

## Super resolución de imágenes de PET utilizando variación total no local

Jorge Castro Molinar<sup>1</sup>, José Mejía<sup>1</sup>, Boris Mederos<sup>1</sup>, Leticia Ortega Máñez<sup>1</sup>,  
Liliana Avelar sosa<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Universidad Autónoma de Ciudad Juárez

La tomografía por emisión de positrones provee de imágenes de los procesos metabólicos que ocurren en el interior de un cuerpo, lo que ayuda al diagnóstico, tratamiento y seguimiento de diversos padecimientos tales como enfermedades cardiacas, cáncer, epilepsia, entre otras. Sin embargo, dichas imágenes contienen una gran cantidad de ruido y poseen una resolución espacial pobre. En este trabajo se propone una técnica para reducir el ruido e incrementar la resolución de este tipo de imágenes, mediante un regularizador basado en la variación total no local. Los resultados obtenidos muestran un decremento notable de ruido y una mejor resolución con respecto a las imágenes reconstruidas con otros métodos de la literatura.

**Palabras Clave:** Imágenes Tomografías.

### Introducción

La tomografía por emisión de positrones (PET) es una técnica de imagenología médica, de gran interés en estudios cerebrales, cardíacos, y sobre todo para diagnósticos oncológicos. En estos últimos se utiliza el radiofármaco <sup>18</sup>F-fluorodesoxiglucosa (FDG), ya que es muy selectivo para la determinación de masas tumorales (Zaragoza, 2000). Dentro de los estudios oncológicos es capaz de caracterizar el perfil bioquímico, genético y hormonal de células tumorales (Cañellas, 2009; Bonmatí, 2004).

La PET se basa en la introducción, en el organismo bajo estudio, de un radiofármaco que contiene radioisótopos emisores de positrones. Los positrones emitidos por la sustancia radioactiva, son aniquilados por los electrones circundantes del tejido, provocando la emisión de dos fotones que viajan en direcciones opuestas (Zaragoza, 2004). Son estos pares de fotones los que el anillo del tomógrafo detecta y es a través de conteos de

estos eventos que una imagen es reconstruida la cual es una representación de la distribución del radiofármaco del interior del paciente. Sin embargo, debido a varios factores como eventos espurios y dispersos, las dosis bajas requeridas para seguridad del paciente y el tiempo muerto en los sensores, las imágenes contienen excesivo ruido. Además, procesos físicos como el rango medio del positrón o mecánicos como el arreglo de los sensores, limitan considerablemente la resolución espacial de las imágenes (Wernick, 2004; Lynch, 2007).

Existen diversos trabajos en el área de procesamiento digital enfocados a incrementar la resolución de las imágenes PET. A este tipo de técnicas se le designa como técnicas de super resolución multi-imagen, y utilizan un conjunto de imágenes de baja resolución para reconstruir una imagen de alta resolución. A continuación, se ofrece un breve resumen de algunos trabajos relevantes en esta área. En (Zomet et al. 2001), se propone un algoritmo

de super resolución (SR) que utiliza la mediana para rechazar datos anómalos en los datos de las imágenes de baja resolución, este algoritmo es rápido y permite reducir el ruido en la imagen final de alta resolución. En (Zeng y Lu, 2013) se propone utilizar un método que aprovecha información de regiones no locales, mediante la variación total no local, dicho método también es robusto al ruido ya que la información en cada pixel aumenta al considerar regiones similares. En cuanto a trabajos de SR enfocados a la imagen PET se tiene el trabajo de (Kennedy et al. 2003) que fue un trabajo pionero en este tipo de imágenes, demostrando la factibilidad de utilizar técnicas de SR. En (Wallach, et al. 2012) utilizan SR en combinación con imágenes de tomografía computarizada (CT) con sincronía en las fases de respiración para mejorar la resolución y preservar bordes en imágenes PET con ayuda de imágenes de CT

del mismo paciente. A pesar de que existen estudios de aplicación de SR a imágenes PET, los trabajos por lo general aplican técnicas de SR ya existentes probadas con imágenes adquiridas con cámara fotográfica, sin considerar que a los datos PET contienen un excesivo ruido.

En este trabajo se pretende aportar una solución a los problemas de la degradación de las imágenes médicas PET ocasionada por la baja resolución, proponiendo un algoritmo para mejorar la imagen. Se propone resolver el problema de SR utilizando un enfoque variacional, mediante una metodología similar a la utilizada en (Zeng y Lu, 2013), con la diferencia del uso de la mediana, como una forma de contrarrestar el ruido. Los resultados obtenidos indican un mejor desempeño del algoritmo propuesto para este tipo de imágenes.

## Métodos

A continuación, se describe la variación total no local y el modelo utilizado en la reconstrucción de imágenes mediante técnicas de SR. Finalmente, se presenta el algoritmo propuesto.

### Variación total no local

La idea de utilizar información no local fue introducida por (Buades, et al. 2005), en donde se sugiere utilizar un filtro para la reducción de ruido. Para estimar el valor de intensidad de un pixel en la imagen, no solo se utiliza la información que proveen sus pixeles vecinos, sino que también se pondera información de pixeles similares en intensidad sin importar que tan alejados en posición se encuentren del pixel considerado inicialmente, dicha

información recibe el nombre de “no local”. Esta idea ha sido expandida y adaptada a otros tipos de problemas inversos, en (Gilboa y Osher, 2008) se presentan los operadores no locales donde se definen nuevos tipos de funcionales no locales y que extienden a un marco no local los algoritmos clásicos basados en ecuaciones diferenciales parciales.

A continuación, se ofrece un resumen del marco definido en (Gilboa y Osher, 2008). Sea  $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ ,  $x, y \in \Omega$ , y  $w(x, y)$  una función de pesos no negativa y simétrica. Se define lo siguiente, el gradiente no local,  $\nabla_w u: \Omega \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ , como

$$(\nabla_w u)(x, y) := (u(y) - u(x))\sqrt{w(x, y)} \quad (1)$$

La divergencia de un vector  $v$ ,  $div_w \vec{v}: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ , como

$$(div_w \vec{v})(x) = \int_{\Omega} (v(x, y) - v(x, y)) \sqrt{w(x, y)} dy. \quad (2)$$

Uno de los funcionales que (Gilboa y Osher, 2008) proponen están basado en el gradiente no local, el cual será utilizado en el presente trabajo, es el funcional definido como

$$J(u) = \int_{\Omega} \phi(|\nabla_w u|^2) dx \quad (3)$$

cuya variación con respecto a  $u$  está definida como

$$\begin{aligned} \partial_u J(u) = & -2 \int_{\Omega} (u(y) - \\ & u(x)) w(x, y) \left( \phi'(|\nabla_w u|^2(x)) + \right. \\ & \left. \phi'(|\nabla_w u|^2(y)) \right) dy \quad (4) \end{aligned}$$

donde  $\phi'(s)$  es la derivada de  $\phi$  con respecto a  $s$ .

#### Modelo de degradación de la imagen

En esta sección se define el modelo de degradación de la imagen que se utiliza en super resolución multi-imagen. Los algoritmos de SR obtienen, a partir de un conjunto  $L$  de imágenes de baja resolución, una imagen de alta resolución, bajo el supuesto de que cada imagen  $i$ -ésima ( $Y_i$ ) de baja resolución tiene un desplazamiento diferente de longitud medida en subpíxeles con respecto a la imagen de alta resolución, por lo que aportan diferente información en la reconstrucción, además, el modelo supone que las imágenes de baja resolución provienen de una imagen de alta resolución ( $u$ ) degradada mediante emborronamiento ( $B_i$ ), desplazamientos ( $D_i$ ),

un cambio de escala ( $D_i$ ) y que están contaminadas con ruido ( $n_i$ ). Las degradaciones son modeladas por operadores representados por matrices y el modelo puede expresarse como

$$Y_i = D_i B_i M_i u + n_i, \quad i = 1 \dots L \quad (5)$$

donde se supone que el ruido  $n_i$  es aditivo Gaussiano.

#### Modelo Propuesto

En esta sección se discute el modelo propuesto para incrementar la resolución de las imágenes PET. En la mayoría de los planteamiento de SR, los datos con los que se cuenta son insuficientes para la reconstrucción, por lo que el problema de SR se clasifica como un problema mal planteado (*ill posed*), esto conlleva a tener un sistema con múltiples soluciones, lo que hace necesario introducir información adicional para obtener una solución factible. Para estabilizar el problema, restricciones adicionales son especificadas en el problema, esto es llevado a cabo mediante un término de regularización. Al adicionar un término para regularizar el problema, el modelo de SR puede ser formulado como

$$\hat{u} = \arg \min \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \| Y_k - D_k B_k M_k u \|^2 + \lambda A(u), \quad (6)$$

donde  $A(u)$  es el término de regularización. Proponemos la introducción del termino de regularización no local (3) como en (Zeng y Lu, 2013), con la finalidad de capturar y preservar las texturas y los detalles en la imagen. Lo que se espera es que el desempeño del algoritmo sea mejor que otros métodos debido a que se hace uso de información no

local adicional al de las vecindades locales y además se considera información no local.

En este trabajo la función seleccionada para el regularizador (3) es  $\phi(u) = \sqrt{u}$ , que corresponde a utilizar variación total. La variación con respecto a  $u$  viene dada por

$$J_{NL-TV}(u) = \int_{\Omega} \sqrt{\int_{\Omega} (u(y) - u(x))^2 w(x,y) dy dx} \quad (7)$$

En este trabajo proponemos utilizar (7) como un regularizador de (6) para obtener el siguiente problema de optimización

$$\hat{u} = \arg \min_u \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \|Y_k - H_k u\|^2 + \lambda J_{NL-TV}(u), \quad (8)$$

donde  $H_k = D_k B_k M_k$ . Un mínimo de la ecuación (8) se puede obtener como la solución a la siguiente ecuación (Euler-Lagrange)

$$\lambda \partial J_{NL-TV}(u) - (\sum_{k=1}^L H_k^t H_k) u + (\sum_{k=1}^L H_k Y_k) = 0, \quad (9)$$

donde el termino

$$\nabla L(u) = (\sum_{k=1}^L H_k^t H_k) u + (\sum_{k=1}^L H_k Y_k), \quad (10)$$

es la variación  $\frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \|Y_k - H_k u\|^2$ , en la ecuación (8), al igual que en (Zomet et al. 2001), en este trabajo proponemos utilizar la mediana de este término, la cual es robusta al ruido. Por lo que utilizamos

$$\nabla L(u) = \text{mediana}\{(H_k^t H_k) u + H_k Y_k\}_{k=1}^L \quad (11)$$

Los pesos  $w(x,y)$  que se utilizan en la variación total no local, se calculan utilizando la medida similitud propuesta en (Buades, et al. 2005)

$$w(x,y) = e^{-\frac{(b(y)-b(x))^2}{h^2}} \quad (12)$$

donde  $b(s)$  es la media de una vecindad alrededor del pixel  $s$ . En este trabajo, debido a que no se tiene una imagen del tamaño de la imagen deseada de alta resolución, se utilizará un estimado de la imagen mediante interpolación bicúbica y se calcularán utilizando (12) con vecindades de 5x5 pixeles y  $h$  como la desviación estándar de la vecindad de  $x$ .

Utilizando gradiente descendente para encontrar una solución a (9) obtenemos el siguiente algoritmo después de incorporar la mediana.

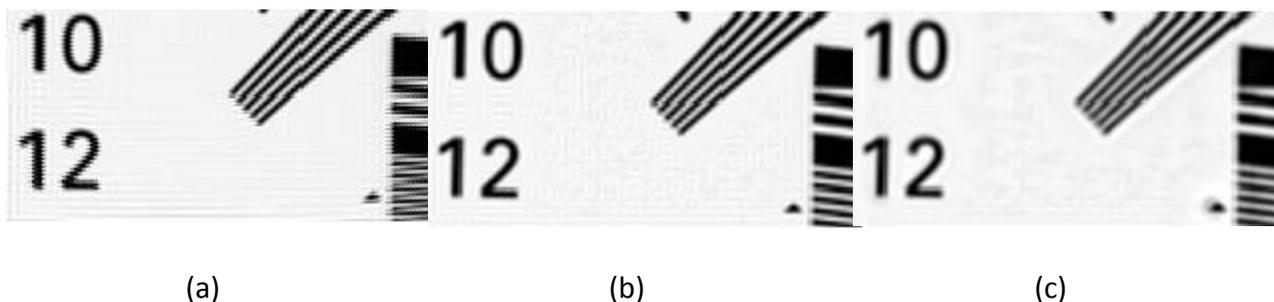
- 
- 1 **Entrada:** conjunto de imágenes de baja resolución  $Y_k, k=1\dots L$
  - 2 **Salida:** Imagen de alta resolución
  - 3 Calcular un estimado de la imagen de alta resolución  $u^{(1)}$
  - 3 Calcular los pesos  $w(x,y)$  de la imagen  $u^{(1)}$  utilizando (12)
  - 4 **repeat**
  - 5  $u^{(n+1)} = u^{(n)} + \theta (\lambda \partial J_{NL-TV}(u^{(n)}) - \text{mediana}\{(H_k^t H_k) u^{(n)} + H_k Y_k\}_{k=1}^L)$
  - 6  $n = n + 1$
  - 7 **until**  $n > \text{MaxIter}$
  - 8 **Salida** =  $u^{(n)}$
-

## Resultados y Discusiones

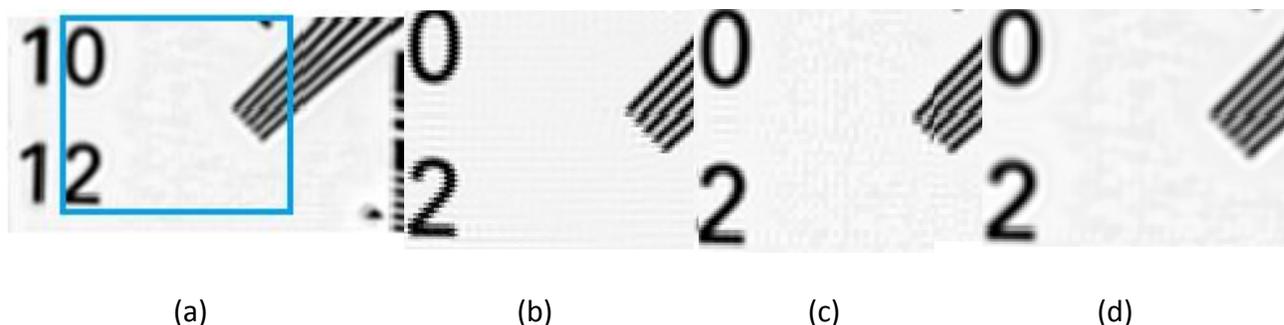
En esta sección evaluamos el desempeño del algoritmo propuesto. Como comparación utilizamos los algoritmos propuestos en (Zomet, et al. 2001) y (Zeng y Lu, 2013) utilizando variación total no local (NLTV).

Como primer experimento utilizamos una imagen con diversos patrones, en la cual se tomaron medidas de razón señal a ruido pico (PSNR) y el índice estructural similar (SSIM) (Wang, et al. 2004), (Hore y Ziou, 2010.). Las imágenes se reconstruyeron con los tres

métodos y el resultado se muestra en la figura 1. Un acercamiento de una sección de la imagen se muestra en la figura 2. Como se puede apreciar de las figuras, los métodos que utilizan NLTV presentan menos artefactos que el método de (Zomet et al. 2001), esto puede deberse a que utilizan más información de la imagen ya que en este caso existen muchas vecindades similares en toda la imagen. La tabla 1 muestra los resultados de PSNR y SSIM.



**Figura 1.** Resultados de la imagen de patrones, utilizando: a) método de Zomet, b) NLTV, c) método propuesto



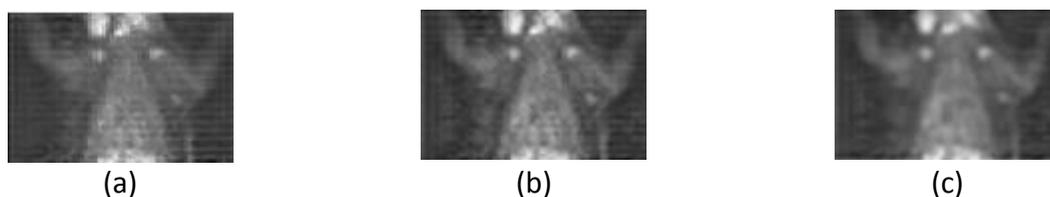
**Figura 2.** Acercamiento de la imagen de patrones, a) Región del acercamiento, b) método de Zomet, c) NLTV, d) método propuesto

Método	PSNR	SSIM
Zomet	21.38	0.78
NLTV	26.24	0.86
Propuesto	26.61	0.87

**Tabla 1.** Medidas de la imagen de patrones

Como segundo experimento se utilizaron imágenes reales, una tomografía de un ratón, utilizando un tomógrafo MicroPet Focus (Tai, et al. 2005) de la universidad autónoma de México y una rata, utilizando el

tomógrafo Quad HiDAC (Missimer, et al. 2004) en Inglaterra. La figura 3, muestra reconstrucciones del ratón utilizando los métodos y la figura 4 muestra acercamientos de una sección de la imagen.



**Figura 3.** Imagen de ratón, a) método de Zomet, b) NLTV, c) método propuesto



**Figura 4.** Acercamiento de una sección de la imagen de ratón. a) Sección que se muestra, b) método de Zomet, c) NLTV, d) método propuesto

En las figuras 5 y 6, observan la rata y los acercamientos de una sección de ella, respectivamente. En todas las figuras de los animales se puede observar que los métodos con NLTV presentan un mejor desempeño, pero además el método propuesto logra una

reducción mayor de ruido que los otros métodos de comparación debido al uso de la mediana que ayuda a eliminar el ruido, lo que a su vez mejora las estimaciones del método y con ello la resolución.

## Conclusiones

Se presentó un algoritmo para incrementar la resolución y reducir el ruido en imágenes de tomografía por emisión de positrones. Se propuso el uso de la NLTV para estabilizar el problema y la mediana para reducir el ruido. Se propuso obtener los pesos de la NLTV basados

en un estimador de la imagen de resolución alta mediante interpolación bicúbica. Los resultados muestran una reducción en el ruido de la imagen al ser evaluado mediante PSNR y SSIM, además en pruebas sobre imágenes reales se observó que se obtuvo una mejor

resolución y reducción de ruido de las imágenes al comparar el algoritmo propuesto con otros métodos de la literatura. Como

trabajo a futuro se propone explorar alternativas al regularizador de NLTV.

## Referencias

Zaragoza, Juan Ramón. 2000. La Imagen médica del cuerpo humano: lección inaugural leída en la solemne apertura del curso académico 2000-2001 en la Universidad de Sevilla. Universidad de Sevilla.

Bonmatí L. M., E. Fraile Moreno, and F. S. Garmendia. 2004. Formación, futuro y código de conducta en radiología. Madrid: Editorial Médica Panamericana.

Cañellas, A. R. 2009. Actualizaciones SERAM: Radiología de Cabeza y Cuello. Ed. Médica Panamericana.

Wernick, M. N., & Aarsvold, J. N. 2004. Emission tomography: the fundamentals of PET and SPECT. Academic Press.

Lynch, T. B. 2004. PET/CT in clinical practice. Springer Science & Business Media.

Zomet, Assaf, Alex Rav-Acha, y Shmuel Peleg. 2001. Robust super-resolution. Computer Vision and Pattern Recognition, 2001. CVPR 2001.

Proceedings of the 2001 IEEE Computer Society Conference on. (1), 645-650.

Zeng, W. L., y X. B. Lu. 2013. A robust variational approach to super-resolution with nonlocal TV regularisation term. The Imaging Science Journal 61(2), 268-278.

Kennedy, J. A., Israel, O., Frenkel, A., Bar-Shalom, R., y Azhari, H. 2006. Super-resolution in PET imaging. IEEE transactions on medical imaging, 25(2), 137-147.

Wallach, D., Lamare, F., Kontaxakis, G., y Visvikis, D. 2012. Super-resolution in respiratory synchronized positron emission tomography. IEEE transactions on medical imaging, 31(2), 438-448.

Buades, Antoni, Bartomeu Coll, y Morel Jean-Michel. 2005. A non-local algorithm for image denoising. IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'05). (2), 60-65.