

Optimización multi-objetivo del problema de enrutamiento de vehículos

Nancy Pérez González¹, Alejandro Alvarado Iniesta¹, Oliver Schütze², Oliver Cuate²,

¹Universidad Autónoma de Ciudad Juárez.

²Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional.

Resumen

Este estudio parte de la necesidad de encontrar soluciones al problema de enrutamiento de vehículos de muchos objetivos, por lo se plantea encontrar soluciones óptimas para el problema con cuatro objetivos, siendo así considerado un problema de optimización de muchos objetivos para casos discretos. Se propone el diseño de metodologías que permitan la exploración del frente de Pareto enfocado a cierta dirección. Los objetivos que se consideran son: minimización de distancia, el número de vehículos, tiempo de espera y tiempo de demora. Se utilizaron datos de referencia encontrados en la literatura y el algoritmo NSGA-II es utilizado con la finalidad de encontrar el conjunto de soluciones óptimas y el Frente de Pareto parcial. Después, son diseñadas tres metodologías, para obtener soluciones enfocadas a una parte del frente. Los resultados demuestran que las técnicas diseñadas en este estudio dan resultados favorables para la optimización de problemas de muchos objetivos que además son discretos.

Palabras clave: Problema de enrutamiento de vehículos, optimización multi-objetivo, NSGA-II, búsqueda local.

Introducción

Desde que Dantzig y Ramser introdujeron el Problema de Enrutamiento de Vehículos (VRP), hace más de 50 años, este problema ha sido sujeto de extensas investigaciones (García-Nájera, Bullinaria, & Gutiérrez-Andrade, 2015). A partir de la cual se han propuesto numerosos métodos, tanto determinísticos como heurísticos para resolverlo, siendo los segundos los que han reportado mayor número de publicaciones (Lin, Choy, Ho, Chung, & Lam, 2014).

El problema de enrutamiento de vehículos clásico consiste en tener un cierto número de clientes, los cuales deben recibir sus pedidos por cierto número de vehículos (Tan, Chew, & Lee, 2006). Por lo tanto, el objetivo principal de VRP es minimizar el costo total de la ruta. Sin embargo, determinar la solución óptima es un problema NP-Completo en optimización combinatoria, así que para la práctica se han desarrollado métodos determinísticos y heurísticos que encuentran soluciones

aceptables para la resolución del problema (Karakatič & Podgorelec, 2015).

Los problemas con múltiples objetivos surgen de manera natural en la mayoría de las disciplinas y su solución ha sido un reto para los investigadores durante mucho tiempo y el VRP no ha sido la excepción. Diferentes investigaciones se han realizado para resolver el VRP multi-objetivo (Castro-Gutierrez, Landa-Silva, & Moreno Perez, 2011) para el cual es necesario satisfacer más de un objetivo, generalmente no conmensurables, sin afectarse entre sí.

Dentro de los problemas multi objetivo se encuentran los problemas de muchos objetivos, los cuales son

considerados en los problemas de más de cuatro objetivos. Con este número de objetivos el número de soluciones encontradas en el Frente de Pareto se vuelve muy grande, por lo que el encontrar todas las soluciones óptimas para este tipo de problemas tiene un gran costo computacional, por lo que se han diseñado diferentes técnicas para la resolución de este tipo de problemas centrándose solamente en una dirección de búsqueda. Entre estudio plantea el diseño de tres métodos para la resolución de problemas discretos, como el VRP, con la intención de una búsqueda enfocada en sólo una parte del Frente. Los métodos serán descritos en la sección 2, así como los resultados números se muestran en la sección 3.

Método

Para la optimización de muchos objetivos en problemas discretos no es posible utilizar la información proporcionada por Jacobian y Hessian, por lo que diseñaron tres métodos para poder realizar el movimiento en el espacio utilizado, estos métodos son descritos a continuación. Estos métodos consisten en volver el problema multi-objetivo en un problema mono objetivo por medio de una función de escalarización.

Método 1: Puntos de Referencia Dinámicos

En este método el objetivo es:

$$\min_{x \in S} s_{zt}(x) \quad (1)$$

para un conjunto de puntos $z(t_i), i = 0, \dots, m$. $s_{zt}(x)$ es una función de escalarización de recompensa. Utilizamos la función de pesos aumentados de Tchebycheff la cual es definida como:

$$s_{zt}(x) = \max_{i=1, \dots, k} \{\lambda_i |f_i(x) - z_{ti}|\} + \rho \sum_{i=1}^k \lambda_i (f_i(x) - z_{ti}) \quad (2)$$

La idea gráfica es mostrada en la figura 1.

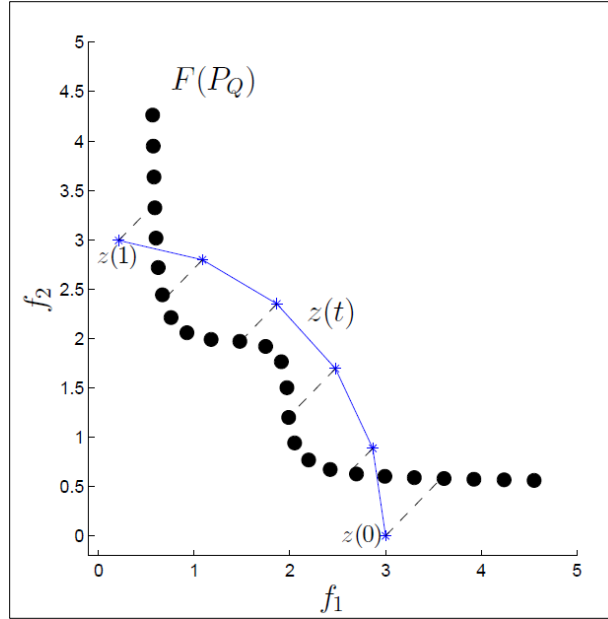


Figura 1. Idea del método de puntos de referencia dinámicos

Método 2: Trasladarse en el Espacio Objetivo

Sean $\mathbf{d}_k \in \mathbb{R}$ una dirección dada y s un tamaño de paso, se puede encontrar el punto de referencia \mathbf{z}_t conforme \mathbf{d}_k a través de:

$$\mathbf{z}_t = \mathbf{F}(\mathbf{x}^*) + s\mathbf{d}_k \quad (3)$$

El punto de referencia \mathbf{z}_t usualmente es un punto no factible, sin embargo, para ciertas direcciones puede ser el punto más cercano a un punto dominado. La tarea es encontrar tanto la solución óptima más cercana al punto de referencia como la más cercana a la dirección dada. Por lo que se incluyen dos restricciones a (2) como se muestran a continuación.

$$\min_{\mathbf{x} \in S} s_{z_t}(\mathbf{x})$$

$$s. t. \mathbf{d}_t \cdot \mathbf{d}_k > 0 \quad (4)$$

$$\|\mathbf{d}_t\| > 0$$

donde $\mathbf{d}_k \in \mathbb{R}^k$ es un vector que indica la dirección $\mathbf{F}(\mathbf{x}^*)$ a $\mathbf{F}(\mathbf{x})$, es decir, $\mathbf{d}_t = \mathbf{F}(\mathbf{x}) - \mathbf{F}(\mathbf{x}^*)$.

La ecuación (4) se utiliza para obtener el mejor movimiento conforme a \mathbf{d}_k . La ecuación (2) devuelve la solución óptima más cercana para el punto de referencia \mathbf{z}_t ; la primera restricción es usada para seguir la dirección dada y la norma para \mathbf{d}_t garantiza encontrar una solución diferente a la inicial. Finalmente, la restricción para el tamaño de paso es dada por el punto de referencia y a continuación la solución de (4) es la nueva solución óptima. La representación gráfica de este método es mostrada en la figura 2.

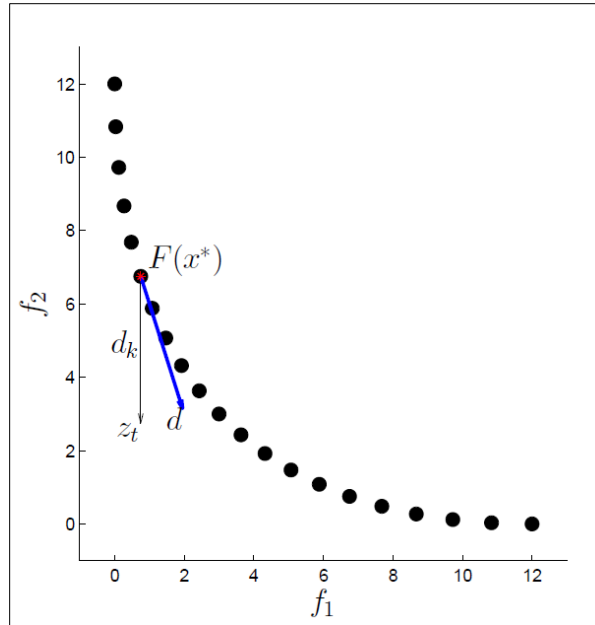


Figura 2. Idea del método de trasladarse en el espacio objetivo.

Método 3: Pesos Dinámicos

Este método trata de la solución de:

$$\min \sum_{i=1}^k \alpha_{ti} f_i \quad (5)$$

para un conjunto de pesos $\alpha(t_i) = 0, \dots, m$.

Resultados

Los datos fueron tomados de (Castro-Gutierrez et al., 2011) para un ejemplo con 50 locaciones y se seleccionaron cuatro objetivos que son: distancia f_1 , número de vehículos f_2 , tiempo de espera f_3 y tiempo de demora f_4 . Primero se corrió el programa utilizando el algoritmo NSGA-II para tratar de encontrar el frente de Pareto. Se encontraron algunas soluciones y después se empezó a buscar en algunas direcciones específicas utilizando los métodos explicados anteriormente. Para la solución de estos métodos mono objetivo se utilizó el algoritmo genético.

Método 1

Para este método la búsqueda se realizó, en primer lugar, entre los puntos Z_0 y Z_1 , el resultado se puede ver en la figura 3, este tipo de figuras muestran alrededor del círculo cada uno de los objetivos a optimizar, el perímetro del círculo representa la mejor solución posible para cada objetivo, el centro del mismo representa la peor solución posible. La figura 3 muestra el progreso de todos los objetivos entre cada cambio de punto de referencia, en el último cuadro se puede ver el cambio entre el comienzo Z_0 y el final Z_1 .

Z_0	Z_1	Z_2
Distancia más corta	Distancia más corta	Distancia máxima
Mínimo tiempo de espera	Máximo tiempo de espera	Mínimo tiempo de espera
Mínimo número de vehículos	Mínimo número de vehículos	Máximo número de vehículos
Mínimo tiempo de retraso	Máximo tiempo de retraso	Mínimo tiempo de retraso

Una segunda búsqueda fue realizada entre Z_0 y Z_2 , los resultados se pueden ver en la figura 4.

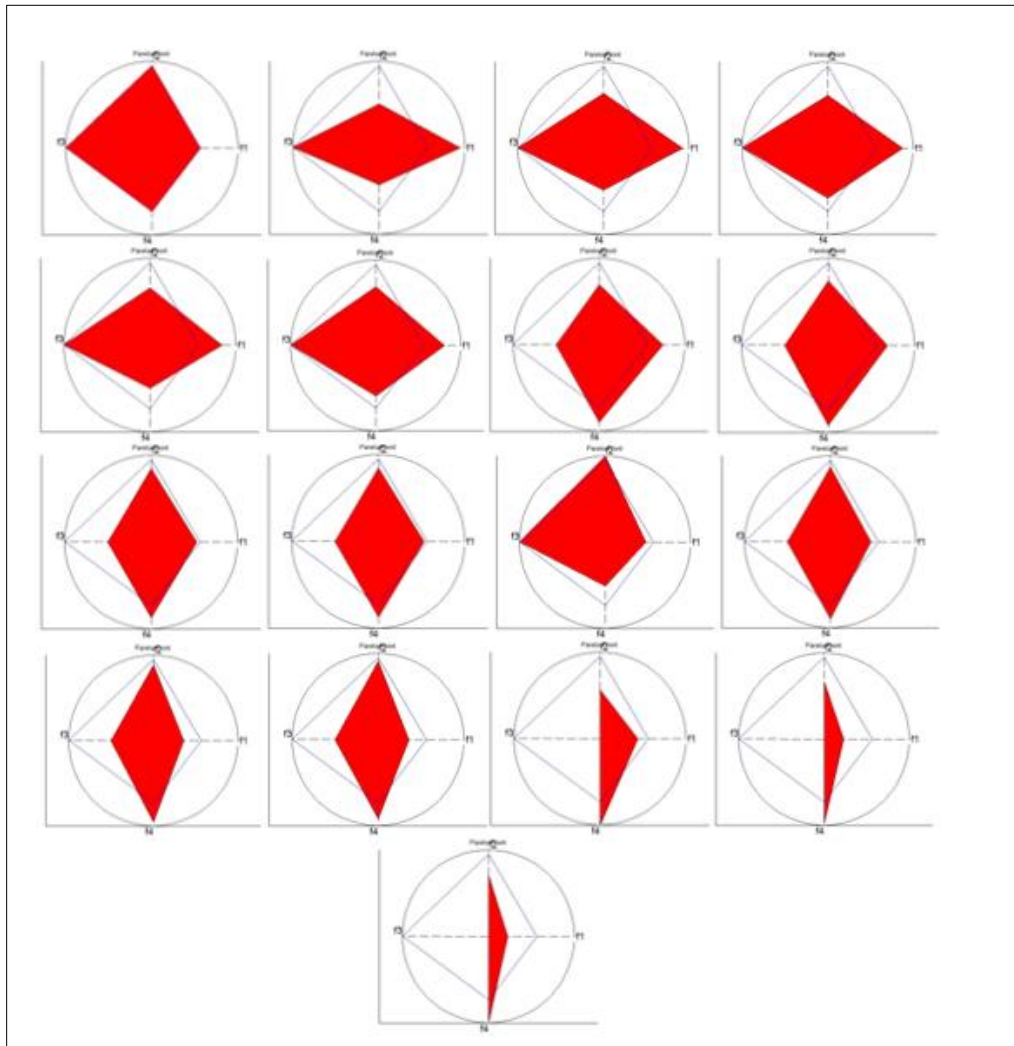


Figura 3. Cambio de los objetivos entre Z_0 to Z_1

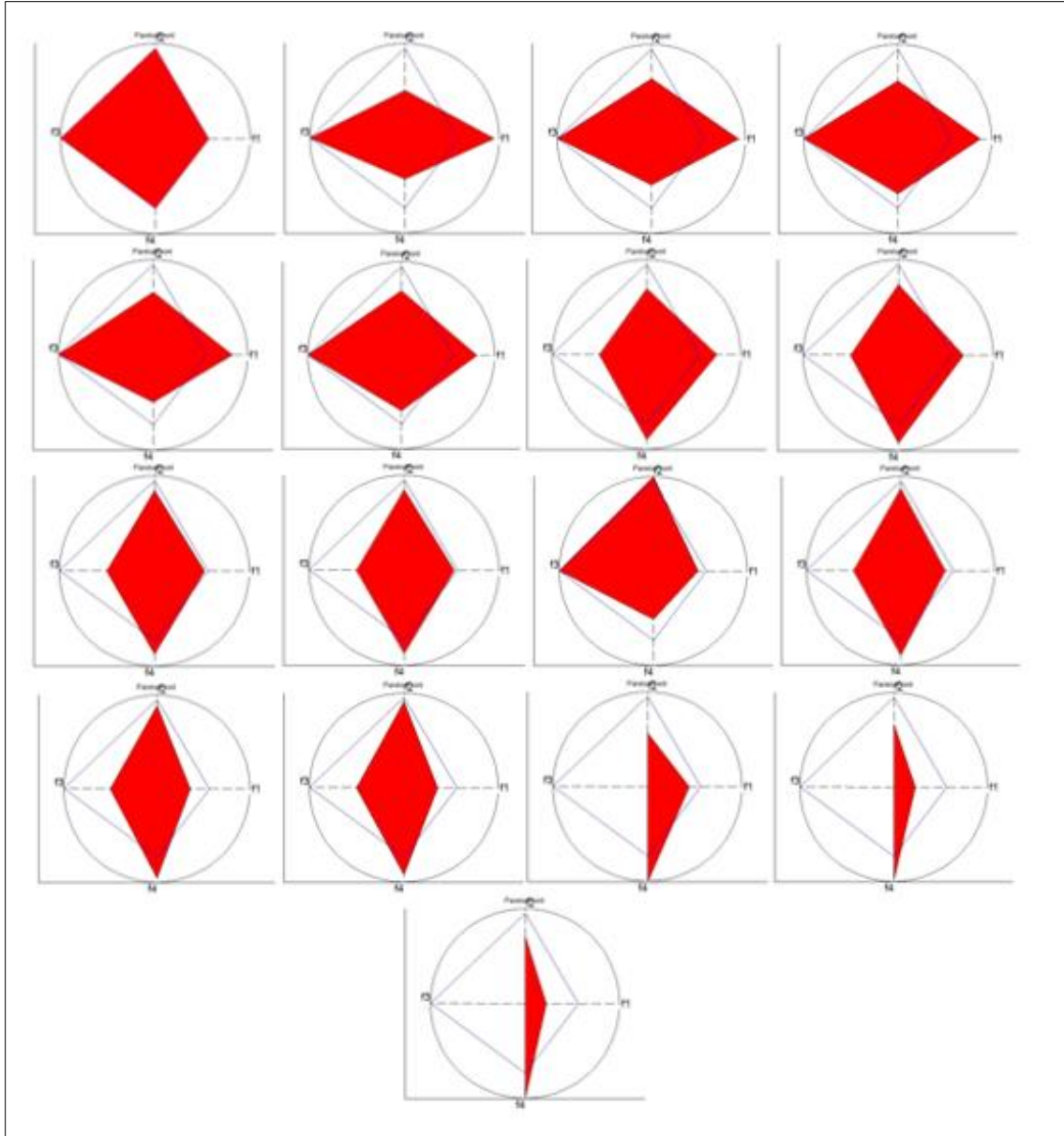


Figura 4. Cambio de los objetivos de Z_0 to Z_2

Método 2

En este método se tuvo como punto inicial x_0 la solución cuyo valor en f_2 es el peor conocido y la dirección en la cual nos tratamos de mover es $d_1 = [0 - 1 0 0]$, con un tamaño de paso $s = 100$, es decir, tratamos de encontrar la solución con el menor valor en f_2 , tratando de alejarnos lo menos posible de los valores en los otros

objetivos. Los resultados de este método se muestran en la figura 5.

En el último cuadro de esta figura se puede ver que se logró encontrar el mínimo valor posible para f_2 , sin embargo en valor en f_1 paso de ser el mejor posible a ser el peor, el valor en f_3 y el valor en f_4 también tuvieron una mejoría.

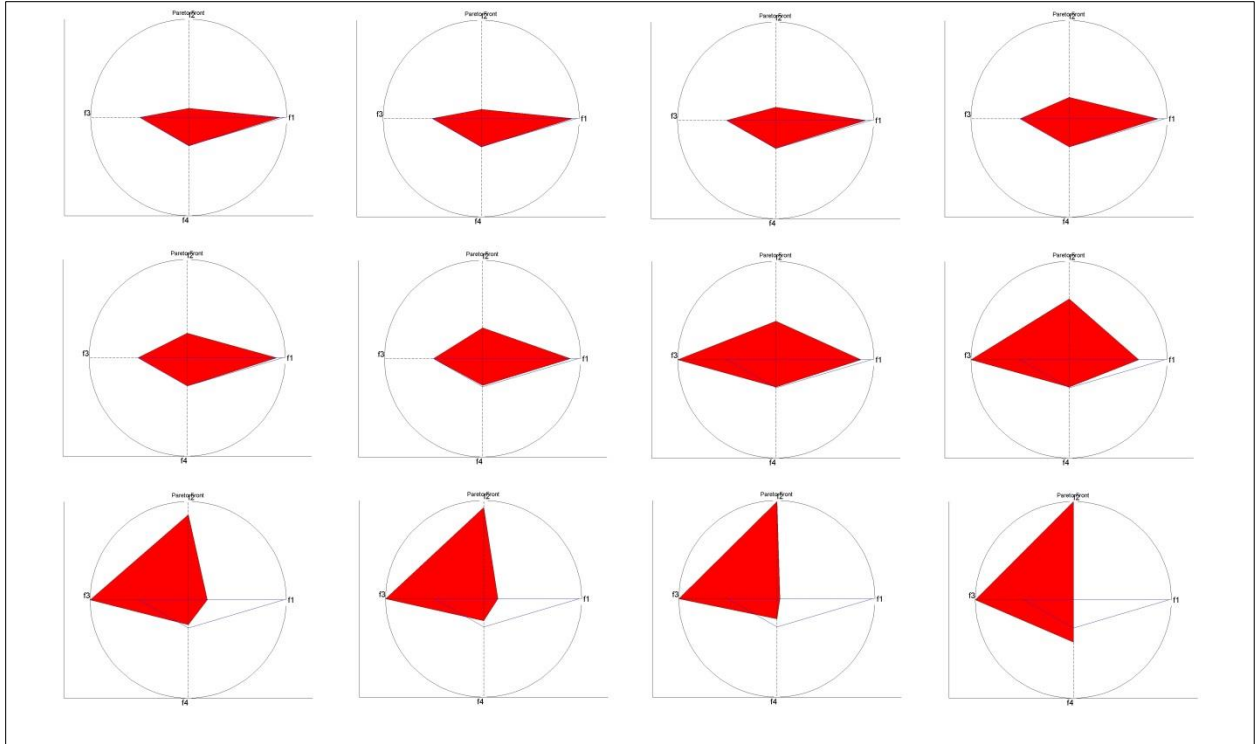


Figura 5. Cambio de los objetivos desde x_0 en la dirección d_1 .

Método 3

Como inicio para este método se tomó un α igual para cada uno de los objetivos, por lo

tanto en x_0 $\alpha_i = \frac{1}{M} \forall i$. Después, con la intención de movernos en f_4 para x_1 $\alpha_4 \approx 1$. La figura 6 muestra el progreso con el paso del tiempo de todos los objetivos.

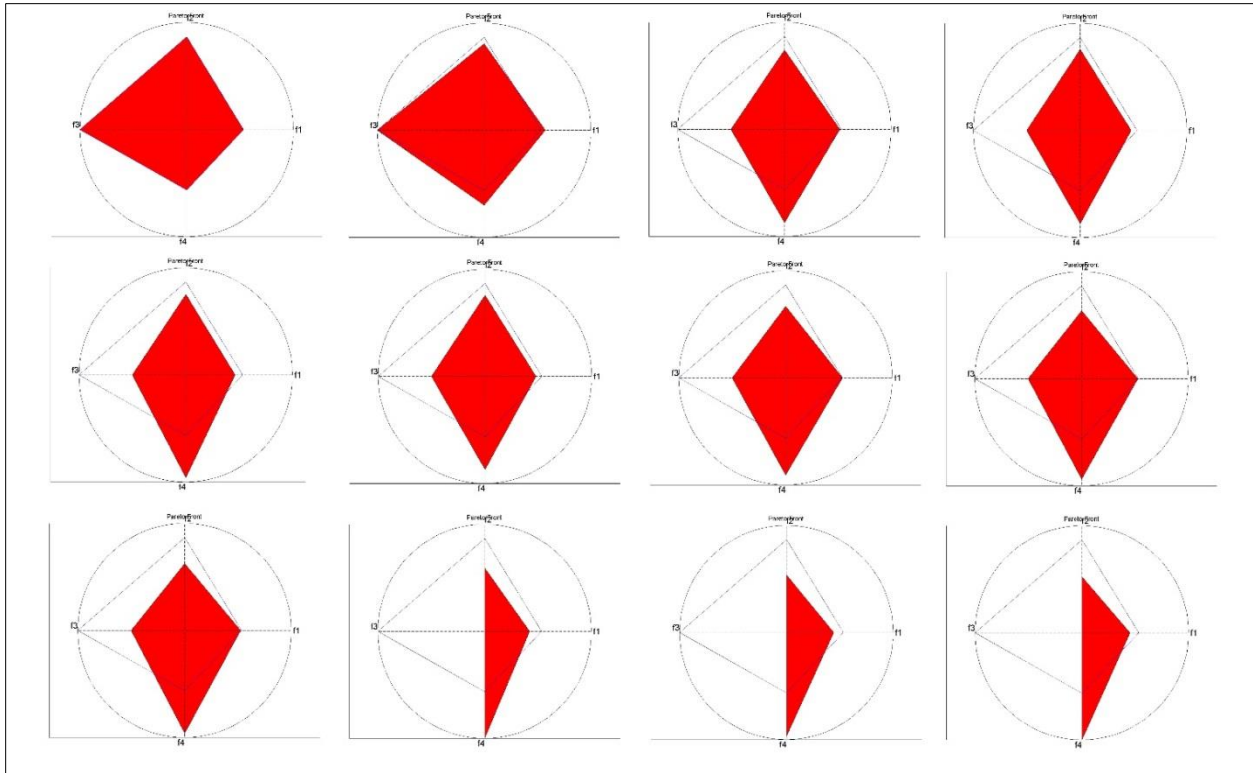


Figura 6. Cambio de los objetivos desde x_0 hasta x_1

Conclusiones

Los resultados demuestran que las técnicas diseñadas en este estudio dan resultados favorables para la optimización de problemas de muchos objetivos que además son discretos, como se puede ver en la sección 3, las técnicas permiten el movimiento en diferentes direcciones siendo así posible encontrar soluciones según los deseos del usuario, este movimiento también permite visualizar el cambio en cada

objetivo al realizar un cambio en otro, por lo que el usuario puede encontrar soluciones cercanas a las deseadas que se adapten más a sus necesidades.

Como futura investigación se plantea la utilización de estos métodos en casos reales para así poder adaptar los resultados a los deseos del cliente y verificar la mejora realizada para cada caso.

Referencias

Castro-Gutierrez, J., Landa-Silva, D., & Moreno Perez, J. (2011). Nature of real-world multi-objective vehicle routing with evolutionary algorithms. 2011 IEEE International Conference on

Systems, Man, and Cybernetics, 257–264. doi:10.1109/ICSMC.2011.6083675

García-Nájera, A., Bullinaria, J. a., & Gutiérrez-Andrade, M. a. (2015). An evolutionary

approach for multi-objective vehicle routing problems with backhauls. *Computers & Industrial Engineering*, 81, 90–108. doi:10.1016/j.cie.2014.12.029

Karakatič, S., & Podgorelec, V. (2015). A survey of genetic algorithms for solving multi depot vehicle routing problem. *Applied Soft Computing*, 27, 519–532. doi:10.1016/j.asoc.2014.11.005

Lin, C., Choy, K. L., Ho, G. T. S., Chung, S. H., & Lam, H. Y. (2014). Survey of Green Vehicle

Routing Problem: Past and future trends. *Expert Systems with Applications*, 41, 1118–1138. doi:10.1016/j.eswa.2013.07.107

Tan, K. C., Chew, Y. H., & Lee, L. H. (2006). A hybrid multi-objective evolutionary algorithm for solving truck and trailer vehicle routing problems. *European Journal of Operational Research*, 172, 855–885. doi:10.1016/j.ejor.2004.11.019