



Instructions for authors, subscriptions and further details:

<http://redimat.hipatiapress.com>

## **Realimentación y Comentarios Escritos de Tutores: ¿Cómo los Entienden los Profesores de Matemáticas en Formación?**

Marlene Arias<sup>1</sup> y Pedro Gómez<sup>2</sup>

1) Universidad de Carabobo, Venezuela

2) Universidad de Los Andes, Colombia

Date of publication: February 24<sup>th</sup>, 2019

Edition period: February 2019-June 2019

---

**To cite this article:** Arias, M., y Gómez, P. (2019). Realimentación y comentarios escritos de tutores: ¿Cómo los entienden los profesores de matemáticas en formación? *REDIMAT – Journal of Research in Mathematics Education*, 8(1), 30-52. doi: [10.4471/redimat.2019.2847](https://doi.org/10.4471/redimat.2019.2847)

**To link this article:** <http://dx.doi.org/10.4471/redimat.2019.2847>

---

PLEASE SCROLL DOWN FOR ARTICLE

The terms and conditions of use are related to the Open Journal System and to [Creative Commons Attribution License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) (CCAL).

# Realimentación y Comentarios Escritos de Tutores: ¿Cómo los Entienden los Profesores de Matemáticas en Formación?

Marlene Arias  
*Universidad de Carabobo*

Pedro Gómez  
*Universidad de Los Andes*

*(Recibido: 07 Julio 2017; Aceptado: 02 Febrero 2019; Publicado: 24 Febrero 2019)*

## Resumen

---

En este artículo, presentamos algunos resultados de un estudio en torno a la comunicación entre tutores y grupos de profesores de matemáticas en un programa de formación de posgrado. Realizamos un análisis interpretativo de las discusiones de dos grupos de profesores luego de recibir los comentarios escritos de sus tutores a sus producciones escritas. Explicamos los resultados más relevantes de este estudio con base en cómo los grupos de profesores entendieron y abordaron los comentarios de sus tutores. Constatamos que los grupos no siempre entienden los comentarios con el mismo significado con que sus tutores los formulan y logramos identificar algunas razones por las cuales esto ocurre.

---

**Palabras clave:** Conocimiento didáctico, conocimiento matemático, profesores de matemáticas, realimentación, significados de los comentarios de los tutores

# **Feedback and Mentors' Written Commentaries: How do Mathematics Trainees Understand them?**

Marlene Arias  
*Universidad de Carabobo*

Pedro Gómez  
*Universidad de Los Andes*

*(Received: 07 July 2017; Accepted: 2 February 2019; Published: 24 February 2019)*

## **Abstract**

---

In this article, we present some results concerning the communication between mentors and groups of secondary mathematics teachers that participated in a postgraduate teacher education program. We performed an interpretative analysis of the discussions of two groups of teachers, after they received their mentors' written commentaries to their written productions. We explain the most relevant results of this study in terms of how the teachers understood and faced their mentors' commentaries. We established that groups do not always understand the commentaries with the meaning intended by their mentors and we identified the reasons why.

---

**Keywords:** Feedback, mentors' commentaries meanings, mathematical knowledge, pedagogical knowledge, secondary mathematics teachers

**E**l desarrollo de investigaciones sobre el papel del tutor en el aprendizaje de profesores en formación ha tomado mayor importancia con el desarrollo de programas formativos en ambientes de aprendizaje híbridos (Douglas, Salter, Iglesias, Dowlman y Eri, 2016; Nilssen, 2003; Nilssen, 2010; Norcini, 2010; Walker, 2009). A pesar de que es un campo poco estudiado (Giles, Gilbert y McNeill, 2014; Weaver, 2006), hay una línea de investigación que se preocupa por establecer las características de los comentarios del tutor o profesores que pueden promover el aprendizaje en sus tutorandos o estudiantes (p. ej. Arts, Jaspers y Joosten-ten Brinke, 2016; Bruno y Santos, 2010; Goldstein, 2004). Por ejemplo, algunos expertos se han interesado en investigar qué dificultades tienen los estudiantes para entender los comentarios de sus tutores. Bruno y Santos (2010) entrevistaron a estudiantes y encontraron que su tutor utiliza términos que ellos no entienden. Por su parte, Williams (2003) hace referencia a la investigación realizada por Leki (1990) en la que concluyó que no siempre los estudiantes entienden los comentarios de los profesores y, a menudo, aun cuando entienden, no saben qué hacer. En otros casos, tutores y tutorandos interpretan de maneras diferentes el papel de los comentarios (Fernández-Toro y Furnborough, 2014). Como lo muestra Zigmund (2012), en muchas ocasiones, hay un conflicto entre las percepciones, expectativas y supuestos sobre los comentarios que hacen tutor y tutorandos (p. 124). En algunos casos, esta situación es producto de la forma en la que el tutor formula su comentario (Glover y Brown, 2006): por ejemplo, los comentarios son demasiado vagos o no están relacionados con los criterios de evaluación (Weaver, 2006). En otros, el tutor hace muchas correcciones, pero no explica por qué algo está bien o mal (Ferguson, 2011). Este trabajo se enmarca dentro de esta línea de investigación.

El estudio que presentamos es parte de un proyecto de investigación cuyo objetivo fue describir y caracterizar las relaciones entre la actuación del tutor y el aprendizaje de profesores en formación en un programa de formación articulado alrededor del modelo del análisis didáctico (Gómez, 2007). En un primer estudio, describimos y caracterizamos los comentarios de los tutores a las producciones de sus grupos de tutorandos en un contexto natural de formación (Arias y Gómez, 2012, 2014). Vinculado con este mismo proyecto, realizamos un segundo estudio, en el que centramos nuestra atención en la caracterización de la actuación de los grupos de

profesores en formación al basarnos en los cambios que realizaron o dejaron de realizar en sus producciones después de recibir los comentarios de sus tutores (Arias, 2014; Gómez y Arias, 2015). Constatamos que, en la mayoría de los casos (70%), los grupos modificaron sus producciones siguiendo los requerimientos y orientaciones de sus tutores. Pero, también se observaron casos (28,1%) en los que los grupos no realizaron los cambios requeridos por sus tutores. Estos resultados, junto con la exploración preliminar de las entrevistas realizadas a uno de los grupos de profesores en formación, motivaron la realización de un tercer estudio, centrado en el papel de la comprensión, por parte de los grupos de profesores en formación, de los comentarios de sus tutores.

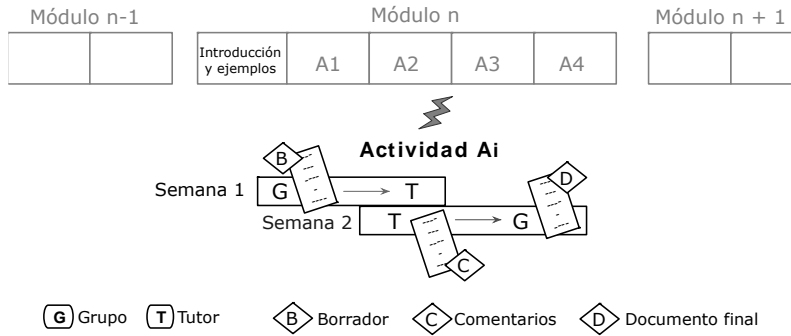
En este trabajo, presentamos los resultados más relevantes de ese estudio. Nos centramos en las grabaciones de las discusiones de dos grupos de profesores en formación relacionadas con los casos en los que el tutor requería cambios en las producciones y el grupo realizó cambios que mejoraron su producción de acuerdo con lo que solicitaba el tutor o no realizó los cambios requeridos. Analizamos las discusiones de los grupos de profesores en formación, una vez recibidos los comentarios de sus tutores, y centramos la atención en cómo entendieron y abordaron los comentarios. Conjeturamos que, en ocasiones, los grupos de profesores en formación entienden los comentarios con un significado diferente al pretendido por sus tutores y confirmamos esta conjetura. A continuación, describimos el contexto de la investigación.

### **Contexto de la Investigación**

El estudio se realizó en el contexto de un programa de maestría de formación de profesores de matemáticas de secundaria en ejercicio de educación básica secundaria y educación media (de 11 a 16 años). En este programa, los profesores en formación se organizan en grupos. Cada grupo realiza un ciclo del análisis didáctico sobre el tema de las matemáticas escolares con el que trabajan a lo largo del programa. El programa está configurado en 8 módulos consecutivos. Los formadores presentan e introducen el contenido de cada módulo durante una semana presencial, al comienzo de cada módulo, y presentan las actividades a realizar a lo largo del módulo. Cada módulo está compuesto por cuatro actividades y cada grupo tiene un tutor que lo acompaña y orienta en cada una de las 32

32 *Arias & Gómez–Realimentación y Comentarios Escritos de Tutores*

actividades que configuran el programa. Cada actividad dura 2 semanas (véase figura 1).



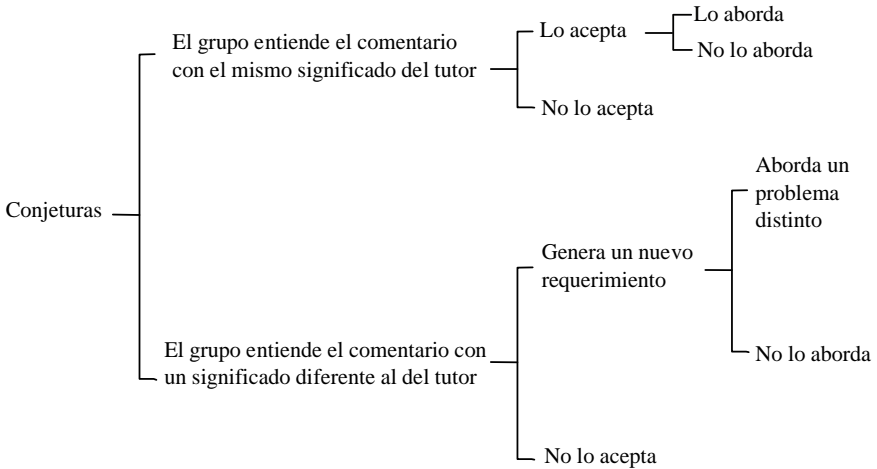
la aparición de malentendidos puede deberse a diferencias en el conocimiento de esos códigos (Nárvaez, 2009).

Entendemos que la comunicación humana es una actividad intencional: desde la perspectiva del emisor, si no hay intención comunicativa no hay comunicación; y desde la perspectiva del receptor, la interpretación requiere el reconocimiento de la intención del emisor (Escandell, 2005). Cuando el grupo envía el borrador de su trabajo, el grupo es el emisor y el tutor es el receptor del mensaje. El mensaje viene dado en el contenido del borrador. Por otra parte, cuando el tutor envía el borrador con sus comentarios a su grupo, el emisor es el tutor y el receptor pasa a ser el grupo. Los comentarios del tutor son los mensajes que él transmite a su grupo. El grupo, al interpretar un comentario de su tutor, puede reconocer su intención, como parte de su significado. El tutor puede tener como intención valorar positivamente el logro de un objetivo, informar que en actividades futuras seguirán trabajando en una determinada cuestión, o puede requerir un cambio en la producción. En este estudio, nos interesan los comentarios cuya intención se centra en un requerimiento de cambio (Arias, 2014; Gómez y Arias, 2015). Por consiguiente, concretamos la idea del significado del comentario a ese requerimiento: la necesidad de que su grupo resuelva un problema. A partir de una perspectiva comunicacional, interpretamos el comentario del tutor en el sentido de identificar cuál es el problema que el tutor está esperando que el grupo resuelva, e interpretamos la actuación del grupo en el sentido de constatar si el grupo aborda el problema que el tutor está esperando que se aborde.

### **Conjeturas de la Investigación**

Para abordar el análisis de las discusiones de los grupos de profesores en formación, formulamos un conjunto de conjeturas que describimos a continuación. Los tutores buscan, con sus comentarios, orientar y ayudar a su grupo para que desarrollen sus conocimientos didácticos a través de identificar problemas y dificultades en su borrador que él espera que el grupo resuelva. Se pueden dar entonces dos situaciones: (a) el grupo entiende el comentario y lo hace con el mismo significado de su tutor, y (b) el grupo entiende el comentario y lo hace con un significado diferente al de su tutor. Al entender el comentario con el mismo significado pretendido por el tutor, el grupo puede aceptar o no el comentario. Si acepta el comentario

de su tutor, puede o no abordarlo. Por otra parte, al entender el comentario con un significado diferente al de su tutor, el grupo puede generar un requerimiento distinto al planteado por su tutor. Es decir, el grupo puede considerar que se le está requiriendo un cambio en su producción diferente del que el tutor pretende con su comentario. El grupo puede abordar o no este nuevo requerimiento. Si lo hace, entonces el grupo aborda un problema diferente al planteado por el tutor. Pero también puede suceder que el grupo, al entender el comentario con un significado diferente, decide no aceptar ese nuevo requerimiento que surge de su interpretación del comentario del tutor. En la figura 2, resumimos esquemáticamente estas conjeturas.





## Posibles Explicaciones para las Conjeturas

Partimos del supuesto de que las conjeturas pueden ser explicadas a partir de los conocimientos (didáctico y matemático) que los miembros del grupo manifiestan en sus discusiones y de los usos del castellano y sus diferencias (lenguaje). El lenguaje de los profesores en formación interviene esencialmente en la interpretación del comentario, mientras que el conocimiento del grupo interviene en la interpretación del comentario, en la decisión de aceptarlo o no, en la posibilidad de abordarlo o no y también en cómo lo aborda.

Por ejemplo, cuando el grupo trata de entender un comentario de su tutor, pueden generarse en el grupo distintas interpretaciones y producirse situaciones de confusión o de conflicto dentro del grupo. El grupo puede no entender el comentario del tutor porque tiene un conocimiento didáctico insuficiente que no se lo permite. Por otro lado, el grupo puede tener dificultades con algunos contenidos matemáticos. Por ejemplo, puede tener dificultad con la relación entre fracciones y números racionales. Otra de las razones que hemos considerado al explicar las conjeturas formuladas es el dominio del propio lenguaje. El uso de términos puede dificultar la comprensión de un comentario. Por ejemplo, el uso el término “ratio” se usa comúnmente en España para hacer referencia a la proporción o razón. No obstante, este término no se usa en Colombia.

## Método

Este estudio es de tipo cualitativo. Utilizamos la técnica de análisis de contenido para codificar y analizar las grabaciones de audio de las reuniones de trabajo de dos grupos de profesores en formación (Mayring, 2015). Usamos el conjunto de conjeturas que formulamos como guía para la codificación y el análisis. Encontramos evidencias de algunas de estas conjeturas y realizamos un análisis interpretativo de dichas evidencias. En este apartado, describimos los sujetos y fuentes de información, así como los procedimientos que seguimos para analizar las grabaciones de audio de las discusiones de los grupos.

## **Sujetos y Fuentes de Información**

Transcribimos y analizamos las grabaciones de audio de las discusiones de trabajo de dos grupos durante la segunda semana de desarrollo de la actividad. En ese momento, los grupos ya tenían los comentarios de sus tutores a sus borradores de trabajo. De manera complementaria, realizamos entrevistas semiestructuradas a uno de los grupos inmediatamente después de esas reuniones de trabajo. De esta manera, garantizamos que el grupo recordara con facilidad las discusiones que se generaron para dar respuesta a los requerimientos de cambio.

## **Codificación de Episodios de Discusión y su Análisis**

Para revisar las grabaciones de audio, utilizamos como guía las 6 conjeturas que presentamos en la figura 2. En las grabaciones de audio, se identifican fragmentos de discusión en los que es posible distinguir cuándo el grupo hace referencia a un comentario en particular. Estos fragmentos tienen un principio y un fin reconocible en el que hemos identificado indicios de alguna de las conjeturas formuladas. Hemos denominado episodios a estos fragmentos. Un episodio alude a un comentario en particular y al proceso de discusión del grupo en relación con ese comentario. Transcribimos los episodios que identificamos para analizarlos con más detalle.

Para cada uno de los episodios relacionados con una de las conjeturas formuladas, registramos (a) la conjetura con la que se vincula; (b) la descripción del contexto en el que se ubica el episodio —al identificar el conocimiento de referencia y el contenido de la actividad—; (c) la descripción del segmento del borrador relacionado con el episodio; (d) la transcripción del comentario del tutor; (e) la interpretación del comentario del tutor —con base en el foco de contenido del borrador y su relación con el conocimiento de referencia—; (f) la transcripción del episodio; (g) el análisis del episodio —con base en la identificación de fragmentos que se relacionan con cada una de las etapas [por ejemplo, si lo entiende (etapa 1), lo acepta (etapa 2) y lo aborda (etapa 3)] que constituyen la conjetura—; y (h) la interpretación del episodio -con base en el desarrollo de los conocimientos didáctico y matemático-.

## **Análisis Interpretativo de las Evidencias**

De acuerdo con el proceso de análisis que hemos descrito, organizamos los ejemplos para cada una de las conjeturas de las que encontramos evidencia y que nos permiten describir la actuación de los grupos cuando discuten y abordan los comentarios de sus tutores. En lo que sigue, presentamos tres de los ejemplos que identificamos.

### **Entiende el Comentario con el Mismo Significado del Tutor, lo Acepta y lo Aborda**

En la actividad 2.3, se requiere que los grupos de profesores en formación identifiquen los fenómenos que dan sentido al tema y los contextos, las subestructuras y las situaciones que permiten organizar dichos fenómenos. Los grupos deben identificar las subestructuras matemáticas más relevantes de su tema. De acuerdo con la instrucción (Cañadas, Gómez y Pinzón, 2015), la identificación de subestructuras consiste en considerar la estructura conceptual del tema, identificar subestructuras de esa estructura conceptual y explorar si algunas de esas subestructuras organizan grupos de fenómenos. Una subestructura puede ser una “porción” de la estructura conceptual que, a los ojos del profesor en formación, tenga identidad propia. En algunos casos, estas subestructuras surgen de clasificaciones por tipos. En otros casos, pueden surgir por la identificación de propiedades de los conceptos involucrados en el tema. Los grupos pueden partir de organizar los fenómenos por contextos y luego identificar las subestructuras matemáticas con las que se relacionan; pero también pueden organizar los fenómenos por subestructuras matemáticas y luego identificar los contextos con los que se relacionan. De acuerdo con la instrucción, al organizar los fenómenos, deben establecer una relación uno a uno entre contextos y subestructuras matemáticas. Los grupos, entre otras cuestiones, deben identificar las subestructuras que modelizan agrupaciones de fenómenos relevantes para su tema.

Como parte de la actividad, los grupos debían proponer el listado de subestructuras matemáticas que organizaban los fenómenos asociados con su tema. El grupo 1 (que trabajó en números enteros) organizó la información de su trabajo en una tabla. Aunque el grupo intentó establecer relaciones entre subestructuras y contextos, en la tabla no aparecen las

subestructuras con las que el grupo analizó y estableció las relaciones entre contextos y subestructuras. El comentario del tutor fue el siguiente.

Tutor: Recordad que las subestructuras matemáticas se pueden definir como un conjunto de elementos del campo conceptual y procedimental y sus relaciones; o como una parte de la EC [estructura conceptual] ya que habéis realizado ese trabajo.

Al analizar el borrador del grupo 1 en esta actividad, el tutor reconoció que su grupo no había identificado las subestructuras matemáticas, puesto que no aparecían en la tabla que el grupo presentó en el borrador. El tutor pretendió aclarar aspectos teóricos sobre la noción de subestructura y orientó a su grupo para que generara una técnica que le permitiera producir información -las subestructuras- a partir de otra información con la que ya contaban -la estructura conceptual-. Esta es una técnica que se incluye en el plan de formación. Como mostraremos en la interpretación y análisis del episodio que presentamos a continuación, el grupo entendió el comentario del tutor con el mismo significado pretendido por la instrucción, aceptó el requerimiento y lo abordó.

En el siguiente episodio se aprecia la discusión del grupo en relación con el comentario del tutor.

- 1 E3: ¡Vamos a colocarle eso!
- 2 E1: Es que esa es la subestructura, hermano, ¡las operaciones aritméticas!
- 3 E4: Allí es donde yo le digo que debemos meter esto [refiriéndose a la columna de subestructuras en la tabla].
- 4 E1: Pues claro esa es la subestructura. ¡oiga por fin! ¡creo que la subestructura que está metida allí son las operaciones! ¿no? ¿o estoy loco?...sí allí están, aquí están mírala, hágale, ¡operaciones! ¡pues claro!
- 5 E3: ¿Operaciones entre enteros cierto?...
- 6 E4: ...Y allí salen varias cosas, entre esa las operaciones.
- 7 E1: Y las operaciones, subestructura es la parte conceptual.
- 8 E1: Bueno, ¿cómo carajos?
- 9 E3: ¿Cuál es la altura en la que se encuentra, en la que se encuentra? [lee y va bajando la voz]
- 10 E1: Es que vea por ejemplo en la simetría, la subestructura [revisa un ejemplo que está en los apuntes dado por el formador]
- 11 E2: Dejemos una sola subestructura.
- 12 E3: Si dejemos una sola subestructura por contexto.

- 13 E2: ¡Por contexto, por contexto!
- 14 E4: ¡Sí!
- 15 E3: Por ejemplo [ven los apuntes], ahí en esa de simetría ¿cuál es? ¿cuál es la subestructura?
- 16 E1: ¡Es!... Según lo que entiendo aquí es esto que tengo, [parece que leen en la actividad o en los apuntes] mire identificar las subestructuras que pueden agrupar familia de fenómenos.
- 17 E3: Simetría axial, es una subestructura.
- 18 E1: [Agrega] De la simetría...[sigue hablando del ejemplo de simetría]...
- 19 E2: ¡Ojo que debemos centrarnos a la parte conceptual!
- 20 E1: Abre el mapa por favor ... [le indica a otro miembro del grupo y hace referencia a los mapas de la estructura conceptual].
- 21 E1: Oigan miren según este cuadro si la subestructura debe ser igual para cada contexto, ¡la subestructura 1 es para en contexto 1, subestructura 2 para el contexto 2, subestructura 3 para el contexto 3!
- 22 E2: Entonces sí la estamos cascando.
- 23 E1: ¿Cuál es la subestructura que comparten esos 3?
- 24 E2: Esa es la pregunta ¿cuál?, ¿qué dicen los mapas conceptuales?, esperen un momento, [lee el mapa] las operaciones, agrupación...[Sigue leyendo] patrones numéricos, la simetría de...
- 25 E1: ¡Es que para medir, Usted necesita saber esto!
- 26 E2: Necesita saber la recta numérica.
- 27 E3: ¿Estamos hablando de posicionales, o de subestructura en una relación de orden?
- 28 E1: Si claro el ordenamiento, relación de orden si relación de ...

Las líneas 1 a 5 del episodio, se evidencia que tres de los miembros del grupo (E1, E3 y E4) entendieron el comentario con el mismo significado pretendido por el tutor. Ellos comprendieron que debían identificar las subestructuras matemáticas que modelizan los fenómenos asociados con su tema. E1 y E4 reconocieron (líneas 6 y 7) que podían hacer uso de la información que ya tenían sobre estructura conceptual para definir dichas subestructuras. El grupo entendió que una subestructura puede ser una “porción” de la estructura conceptual que para ellos tenga identidad propia dentro de su tema. El grupo le dio la razón a su tutor, se hizo consciente de que debía identificar e incluir en la tabla (elaborada por el grupo para organizar la información) las subestructuras relacionadas con su tema (líneas 1 a 7). El grupo abordó el comentario para dar respuesta al problema generado por el requerimiento del tutor (líneas 2 a 28).

En el episodio, el grupo puso en juego y desarrolló su conocimiento didáctico sobre la fenomenología. Inicialmente, identificó una subestructura de su tema. Luego desarrolló una técnica: revisar el mapa conceptual del tema para identificar otras subestructuras. El desarrollo de esta técnica fue motivado por el comentario del tutor y se consolidó con la revisión que el grupo realizó de los apuntes. De esta forma, el grupo realizó un cambio positivo que se reflejó en el documento final.

### **Entiende el Comentario con Otro Significado y Aborda un Problema Diferente**

En la actividad 2.1, se requiere que los grupos de profesores en formación identifiquen los conceptos y procedimientos que caracterizan el tema y las relaciones entre ellos. La instrucción sugiere que, para construir la estructura conceptual del tema, se debe dar respuesta a las siguientes cuestiones: identificar los conceptos que lo caracterizan y los procedimientos que están implicados en él, y establecer las relaciones entre los conceptos, entre los procedimientos y entre los conceptos y procedimientos. Los conceptos, los procedimientos y las relaciones entre ellos son las ideas clave de la noción de estructura conceptual. Para producir la estructura conceptual, es necesario que los grupos construyan la estructura conceptual de la estructura matemática de la cual el tema forma parte. En esa estructura conceptual, se deben identificar los principales conceptos involucrados y ubicar el tema como parte coherente de la estructura matemática analizada. La técnica propuesta por la instrucción consiste en la elaboración de listados de elementos conceptuales y procedimentales, para luego producir los mapas conceptuales. La construcción de uno o varios mapas conceptuales permite evidenciar las relaciones entre los elementos. Los grupos deben generar un mapa de la estructura conceptual de la estructura matemática e identificar en dicho mapa el tema con el que trabajarán. Este mapa tiene un nivel de concreción intermedio. Luego, los grupos deben entrar en un mayor nivel de detalle, al considerar la elaboración de los listados de elementos conceptuales y procedimentales más específicos. En esos listados, es necesario considerar las subdivisiones de los hechos -términos, notaciones, convenios y resultados- como elementos del campo conceptual. Por consiguiente, el

mapa conceptual de la estructura conceptual del tema debe tener un mayor nivel de detalle.

El grupo 3, en su borrador, presentó un párrafo introductorio en el que indicó cuál era su tema y lo describió brevemente. Luego, desarrolló las dos partes de la actividad. En la primera parte, el grupo produjo el mapa de la estructura conceptual de la estructura matemática en la que se ubica su tema. En la segunda parte, el grupo produjo la información relacionada con la estructura conceptual del tema -el mapa de la estructura conceptual de su tema y los listados de elementos del campo conceptual y del campo procedimental-. El mapa conceptual del tema presentaba un nivel de detalle similar al primero. El grupo organizó los listados por niveles y presentó en forma paralela los elementos de ambos campos. Por ejemplo, en el primer nivel de esos listados consideró los hechos y destrezas relevantes para su tema. No obstante, los hechos no estaban subdivididos de acuerdo con la clasificación propuesta por la instrucción: términos, notaciones, convenios y resultados. El comentario del tutor fue el siguiente.

Tutor: Sugiero reviséis en los apuntes en qué se subclasifican los hechos. Eso os ayudará a completar y estructurar este listado.

Al analizar el borrador del grupo 3 en esta actividad, el tutor reconoció que los listados de elementos del campo conceptual y procedimental de la estructura conceptual de su tema requerían de un mayor nivel de detalle, por lo que solicita al grupo que complemente los listados de elementos del campo conceptual. El tutor, en su comentario, trata de centrar la atención de su grupo en la segunda parte de la actividad que alude al tema en el que el grupo trabajó. El tutor le sugirió una técnica para complementar y estructurar mejor esta parte: utilizar para ello la subdivisión de los hechos. Los hechos, de acuerdo con los conocimientos de referencia, se subdividen en términos, notaciones, convenios y resultados. El tutor esperaba que su grupo identificara los términos, notaciones, convenios y resultados que conforman la estructura conceptual de su tema. El tutor, en su comentario, hace referencia al conocimiento didáctico -identificación de los hechos y cómo la subdivisión de los hechos podría ayudar a su grupo para complementar la información requerida-. Como mostraremos en la interpretación y análisis del episodio que presentamos a continuación, el grupo interpretó el comentario con un significado diferente del pretendido por el tutor y, por consiguiente, no lo abordó. Abordó un problema distinto.

En el siguiente episodio se aprecia la discusión del grupo en relación con el comentario del tutor.

- 1 E2: ... Es que yo no sé cómo encontrar el orden, porque ella dice [refiriéndose al tutor] que hechos, de las destrezas, todo eso.
- 2 E1: A pero es que es fácil, ... lo que pasa es que ahí yo no lo tengo desglosado... ¡Ah! pero yo aquí, ya terminé los mapas de eso, lo que pasa es que no los había terminado. [Lee los apuntes] El campo conceptual [sigue leyendo] Los hechos tienen términos, notaciones, convenios y resultados, los conceptos son conjunto de hechos y relaciones entre ellos, que son sistemas. Y la estructura son los sistemas de conceptos.
- 3 E2: ... Como lo tienes tú allí yo me guío y de una vez lo vamos escribiendo.
- 4 E1: Entonces lo que yo le digo es que vaya sacando, ¡hechos!, entonces de los hechos de ese mapa que ya tenemos...Qué hechos tú puedes determinar, o sea, cuáles son términos, cuáles son notaciones, cuáles son convenios, cuáles son resultados.
- 5 E2: ¿Toca subdividirlos? ¿Sí? ¿Así?
- 6 E1: Puede ser que no lo subdivida, pero los va sacando ¿sí?...
- 7 E2: ¡Sí! ¿Este es el general? [refiriéndose si lo harían sobre la estructura conceptual de la estructura matemática donde se ubica su tema].
- 8 E1: Si este es el general, el que vamos hacer es el general que es el que estaba hecho.

La línea 2 del episodio pone en evidencia que E2 interpretó el comentario del tutor con un significado diferente del pretendido por la instrucción. E2 entendió que debía ordenar la información que tenían en los listados, pero reconoció que no sabía cómo hacerlo. E1 convenció a E2 de que, para desglosar los elementos por niveles, podía utilizar los mapas conceptuales (líneas 2 y 4). En la línea 5, E2 aceptó la posición de E1. El grupo interpretó, que debía ordenar la información de los listados de elementos conceptuales al considerar la subdivisión de los hechos (línea 6) y que, para hacerlo, debían tener listos los mapas (línea 2). Pensaron que, al estar terminado el mapa de la estructura conceptual donde se ubica su tema, podían trabajar con el desglose de los elementos del campo conceptual (línea 8). El grupo no entendió que el tutor le pedía que describiera con mayor nivel de detalle los elementos conceptuales de la estructura conceptual de su tema. El grupo generó un nuevo requerimiento con base en un significado inválido relacionado con su conocimiento de la noción de estructura conceptual. De la línea 4 en adelante, se evidencia que el grupo



aceptó el nuevo requerimiento que generó y abordó un problema diferente del propuesto por el tutor en su comentario. En cambio, de utilizar la subdivisión de los hechos para entrar en un mayor nivel de detalle en la construcción de la estructura conceptual de su tema, el grupo identificó (líneas 4 a 8), a partir del mapa de la estructura conceptual de la estructura matemática en la que se ubica su tema, los tipos de hechos asociados con esa estructura matemática.

En la entrevista, confirmamos las dificultades asociadas al conocimiento didáctico del grupo. Uno de sus miembros expresó las dificultades que tenían para hacer los listados y sobre todo para distinguir los elementos del campo conceptual (línea 1 de la entrevista). También se evidencia (en la línea 2 de la entrevista) que el grupo interpretó el comentario con otro significado, ya que consideró que debía elaborar los listados (con ello la subdivisión de los hechos) para la parte en la que trabajaron con la estructura conceptual de la estructura matemática en donde se ubica su tema.

Entrevistador: Su tutor les hizo algunos comentarios relacionados con los listados de elementos conceptuales y procedimentales por niveles. Entre otras cosas, les sugirió que revisaran en los apuntes en qué se subclasifican los hechos. Que esto les ayudaría a completar y estructurar este listado [refiriéndose a los listados de elementos de la estructura conceptual de su tema].

1 E1: De por sí creo que esta parte fue la más dura de toda la actividad. El hecho de poder clasificar en hechos, en poder clasificar conceptos y en estructura... De pronto la parte procedimental no tanto, pero si la parte, esas tres, la parte conceptual se parecen. Aún en este momento creo que todos tenemos dudas es en eso: en saber cuándo es un hecho, cuándo es un concepto y cuándo son estructuras.

2 E2: Nosotros aceptamos hacer las divisiones de los campos de un mapa y pero para el otro si lo dejamos igual...

En el episodio y en la entrevista se pone en evidencia que la forma como el grupo interpretó el comentario del tutor está relacionada con su conocimiento didáctico, específicamente con el conocimiento de la noción de estructura conceptual. El grupo construyó una técnica para producir los listados de elementos conceptuales y procedimentales con base en la información contenida en los mapas conceptuales. El estado de su conocimiento didáctico no le permitió percibir con claridad la utilidad de

los listados de elementos conceptuales y procedimentales en el análisis y construcción de la estructura conceptual del tema.

En resumen, el conocimiento de la noción de estructura conceptual que había desarrollado el grupo lo llevó a interpretar el comentario del tutor con un significado diferente al pretendido por su tutor. El significado que el grupo asignó al comentario los llevó a generar un problema diferente del que el tutor formulaba. El grupo abordó este problema y no abordó el problema propuesto por el tutor. Por consiguiente, no se aprecia ningún cambio en la producción del grupo.

### **Entiende el Comentario del Tutor con Otro Significado y No lo Acepta**

En la actividad 2.2, se requiere que los grupos de profesores en formación establezcan los sistemas de representación asociados al tema y las relaciones entre ellos. De acuerdo con la instrucción, dentro del análisis de contenido, los sistemas de representación permiten dar respuestas a dos cuestiones: qué representaciones hay asociadas al tema y qué relaciones se pueden establecer entre esas representaciones. Para dar respuesta a estas preguntas, el profesor puede determinar los diferentes sistemas de representación en los que se puede representar el tema e identificar las relaciones entre esos sistemas de representación. Analizar cómo se expresan los elementos de la estructura conceptual y cuáles de esas formas de expresión constituyen sistemas de representación puede ayudar a conocer los significados del tema desde la perspectiva de los sistemas de representación. Dado que los temas matemáticos tienen sus propias características, no todos los sistemas de representación juegan el mismo papel en todos los temas. En la actividad, entre otras cosas, los grupos deben identificar los sistemas de representación más relevantes para el tema y presentar ejemplos de cada uno de ellos.

El grupo 4 (área de regiones sombreadas), en su borrador, propuso un sistema de representación numérico. El grupo hizo una descripción del sistema de representación propuesto, en la que especificó que los elementos de ese sistema de representación eran los números racionales. El grupo detalló la utilidad del conjunto numérico para la sustitución en fórmulas y expresiones en las que se calcula el área (de polígonos y círculos) y para dar los resultados en problemas sobre áreas. También, propuso varios ejemplos

vinculados con el sistema de representación propuesto. El comentario del tutor fue el siguiente.

Tutor: Debería quedar claro que: los números racionales se usan para expresar la fracción del total que aparece sombreada; de hecho, identificar esta ratio puede ser una estrategia muy interesante de resolución de problemas de áreas sombreadas.

Al analizar el borrador del grupo 3 en esta actividad, el tutor reconoció que el grupo identificó el sistema de representación numérico “números racionales” para referirse a la sustitución de números en fórmulas relacionadas con el cálculo de áreas. El grupo no consideró la posibilidad de utilizar otras formas de representación numéricas. El tutor le pidió a su grupo que aclarara que los números racionales tienen otras formas de representación que son de utilidad en su tema. Entendió que su grupo planteó la sustitución de valores numéricos en las fórmulas como una de las vertientes de utilidad para su tema, pero le aclaró que hay otras formas de representación numéricas muy interesantes (por ejemplo, la descripción mediante razones o fracciones de área de la región sombreada en relación con el total del área). En el comentario, el tutor hizo referencia al conocimiento de referencia de la noción de sistemas de representación y destacó la importancia de considerar las características del tema, y las posibles transformaciones dentro de un mismo sistema de representación. Como mostraremos en la interpretación y análisis del episodio que presentamos a continuación, el grupo interpretó el comentario con un significado diferente del pretendido por la instrucción y, desde su interpretación, consideró que el tutor no tenía razón, por lo que no aceptó el comentario.

En el siguiente episodio, se aprecia la discusión del grupo en relación con el comentario del tutor.

- 1 E1: ... Aquí en este dice [lee el comentario del tutor], ... debería quedar claro que los números racionales se usan para expresar la fracción del total... de hecho identificar este ratio.
- 2 E3: ¡Si eso no lo entendí allí!
- 3 E1: Yo creo que es radio ¿No? Sí, identificar este radio...Yo creo que se equivoco aquí.
- 4 E3: Tampoco puede ser radio, por que no puede ser identificar este radio ¿No sería identificar esta área?
- 5 E1: Ratio relación o proporción que se establece entre dos cantidades [diccionario]. ¡Ve yo no sabía!

- 6 E3: entonces sería ¡proporciones o ratio!
- 7 E1: ¡Listo entonces aquí![lee nuevamente el comentario]... de hecho identificar este ¡ratio! ¡eh! ...
- 8 E2: A mi a veces me da la sensación de que ella esta hablando no de racionales sino de fraccionarios...
- 9 E3: ...Bueno ella dice que los racionales lo podemos brindar como una fracción del área.
- 10 E2: Será que ella no nos entendió... que tenemos que especificar números enteros, números racionales...
- 11 E3: Ella entiende que solo nos estamos refiriendo a [interrumpe E1].
- 12 E1: ¿A las fracciones?
- 13 E3: ¡Sí!, A los racionales.

En las líneas 1 a 4 del episodio, se pone en evidencia que el grupo no entendía el significado de un término presente en el texto del comentario. E3 manifestó explícitamente (línea 2) que no entendía el significado de la palabra “ratio”. E1 buscó en el diccionario el significado del término “ratio” (línea 5), lo que llevó a otro miembro del grupo a resolver su duda sobre el significado de dicho término (E3, línea 6). Sin embargo, a partir de la línea 8, se pone en evidencia que el grupo interpretó el comentario del tutor con otro significado. E2 interpretó que su tutor requería que identificaran cada uno de los conjuntos numéricos (línea 10). E3 y E1 manifestaron su apoyo a E2, al considerar que su tutor había entendido que sólo estaban considerando un único conjunto numérico (líneas 11 a 13). El grupo consideró que su tutor le estaba indicando que la información que ellos habían producido no era completa, por lo que debían indicar los otros conjuntos numéricos. En cambio, de producir información sobre otras formas de representar numéricamente los elementos conceptuales de su tema dentro de un mismo conjunto numérico, el grupo no aceptó el comentario del tutor.

Para constatar el significado con el que el grupo interpretó y no aceptó el comentario, les preguntamos, en la entrevista, sobre la interpretación que hicieron del comentario del tutor y su decisión de no hacer los cambios requeridos.

Entrevistador: ¿Cómo interpretaron la parte del comentario en el que el tutor les dijo: “debería quedar claro que: los números racionales se usan para expresar la fracción del total que aparece sombreada; de hecho, identificar esta ratio puede ser una estrategia muy interesante de resolución de problemas de áreas sombreadas”?

1 E1: Ah, no, es que ese no lo tomamos en cuenta... Nosotros luego

caímos en cuenta que debimos haber colocado números reales, para que ella no lo tomara solo como la división entre los dos números, o como porcentaje o decimales, sino que nos estábamos refiriendo a todo, lo único que no íbamos a incluir inicialmente era irracionales porque como pues es octavo-noveno hasta ahora se estaban identificando con los irracionales. Pero finalmente nosotros hicimos caso omiso a eso, solamente porque asumimos que ella fue la que le dio la mala interpretación... al nosotros haber colocado los números racionales.

En la entrevista, El manifestó que hicieron caso omiso al requerimiento planteado por el tutor. Como se evidencia en la entrevista, el grupo consideró que su tutor no entendió lo que ellos propusieron. Por ello decidieron no aceptar el comentario.

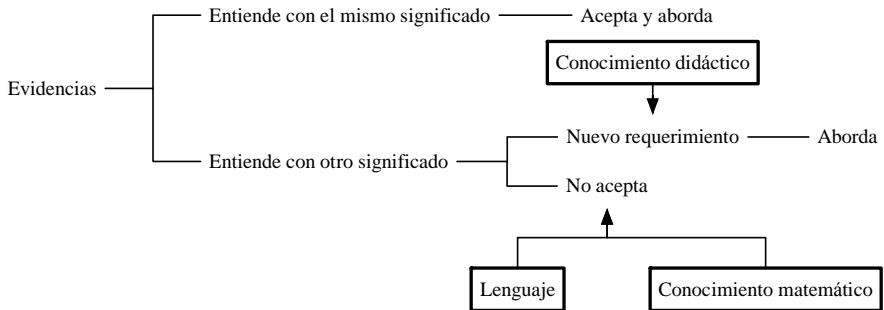
El grupo centró su atención en la palabra “ratio” y reconoció que este término no les permitía entender lo que su tutor requería. El grupo pasó por una situación de confusión que inicialmente lo llevó a pensar que se podría tratar de un error en el texto del comentario. Esto se evidencia cuando uno de sus miembros expresó “yo creo que se equivocó aquí”. Luego, el grupo trató de hacer una interpretación del comentario que dependía del significado que le dieron a la palabra “ratio” (líneas 3 y 4 del episodio). Uno de sus miembros buscó y leyó el significado de la palabra “ratio” en el diccionario (línea 5). Esto permitió a otro miembro del grupo hacer una propuesta de significado del comentario (línea 6). Constatamos, en primera instancia, que un problema de lenguaje dificultó la interpretación del comentario. No obstante, una vez que el grupo resolvió ese problema, el grupo no entendió el comentario debido a un conocimiento matemático parcial vinculado con la relación entre fracciones y números racionales. Esto les llevó a pensar que el tutor no había entendido lo que ellos habían escrito. Aunque las fracciones son una forma de representar los números racionales, el grupo percibió fracciones y números racionales como conceptos diferentes.

En resumen, aunque un problema del lenguaje influyó en primera instancia en la interpretación del comentario por parte del grupo, su conocimiento matemático lo llevó a interpretar el comentario con un significado diferente al pretendido por su tutor. El grupo consideró que el sistema de representación numérico propuesto era el adecuado para representar los elementos conceptuales de su tema por lo que no

necesitaban de otras formas de representar el área sombreada. El grupo descartó la posibilidad de representar porciones del área sombreada mediante fracciones del total del área a calcular. Por consiguiente, no se aprecia ningún cambio en la producción del grupo.

### **Cómo y Por qué se Entienden los Comentarios del Tutor**

Las evidencias que hemos analizado ponen de manifiesto que el proceso de comprensión del comentario del tutor por parte de su grupo depende de tres factores: su conocimiento didáctico, su conocimiento matemático y problemas de lenguaje. Hemos presentado evidencias que muestran el papel de estos tres factores en la interpretación que el grupo hizo del comentario del tutor y sus implicaciones en sus producciones escritas, como lo mostramos en la figura 3.



*Figura 3.* Comprensión del comentario y sus razones

### **Conclusiones**

En resumen, logramos dar respuesta a la cuestión de por qué hay una proporción importante de observaciones en las que los grupos no realizaron cambios en sus producciones aún cuando sus tutores en sus comentarios los requerían. En este estudio, no pretendíamos llegar a resultados generalizables. Logramos dar pruebas de existencia (Schoenfeld, 2000) para algunas de las conjeturas que propusimos en el marco conceptual y nos aproximamos a dar explicaciones de su ocurrencia. Confirmamos que,

cuando los grupos entienden o no un comentario de su tutor, ellos ponen en juego el conocimiento matemático y didáctico que han desarrollado hasta ese momento. Y hemos mostrado que la interpretación que los grupos hacen del comentario del tutor depende de su conocimiento didáctico y matemático, y de su vocabulario.

Nuestros resultados confirman y describen en detalle algunos resultados que se encuentran en la literatura. Hemos presentado un caso (el de la interpretación de la palabra “ratio”) en el que el grupo de profesores no entendió el comentario del tutor por razones de lenguaje y de su conocimiento matemático (Bruno y Santos, 2010; Leki, 1990). En este caso, las diferencias de interpretación son consecuencia de la forma en que el tutor hizo su comentario (Glover y Brown, 2006). Por otro lado, y también con motivo de su conocimiento didáctico parcial, hemos presentado detalladamente casos en los que el tutor y el grupo de profesores interpretan de manera diferente los comentarios (Fernández-Toro y Furnborough, 2014). No obstante, a diferencia de la propuesta de Zigmond (2012) que supone que esta situación es consecuencia de un conflicto entre las percepciones, expectativas y supuestos sobre los comentarios que hacen tutor y tutorandos, nosotros hemos podido explicar esta situación con base en el conocimiento didáctico y matemático del grupo de profesores.

Estos resultados tienen implicaciones prácticas. En particular, ponen de manifiesto la necesidad de inducir a los tutores a que se aseguren que sus comentarios son comprendidos por sus grupos de tutorandos. Nuestros resultados muestran que, en ocasiones, los tutores identifican el error del grupo de profesores, pero no reflexionan necesariamente sobre el conocimiento didáctico y matemático que lo genera. Esta es una cuestión clave en la formación de tutores: los tutores deben formular sus comentarios con base en su interpretación del conocimiento didáctico y matemático que el grupo de profesores manifiesta. Este tipo de entrenamiento resulta particularmente importante en los entornos híbridos y virtuales en los que los tutores no pueden interactuar sincrónicamente con sus tutorandos. Cómo diseñar los programas de formación de tutores para que ellos desarrollen estas competencias forma parte de una línea de investigación abierta que está por desarrollar.

## Agradecimientos

Este trabajo fue apoyado parcialmente por el proyecto EDU2012-33030 del Ministerio Español de Ciencia y Tecnología y el proyecto FP44842-218 de Colciencias, Colombia.

## Referencias

- Arias, M. (2014). *Actuación de los tutores y su relación con el proceso de aprendizaje de los profesores de matemáticas en un programa de formación*. Tesis de Doctorado no publicada, Universidad de Granada, Granada.
- Arias, M. y Gómez, P. (2012). Núcleo común y perfiles de la actuación de tutores de profesores de matemáticas en formación. En A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 123-134). Jaén: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.
- Arias, M. y Gómez, P. (2014). Caracterización de la actuación de tutores en la formación de profesores de matemáticas. *Profesorado: Revista de curriculum y formación del profesorado*, 18(1), 35-54.
- Arts, J. G., Jaspers, M. y Joosten-ten Brinke, D. (2016). A case study on written comments as a form of feedback in teacher education: so much to gain. *European Journal of Teacher Education*, 39(2), 159-173. doi: 10.1080/02619768.2015.1116513.
- Bruno, I. y Santos, L. (2010). Written comments as a form of feedback. *Studies in Educational Evaluation*, 36(3), 111-120. doi: 10.1016/j.stueduc.2010.12.001.
- Cañadas, M. C., Gómez, P. y Pinzón, Á. A. (2015). *Apuntes sobre análisis de contenido. Módulo 2 de MAD 4*. Documento no publicado. Bogotá: Universidad de los Andes.
- Douglas, T., Salter, S., Iglesias, M., Dowlman, M. y Eri, R. (2016). The feedback process: Perspectives of first and second year undergraduate students in the disciplines of education, health science and nursing. *Journal of University Teaching & Learning Practice*, 13(1), 1-18.
- Escandell, M. (2005). *La Comunicación*. Madrid: Gredos.
- Ferguson, P. (2011). Student perceptions of quality feedback in teacher education. *Assessment & Evaluation in Higher Education*, 36(1), 51-62. doi: 10.1080/02602930903197883.
- Fernández-Toro, M. y Furnborough, C. (2014). Feedback on feedback: eliciting learners' responses to written feedback through student-



- generated screencasts. *Educational Media International*, 51(1), 35-48. doi: 10.1080/09523987.2014.889401.
- García, J. y Álvarez, G. M. (2008). Reconfiguración como sujetos de comunicación: implicaciones para los ambientes virtuales con fines educativos. *RUSC. Universities and Knowledge Society Journal*, 5(2), 5-16.
- Giles, T. M., Gilbert, S. y McNeill, L. (2014). Do students want and need written feedback on summative assignments? Engaging students with the feedback process-a topic review activity. *Ergo*, 3(1), 15-21.
- Glover, C. y Brown, E. (2006). Written Feedback for Students: too much, too detailed or too incomprehensible to be effective? *Bioscience Education*, 7(1), 1-16. doi: 10.3108/beej.2006.07000004.
- Goldstein, L. M. (2004). Questions and answers about teacher written commentary and student revision: teachers and students working together. *Journal of Second Language Writing*, 13(1), 63-80. doi: 10.1016/j.jslw.2004.04.006.
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Tesis Doctoral no publicada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Gómez, P. y Arias, M. (2015). Role of the mentor's comments in the performance of mathematics teachers. *PNA*, 9(4), 295-311.
- Leki, I. (1990). Coaching from the margins: Issues in written response. En B. Kroll (Ed.), *Second Language Writing: Research Insights for the Classroom* (pp. 57-68). Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Mayring, P. (2015). Qualitative content analysis: theoretical background and procedures. En A. Bikner-Ahsbahr, C. Knipping y N. Presmeg (Eds.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education. Examples of Methodology and Methods* (pp. 365-380). Dordrecht, Holanda: Springer.
- Nárvaez, J. (2009). *Teoría de la Comunicación*. Veracruz, México: Vivir y progresar.
- Nilssen, V. (2003). *Mentoring Teaching of Mathematics in Teacher Education*. Trabajo presentado en 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Honolulu, Hawaii.

- Nilssen, V. L. (2010). Guided Planning in First-Year Student Teachers' Teaching. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 54(5), 431-449. doi: 10.1080/00313831.2010.508909.
- Norcini, J. (2010). The power of feedback. *Medical Education*, 44(1), 16-17. doi: 10.1111/j.1365-2923.2009.03542.x.
- Quintas, S. F. (2000). Análisis crítico de las actividades bloqueadoras de la comunicación humana. *Comunicar: Revista científica iberoamericana de comunicación y educación*, 14, 97-102.
- Schoenfeld, A. H. (2000). Purposes and Methods of Research in Mathematics Education. *Notices of the American Mathematical Society*, 47(3), 641-649.
- Walker, M. (2009). An investigation into written comments on assignments: do students find them usable? *Assessment & Evaluation in Higher Education*, 34(1), 67-78. doi: 10.1080/02602930801895752.
- Weaver, M. R. (2006). Do students value feedback? Student perceptions of tutors' written responses. *Assessment & Evaluation in Higher Education*, 31(3), 379-394. doi: 10.1080/02602930500353061.
- Williams, J. G. (2003). Providing feedback on ESL students' written assignments. *The Internet TESL Journal*, 9(10), 125-139.
- Zigmond, R. H. (2012). Students' Perceptions of Comments on Their Writing. *Journal of Teaching Writing*, 27(1), 111-138.

**Marlene Arias** es profesora de la Facultad de Ciencias y Tecnología de la Universidad de Carabobo, Venezuela.

**Pedro Gómez** es profesor de la Facultad de Educación de la Universidad de Los Andes, Colombia.

**Dirección de contacto:** La correspondencia directa sobre este artículo debe enviarse al autor. **Dirección Postal:** Cra 1, N° 18<sup>a</sup>-12, Bogotá, Colombia. **Email:** [argeifontes@gmail.com](mailto:argeifontes@gmail.com)