo conjunto puede bien ordenarse, pero es efectivamente eso lo que queremos ver. En efecto, los Alephs, presentados a través de distintos cuentos de Borges, no son bien ordenados, lo que es equivalente al hecho que ningún Aleph tiene estructura de Alef. Algunos Alephs pueden inspirar cierta forma de ordinal, al fin y al cabo es un orden infinito.

3. El círculo⁵. Densidad, Multiplicidad, Límite y Asíntota

La densidad en Cantor es más la característica de un conjunto, una característica existencial como varias veces se resalta en sus trabajos: “Un conjunto de puntos P existente en un dominio continuo n -dimensional A se dirá que es denso por doquier en el dominio a , siendo a un subdominio continuo de A , si todo subdominio a' de a , [que tiene la misma dimensión que a] contiene en su interior puntos del conjunto P ”, [2, p. 139]

Vemos cómo esta densidad se vive en Borges: la emoción y la incertidumbre, la curiosidad infinita que causa pensar que algo está acotado pero puede que no tenga principio o tal vez no tenga fin. *El libro de Arena* (1975) es sólo un ejemplo de algo que en Borges no tiene principio, pero tampoco fin. Tan solo imaginarse un libro con estas características es confuso e intrigante, se compara, tal vez, a la emoción cuando recién se presentan los conjuntos no finitos. Puede que sea esa misma emoción la que sintió Borges al descubrir la densidad, esa misma frase “*Esto no puede ser*” [8, p. 440] en la cual vemos que la densidad no existe en la realidad aunque intentemos tener una imagen muy cercana. La expresión de Borges se asemeja a la de Cantor hacia Dedekind en su correspondencia: “*Je le vois mais je ne le crois pas*” [5, p. 198].

⁵Los subtítulos y las referencias a contracción y expansión son referencias a *Alice in Wonderland* en su más pura expresión. Alice parte hacia un sueño, en el sueño cae por un agujero y es tan hondo el agujero, que puede quedar dormida en la caída. Así son los acercamientos a Borges y Cantor, largos y profundos. En la caída, Alice reconoce objetos extraños e inusuales en las paredes por donde cae, son todos esos conceptos extraños que Cantor introduce en esa época, y Borges deforma con una imaginación inusual. Ya al final del hoyo, comienza la contracción y expansión de Alice, la contracción y expansión del infinito, hasta entrar a *Wonderland*, y, allí, aprender. A medida que Alice avanza, es varias veces contraída y expandida, y en cada una de estas alteraciones, descubre mundos y estructuras, ve diferentes formas, colores y tiene diferentes sensaciones de las mismas cosas. Así será esta siguiente sección. Ya en lo último, veremos a Alice reflejada en Borges y en su manera de ver y contemplar el infinito, como deduce que sería un infinito reflejado en la naturaleza. Es donde Alice se da cuenta que todo fue un sueño; pero para no desanimarse, lo vivido está ahí, tal como la matemática.

Un libro que no tiene principio ni fin, no ordenado (ausencia del buen orden, en el sentido técnico), es una densidad mal ordenada, siempre encontraremos páginas y nunca encontraremos la misma página y, así, puede que la enumeración de la nueva página sea mayor que la anterior sin saber cual página es la siguiente a la página que hemos perdido. En este libro infinito no hay primera ni última hoja, no es un buen orden y carece de linealidad. Este cuento hace notar el conocimiento matemático de Borges gracias al siguiente párrafo:

-No puede ser, pero es. El número de páginas de este libro es exactamente infinito. Ninguna es la primera; ninguna, la última. No sé por qué están numeradas de ese modo arbitrario. Acaso para dar a entender que los términos de una serie infinita admiten cualquier número, [8, p. 440].

Esto hace remembranza no solo a series absolutamente convergentes y a la reordenación de series infinitas sino también a un pasaje de Cantor en sus *Grundlagen* (1883):

Otro gran beneficio atribuible a los nuevos números consiste, para mí, en un *nuevo* concepto que todavía no había surgido, a saber, el concepto de la *enumeración* de los elementos de un conjunto infinito *bien ordenado*. Puesto que este concepto queda expresado siempre por un número completamente determinado de nuestro dominio numérico ampliado, con sólo que la ordenación de los elementos del conjunto, que pronto definiremos, esté determinada, [5, pp. 88, 89].

Cantor habla de sus ordinales en las clases numéricas para llegar al Alef por medio de los dos primeros principios de generación, Sucesor y Límite. Sin embargo, en *El libro de Arena* las páginas están en un caos numérico, donde el siguiente puede que no sea el sucesor y, además, entre más uno se acerque tanto al principio o al final de libro, más páginas van apareciendo, no existe un límite. Por lo tanto, al no haber un orden, no hay manera de saber cuántas páginas tiene el libro, puede ser una cantidad enumerable, la cantidad del continuo o mucho mayor. No es un orden y al mismo tiempo es una densidad, la dualidad entre lo que es y no es concebible en el universo Borgesiano. No es real ni es natural un libro infinito, sin embargo existe en nuestro pensamiento un libro al que se le añadan hojas a medida que van pasando, las infinitas hojas.

Borges hace un quiebre en la continuidad, involucrando espacio y tiempo, truncándolos, sueños encajados como intervalos sin puente y enlace pero con el mismo espacio y el mismo tiempo. Son sueños encajados con la misma cantidad de elementos, un continuo de elementos. En *La Escritura de Dios* (1949) se vive el cautiverio entre el tiempo y el espacio. Habla sobre una limitación del Infinito del que está rodeado, el límite le da esperanza, el límite es el Absoluto. Sin embargo, no hay forma de llegar a ese límite pues está atascado en el espacio, no hay forma de viajar entre los sueños, como en los Alefs, no hay forma de llegar a algo más grande que otro Alef, el anterior está contenido en su sucesor pero jamás hay dos Alefs iguales ni hay una Alef máximo. Estos sueños son los mismos, se repite el espacio y el tiempo, y no tiene principio ni fin.

Un día o una noche -entre mis días y mis noches, ¿qué diferencia cabe?- soñé que en el piso de la cárcel había un grano de arena. Volví a dormir, indiferente; soñé que despertaba y que había dos granos de arena. Volví a dormir; soñé que los granos de arena eran tres. Fueron, así, multiplicándose hasta colmar la cárcel y yo moría bajo ese hemisferio de arena. Comprendí que estaba soñando; con un vasto esfuerzo me desperté. El despertar fue inútil; la innumerable arena me sofocaba. Alguien me dijo: “No has despertado a la vigilia, sino a un sueño anterior. Ese sueño está dentro de otro, y así hasta lo infinito, que es el número de los granos de arena. El camino que habrás de desandar es interminable y morirás antes de haber despertado realmente, [8, p. 307].

Este sueño es un laberinto, hay una desorientación en el espacio. Hay un absoluto, que existe en nuestro pensamiento pero al cual no podemos acceder. Sería navegar entre los Alefs sin realmente saber en cuál verdaderamente se está ubicado y entre más se navega entre los Alefs, menos se puede salir de un Alef. Se estará en un Alef para siempre, sin poder acceder a ese Universo al cual Cantor llama una *Multiplicidad Inconsistente*.

No admite para mí ninguna duda que siguiendo este camino llegaremos siempre más allá, sin encontrar ningún límite insuperable, pero sin conseguir tampoco una captación siquiera aproximada de lo Absoluto. Lo Absoluto solo puede ser reconocido, pero nunca conocido, ni siquiera aproximadamente conocido, [5, p. 138].

Esta Multiplicidad Inconsistente es una “Totalidad Pensable”, nadie sabe donde vive el universo, donde vive el Infinito de los infinitos, la multiplicidad que no es uno, el límite de los Alefs que no es un Alef, el conjunto de todo lo pensable que no es manejable por el hombre. Una multiplicidad inconsistente no puede compararse con ninguna otra multiplicidad consistente, no tiene un sucesor y no se conoce su comportamiento general. Este todo o universo también se encuentra en Borges:

Un Dios, reflexioné, solo debe decir una palabra y en esa palabra la plenitud. Ninguna voz articulada por él puede ser inferior al universo o menos que la suma del tiempo. Sombras o simulacros de esa voz que equivale a un lenguaje y a cuanto puede comprender un lenguaje son las ambiciones y pobres voces humanas, *todo, mundo, universo*. [8, pp. 306-307]

Las Multiplicidades Inconsistentes son absolutas. No admiten una determinación y están más allá de todo entendimiento humano. Para Cantor los números transfinitos son una transición de lo finito y determinado hacia el gran salto que constituye el verdadero infinito, el Absoluto. Así es como nosotros podemos ejercer un dominio sobre estos números infinitos pero que son una extensión de finitud, más nunca sobre Dios. En *El jardín de los senderos que se bifurcan* (1941), Borges habla sobre algo específico de lo cual Cantor no habla, los matemáticos no hablan del tiempo como un objeto útil. Para Cantor, el continuo

va mucho más allá del tiempo, es un concepto intuitivo que se ayuda del continuo. Cantor alude al carácter absoluto del continuo, el tiempo para él parece algo relativo, algo que depende del observador y su movimiento, no hay un tiempo absoluto en la naturaleza. Con respecto al continuo y a su espacio-tiempo, Cantor añade:

Estoy igualmente convencido de que no es posible en absoluto a partir de la llamada *forma de la intuición* del *espacio* para obtener una aclaración del *continuo*, pues sólo con la ayuda de un continuo ya disponible conceptualmente adquieren el *espacio* y las figuras concebidas en él aquel contenido gracias al cual pueden convertirse en objeto meramente filosófico o de comparaciones imprecisas, sino de investigaciones matemáticas sobrias y exactas. [5, p. 119]

El tema central de la época era precisamente el continuo y Cantor hace un estudio detallado de por qué su definición es la mejor y más completa en ese momento. Cantor alude a todas esas definiciones incompletas de continuo a través del tiempo, a sus representaciones intuitivas y explica por qué es necesario definir de manera rigurosa el continuo para darle paso a todo lo demás. Determinando un continuo, generalizado y absoluto para todos, la filosofía y la matemática tendrán un control y precisión no logradas antes.

Borges ve el tiempo no en forma personal, sino de forma continua, eso lo hace colectivo. A través del cuento, él habla sobre sus ideas, sobre cómo hacer un libro infinito, un laberinto de laberintos, un laberinto de tiempo, distintos ciclos con la misma estructura. No solo habla de un libro cuya última página pudiera ser la primera, habla sobre las noches que también podrían repetirse; muestra que estos ciclos se repiten infinitamente y no son exclusivos de los objetos, el tiempo puede duplicarse, también el espacio. Aquí determina el carácter absoluto del espacio y el tiempo es un jardín donde cada decisión o falta de decisión causa una bifurcación. Así tenemos tantas bifurcaciones como potencias; claramente potencias aleatorias, sin repetición, pues hay más posibilidades que las posibilidades pensables, pues están todas las posibilidades. Estas bifurcaciones pueden converger o diverger y no están determinadas. No hay control, simplemente existe otro camino, en una bifurcación paralela a esta.

A diferencia de Newton y de Schopenhauer, su antepasado no creía en un tiempo uniforme, absoluto. Creía en infinitas series de tiempos, en una red creciente y vertiginosa de tiempos divergentes, convergentes y paralelos. Esa trama de tiempos que se aproximan, se bifurcan, se cortan o que secularmente se ignoran, abarca *todas* las posibilidades. No existimos en la mayoría de esos tiempos; en algunos existe usted y no yo; en otros, yo, no usted; en otros, los dos. En éste, que un favorable azar me depara, usted ha llegado a mi casa; en otro, usted, al atravesar el jardín, me ha encontrado muerto; en otro, yo digo estas mismas palabras, pero soy un error, un fantasma. (...) El tiempo se bifurca perpetuamente hacia innumerables futuros. [8, p. 156]

El tiempo no es uno solo, está constituido por bifurcaciones continuas y no son enumerables, luego no corresponde al conjunto de los Alefs. Estas bifurcaciones

tampoco están ordenadas, viajan paralelamente en el espacio y, en el caso de este cuento, en un solo jardín pueden estar solo dos personas en el mismo espacio, multiplicadas al infinito. Ya anteriormente hemos hablado sobre los principios de generación que abren paso a estos cardinales infinitos. Sucesor, límite y recolección. Para Cantor cuando se habla de un sucesor y un límite (y no lo dudáramos ni por un segundo si estamos en un contexto matemático) es hacia algo más grande, algo mayor. Sin embargo, con Borges se elimina el sucesor para utilizar el límite y cruzar una frontera, donde el espacio queda aislado, acercándose a la recolección de Cantor.

La casa que parece infinita y creciente, está en *La muerte y la brújula* (1942). El razonamiento borgesiano ante esta casa es: “¿qué importa si es infinito o no el espacio, puesto que en la percepción sí lo es?” [3, p. 76]. El personaje explora la casa infinita, varios caminos llegan al mismo patio y el patio se repite varias veces. Se asoma el exterior por la ventana, en varias ventanas y ve el mismo jardín donde estuvo hace sólo un momento, pero no encuentra salida y en el segundo piso encuentra la desesperación. Pero dice: “La casa no es tan grande”, es un infinito asintótico, es decir, hay una inmensidad encerrada en una vecindad, tan grande como uno quiera y esta vecindad tiene una frontera. Cercando la frontera, está el límite. Una frontera que es imposible cruzar pero cada una de las partes, grandes y pequeñas de la inmensidad apunta al límite. De igual manera, por más cerca que el personaje se sienta de la salida, nunca puede salir, las simetrías, los espejos y los espacios no se acaban. La frontera y salida de Borges es el salto, un Aleph, y el límite de la Clase Numérica en Cantor, claramente no un Alef.

4. El tribunal. El Aleph como fractal

Un fractal es un objeto geométrico autosimilar, esto quiere decir que cada vez que la imagen se vaya acercando, se ve de nuevo la imagen original. El conjunto de Cantor es un ejemplo esclarecedor del concepto de fractal. Este se obtiene a partir del intervalo cerrado $[0, 1]$ cortado en tres partes iguales, de estas tres partes se remueve la parte central, es decir el intervalo abierto $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$. Quedan dos intervalos cerrados de igual magnitud, para los cuales se repite el proceso y así resultan cuatro intervalos con los cuales también se continúa iterativamente. Cuando este proceso es infinito, es decir cuando la intersección sobre los intervalos tiende a infinito, quedarán puntos. La reunión de estos puntos es lo que llamamos *el conjunto de Cantor* [6, p. 5]. El conjunto de Cantor tiene la cardinalidad del continuo, es decir no es enumerable y su cardinal no es Alef-Zero.

Por otro lado, El *Aleph* es el cuento sobre el infinito. Este Aleph no tiene un subíndice, es simplemente El Aleph y, como veremos, no es un Alef. Para Borges el Aleph es un objeto, un objeto ubicado en un lugar que él conoce, dentro de una casa que él conoce. Con o sin previo conocimiento, Borges se refiere al Aleph como un fractal, “Aclaró que un Aleph es uno de los puntos de espacio que contiene todos los puntos” [8, p. 338]. Este Aleph no es ningún Alef. Borges deja claro que al ser todos los puntos en uno, no es posible su enumeración. En *El Timeo* de Platón se habla de la esfera como una figura perfecta y la más adecuada para representar la divinidad; de esta manera Borges describe

el Aleph como una esfera, una esfera que contiene al mundo que contiene toda la realidad. Es estar en el borde del abismo, es una iteración personal. Borges se ve a sí mismo viéndose a sí mismo, viéndose a sí mismo. Es una pequeña escala del universo, que no altera su tamaño y cada vez más pequeña entre el universo, tan pequeña que el diámetro del Aleph es de dos o tres centímetros. El Aleph es un fractal, es autosimilar; aún así es un infinito contradictorio, que es el absoluto y a la vez es pensable, que contiene todo y sin embargo es el todo.

Una vez Borges conoce a uno de sus Alephs, no vuelve a ser el mismo, observa todo y al mismo tiempo olvida. Una vez Borges conoce el universo, siente el vértigo que Cantor describe como una Multiplicidad Inconsistente. Muchos elementos que se saturan pero siguen separados, no hay consistencia, como sí lo haría una Multiplicidad Consistente o Conjunto. Borges llega a ese absoluto inalcanzable del que habla Cantor y construye un espacio, adjunta el Aleph al mundo y construye uno nuevo a partir de este.

La mejor descripción geométrica del Universo Borgesiano está en *La Biblioteca de Babel* (1941). Conocemos la forma de la relación entre indeterminado e infinito, un Infinito Indeterminado, pero tenemos la incertidumbre de su continuación. Hexágonos concatenados desde todos los extremos, ni un principio ni un fin expandido hacia todos lados sin un hexágono mayor que el otro. Esta Biblioteca contiene todo lo que se estudia en este artículo. Contiene el finito en anaqueles y lámparas, contiene espejos que duplican -como todos los ordinales de una misma clase numérica- pero que muestra una imagen finita de la Biblioteca, el ciclo infinito en libros que se repiten, la Biblioteca tiene todo. El primer Axioma de la Biblioteca es hacia la continuidad: “La Biblioteca existe **ab aeterno**. De esa verdad cuyo corolario inmediato es la eternidad futura del mundo, ninguna mente razonable puede dudar” [8, p. 138]. El segundo es sobre composición y numerabilidad: “El número de símbolos ortográficos es veinticinco” [8, p. 139]. En la Biblioteca no hay dos libros iguales, así como no hay dos Alefs iguales pero estos libros tienen todos los mismos elementos: “el espacio, el punto, la coma, las veintidós letras del alfabeto” [8, p. 139] y cada libro es una permutación de estos signos. La Biblioteca es una *Totalidad*; contiene a todos los libros pero a su vez no hay forma de saberlo, pues no hay un orden. No es un orden pues es el Universo. En la Biblioteca, si un libro es destruido es una pérdida tan pequeña que es como quitarle un elemento a un conjunto con \aleph_0 elementos, su cantidad seguirá siendo \aleph_0 . Se busca el catálogo de catálogos dentro del conjunto de todos los conjuntos y al ser pensable al mismo tiempo, es el Universo.

Digo que no es ilógico pensar que el mundo es infinito. Quienes lo juzgan limitado, postulan que en lugares remotos los corredores y escaleras y hexágonos pueden inconcebiblemente cesar -lo cual es absurdo-. Quienes lo imaginan sin límites, olvidan que los tiene el número posible de libros. Yo me atrevo a insinuar esta solución del antiguo problema: *la biblioteca es ilimitada y periódica*. Si un eterno viajero la atravesara en cualquier dirección, comprobaría al cabo de los siglos que los mismos volúmenes se repiten en el mismo desorden (que repetido, sería un orden: el Orden). Mi soledad se alegra con esa elegante esperanza, [8, p. 145]

La sensación que Borges imagina tras haber conocido el universo es únicamente explicada en detalle y precisión en *El Aleph*: “Temí que no quedara una sola cosa capaz de sorprenderme, temí que no me abandonara jamás la impresión de volver” [8, pp. 342, 343]. Se asemeja a la idea de pensar en ese Absoluto cantoriano que accedería a toda su información a cambio del pensamiento. Finaliza *El Aleph* con reflexiones, pensamientos, incentivos a averiguar sobre esos infinitos que realmente son, aunque atractivos, poco relevantes en la matemática actual. “Por increíble que parezca, yo creo que hay (o que hubo) otro Aleph, yo creo que el Aleph de la calle Garay era un falso Aleph” [8, p. 343]. Y concluye su relato de esta manera “¿Existe ese Aleph en lo íntimo de una piedra? ¿Lo he visto cuando vi todas las cosas y lo he olvidado? Nuestra mente es porosa para el olvido; yo mismo estoy falseando y perdiendo, bajo la trágica erosión de los años, los rasgos de Beatriz” [8, p. 344]. Borges se imagina qué hubiera pasado si Cantor hubiera visto el Universo, pero la Teoría de Conjuntos es sublime y se puede trabajar la matemática profundamente sin jamás tocar un Alef, contrario a lo que Cantor podría pensar:

De esta manera, observando estos tres principios se pueden alcanzar con la mayor seguridad y evidencia clases numéricas siempre nuevas, y con ella todas las diferentes potencias sucesivamente crecientes que se dan en la naturaleza corpórea y mental; y los nuevos números así obtenidos tienen siempre absolutamente la misma determinación concreta y realidad objetiva que los anteriores. Por ello no sabría, en verdad, qué podría detenernos en esta actividad de formación de nuevos números, en tanto se demuestre que la introducción de una nueva entre estas innumerables clases numéricas resulta deseable o incluso imprescindible para el progreso de las ciencias, [5, pp. 128, 129].

¿Cómo ir más allá de la Multiplicidad Inconsistente? Resultan tantas preguntas sobre estas multiplicidades. Cantor no publicó sus trabajos sobre las Multiplicidades Inconsistentes; tal vez si los hubiera publicado las paradojas que existen hoy en día no serían paradojas, el estudio del infinito estaría ligado al estudio de lo Antinómico (como en la prueba de Gödel de la existencia de Dios) y la Teoría de Conjuntos tendría una influencia mayor en otros campos del pensamiento.

Borges no habla de los Alefs, habla de Multiplicidades Inconsistentes y Consistentes que coexisten en el mismo espacio al mismo tiempo. Habla sobre objetos que pueden ser infinitamente grandes o infinitamente pequeños, pero el infinito mismo del que habla Borges no es un Alef. Cantor tiene un orden, una enumerabilidad de los infinitos, una linealidad, un elemento mínimo; es creciente. Borges es caos, es contradicción, es miedo, es vértigo. Por estas características, ninguno de los Alephs es un Alef.

“Nuestro hermoso deber es imaginar que hay un laberinto y un hilo. Nunca daremos con el hilo; acaso lo encontramos y lo perdemos en un acto de fe, en una cadencia, en el sueño, en las palabras que se llaman filosofía o en la mera y sencilla felicidad”.

*Jorge Luis Borges
Los Conjurados (1984)*

Referencias

- [1] Pascal B., *Pensées*, Bordas, Paris, 1991.
- [2] Gómez Bermúdez C. and Cantor G., *Sistema de números y conjuntos*, Universidade da Coruña, Coruña, 2009.
- [3] Grau C., *Borges y la arquitectura*, Ediciones Cátedra, Madrid, 1989.
- [4] Cantor G., *Contributions to the founding of the theory of transfinite numbers*, New York: Dover (1955).
- [5] ———, *Fundamentos para una Teoría general de conjuntos*, Barcelona: Crítica (2006).
- [6] Rubiano G., *Iteración y fractales*, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, 2010.
- [7] Borges J.L., *Obras completas*, Emecé, Buenos Aires, tomo 2 ed., 1974.
- [8] ———, *Cuentos completos*, Lumen, Barcelona, 2011.