TLATEMOANI
Revista Académica de Investigación
Editada por Eumed.net
No. 16 – Agosto 2014
España
ISSN: 19899300
revista.tlatemoani@uaslp.mx

Fecha de recepción: 24 de febrero de 2014
Fecha de aceptación: 09 de junio de 2014

CUATRINOMIO ELEVADO A LA N: PROPUESTA DE UN MODELO DE SOLUCIÓN

Mtro. David Gómez Sánchez[1]
david.gomez@uaslp.mx
Mtro. José Manuel Romo Orozco
jmromo@uaslp.mx
Dr. Ramón Gerardo Recio Reyes
reciog@uaslp.mx
Lic. Esther Adriana González Piña
l.a.estheradriana@gmail.com
Dra. Adoración Gómez Sánchez
adoraciongomezsanchez@gmail.com
Unidad Académica Multidisciplinaria Zona Media UASLP

Resumen

El objetivo de este trabajo es generar una técnica que permita resolver de manera confiable un cuatrinomio elevado a la n. Se presenta un modelo geométrico que pertenece a la familia del triángulo de Pascal y de la pirámide trinomial el cual permite encontrar la solución de un cuatrinomio elevado a la n de la forma $(a+b+c+d)^n$, cumpliéndose la condición de que n sea entero positivo y no importando que los términos del cuatrinomio sean variables, constantes o una combinación de ambas. Se hace una analogía con las técnicas mencionadas para resolver un binomio a la n y un trinomio a la n respectivamente, además de responder las preguntas básicas que permiten proponer dicha solución: ¿Cuántos coeficientes forman la solución del cuatrinomio elevado a la n?, ¿Cuáles son dichos coeficientes? y ¿Cómo se colocan los exponentes en el resultado final? Se concluye con la propuesta de un tetraedro para resolver cada cuatrinomio elevado a la n, usando la misma lógica con que se aplica la solución del triángulo de Pascal.

Palabras Clave: Cuatrinomio elevado a la n, Cuatrinomio, tetraedro, Trinomio elevado a la n, Polinomios, Binomio elevado a la n.

Abstract

The objective of this work is to generate a technique to reliably solve the high n cuatrinomio. A geometric model that belongs to the family of Pascal's triangle and the pyramid which trinomial to find the solution to a high n of the form $(a+b+c+d)^n$ cuatrinomio, presented fulfilling the condition n is a positive integer, and no matter what the terms are cuatrinomio variables, constants, or a combination of both. An analogy is made with the above techniques to solve a binomial to a trinomial to ny n respectively, and answer the basic questions that can propose a solution: How many coefficients are the solution of the n cuatrinomio high, what are these coefficients? and How are exponents placed in the final result? It concludes with the proposal of a tetrahedron to solve each raised to the n cuatrinomio, using the same logic as the solution of Pascal's triangle is applied.

Introducción

La solución de binomios, trinomios, cuatrinomios o cualquier polinomio elevado a la n potencia es una serie de multiplicaciones que son tardadas y tediosas que nos pueden hacer incurrir en errores y minimiza la precisión de los cálculos realizados (Gómez, Romo, & Gómez, 2010).

Las técnicas como el triángulo de Pascal y el binomio de Newton, que se utilizan para resolver el binomio elevado al cuadrado (Baldor, 2007) y la pirámide trinomial que es una técnica que permite resolver un trinomio elevado al cubo

(Gómez, Gómez, & Recio, 2011) simplifican el proceso de resolución, lo que nos hace pensar en la posibilidad de que existe un modelo de la familia del triángulo de Pascal para resolver con coeficientes preestablecidos un cuatrinomio elevado a la n.

Análisis de solución del binomio elevado a la n.

El triángulo de Pascal que se muestra en la figura 1 tiene las siguientes propiedades (Baldor, 2007):

1	n= 0
1 1	n= 1
1 2 1	n= 2
1 3 3 1	n= 3
1 4 6 4 1	n= 4
1 5 10 10 5 1	n= 5
1 6 15 20 15 6 1	n= 6
1 7 21 35 35 21 7 1	n= 7
1 8 28 56 70 56 28 8 1	n= 8

Figura 1. Triángulo de Pascal

Es un plano triangular regular de coeficientes, formados por líneas horizontales de coeficientes, donde cada una permite resolver los binomios elevados a la n en cada caso en específico, siendo n entero y positivo, los coeficientes se forman por los dos coeficientes que se encuentran colocados exactamente encima del coeficiente a formar, y los exponentes en el resultado para los términos del binomio crecen de un punto de la línea de coeficientes hasta el final de la misma, y los exponentes del otro término crecen desde el otro punto de la línea como se muestra en la figura 2.

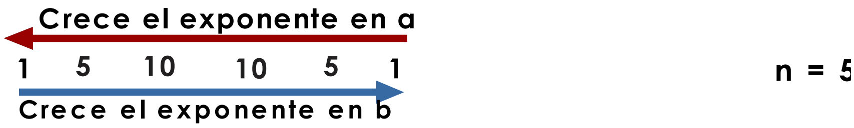

Figura 2. Crecimiento del exponente, en la línea de Coeficientes de un binomio

Análisis de solución del trinomio elevado a la n

La pirámide trinomial que se muestra en la figura 3 con sus respectivas secciones triangulares (figuras 4, 5, 6, 7, 8, 9) de coeficiente (Gómez, et al, 2011):

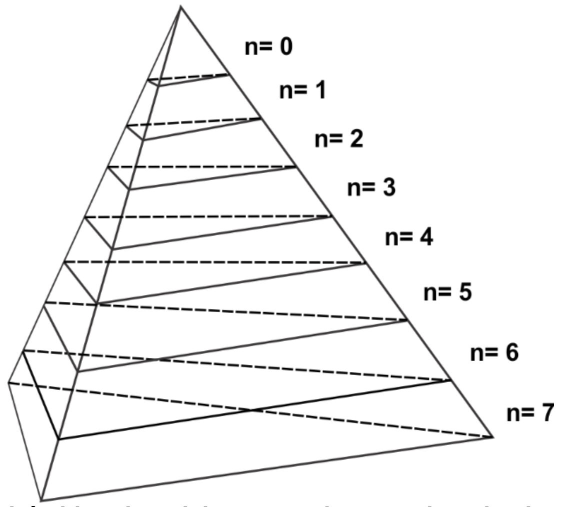

Figura 3. Pirámide Trinomial para resolver un trinomio elevado a la n.

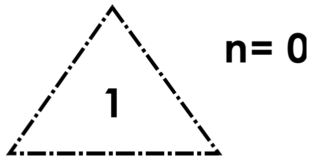

Figura 4. Sección de la pirámide para n igual a cero.

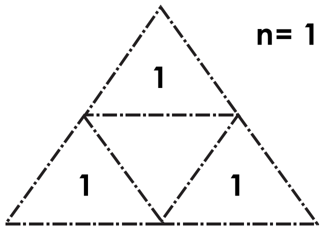

Figura 5. Sección de la pirámide para n igual a uno.

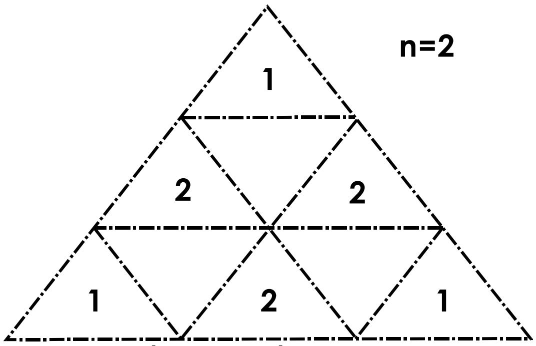

Figura 6. Sección de la pirámide para n igual a dos.

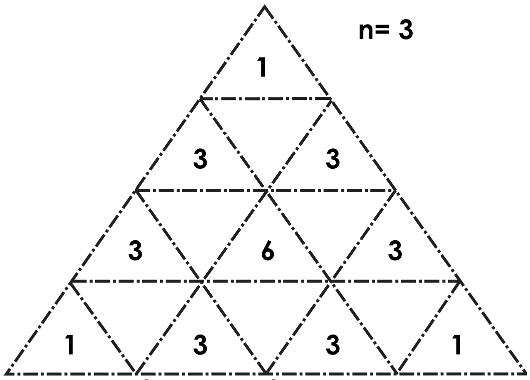

Figura 7.Sección de la pirámide para n igual a tres.

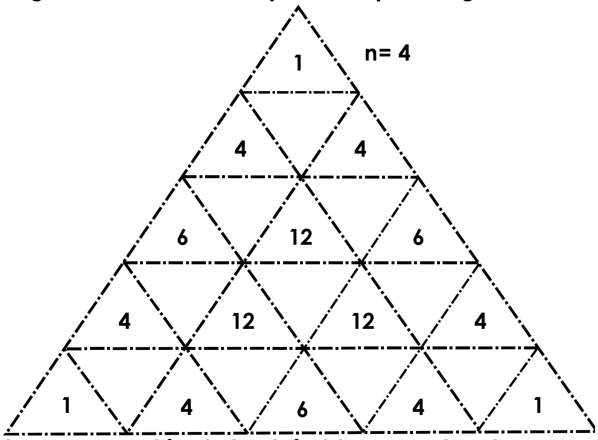

Figura 8. Sección de la pirámide para n igual a cuatro.

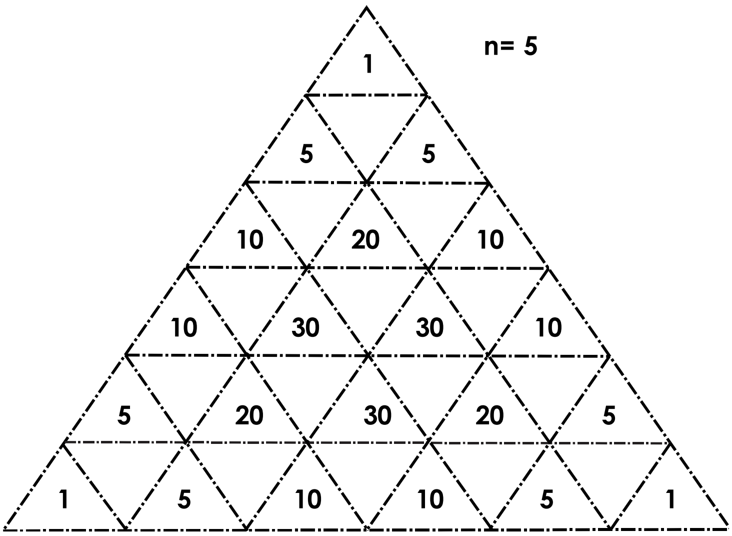

Figura 9. Sección de la pirámide para n igual a cinco.

Es un volumen formado por una pirámide regular de coeficientes de base triangular, formados por secciones transversales de coeficientes, donde cada una permite resolver los trinomios elevados a la n en cada caso en particular, siendo n entero y positivo, los coeficientes se forman por los tres coeficientes que se encuentran colocados exactamente encima del coeficiente a formar como se observa en las figuras 10 y 11, ubicado en la sección triangular inmediata inferior, y los exponentes en el resultado para los términos del trinomio crecen de una base de la sección (plano de coeficientes) hasta el vértice opuesto y así para cada uno de los términos del trinomio alternando las bases o líneas de coeficientes para crecer los exponentes del término hasta el vértice opuesto como se muestra en la figura 12.

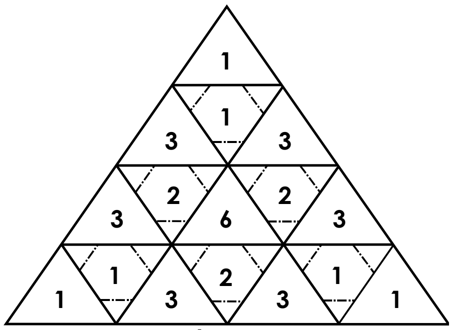

Figura 10. Secciones simultáneas de n igual a tres y a cuatro.

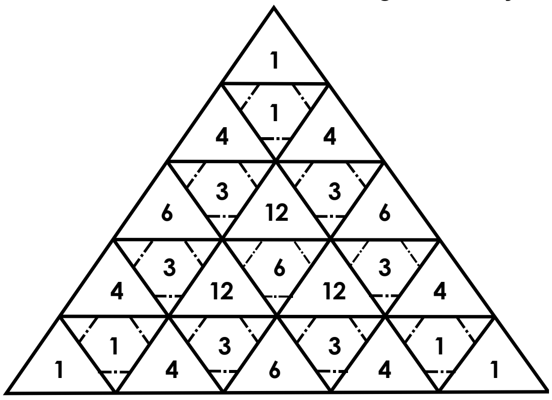

Figura 11.Secciones simultaneas de n igual a cuatro y a cinco.

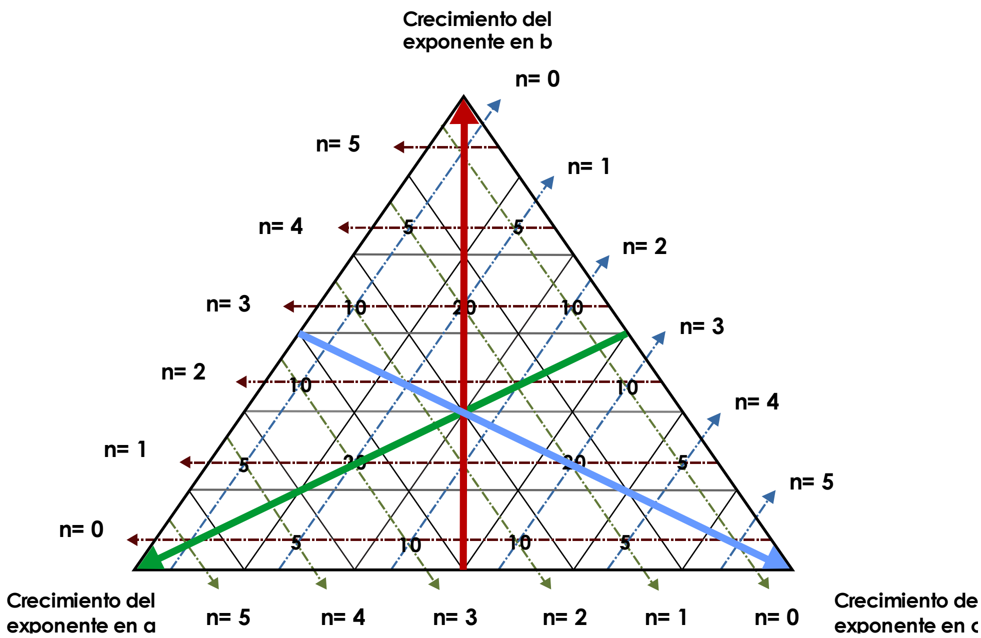

Figura 12. Crecimiento del exponente, en el plano de Coeficientes de un Trinomio.

Hasta ahora, el modelo presentado de la pirámide trinomial es el único que resuelve el trinomio elevado a la n de una manera análoga con el triángulo de Pascal. Existen otros investigadores que proponen técnicas para resolver el trinomio elevado a la n, Chapell & Osler, (1999) lo resuelven basado en la que llaman el Triángulo trinomial, Zeitler, (2002) presenta una técnica basada en la Fórmula Trinomial y la Pirámide de Pascal- Sierpinski y finalmente en la Kamalazo, (2009) se encuentra una referencia para resolver un trinomio elevado a la segunda y tercera potencia.

Propuesta de solución del cuatrinomio elevado a la n.

Para obtener el modelo de la solución del cuatrinomio elevado a la n hay que responder las siguientes preguntas, ¿cuántos son coeficiente de los términos que forman el resultado?, ¿cuáles son? y ¿cómo se colocan los exponentes en cada uno de ellos?

Si se observa que un binomio elevado a la n se resuelve con una línea de coeficientes y un trinomio elevado a la n se resuelve con una sección plana de coeficientes, entonces el cuatrinomio elevado a la n se resuelve con un volumen de coeficientes, para encontrar el volumen solo basta con observar que las aristas de la sección triangular de coeficientes para resolver un trinomio elevado a la n están formada con las líneas de coeficientes que resuelven el binomio elevado a la n, y forman un triángulo equilátero de coeficientes por lo que se deduce que el volumen para resolver el cuatrinomio elevado a la n está formado en sus caras por los triángulos equiláteros que resuelven el trinomio elevado a la n, lo que forma un tetraedro de coeficientes (figuras 13,14,15,16,17,18).

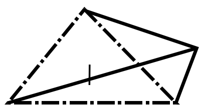

Figura 13. Tetraedro formado cuando n es igual a cero.

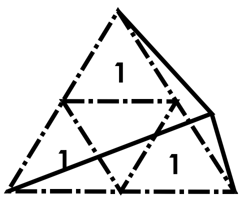

Figura 14. Tetraedro formado cuando n es igual a uno.

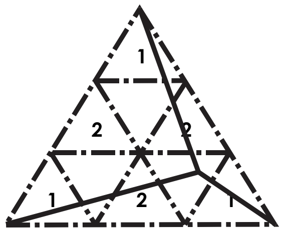

Figura 15. Tetraedro formado cuando n es igual a dos.

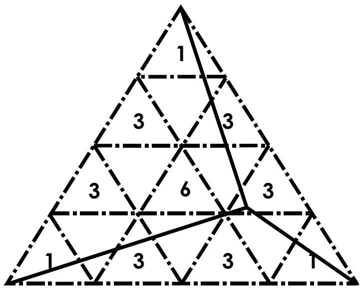

Figura 16. Tetraedro formado cuando n es igual a tres.

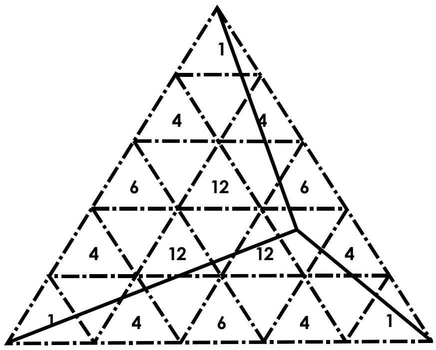

Figura 17. Tetraedro formado cuando n es igual a cuatro.

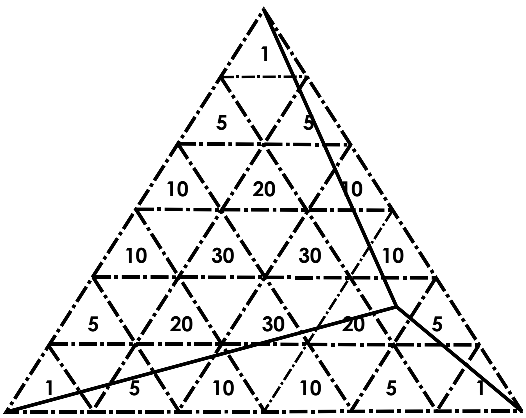

Figura 18. Tetraedro formado cuando n es igual a cinco.

La pregunta a responder ahora es ¿cuál es el orden de los exponentes en los términos del resultado?, ya que por analogía observamos que en la línea de coeficientes para resolver un binomio elevado a la n el exponente del primer término crece hacia el extremo (punto) y disminuye hacia el otro extremo (punto) mientras que el exponente del segundo término se comporta de manera contraria como se observo en la figura 2, en la sección triangular equilátera de coeficientes para resolver un trinomio elevado a la n vemos que el exponente de un término crece de la base (línea) a el vértice opuesto (punto), y así sucesivamente para cada término del trinomio en cada una de las bases como lo muestra la figura 12.

Si para el binomio el exponente crece de punto a punto, en el trinomio crece el exponente de línea a punto, por lo tanto en el cuatrinomio el exponente crecerá de plano a punto como lo muestra la figura 19, lo que es muy razonable porque existen cuatro bases de coeficientes y cuatro vértices opuestos a ellas tantos como términos en el cuatrinomio, por lo que se deduce que el exponente crece en cada término, de la cara del tetraedro de coeficientes hasta el vértice opuesto y así alternadamente par cada término.

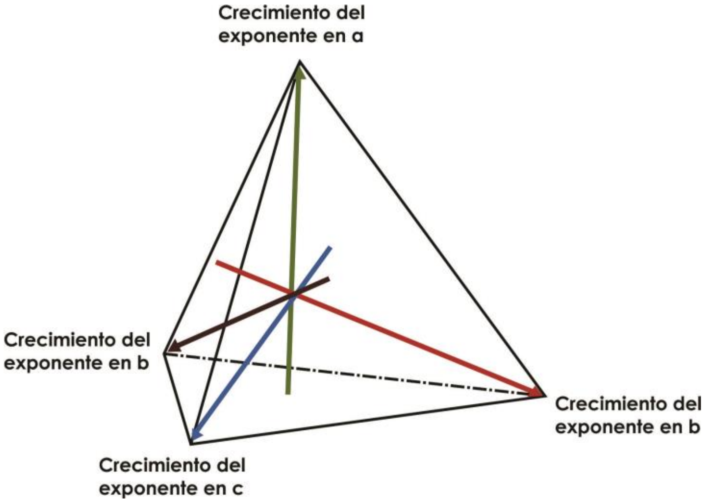

Figura 19. Crecimiento del exponente, en el volumen de Coeficientes de un cuatrinomio.

En el binomio elevado a la n, las líneas de coeficientes forman un plano (triángulo de Pascal), en el trinomio elevado a la n, las secciones de coeficientes forman un volumen (pirámide trinomial), y en el cuatrinomio elevado a la n, los tetraedros de coeficientes coexisten en un volumen como se muestra en la figura 20.

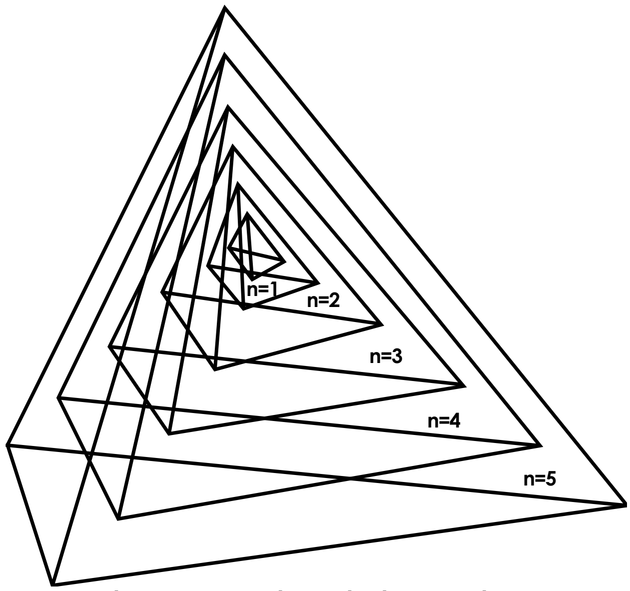

Figura 20. Coexistencia de tetraedros.

Resolviendo la pregunta cuantos términos hay en el resultado que es lo mismo cuantos términos forman el tetraedro, al ser el volumen de coeficiente un tetraedro tiene la característica que si se corta en secciones estas secciones serán secciones regulares lo que es lo mismo triángulos equiláteros de coeficientes lo que nos permite ver cuántos son los términos que forman el resultado. Tal como lo muestra la figura 21.

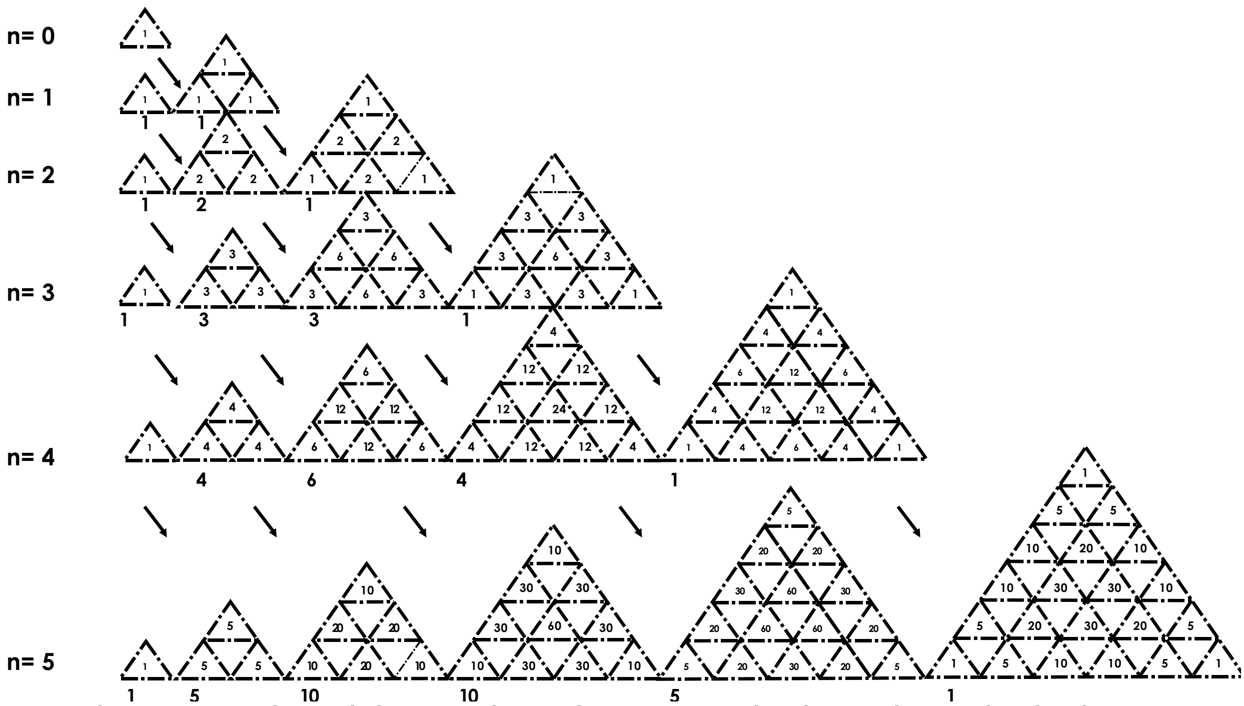

Figura 201. Secciones de los tetraedros en los casos, n es igual a cero hasta n igual a cinco.

Para determinar cuáles son los coeficientes se retoma la comparación con el binomio donde los términos se van formando con línea de coeficientes inmediata superior con la suma de dos términos, para el caso del trinomio los coeficientes de la sección triangular de coeficiente se va formando con la sección inmediata superior con la suma de tres términos, y para el caso de los coeficientes del tetraedro los coeficientes se forman con la suma de los cuatro términos.

Para el caso n igual a cuatro el término 24 que se encuentra en el interior de la pirámide se forma con la suma de los cuatro números seis que son los números que lo rodean, en tetraedro existe la particularidad que cualquiera de los cuatro vértices pueden ser la parte superior del mismo, en la figura 22 se muestra solo las 3 secciones involucradas que son parte de los tetraedros coexistentes para el caso de cuando n es igual a tres y de cuando n es igual a cuatro.

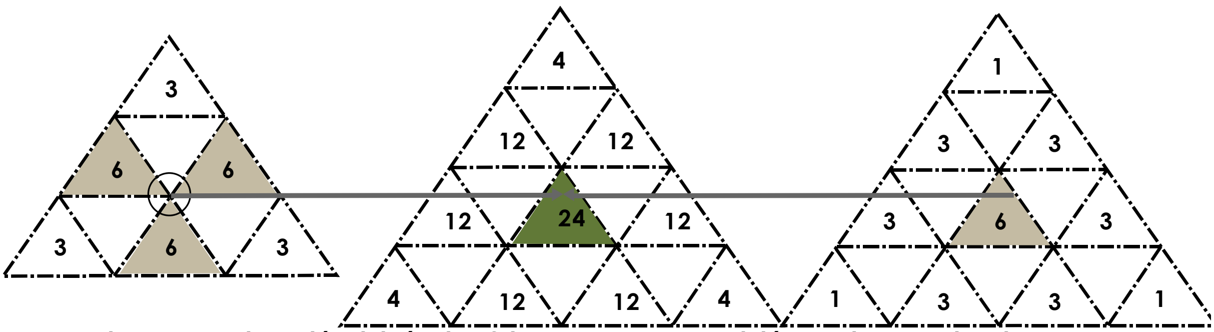

Figura 212. Obtención del término faltante, por superposición en el caso n igual a cuatro.

Para el caso particular de n igual a cinco existen cuatro coeficientes interiores desconocidos dentro del tetraedro, que son los números 60 al igual que el caso anterior se toman las solo las tres secciones involucradas de las pirámides coexistentes y el resultado de cada 60 es la suma de los cuatro números que lo rodean como se muestra en las figuras 23 y 24.

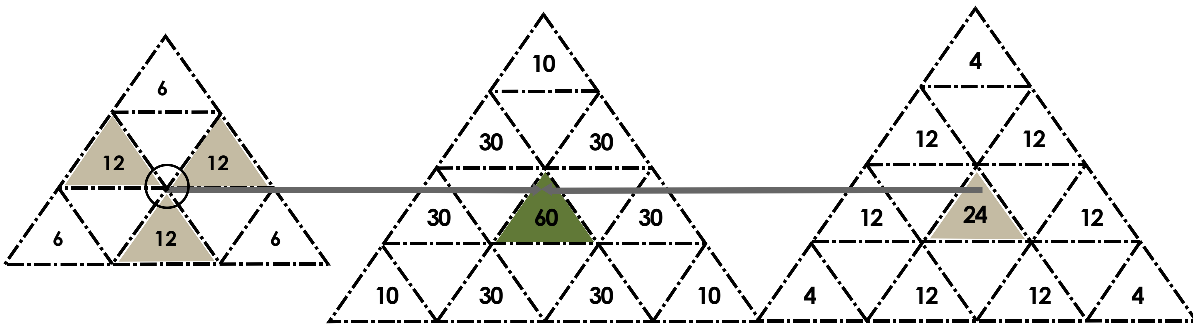

Figura 23. Obtención del término faltante, por superposición en el caso n igual a cinco.

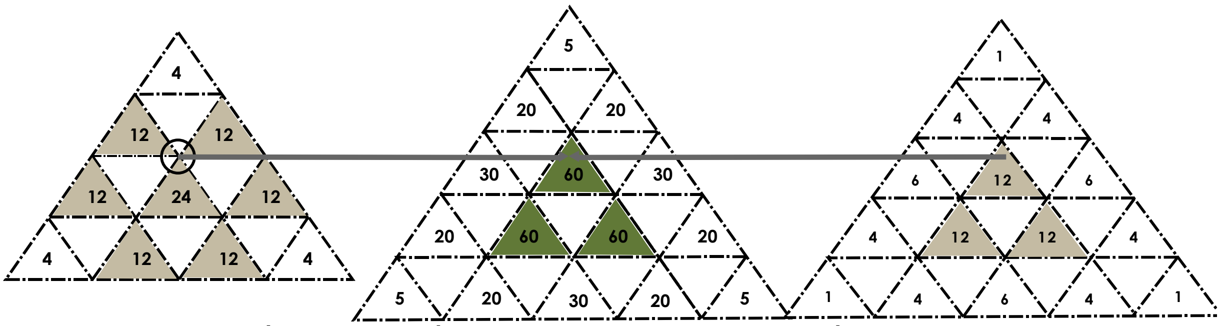

Figura 24. .Obtención de los tres términos faltantes, por superposición en el caso n igual a cinco.

Existen diversas formas para comprobar que los coeficientes calculados estén bien, además de la suma de los cuatro términos si observamos la figura 21 donde los tetraedros están seccionados por niveles, vemos los coeficientes del triángulo de Pascal para cada caso de n, si se observan cuidadosamente las secciones del tetraedro se forman también multiplicando los coeficientes del triángulo de Pascal por la sección superior triangular que se encuentra encima de todas las secciones a calcular, entonces el 24 de la figura 22 se obtiene de la multiplicación del seis por cuatro, seis del centro de la sección de n igual a tres (siendo la primera sección de ese tamaño que aparece) y cuatro del coeficiente del triángulo de Pascal, el 60 de la figura 23 se forma de multiplicar seis por diez, el seis del centro de la sección de n igual a tres (siendo la primera sección de ese tamaño que aparece) y diez del coeficiente del triángulo de Pascal, y los 60 de la figura 24 se obtienen de multiplicar cinco por doce, los doce del centro de la sección de n igual a cuatro y el cinco del coeficiente del triángulo de Pascal, y así para todos los coeficientes de la sección a formar.

Otra manera de comprobar si los coeficientes están bien es verificando que suma de la línea de coeficientes en el triángulo de Pascal suma 2^n, la suma de la sección de coeficientes en la pirámide trinomial es 3^n, y el tetraedro de coeficientes se espera un resultado de 4^n. Como ejemplo se toma el caso específico de n = 5.

Para comprobar que los coeficientes de la sección son correctos, se calcula el valor 2^n y el resultado es la suma de estos, como se presenta a continuación.

$$2^{n} = \sum \text{Coeficientes de la línea de coeficientes}$$
$$2^{5} = 32$$
$$1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = 32$$

Para comprobar que los coeficientes de la sección son correctos, se calcula el valor 3^{n} y el resultado es la suma de estos, como se presenta a continuación.

$$3^{n} = \sum \text{Coeficientes de la sección transversal triangular}$$
$$3^{5} = 243$$
$$1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 + 5 + 20 + 30 + 20 + 5 + 10 + 30 + 30 + 10 + 10 + 20 + 10 + 5 + 5 + 1 = 243$$

Para comprobar que los coeficientes de la sección son correctos, se calcula el valor 4^{n} y el resultado es la suma de estos, como se presenta a continuación.

$$4^{n} = \sum \text{Coeficientes } del\ tetraedro.$$
$$4^{5} = 1024$$
$$1 + 5 + 5 + 5 + 10 + 20 + 10 + 20 + 10 + 20 + 10 + 30 + 30 + 10 + 30 + 30 + 10 + 30 + 30 + 60 + 5 + 20 + 30 + 20 + 5 + 20 + 30 + 20 + 5 + 20 + 30 + 20 + 60 + 60 + 60 + 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 + 5 + 20 + 30 + 20 + 5 + 10 + 30 + 30 + 10 + 10 + 20 + 10 + 5 + 5 + 1 = 1024$$

Como se observa en los cálculos anteriores se cumple las condiciones de la suma de coeficientes como se había pronosticado.

Ejemplo:

Solución $(a + b + c + d)^{4}$ es la siguiente:

Ahora se resuelve de manera tradicional el cuatrinomio elevado a la n para comprobar que el modelo propuesto funciona no importando si está formado por variables, constantes o una combinación de ambas.

$$((a + b + c + d)^{2})^{2}$$

$$(a^{2} + b^{2} + c^{2} + d^{2} + 2bc + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd)^{2}$$

$$\begin{aligned} a^4 + b^4 + c^4 + d^4 + 4a^2b^2 + 4a^2c^2 + 4a^2d^2 + 4b^2c^2 + 4b^2d^2 + 4c^2d^2 + 2a^2b^2 \\ + 2a^2c^2 + 2a^2d^2 + 4a^3b + 4a^3c + 4a^3d + 4a^2bc + 4a^2bd + 4a^2cd \\ + 2b^2c^2 + 2b^2d^2 + 4ab^3 + 4ab^2c + 4ab^2d + 4b^3c + 4b^3d + 4b^2cd \\ + 2c^2d^2 + 4abc^2 + 4ac^3 + 4ac^2d + 4bc^3 + 4bc^2d + 4c^3d + 4abd^2 \\ + 4acd^2 + 4ad^3 + 4bcd^2 + 4bd^3 + 4cd^3 + 8a^2bc + 8a^2bd + 8ab^2c \\ + 8ab^2d + 8abcd + 8a^2cd + 8abc^2 + 8acdb + 8ac^2d + 8acbd + 8abd^2 \\ + 8acd^2 + 8b^2cd + 8bc^2d + 8bcd^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^4 + b^4 + c^4 + d^4 + 4a^3b + 4ab^3 + 4a^3c + 4ac^3 + 4a^3d + 4ad^3 + 4b^3c + 4bc^3 + 4b^3d \\ + 4bd^3 + 4c^3d + 4cd^3 + 6a^2b^2 + 6a^2c^2 + 6a^2d^2 + 6b^2c^2 + 6b^2d^2 \\ + 6c^2d^2 + 12a^2bc + 12a^2bd + 12a^2cd + 12ab^2c + 12ab^2d + 12b^2cd \\ + 12abc^2 + 12ac^2d + 12bc^2d + 12abd^2 + 12acd^2 + 12bcd^2 + 24abcd \end{aligned}$$

Ahora se resuelve el cuatrinomio elevado a la n con la técnica propuesta considerando que todos los coeficientes del tetraedro estarán multiplicados por los términos *abcd* y la suma de los exponentes será exactamente igual a n. La figura 25 muestra el tetraedro segmentado para ver los coeficientes que están dentro, y en cada uno de los vértices se muestra la variable en la dirección en que crece su exponente.

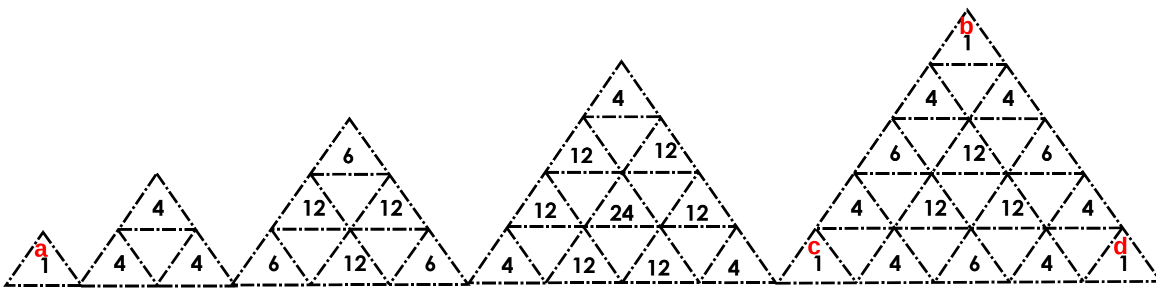

Figura 225. Tetraedro de coeficientes para resolver el cuatrinomio elevado a la 4.

Para dar un ordenamiento a la solución se colocan los coeficientes de izquierda a derecha y de abajo hacia arriba sin que este ordenamiento influya en la obtención de un resultado correcto. Se colocan los coeficientes multiplicados por *abcd* y sus respectivos exponentes.

$$1a^4b^0c^0d^0 + 4a^3b^0c^1d^0 + 4a^3b^0c^0d^1 + 6a^2b^0c^2d^0 + 12a^2b^0c^1d^1 + 6a^2b^0c^0d^2 + 4a^1b^0c^3d^0 + 12a^1b^0c^1d^2 + 12a^1b^0c^2d^1 + 4a^1b^0c^0d^3 + 1a^0b^0c^4d^0 + 4a^0b^0c^3d^1 + 6a^0b^0c^2d^2 + 4a^0b^0c^1d^3 + 1a^0b^0c^0d^4 + 4a^3b^1c^0d^0 + 12a^2b^1c^1d^0 + 12a^2b^1c^0d^1 + 12a^1b^1c^2d^0 + 24abcd + 12a^1b^1c^0d^2 + 4a^0b^1c^3d^0 + 12a^0b^1c^2d^1 + 12a^0b^1c^1d^2 + 4a^0b^1c^0d^3 + 6a^2b^2c^0d^0 + 12a^1b^2c^1d^0 + 12a^1b^2c^0d^1 + 6a^0b^2c^2d^0 + 12a^0b^2c^1d^1 + 6a^0b^2c^0d^2 + 4a^1b^3c^0d^0 + 4a^0b^3c^1d^0 + 4a^0b^3c^0d^1 + 1a^0b^4c^0d^0$$

El siguiente paso es simplificar, quitando los términos elevados a la cero.

$$1a^4 + 4a^3c^1 + 4a^3d^1 + 6a^2c^2 + 12a^2c^1d^1 + 6a^2d^2 + 4a^1c^3 + 12a^1c^1d^2 + 12a^1c^2d^1 + 4a^1d^3 + 1c^4 + 4c^3d^1 + 6c^2d^2 + 4c^1d^3 + 1d^4 + 4a^3b^1 + 12a^2b^1c^1 + 12a^2b^1d^1 + 12a^1b^1c^2 + 24abcd + 12a^1b^1d^2 + 4b^1c^3 + 12b^1c^2d^1 + 12b^1c^1d^2 + 4b^1d^3 + 6a^2b^2 + 12a^1b^2c^1 + 12a^1b^2d^1 + 6b^2c^2 + 12b^2c^1d^1 + 6b^2d^2 + 4a^1b^3 + 4b^3c^1 + 4b^3d^1 + 1b^4$$

Enseguida se ordenan por los coeficientes para comprobar que el resultado que se obtuvo es el mismo en ambas soluciones.

$$a^4 + b^4 + c^4 + d^4 + 4a^3b + 4ab^3 + 4a^3c + 4ac^3 + 4a^3d + 4ad^3 + 4b^3c + 4bc^3 + 4b^3d + 4bd^3 + 4c^3d + 4cd^3 + 6a^2b^2 + 6a^2c^2 + 6a^2d^2 + 6b^2c^2 + 6b^2d^2 + 6c^2d^2 + 12a^2bc + 12a^2bd + 12a^2cd + 12ab^2c + 12ab^2d + 12b^2cd + 12abc^2 + 12ac^2d + 12bc^2d + 12abd^2 + 12acd^2 + 12bcd^2 + 24abcd$$

Sin perder de vista que la solución propuesta se basa en triángulo de Pascal y en la pirámide trinomial, observamos lo siguiente:

- Que las aristas del tetraedro (seis) se resuelven como si fuesen triángulos de Pascal, pero sin repetir términos, ya que existen seis combinaciones.

- Que las caras del tetraedro (cuatro) se resuelven como si fuera una pirámide trinomial, de igual manera sin repetir términos.

- Al igual que al resolver un binomio a la n donde se observa similitud en los coeficientes y en los exponentes de los dos términos en juego, en el trinomio elevado a la n se observa la misma similitud en los tres vértices de las secciones transversales de la pirámide trinomial, en esta propuesta vemos que dicha analogía se mantiene.

Siguiendo las observaciones anteriores facilitamos la solución del cuatrinomio elevado a la n.

Conclusiones

La solución propuesta de un cuatrinomio elevado a la n como un nuevo miembro de la familia del triángulo de Pascal hace reflexionar en los siguientes principios:

- Una familia de *k-nomio* elevados a la n se resuelve con una figura geométrica regular de k dimensiones.

- Toda figura geométrica de *k* dimensiones puede descomponerse en n+1 figuras geométricas de *k-1* dimensiones.

- En la solución de un *k-nomio* elevado a la n, todos los términos del resultado estarán formados por la multiplicación de los *k* términos y la suma de los exponentes de los mismos será n.

Lo anterior rompe el paradigma de que solo hay figuras geométricas de tres dimensiones o menos que pueden representarse gráficamente sin embargo una figura de cuatro dimensiones o más tendrán que representarse por las secciones de *k-1* dimensiones.

La técnica desarrollada facilita la solución de un cuatrinomio elevado a la n, resultando muy sencillo de utilizar cuando se ha empleado previamente en triángulo de Pascal y la pirámide trinomial que son utilizados para resolver un binomio a la n y un trinomio a la n respectivamente. Al adoptar esta propuesta se podrán encontrar atajos que facilitarán aun más la solución. Los estudiantes del área socio administrativa y a quienes se les dificultan las matemáticas y todo lo que se relacione con ellas, encontrarán una manera creativa, lógica y fácil en este modelo.

Se recomienda estudiar otros polinomios elevados a la n (de cinco términos o más) respondiendo las preguntas que han hecho los autores para encontrar los modelos para resolver un trinomio y un cuatrinomio elevados a la n: ¿Cuántos coeficientes forman la solución del cuatrinomio elevado a la n?, ¿Cuáles son dichos coeficientes? y ¿Cómo se colocan los exponentes en el resultado final? y finalmente ¿Cuál es la figura que se forma con los coeficientes de la solución?

BIBLIOGRAFÍA

Baldor, A. (2007). *Algebra* (Segunda ed.). México: Grupo Editorial Patria.

Chapell, J., & Osler, T. (1999). The Trinomial triangle. *The College Mathematics Journal, 30*(2), 141-142.

Gómez, D., Gómez, A., & Recio, R. (2011). Modelo para resolver un trinomio elevado a la n. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*(25), 21-29.

Gómez, D., Romo, J., & Gómez, A. (2010). Patrones de solución de polinomios y reglas de conteo: Aplicación a un polinomio elevado a la cuarta. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*(21), 31.

Kamalazo, C. (2009). *Trinomial Shape.* Recuperado el 22 de Febrero de 2009, de http://max.cs.kzoo.edu/~jmaker/thoughts/trinomial.html

Zeitler, H. (2002). Trinomial formula, Pascal-and Sierpinski-pyramid. *International Journal of Mathematical Education Science & Technology, 33*(2), 256-266.