Mutatis Mutandis: Revista Internacional de Filosofía, núm. 12 (junio), pp. 89-99
Recibido: 16-04-2018 Aceptado: 16-06-2019

Tesis del mapeo acerca de la relación entre matemáticas y ciencias naturales

Thesis of the mapping account about the relationship between mathematics and natural sciences

Nibaldo Lorca Améstica*
Universidad de Chile

Resumen

Un problema contemporáneo en filosofía de las ciencias y en filosofía matemática es el problema de la aplicabilidad. Es decir, el problema de poder dar cuenta del rol y de cómo operan las matemáticas en las ciencias empíricas. En este trabajo defenderé la tesis del mapeo, la cual postula que las estructuras matemáticas representan la estructura del sistema empírico. Sin embargo, el componente matemático en las teorías científicas no solamente está para representar al sistema, remarcando las relaciones estructurales de sus objetos, sino que además cumple el rol de poder generar nuevas conclusiones y avances sobre el estudio del sistema en cuestión, gracias a los procesos efectuados por medio de las matemáticas. El primer paso de la tesis del mapeo es la inmersión que genera el vínculo entre la estructura matemática y el sistema; el segundo es la derivación que permite a las matemáticas avanzar por medio de la inferencia formal para generar nuevas conclusiones que son interpretadas respecto del sistema en el último paso, la interpretación. Así, la tesis del mapeo muestra el rol que cumplen las matemáticas en ciencias y cómo éstas operan.

Palabras clave: estructura matemática - sistema - idealización - abstracción - aplicabilidad

Abstract

One contemporary problem in philosophy of science and philosophy of mathematics is the applicability problem. That is, the problem of explain the role and how works mathematics in empirical science. In this work, I will defend the mapping account, which posits that the mathematical structures stands for the structure of the empirical system. However, the mathematical component in scientific theories is not just to represent the system, remarking the structural relations of its objects, but it also performs the role of generate new conclusions and progress about the study of the system, by the process effectuated in the mathematical field by formal inference. The first step in the mapping account is the immersion which generates the link between the mathematical structure and the system; the second step is the derivation which allows mathematic to develop by formal inference to generate new conclusions, which are finally interpreted referring to the system in the last step, the interpretation. Thus, the mapping account shows to us the role of mathematics in sciences and how it works.

Keywords: mathematical structure - system - idealization - abstraction - applicability

*Contacto: nibaldo.lorca@ug.uchile.cl Universidad de Chile, Chile.

1. Introducción

Si uno revisa la praxis y metodología de cualquier ciencia natural, rápidamente notará que aquella se encuentra, en un grado bastante sustancial, compuesta por enunciados matemáticos. La aplicación de las matemáticas es algo muy común en ciencias, tanto así que es difícil conmensurar muchas teorías científicas sin su componente matemático. Wigner en su texto *The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural science* de 1960 explora esta relación entre matemática y ciencia. De modo metafórico sostiene que la aplicabilidad de las matemáticas en ciencias es un *milagro* el cual no podemos comprender (Colyvan 2012:114)[1]. La utilidad y efectividad de las matemáticas aplicadas es tachada como inexplicable de modo racional (Wigner 1960: 2). Frente al cuestionamiento de Wigner, defenderé en este trabajo la tesis del mapeo para responder a la pregunta por cómo las matemáticas son aplicadas en ciencias.

Un primer estaño del puzzle de Wigner parece venir de una intuición: hay una diferencia clara y sustancial entre matemáticas y ciencias (Gelfert 2014: 998). La distinción se basa en que las matemáticas son formales de una fundamentación axiomática mientras que las ciencias son experimentales y se basan en evidencia empírica[2]. Ante tal distinción, surge la duda y el asombro por lo "dócil" que resulta el mundo al poder ser tan bien descrito en términos matemáticos (Gelfert 2014: 998). El asunto se torna más llamativo si se tiene presente que las matemáticas aplicadas no solo describen (Gelfert 2014: 1004[3]). Si el rol de las matemáticas fuese solo descriptivo, estas podrían ser entendidas como una nomenclatura formal de las ciencias, pero ese no es el caso. Mucha de la matemática aplicada también cumple el rol de generar inferencias formales a través de sus deducciones (Bueno y French 2018: 52). El caso que revisaré al respecto es el de los puentes de Königsberg, el cual fue resuelto por Euler a través de cálculos topológicos. Otros casos similares "sencillos" es el del ciclo de las cigarras el cual ocurre en ciclos de número primos, esto para evitar toparse con depredadores cuyo ciclo sea de otros múltiplos, y esta explicación para este fenómeno natural provino de la teoría de números (Gelfert 2014: 1000). Casos más complejos abundan en mayor cantidad en la historia y práctica de las ciencias, un ejemplo sería el estudio de Bose-Einstein de la *superfluidez* del helio líquido[4]. Por tanto, acorde a lo que muestran los casos en la práctica, el rol de las matemáticas resulta más complejo.

Lo "incomprensible" de la aplicabilidad de las matemáticas no es tan incomprensible como parece, sino que ella se puede solucionar mediante una comprensión filosófica que logre dar a entender en buena medida la aplicabilidad de las matemáticas (Colyvan 2012: 123). Aquí la concepción que tengamos de las matemáticas (tanto en sentido metafísico como relativo a su práctica y estudio) juego un rol relevante. Si se conciben las matemáticas de modo platónico-ideal es muy distinto a concebirlas como si fueren una sintaxis que solo opera como una nomenclatura formal para las ciencias; o si son concebidas de modo naturalista como existentes en la realidad empírica (sea esto de modo aristotélico o pitagórico). Son ejemplos para señalar que la concepción de las

[1]Colyvan cita a Wigner 1960: 14.

[2]Estas son concepciones naive respecto de la base de las ciencias y de las matemáticas. En cualquier caso, no voy a entrar en ese debate en este trabajo, pero realizo esta anotación para dar cuenta de que el debate existe.

[3]Gelfert cita a Dieks 2005: 128

[4]Para más información véase Bueno y French 2018: 101-115

matemáticas sí importar para la cuenta que se vaya a dar de su relación con las ciencias.

Por ello, la primera sección expondrá una concepción de las "entidades"[5] matemáticas entendidas como estructuras. Luego me centraré en explicar cada uno de los tres pasos de la tesis del mapeo: inmersión, derivación e interpretación. En la sección 3 toco el tema de las idealizaciones el cual es un cuestionamiento tangente a la hora de dar cuenta de la relación entre ciencias y matemáticas. Finalmente se busca concluir a favor de la tesis del mapeo como una interpretación que da buena cuenta del rol pragmático que cumplen las matemáticas aplicadas en ciencias.

2. Contexto estructuralista

El estructuralismo en matemática emerge desde el cuestionamiento acerca de la caracterización de las entidades matemáticas. El estructuralismo postula la primacía de las estructuras matemáticas por sobre los objetos matemáticos (Colyvan 2012: 45), por tanto, el estudio matemático es acerca de estructuras. Un objeto matemático es un número, función o integral (e.g.), y una estructura matemática es una concatenación de varios objetos que se relacionan entre ellos en un cuerpo sistemático completo. Lo relevante, para el estructuralismo, son las interrelaciones entre los objetos de la estructura, por sobre las propiedades o composición interna pueda tener un objeto independientemente de los demás con los que se relaciona (Shapiro 2000: 258). Esta diferenciación la esbozó de forma muy básica, pero es suficiente.

En el debate ontológico matemático hay una gran variedad de posturas, por ejemplo: nominalistas que rechazan el compromiso ontológico con las entidades matemáticas (véase Field 1989). Platonistas que están a favor de la ontología abstracta de las entidades matemáticas (véase Balaguer 1998). Y también posturas aristotélicas que defienden que las entidades matemáticas tienen realidad física (véase Franklin 2014). El objetivo aquí no es entrar en el debate ontológico, pero sí es necesario coger un poco de la postura aristotélica respecto de que hay estructuras físicas que se relacionan con las estructuras matemáticas.

Para aclarar la terminología: (1) *sistema* es una colección de objetos que están en una cierta configuración y tienen ciertas relaciones entre ellos. Mientras que (2) la *estructura* es la forma abstracta del sistema, donde se remarcan las interrelaciones entre los objetos constituyentes del sistema y se ignoran las características de estos que no afectan a su interrelación con los demás (Shapiro 2000: 259). Entonces el sistema es una colección de objetos interrelacionados, la estructura es la abstracción de las relaciones de dicho sistema. Hasta este punto me estoy refiriendo a la estructura física del sistema físico, es necesario tener presente esto pues es la estructura física la que es "traducida" a la nomenclatura matemática para que se lleve a cabo la inferencia formal. Antes de seguir con la tesis del mapeo, voy a separar esta tesis del debate ontológico. El enfoque del trabajo no es ahondar en cuestiones metafísicas y ontológicas, sino que se da cuenta del rol de las matemáticas en la práctica científica, por lo que su enfoque es relativo a praxis de las ciencias. Considero que no es necesario un compromiso ontológico respecto de las entidades matemáticas para sostener la tesis del mapeo. De momento, el foco es la

[5] No ahondaré en el debate ontológico respecto de las entidades matemáticas, así que pido que se entiende de modo general este término de momento.

formalidad sintáctica de las estructuras matemáticas que permite realizar la deducción formal en el segundo paso.

3. Primer paso del mapeo: la inmersión

Por medio de la inmersión (primer paso) se abstrae del sistema su estructura en el lenguaje matemático, permitiendo así dar buena cuenta de las relaciones internas del sistema en una nomenclatura formal. De este modo, la estructura matemática funciona como un mapa. Los mapas normales representan un lugar y sus partes (la relación que hay entre unas calles y otras, o monumentos icónicos de dicho lugar). Análogamente, la estructura matemática representa un sistema y las relaciones de sus partes constituyentes. Entonces tenemos un primer paso de inmersión el cual consiste en establecer un mapa del sistema (Bueno y French 2018: 51), con el cual se puede esclarecer la configuración de los objetos constituyentes del sistema.

Respecto de la teorización científica: la mayoría de los enunciados científicos son enunciados mixtos en los cuales convergen enunciados matemáticos (el componente matemático) con no matemáticos (Batterman 2010). Ahora bien, un problema concerniente a la aplicabilidad matemática es poder dar cuenta de dicho componente matemático en los enunciados mixtos. Ateniéndome a la tesis del mapeo, resulta que el componente matemático de los enunciados científicos son patrones[6], los cuales preservan sus características estructurales con el sistema que representan. La justificación que permite la representación acaece a ciertas similitudes estructurales entre el patrón y el sistema (Colyvan 2012). Ante dichas similitudes estructurales, Bueno y French (2018: 41-45) defienden la idea de un isomorfismo parcial respecto de la estructura matemática y la física. No es un isomorfismo total, pues muchos factores del sistema físico son omitidos al momento de la conversión matemática, sino un isomorfismo parcial donde sólo los factores relevantes para el caso son representados por la estructura matemática. Respecto a la pregunta sobre cuáles son dichos factores relevantes, pues la respuesta es totalmente contextual (Gelfert 2014: 1002). Dependiendo de qué se quiera estudiar, ciertos factores serán ignorados por su falta de relevancia mientras otros sí serán llevados a la estructura matemática por la inmersión (ahondaré en esto en la sección siguiente).

Cabe plantear la pregunta respecto del valor de verdad que pueda tener un enunciado mixto. Hay quienes proponen que a un enunciado mixto se le puede otorgar condición de verdad, siempre y cuando se dé cuenta un mapeo apropiado de la estructura matemática para la situación empírica en cuestión (Batterman 2010)[7]. Para casos mixtos, la veracidad acaece en que el mapeo matemático empleado sea el apropiado para el caso.

Consideremos como ejemplo el problema de los siete puentes de Königsberg. El célebre problema matemático reza que la ciudad de Königsberg está dividida en cuatro secciones a causa del rio Pregel que se bifurca. Dichas secciones están unidas por siete puentes. El problema consiste en encontrar un recorrido para cruzar a pie toda la ciudad, pasando sólo una vez por cada uno de los puentes y regresando al mismo punto de inicio. La solución del problema fue negativa por mucho tiempo, pero lo que nos interesa ahora es qué hizo Euler para llegar a la solución. Para ello, Euler recurre a una abstracción

[6] En el sentido de Resnik 1997.
[7] Batterman aquí se refiere a Pincock 2004.

del mapa, enfocándose exclusivamente en las regiones terrestres y las conexiones entre ellas. Cada puente lo representó mediante una línea que unía a dos puntos, cada uno de los cuales representaba una región diferente. Así, el problema se reduce a decidir si existe o no un camino que comience por uno de los puntos, transite por todas las líneas (conexiones) una única vez y regrese al mismo punto de partida.

Acontinuacion se puede apreciar la abstracción estructural que realizó Euler sobre el problema de Königsberg (Fig. 1).

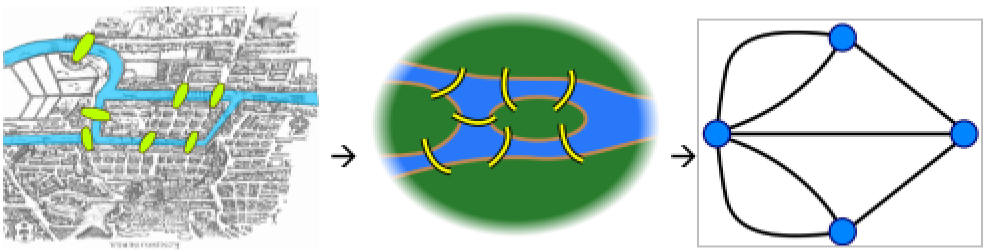

Figura 1

La solución de Euler consistió en lo que después se denominaría como *circuito euleriano*, el cual es un camino o recorrido donde se pasa por cada punto del circuito una y solo una sola vez. Entonces, para que en un recorrido se puedan cumplir con las características de un circuito euleriano (tal como se pide en el problema de los puentes de Königsberg), los puntos intermedios del recorrido deben tener un número par de conexiones (una de entrada y una de salida) y solo los puntos de inicio y de termino tendrían un número impar de conexiones (solo salida y solo entrada). Pero, en el problema de Königsberg, se pide que se termine en el punto de inicio (un circuito cerrado), por lo que todos sus puntos deberían tener un número par para poder completar el circuito euleriano. Sin embargo, si se mira al mapa abstraído por Euler de la ciudad, rápidamente uno se da cuenta que todos los puntos del recorrido tienen un número impar de conexiones, por lo que es imposible completar el circuito euleriano en el problema de Königsberg. El problema, por tanto, es irresoluble pues está subscrito a una imposibilidad matemática de trasfondo.

Como se puede ver, hay aquí un mapa que representa la estructura del sistema (la ciudad de Königsberg) en el plano matemático, mediante la expresión formal de las relaciones entre los terrenos y los puentes. Al abstraer el mapa apropiado para el caso, se logra ver con claridad las relaciones entre los componentes del problema (los 4 terrenos y sus 7 puentes). El mapa matemático formal permite que se llegue a una explicación del sistema (la imposibilidad de cumplir con el recorrido). Entonces, la explicación y solución del problema se logra mediante la abstracción y el hecho de que la estructura matemática resultante logra exponer, de modo formal, las relaciones estructurales entre los puentes y los terrenos (la estructura del sistema).

4. Idealización y omisiones en la abstracción

Ahora bien, un problema grave de la tesis del mapeo es respecto precisamente a su abstracción, y como ella desecha ciertos factores del sistema. En la aplicación matemática, la estructura matemática suele proveer una serie de modelos estructurales formales para representar las interrelaciones en el sistema. En el paso de inmersión, se omiten ciertos factores empíricos puesto que se consideran dispensables para la explicación del sistema en estudio (Batterman 2010). Además, muchos modelos explicativos de las matemáticas involucran idealizaciones que son de cuajo falsa[8].

No obstante, aquello no es un problema. Como ya mencioné, aquella omisión se hace amén de un propósito en particular a estudiar. La simplificación que se realiza en la estructura matemática abstraída (a saber, la omisión de ciertos detalles que se encuentran originalmente en el sistema) se realiza en miras de un objeto de estudio particular. Por lo que se mantiene en la estructura matemática los factores que se consideran necesarios para el estudio y se omiten los dispensables. No obstante, dicha deliberación al momento de elegir *qué se queda y qué se va* cuando se realiza la inmersión, siempre es relativo al objetivo del estudio (Gelfert 2014: 1002). Nótese que la utilidad del mapa, obtenido mediante la inmersión, es dar cuenta de los factores estructurales que originalmente no eran visibles con claridad. Para, de este modo, poder trabajar de mejor manera con ellos (Colyvan, 2012: 131). A saber, mediante la abstracción se logra hacer más notorios los aspectos con los cuales se necesita trabajar. Posteriormente se logra llevar a cabo la derivación de consecuencias formales del sistema (Bueno y French 2018: 52) a través de las reglas de deducción de la nomenclatura matemática.

Volvamos al ejemplo de Königsberg: en la abstracción realizada por Euler ocurre que se desecharon todos los detalles de la ciudad, y solo se dejaron los 4 puntos y las 7 conexiones. Aquello se hizo porque los demás detalles (sobre la ciudad, el rio y los puentes) resultaban dispensables para la solución del problema (recorrer la ruta propuesta) que era el objeto de estudio en cuestión. Es probable que, si se hubiesen mantenido en mente todos los demás detalles, hubiera sido más difícil poder notar las relaciones entre los puntos y las conexiones que conllevaron a la solución del problema (mediante métodos de topología).

Téngase en mente que las matemáticas hacen más que sólo representar, ya que la abstracción permite observar y explicar hechos que no eran del todo visibles a primera vista (Colyvan 2012). Aquello es un rol relevante pues permite que se dé la derivación formal de consecuencias. La abstracción que propone la teoría del mapeo matemático no es puramente estructural y formal, sino que acaece también en su aplicación a un factor fuertemente pragmático y contextual (Batterman 2010)[9], por ello acaece al caso la deliberación.

Antes de seguir, aún queda un problema relativo a la abstracción. Sí, ciertamente la omisión de factores dispensables del sistema es justificable, sin embargo todavía cabe cuestionarse cuál es la validez de las conclusiones obtenidas de este modo (por la abstracción e idealización). El problema radica en: si se aceptan las idealizaciones (a saber, los casos ideales para el estudio en cuestión) como válidas, entonces hay un problema con la teoría del mapeo, pues nada en el sistema parece corresponderse con dicha idealización (Batterman 2010). Es decir, la estructura matemática tiene ciertos aspectos (las idealizaciones) que no tienen cabida alguna en el sistema empírico. ¿Qué

[8]Por ejemplo: los planos sin fricción que no existen en la realidad, o los fluidos continuos en el cálculo de mareas, siendo que todos los fluidos se encuentran compuesto por moléculas discretas (Batterman 2010)

[9] Batterman cita a Pincock 2007.

representan dichas idealizaciones? Las idealizaciones son importantes por su utilidad, pero no hay que olvidar que son necesariamente falsas respecto del sistema. Por lo que ¿cómo pueden dichas idealizaciones ser mapeadas en la estructura matemática, si en el sistema no existe algo tal como dichas idealizaciones para ser mapeadas (Batterman 2010)? Por consiguiente, tenemos primeramente el cuestionamiento sobre la correspondencia representativa de las idealizaciones con el sistema. Y, en segundo lugar, la pregunta sobre la validez de las conclusiones logradas por medio de dichas idealizaciones, abstracciones y omisiones. Si ellas no tienen contraparte empírica (u omiten factores empíricos o, mejor dicho, de cuajo son falsas), ¿cómo pueden explicar lo empírico?

Respecto de lo primero: resulta que aquello es una confusión generada por una mala compresión de la idealización en la estructura matemática. Considero que se está tomando la idealización como algo positivo cuando ella es negativa (no en sentidos de valuación). Me explico, no es que exista en el sistema algo como "lo idealizado" en la estructura matemática (como los planos sin fricción, e.g.), sino que en la abstracción formal se omiten factores empíricos para dar cabida a la idealización (se omite la fricción de los planos, ateniéndome al ejemplo). Por consiguiente, estaría mal cuestionar por la correspondencia representativa de las idealizaciones respecto del sistema, pues ellas resultan ser la no representación de algo (es decir, una omisión).

Sin embargo, ciertamente uno puede cuestionar la validez de los resultados obtenidos por tales idealizaciones y abstracciones, puesto que aquello con lo que estamos trabajando en el campo formal no se corresponde fidedignamente con el sistema (al cual posteriormente se le atribuirán las conclusiones).

Pues bien, resulta que la explicación (conclusión del estudio) obtenida por este medio sí es una explicación válida, puesto que la abstracción matemática no ignora los factores que se consideran relevantes para la explicación (conclusión). Ya que, al solo enfocarse en dichos factores relevantes, hace que uno logre apreciarlos de manera más evidente (Colyvan 2012: 129). En efecto, los detalles que se omiten son dispensables según el objetivo del estudio, por lo que la explicación habrá de ser válida ya que los detalles que se le acusan de ignorar no son necesarios para lo que se busca explicar (Colyvan 2012: 129-130). La explicación sigue siendo válida a pesar de la omisión de detalles e integración de idealizaciones, porque aquellos factores no afectan lo medular del estudio que nos convoca en dicho caso. Nuevamente, tómese como ejemplo el caso de Königsberg: si entre los datos se dijera (aparte de los 4 puntos y las 7 conexiones) cuál es el color de los puentes, cuántas personas caminan normalmente por ellos, quienes viven en la ciudad, qué peces se suelen pescar en el rio Pregel, etc; todo esos datos nuevos resultan irrelevantes para la solución del problema (ciertamente el color de los puentes no altera las conexiones impares de los puntos, e.g). Dicha sobrepoblación de datos irrelevantes resulta ser más un estorbo e impedimento que una ayuda para alcanzar la solución. Por tanto, la omisión de todos ellos en la inmersión no es problemática para la conclusión (no se acusaría a Euler de equivocarse en su solución por haber ignorado el color de los puentes o los peces del rio). Una estructura matemática no tiene menor valía en su explicación por ser menos idealizada (Batterman 2010)[10].

[10] Batterman se refiere a un comentario personal que le realizó Colyvan.

5. Derivación e interpretación

O. Bueno (2016) expone tres roles que cumple la matemática en su aplicabilidad: el rol representativo, el expresivo y el inferencial. El rol representativo es caracterizado por ser aquel que permite a la matemática representar ciertas relaciones estructurales entre los objetos físicos y los estados de estos en el sistema. Es decir, se usa la nomenclatura matemática para representar características relacionales del mundo físico (en particular del sistema de estudio). El rol expresivo es aquel que explica que las matemáticas son empleadas para expresar ciertas relaciones particulares entre objetos. Finalmente, el ron inferencial es aquel que resulta útil para proveer información adicional acerca del sistema a través de la derivación formal desde los axiomas y principios matemáticos.

Si se revisan los tres roles de la aplicabilidad de las matemáticas expuesto por Bueno (2016), fácilmente se puede relacionar el mapeo de la estructura matemática relativa al sistema empírico con el rol representativo y el expresivo (Batterman 2010). Por ello, toca ahondar en qué ocurre con el rol inferencial. Hasta ahora sólo me he referido al mapeo que realiza la estructura matemática por medio de la inmersión, sin embargo, queda explicar cómo se realiza la derivación de consecuencias, y por qué es necesaria la inmersión matemática para que se puedan derivar consecuencias formales respecto sistema.

En la teoría del mapeo, el primer paso es la ya explicada inmersión matemática y el segundo es la derivación formal, la cual consiste en concluir consecuencias necesarias (Bueno y French 2018: 52) por medio de las formalidades matemáticas. Es menester realizar primero la inmersión, puesto que pasando del sistema a la estructura matemática se agrega la necesidad matemática formal al sistema contingente que se estudia (Bueno 2016). Pues, sean ficciones o no, las estructuras matemáticas se siguen rigiendo por una serie de axiomas y principios formales que las hacen necesarias en su deducción (*si tengo A y tengo B, necesariamente tendré C, e.g.*).

Un problema que puede esgrimirse en este punto (en cierto sentido similar al problema de las idealizaciones de la sección tres) es el cuestionamiento sobre por qué es válida la aplicación de la necesidad matemática en el sistema empírico-natural. Hay quienes postulan que no puede haber verdad matemática que sea necesaria y que al mismo tiempo refiera a la realidad, uno de los que sostenía esta idea era Einstein, quien afirmaba que no puede haber certeza matemática (necesidad) mientras ésta se refiriese a la realidad natural (Franklin, 2014: 67)[11]. Una justificación para esta postura es el hecho que el sistema no es una instanciación exacta (isomórfica total) de la estructura matemática, sino que dicha estructura es una idealización respecto del sistema. Por ende, no es necesaria la conclusión de que aquello que sea aplicable a la estructura matemática será aplicable al sistema empírico. Aquello deja patente el problema sobre cómo se puede aplicar la necesidad formal de la estructura matemática a la contingencia del sistema.

Para solucionar dicho problema basta con ver que no se necesita que el sistema sea una instanciación isomórfica total de la estructura matemática. El ejemplo de los puentes de Königsberg es una muestra de cómo la necesidad matemática sí tiene cabida en el sistema que refiere. La imposibilidad de completar el circuito euleriano en los puentes de Königsberg no es solo empírica, sino que matemática. Sin importar la

[11] Franklin cita a Einstein 1954: 233.

contingencia del mundo natural, mientras se mantenga la estructura de los 4 puntos y sus 7 conexiones, seguirá siendo imposible completar el circuito euleriano. Es un factor puramente matemático estructural el que causa su imposibilidad, por lo que su imposibilidad es necesaria[12] (Franklin, 2014: 69). Entonces el problema repercute en el mismo punto que el problema de las idealizaciones: mientras la estructura matemática mantenga su isomorfismo parcial con el sistema, los principios formales que afectan necesariamente a la estructura matemática también tendrán su correlato en el sistema.

Volviendo a la teoría del mapeo, por medio de la inmersión se lleva lo contingente empírico a la necesidad formal, para así poder derivar consecuencias necesarias desde la estructura matemática inicial. Finalmente, el último paso es la interpretación de las consecuencias matemáticas obtenidas por la derivación formal, re-instanciando la nueva estructura matemática obtenida (por la deducción) en el sistema empírico, interpretando así las conclusiones (Bueno y French 2018: 52). Puede ocurrir que el mapa que se obtuvo en la inmersión, al final en la interpretación sea distinto. No obstante, aquel cambio de mapa no conlleva un problema (Bueno y French 2018: 52). Ya que, mientras en la derivación se hayan seguido las normas formales de las matemáticas, el cambio de mapa está justificado, por lo que la conclusión es válida. Así que corresponderá que se comprenda el sistema siguiendo la estructura derivada por medios matemáticos para, de este modo, llevar a cabo la interpretación de las conclusiones obtenidas.

6. Conclusión

Por medio del mecanismo de tres pasos de la tesis del mapeo se da cuenta del modo en que se aplican las estructuras matemáticas al sistema empírico. Sin embargo, se puede acusar (en la inmersión del sistema en la estructura matemática) que dicha inmersión no es del todo válida. La aplicabilidad de las matemáticas a las ciencias empíricas no puede consistir simplemente en agregar formulaciones y nomenclatura matemática a los enunciados empíricos. En muchos casos, desde un comienzo (en la formulación y teorización inicial del enunciado científico), había ya una cantidad sustancial de componentes matemáticos, que de hechos fueron necesarios e indispensables para esta primera formulación del enunciado científico (Bueno 2016). La formulación científica requiere de dicha matemática para su formulación inicial. Si la teoría del mapeo no puede dar cuenta de la matemática que yace en la enunciación científica, previa a la inmersión inicial, entonces no hay justificación para los pasos siguientes.

En defensa de la teoría, ocurre que dicho enunciado científico se está viendo de manera muy particular y aislada. Hay que tener en cuenta que el componente matemático que yace en dicha enunciación científica no apareció *ex nihilo* ni está presente en el sistema al cual se refiere, sino que fue integrado a la enunciación científica del sistema como resultado de un correspondiente estudio anterior. El componente matemático de dicha teoría científica está ahí porque tuvo lugar un proceso anterior de aplicación matemática. Se debe tener en consideración que nos encontramos en un paradigma matemático, donde el lenguaje por antonomasia de las ciencias son las matemáticas, por lo que hay todo un legado histórico-matemático en las ciencias empíricas actuales (eso incluye su formulación teórica).

[12] Hay autores que defiende que la modalidad física está subscrita a la modalidad matemática (véase Lange 2017 o Steiner 2002). Este es un punto sometido a debate actualmente pero no me enfocaré en él.

Este pequeño inciso de la conclusión tiene dos propósitos: primero señalar que hay un contexto histórico muy grande que da pie a la aplicación de las matemáticas. Desde siglos que las matemáticas son empleadas como el lenguaje científico, pero no siempre fue así. Es importante remarcar que hay un canon histórico en el cual se da la aplicabilidad de las matemáticas a las ciencias. Lo "incomprensible" de la aplicabilidad es el arraigo de antaño de lo matemático en lo científico, por lo que aquello nos dificulta ver con claridad la aplicabilidad de las matemáticas y nos hace confundirlas con incomprensibles. Un gran problema del "milagro" expuesto por Wigner es que justamente diviniza el rol de las matemáticas en las ciencias haciendo que ya desde un inicio se considere incomprensible dicho rol para nosotros. La estrategia debe ser justamente la opuesta, naturalizar el rol de estás en las ciencias. Al naturalizarse, se permite ver en la praxis misma de las ciencias el modo en que se relacionan matemáticas y ciencia.

El segundo propósito del ejemplo es señalar que aún queda mucho por estudiar. Considero que dentro de las historias de las ciencias y la historia de las matemáticas hay mucha labor filosófica. La aplicabilidad matemática parte en un determinado momento histórico y por determinadas razones. Desde la perspectiva histórica queda bastante por analizar. Ahora bien, en el contexto contemporáneo del debate también queda mucha labor por realizar. Durante el texto me referí en notas a pie de página a ciertos puntos que dan pie a debate y discusión hoy en día. Por ejemplo, el subscribir la modalidad física a la modalidad matemática es un punto que tácitamente asume la tesis del mapeo en el segundo paso. Sin embargo, aquel es un debate muy activo el día de hoy sin un consenso todavía[13]. Pero aquel debate no era el foco de este trabajo, sino exponer cómo da cuenta la tesis del mapeo sobre la aplicabilidad matemática. El segundo propósito del inciso es señalar que aún queda mucho trabajo por hacer y mucha investigación por realizar en varios puntos que expuse a lo largo del ensayo.

La tesis del mapeo da cuenta de la relación (isomórfica parcial) que se da entre un sistema empírico y la estructura matemática que presenta la configuración de dicho sistema. El paso de derivación da la firmeza suficiente para poder concluir con precisión consecuencias del sistema que estudiamos (esto gracias a la necesidad de la modalidad matemática). Finalmente, la interpretación es un paso regresivo en el cual, desde la estructura matemática, se vuelve a instanciar en el sistema empírico las conclusiones formales matemáticas. Sin embargo, ahora la estructura matemática es distinta por la deducción formal que se realizó en la derivación, por lo cual el sistema debe que ser comprendido de distinta manera siguiendo a la nueva estructura matemática derivada. De este modo, se interpretan las conclusiones matemáticas, pudiendo finalmente solucionarse el cuestionamiento por el cual se dio inicio el proceso de estudio.

7. Bibliografía

Balaguer, Mark. Platonism and anti-Platonism in mathematics. New York: Oxford University Press, 1998. Print

Bueno, Otavio. "An antirealistic account of the application of mathematics." Springer Science (2016): 2591 – 2604. Print

Bueno, Otavio, and Steven French. Applying mathematics. Oxford: Oxford University

[13]Véase nota a pie de página 12.

Press, 2018. Print

Batterman, Robert. “On the explanatory role of mathematics in empirical science.” The British journal for the philosophy of science 6. 1 (2010): 1 – 25. Print.

Colyvan, Mark. An introduction to the philosophy of mathematics. Sidney: Cambridge University Press, 2012. Print.

Dieks, Dennis. “The flexibility of mathematics.” En The role of mathematics in physical science: interdisciplinary and philosophical aspect, ed. Giovanni Boniolo, Paolo Budinich, and Majda Trobok. Dordrecht: Springer, 2005. 115 – 129. Print.

Field, Hartry. “Introduction: Fictionalism, epistemology and modality.” Realism, mathematics and modality. New York: Blackwell, 1989. 1 – 30. Print.

Franklin, James. An Aristotelian realist philosophy of mathematics: mathematics as the science of quantity and structures. London: Palgrave Macmillan, 2014. Print.

Gelfert, Axel. “Applicability, indispensability, and underdetermination: Puzzling over Wigner’s Unreasonable effectiveness of mathematics.” Science and education 23. 5 (2014): 997 – 1009. Print

Lange, Marc. Because without cause: non-causal explanations in science. New York: Oxford University Press, 2017. Print.

Resnik, Michael D. Mathematics as a science of pattern. New York: Oxford University Press, 1997. Print.

Shapiro, Stewart. Thinking about mathematics. New York: Oxford University Press, 2000. Print.

Steiner, Mark. The applicability of mathematics as a philosophical problem. London: Harvard University Press, 2002. Print.

Wigner, Eugene P. “The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural science.” Communications on pure and applied mathematics 13. 1 (1960): 1 – 14. Print.