

---

# Selección de materiales mediante uso de multicriterio aplicado a un engranaje helicoidal de la caja de cambios de dmax 3.0

*Selection of materials through the use multi-criteria applied to a Dmax 3.0 helical gearbox*

*Seleção de materiais através da utilização de multi-ritos aplicados a uma engrenagem de caixa de velocidades helicoidas Dmax 3.0*

---

Chrystopher Vaca<sup>1-2</sup> , Javier Martínez<sup>1-3</sup>  & Julio Leguísamo<sup>1</sup> 

<sup>1</sup> Facultad de Arquitectura e Ingeniería. Universidad Internacional SEK. Quito-Ecuador.  
Correo: {cvaca.mdm, javier.martinez, julio.leguisamo}@uisek.edu.ec

<sup>2</sup> Departamento de Investigación. Instituto Tecnológico Superior Central Técnico.  
Quito-Ecuador. Correo: chmvacat@gmail.com

<sup>3</sup> Centro de Investigación. Instituto Nacional de Eficiencia Energética y Energías Renovables-INER. Quito-Ecuador. Correo: javier.martinez@iner.gob.ec

Fecha de recepción: 28 de octubre de 2019.

Fecha de aceptación: 24 de enero de 2020

## RESUMEN

Seleccionar la mejor opción de material utilizando la metodología de Multicriterio (MCDM), obteniéndose los mejores resultados y la respectiva elección del material, consiguiendo un factor de seguridad que proteja contra fallas por fatiga de flexión y esté dentro de los parámetros permitidos aplicado a un engranaje de caja de cambios de la Dmax 3,0. Para lo cual se realizaron los métodos de toma de decisión multicriterio para obtener un orden o ranking del conjunto de alternativas. Para obtener este ranking, el conjunto de alternativas debe estar bien definido al igual que los criterios deben estar bien determinados. Luego de utilizar los multicriterio se determinó que la mejor opción de material según el ranking es el AISI 4140 que presenta características relevantes como el límite elástico, resistencia a la tracción y buena capacidad térmica. La metodología empleada para los pesos ayuda a evitar la subjetividad del diseñador y hacer que se ajuste a parámetros reales. En la base de los resultados numéricos, se puede concluir que los métodos propuestos pueden lidiar con los problemas de selección de materiales con la dependencia de criterios.

**Palabras clave:** Metodología de Multicriterio (MCDM), selección de material, factores de ponderación y clasificación, dependencia de criterios, engranaje helicoidal, Dmax 3,0.

## ABSTRACT

Select the best option of material using the Multi-criterion methodology (MCDM), obtaining the best results and the respective choice of material, achieving a safety factor that protects against faults by bending fatigue and is within the permitted parameters applied to a gearbox of the Dmax 3.0. For which multicriteria decision-making methods were carried out to obtain an order or ranking of the set of alternatives. To obtain this ranking, the set of alternatives must be well defined, just as the criteria must be well determined. After using the multi-criteria, it was determined that the best material option according to the ranking is the AISI 4140, which has relevant characteristics such as elastic limit, tensile strength and good thermal capacity. The methodology used for the weights helps to avoid the designer's subjectivity and make it conform to real parameters. Based on the numerical results, it can be concluded that the proposed methods can deal with the problems of material selection with the dependence of criteria.

**Keywords:** Multi-criteria Methodology (MCDM), selection of material, weighting and classification factors, dependence of criterion, helical gear, Dmax 3,0.

## RESUMO

Escolha a melhor escolha do material utilizando a metodologia de multi-critérios (MCDM) para obter os melhores resultados e a respectiva escolha do material, alcançando um fator de segurança que protege contra falhas por fadiga de flexão e está dentro dos parâmetros permitidos aplicadas a uma caixa de velocidades do Dmax 3.0. Para o qual os métodos de tomada de decisão multicritério foram realizados para obter uma ordem ou classificação do conjunto de alternativas. Para obter essa classificação, o conjunto de alternativas deve ser bem definido, assim como os critérios devem ser bem determinados. Após a utilização do multicritério, determinou-se que a melhor opção de material de acordo com a classificação é o AISI 4140, que possui características relevantes como limite de elasticidade, resistência à tração e boa capacidade térmica. A metodologia utilizada para os pesos ajuda a evitar a subjetividade do designer e a adequá-lo aos parâmetros reais. Com base nos resultados numéricos, pode-se concluir que os métodos propostos podem lidar com os problemas de seleção de materiais com a dependência de critérios.

**Palavras-chave:** Metodologia Multi-critério (MCDM), seleção de material Fatores de ponderação e classificação, dependência de critérios, engrenagem helicoidal, Dmax 3,0.

## INTRODUCCIÓN

Según la AEADE (Asociación de Empresas Automotrices del Ecuador), mediante la información estadística que publican mes a mes, considera a las CAMIONETAS como el segundo segmento más vendido en Ecuador asociada a la marca Chevrolet y su modelo Dmax 3.0, por esta razón son vehículos de trabajo especialmente utilizados para transportar toda clase de cargas [1].

Con el paso del tiempo los componentes del vehículo tienden a desgastarse, es el caso de los engranes que integran la caja de cambios ya sea por un mantenimiento no adecuado como es el cambio de aceite, por el desgaste normal del uso diario o por un mal manejo. El técnico -dependiendo de la magnitud del daño- debe reemplazar uno o más engranajes; los cuales, por su elevado costo de adquisición o porque el componente no existe en el país y se debe importar [2].

Con el cambio de la matriz productiva, el país requiere la industrialización de varios productos, es decir, aumentar la existencia de manufactura local y enfocarse en

el área automotriz, donde existe un campo extenso para su explotación [3]. Este trabajo tiene como objetivo seleccionar los mejores materiales para el engranaje helicoidal de la caja de cambios de la Dmax 3.0, aplicando una metodología de toma de decisiones multicriterio, para a futuro fabricar los engranajes aplicados a este segmento.

## Engranajes

El engranaje es una rueda o cilindro dentado empleado para transmitir un movimiento giratorio o alternativo desde una parte de una máquina a otra. Está formado por dos ruedas dentadas, la rueda mayor se denomina corona y la rueda menor se denomina piñón [4]. Un conjunto de dos o más engranajes que transmite el movimiento de un eje a otro se denomina tren de engranajes [5].

La aplicación de engranajes es prácticamente ilimitada, se los puede encontrar en centrales de producción eléctrica, hidroeléctrica; transporte terrestre: locomotoras, automóviles, camiones; transporte marítimo; aviones; industria; herramientas [6].

## Engranajes helicoidales

Este tipo de engranajes están caracterizados por su dentado oblicuo con relación al eje de rotación, como se muestra en la Figura 1, los ejes de los engranajes helicoidales son paralelos o cruzados, generalmente a  $90^\circ$  [7]. Para eliminar el empuje axial el dentado puede hacerse doble helicoidal. Tienen la ventaja de transmitir mayor potencia y velocidad, son más silenciosos y duraderos. Como desventajas tienden a desgastarse más rápido, son más caros de fabricar y necesitan mayor lubricación.



**Figura 1.** Engranaje helicoidal [7].

Los engranajes helicoidales acoplados deben tener el mismo ángulo de la hélice, pero el uno en sentido contrario al otro (un piñón derecho engrana con una rueda izquierda y viceversa). Como resultado del ángulo de la hélice existe un empuje axial, además de la carga, transmitiéndose ambas fuerzas a los apoyos del engrane helicoidal.

## Materiales

En el mundo automotor la selección de un material para un componente implica una investigación con la finalidad de hallar las propiedades que responda a las exigencias de la función de la pieza. Este aspecto está íntimamente relacionado con

sus características físicas (densidad, propiedades ópticas, térmicas y eléctricas) y mecánicas (resistencia mecánica, rigidez, propiedades deslizantes) ... Se debe tener en cuenta el aspecto concurrente dentro de la misma función: por ejemplo, aunque sea muy caro, la selección de un material da propiedades elevadas para un elemento muy solicitado (un engranaje, un árbol), y puede repercutir favorablemente en el peso o dimensionalmente en el conjunto de la máquina [8].

A continuación, se detalla brevemente los materiales comúnmente utilizados para la construcción de engranajes helicoidales.

- **Acero forjado:** Es una aplicación de acero al carbono con una aleación y se mecaniza para determinada aplicación específica. Los aceros endurecidos superficialmente están sometidos a una profundidad a tratamiento de cementación, nitruración y aceros carbonitrurados. Los principalmente utilizados son: SAE-AISI 1010, 1015, 1018, 1019, 1020, 1021, 1022 [9].
- **Acero de endurecimiento superficial:** Es el conjunto de procesos destinados a obtener piezas que combinan cualidades mecánicas elevadas en determinadas superficies (dureza, resistencia al desgaste, resistencia a la fatiga superficial) con una buena tenacidad en el núcleo (resistencia a choques). En esta gama se encuentran: SAE-AISI 1035, 1040, 1045, 1050, 1137, 1141, 1144 [10].
- **Hierro fundido y bronce:** Por un lado, está el hierro que puede ser: hierro gris fundido, hierro nodular y hierro maleable; se debe tener en cuenta que el hierro gris es quebradizo, por tanto, se tiene cuidado cuando se presente carga por choque. En cuanto al bronce existen varios tipos como: bronce con fósforo o estaño, bronce con manganeso, bronce con aluminio y bronce con sílice. Se utiliza por sus buenas propiedades debido a la resistencia a la corrosión, resistencia al desgaste y coeficiente de fricción bajo. Dentro de este grupo se encuentran la serie: SAE 67 y según NORMA C92900, C93200, C93400, C93500 [11].
- **Acero inoxidable:** Es relativamente caro, pero en ambiente muy corrosivo o a temperaturas muy altas o muy bajas, constituye una solución económica de muchos problemas. En este grupo integran la serie AISI 200 y 300, entre los más representativos están: 301, 303, 304, 309, 310, 316, 321. Todas las clases contienen cromo del 4 a 26% [12].
- **Aleación de acero:** Son aleaciones de hierro con la adición de uno o más de los siguientes elementos: carbono, manganeso, silicio, níquel, cromo, molibdeno y vanadio. Los aceros de aleación cubren una amplia gama de aceros, incluidos aceros de baja aleación, aceros inoxidables, aceros resistentes al calor y aceros para herramientas. Los más utilizados son: SAE-AISI 1340, 3140, 4042, 4150, 5140, 6145, 8740 [13].

Existen otros factores que influyen a la hora de seleccionar un material para el engranaje como es el tratamiento térmico, pero en nuestro estudio no se aplicará.

## Métodos multicriterio

---

Generalmente más de un material cumple los requerimientos necesarios para diferentes aplicaciones, debido a esto, el criterio a la hora de elegir influye mucho; por lo que la selección del material exacto para el diseño de ingeniería y enfocado a este proyecto se utiliza el método de toma de decisiones multicriterio (MCDM).

La metodología de toma de decisiones multicriterio (MCDM) son modelos matemáticos establecidos que hacen este proceso al decisor más fácil y objetivo. El objetivo de los MCDM es obtener un orden o ranking del conjunto de alternativas. Para obtener este ranking, el conjunto de alternativas debe estar bien definido al igual que los criterios deben estar bien determinados. Como un criterio puede ser más relevante que otro, a cada uno se le asigna un peso o valor para poder hacer esta distinción. Con estos parámetros, el MCDM actúa sobre cada alternativa, y según esta evaluación se establece el ranking final [14].

## MÉTODO

En el presente estudio, el objetivo no es diseñar un engranaje sino realizar la selección del material aplicando los métodos MCDM, por lo cual, se plantea una serie de criterios de cada material a ser considerados y se toma como referencia anteriores investigaciones [15].

### Determinación de los criterios para los materiales

Para el uso de cualquier método de selección de materiales existentes, la toma de decisiones de criterios debe partir de la etapa conceptual; en el cual se identifica una o varias categorías muy amplias como posibles materiales a utilizar.

La selección preliminar se basa utilizando el software CES Edu-pack que posee una base de datos muy amplia para ver las propiedades de cada material [16]. A su vez se utilizó Matweb, un portal virtual de materiales [17]. Con la obtención de datos de ambas plataformas se puede trabajar con los requerimientos que se necesita para un engranaje helicoidal de caja de cambio de Dmax 3,0 y se observa en la Tabla 1.

**Tabla 1.** Materiales candidatos.

MATERIAL	DENSIDAD (Kg/m <sup>3</sup> )	PRECIO (USD/Kg)	MÓDULO DE YOUNG (GPa)	LÍMITE ELÁSTICO (MPa)	RADIO DE POISSON	RESISTENCIA A TRACCIÓN (MPa)	MÓDULO DE ROTURA (MPa)	DUREZA BRINELL (HB)	CONDUCTIVIDAD TÉRMICA (W/M°C)	COEFICIENTE DE EXPANSIÓN TÉRMICA (μstrain/°C)	CAPACIDAD TÉRMICA (J/Kg-°C)
AISI 321	7,95	3,82	197,0	220,0	0,27	585,0	258,0	176,0	16,00	17,00	510,0
AISI 1015	7,85	0,58	210,0	313,0	0,29	420,0	313,0	133,0	52,00	12,00	485,0
ALUMINA/2 5%TiC	4,25	83,10	390,0	400,0	0,26	400,0	740,0	1200,	19,00	7,75	707,0
ASTM AZ91D	1,81	3,88	45,0	155,0	0,35	245,0	155,0	92,0	72,00	25,00	1050,0
C93500	9,40	9,55	73,0	95,0	0,35	195,0	95,0	65,0	71,00	18,50	384,0

## Métodos Multicriterio (MCDM) aplicado a un engranaje helicoidal

Para encontrar el material que cumpla las condiciones requeridas, en este caso los criterios ya determinados; en primer lugar, se debe utilizar la metodología multicriterio mediante la aplicación de las ecuaciones, éstas se detallan a continuación paso a paso juntamente con una breve explicación de lo que realiza cada método.

- 1. Entropía:** Es un método de ponderación que se utiliza para la determinación del peso de los criterios, que puede reflejar efectivamente la esencia de la información y medir la información útil de los datos proporcionados. El método determina los pesos de los atributos a través de las Ecuaciones (1, 2 y 3) [18].

$$P_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sum_{i=1}^m x_{ij}} \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n \quad (1)$$

$$E_j = -\frac{(\sum_{i=1}^m p_{ij} \ln(p_{ij}))}{\ln(m)} \quad j = 1, \dots, n \quad (2)$$

$$w_j = \frac{1-E_j}{\sum_{i=1}^m (1-E_k)} \quad j = 1, \dots, n \quad (3)$$

- 2. Topsis:** Este método determina una solución con la distancia más corta a la solución positiva ideal y la distancia más larga a la solución negativa ideal, pero no considera la importancia relativa de dichas distancias [19].

El procedimiento TOPSIS consta de los siguientes pasos:

Paso 1: Calcule la matriz de decisión normalizada. El valor normalizado  $r_{ij}$  se calcula como

$$r_{ij} = \frac{f_{ij}}{\sqrt{\sum_{j=1}^J f_{ij}^2}} \quad J = 1, \dots, J; i = 1, \dots, n \quad (4)$$

Paso 2: Calcule la matriz normalizada de pesos

$$v_{ij} = w_i r_{ij}, \quad j = 1, \dots, J; i = 1, \dots, n, \quad (5)$$

Paso 3: Determine el ideal  $A^+$  y no ideal  $A^-$  solución

$$A^+ = (v_1^+, \dots, v_n^+) = \{(\max_j v_{ij} | i \in I^I)(\min_j v_{ij} | i \in I^{II})\} \quad (6)$$

$$A^- = (v_1^-, \dots, v_n^-) = \{(\min_j v_{ij} | i \in I^I)(\max_j v_{ij} | i \in I^{II})\} \quad (7)$$

Paso 4: Calcule las medidas de separación, usando la distancia euclidiana n-dimensional. La separación de la solución positiva y negativa se da como



$$D_j^+ = \sqrt{\sum_{i=1}^n (v_{ij} - v_i^+)^2}, j = 1, \dots, J \quad (8)$$

$$D_j^- = \sqrt{\sum_{i=1}^n (v_{ij} - v_i^-)^2}, j = 1, \dots, J \quad (9)$$

Paso 5: Calcule la cercanía relativa a la solución ideal  $C_j^+$ . La cercanía relativa de la  $i$ -ésima alternativa con respecto a la solución ideal A+ utilizando

$$C_j^+ = \frac{D_j^-}{D_j^+ + D_j^-}, j = 1, \dots, J \quad (10)$$

Paso 6: Clasificar el orden de preferencia. El porcentaje más alto de la cercanía relativa  $C_j^*$  a la solución ideal determina es la mejor alternativa.

**3. Promethee II:** El método de organización de clasificación por preferencia para las evaluaciones de enriquecimiento, el Promethee II se basa en las relaciones de superación entre las diferentes alternativas comparadas de dos en dos. Se supone que el decisor compara cada alternativa con otra cuando son evaluadas bajo diferentes criterios, los cuales pueden venir expresados en diferentes unidades de medida, así como, diferentes ponderaciones [20].

Paso 1: Normalizar la matriz de decisiones utilizando la siguiente ecuación.

$$R_{ij} = \frac{[X_{ij} - \min X_{ij}]}{[\max X_{ij} - \min X_{ij}]} \quad (i = 1, 2 \dots n : j = 1, 2 \dots m) \quad (11)$$

Donde  $X_{ij}$  es la medida de rendimiento de la  $i$ -ésima alternativa con respecto al criterio  $j^{\text{th}}$ . Para los criterios no benéficos, se expresa de la siguiente manera:

$$R_{ij} = \frac{[\max X_{ij} - X_{ij}]}{[\max X_{ij} - \min X_{ij}]} \quad (12)$$

Paso 2: Calcular las diferencias evaluativas de la  $i^{\text{th}}$  alternativa con respecto a otras alternativas. Este paso implica el cálculo de diferencias en los valores de los criterios entre diferentes alternativas en pareja.

Paso 3: Calcular la función de preferencia  $P_j(i, i')$ .

$$P_j(i, i') = 0 \text{ si } R_{ij} \leq R_{i'j} \quad (13)$$

$$P_j(i, i') = (R_{ij} - R_{i'j}) \text{ si } R_{ij} > R_{i'j} \quad (14)$$

Paso 4: Calcule la función de preferencia agregada teniendo en cuenta las ponderaciones de criterios (pesos).

Función de preferencia agregada.

$$\pi(i, i') = \left[ \sum_{j=1}^m w_j \times P_j(i, i') \right] / \sum_{j=1}^m w_j \quad (15)$$

Donde  $W_j$  es la importancia relativa (peso) del criterio  $j^{\text{th}}$ .

Paso 5: Determine los flujos de salida y entrada como sigue:

Dejando (o positivo) el flujo de la alternativa  $i$ -ésima,

$$\Phi^+(i) = \frac{1}{n-1} \sum_{i'=1}^n \pi(i, i') \quad (i \neq i') \quad (16)$$

Introducir (o negativo) el flujo para la alternativa  $i^{\text{th}}$ ,

$$\varphi^-(j) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \pi(i, j) \quad (i \neq j) \quad (17)$$

Donde  $n$  es el número de alternativas.

Paso 6: Calcule El flujo neto de superación para cada alternativa. El flujo neto de superación se calcula a través de la diferencia entre dejar fluir y entrar flujo de cada alternativa.

$$\Phi^-(i') = \Phi^+(i') - \varphi^-(j') \quad (18)$$

Paso 7: Determinar la clasificación de todas las alternativas consideradas en función de los valores de  $\varphi(i)$ . Cuanto mayor sea el valor de  $\varphi(i)$ , mejor será la alternativa. Por lo tanto, la mejor alternativa es la que tiene el valor de  $\varphi(i)$  más alto.

- 4. Aras:** Determina la eficiencia relativa compleja de una alternativa factible, es directamente proporcional al efecto relativo de los valores y ponderaciones de los principales criterios considerados. Basándose en la teoría de la utilidad y en el método cuantitativo [21].

Paso 1: se forma la matriz de decisión  $X$  y se muestra el rendimiento de diferentes alternativas con respecto a varios criterios.

$$x = [x_{ij}]_{m \times n} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & x_{2n} \\ x_{m1} & x_{m2} & x_{mn} \end{bmatrix} \quad (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n) \quad (19)$$

Paso 2: matriz de decisión está normalizada

$$x_{ij}^+ = \frac{x_{ij}}{\sum_{i=1}^m x_{ij}} \quad (20)$$

Donde  $x_{ij}^+$  es el valor normalizado. Los criterios no beneficiosos se normalizan con el procedimiento de dos etapas. En la primera etapa, el recíproco de cada criterio con respecto a todas las alternativas se toma de la siguiente manera:

$$X_{ij} = \frac{1}{x_{ij}^+}; \bar{X}_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sum_{i=0}^m x_{ij}} \quad (21)$$

En la segunda etapa, los valores normalizados se calculan de la siguiente manera:



$$R = [r_{ij}]_{m \times n} = \frac{x_{ij}^+}{\sum_{i=1}^m x_{ij}^+} \quad (22)$$

Paso 3: la matriz de decisión normalizada se pondera de la siguiente manera:

$$D = [d_{ij}]_{m \times n} = r_{ij} * w_j \quad (23)$$

Paso 4: La función de optimización ( $S_i$ ) se determina para cada alternativa de la siguiente manera:

$$S_i = \sum_{j=1}^n d_{ij} \quad (i = 0, 1, 2, \dots, m; j = 1, 1, \dots, n) \quad (24)$$

Paso 5: El grado de la utilidad ( $U_i$ ) se determina para cada alternativa. Se calcula como sigue:

$$U_i = \frac{S_i}{S_0} \quad (25)$$

En este método, un valor de función de utilidad determina la eficiencia relativa de una alternativa sobre la mejor alternativa. Los valores  $U_i$  de las alternativas oscilan entre 0% y 100% y se colocan en orden ascendente.

## RESULTADOS

En esta sección, el problema de selección del material para un engranaje helicoidal de caja de cambios de  $D_{max}$  3,0 se resuelve con los métodos: TOPSIS, PROMETHEE II y ARAS; para dar mayor afianza a los pesos se utiliza el método ENTROPÍA. En el problema se dispuso de 5 materiales: AISI 321(1), AISI 1040 (2), AISI 4140 (3), ASTM AZ91D (4), C93500 (5) y 11 criterios como Densidad (A), Precio (B), Módulo de Young (C), Límite elástico (D), Radio Poisson (E), Resistencia a la tracción (F), Módulo de rotura (G), Dureza Brinell (H), Conductividad térmica (I), Coeficiente de expansión (J) y Capacidad térmica (K). Los dos primeros criterios (densidad y precio) no son beneficiosos, cuando los valores menos relevantes no son deseables; mientras que los últimos nueve criterios son beneficiosos, es decir, cuando los valores más altos son deseables.

La Tabla 2 muestra la matriz de decisión del problema que resume el desempeño de cada alternativa con respecto a cada criterio. Los pesos de los criterios derivados del método ENTROPÍA y el tipo de criterio también se muestran en la misma tabla.

**Tabla 2.** Matriz de Decisión.

Mater.	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	7,95	3,82	197,0	220,0	0,27	585,0	258,0	176,0	16,00	17,00	510,0
2	7,85	0,58	210,0	313,0	0,29	420,0	313,0	133,0	52,00	12,00	485,0

3	4,25	83,10	390,0	400,0	0,26	400,0	740,0	1200,	19,00	7,75	707,0
4	1,81	3,88	45,00	155,0	0,35	245,0	155,0	92,00	72,00	25,00	1050,
5	9,40	9,55	73,00	95,00	0,35	195,0	95,00	65,00	71,00	18,50	384,0
Criterio	min	min	máx.	máx.	máx.	máx.	máx.	máx.	máx.	máx.	máx.
Wj	0,0439	0,3570	0,0858	0,0412	0,0029	0,026	0,089	0,243	0,058	0,026	0,024

### Aplicación método Topsis

Para la obtención de la matriz normalizada se utiliza la Eq (4) como se observa en la Tabla 3. Para la matriz normalizada por pesos se utiliza la Eq. (5) que se muestra en la Tabla 4.

**Tabla 3.** Matriz normalizada

Mat	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	0,637	0,045	0,400	0,377	0,395	0,663	0,298	0,143	0,137	0,444	0,340
2	0,629	0,006	0,426	0,537	0,424	0,476	0,362	0,108	0,446	0,314	0,323
3	0,340	0,991	0,792	0,686	0,380	0,453	0,857	0,979	0,163	0,202	0,471
4	0,145	0,046	0,091	0,266	0,512	0,278	0,179	0,075	0,618	0,654	0,700
5	0,753	0,113	0,148	0,163	0,505	0,221	0,110	0,053	0,610	0,484	0,256

**Tabla 4.** Matriz normalizada por pesos

Mat	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	0,028	0,016	0,034	0,015	0,001	0,017	0,026	0,035	0,008	0,011	0,008
2	0,027	0,002	0,036	0,022	0,001	0,012	0,032	0,026	0,026	0,008	0,008
3	0,015	0,353	0,068	0,028	0,001	0,012	0,076	0,238	0,009	0,005	0,011
4	0,006	0,016	0,007	0,011	0,001	0,007	0,016	0,018	0,036	0,017	0,017
5	0,033	0,040	0,012	0,006	0,001	0,006	0,009	0,012	0,035	0,012	0,006

Desarrollando la Eq. (5) y (6) obtenemos la matriz de solución ideal y no ideal como indica la Tabla 5; con la Eq. (8) y (9) conseguimos la separación ideal de la solución mostrada en la Tabla 6.

**Tabla 5.** Matriz de solución ideal y no ideal

Mat	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
Vj+	0,033	0,353	0,068	0,028	0,001	0,017	0,076	0,238	0,036	0,017	0,017
Vj-	0,006	0,002	0,007	0,006	0,001	0,006	0,009	0,012	0,008	0,005	0,006

**Tabla 6.** Separación ideal positiva y negativa

Material	Dj+	Dj-
1	0,1336	0,1481
2	0,0700	0,2296
3	0,0341	0,2580
4	0,1584	0,1388
5	0,2624	0,0156

Por último, aplicando la Eq. (10) conseguimos la cercanía relativa y de esta manera el Ranking de los materiales donde la tercera opción es la ganadora debido al puntaje que obtiene, ver la Tabla 7.

**Tabla 7.** Cercanía relativa y Ranking  $C_{ij}$

Material	Cercanía Relativa	Ranking
1	0,5258	3
2	0,7664	2
3	0,8834	1
4	0,4671	4
5	0,0564	5

### Aplicación método Promethee II

Ocupando la Eq. (11) y (12) se establece la matriz normalizada, se muestra en la Tabla 8.

**Tabla 8.** Matriz normalizada

Mater.	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	0,809	0,039	0,440	0,409	0,111	1,000	0,252	0,097	0,000	0,536	0,189
2	0,795	0,000	0,478	0,714	0,333	0,576	0,338	0,059	0,642	0,246	0,151
3	0,321	1,000	1,000	1,000	0,000	0,525	1,000	1,000	0,053	0,000	0,485
4	0,000	0,040	0,000	0,196	1,000	0,128	0,093	0,023	1,000	1,000	1,000
5	1,000	0,108	0,081	0,000	0,944	0,000	0,000	0,000	0,982	0,623	0,000

En función de la Eq. (13) y (14); a su vez aplicando la Eq. (15) se obtuvo la matriz normalizada por pesos mostrada en la Tabla 9.

**Tabla 9.** Matriz normalizada por pesos.

Mater.	1	2	3	4	5
1	0,000	0,044	0,048	0,138	0,126

2	0,062	0,000	0,064	0,140	0,127
3	0,712	0,710	0,000	0,805	0,797
4	0,094	0,078	0,097	0,000	0,062
5	0,095	0,079	0,103	0,075	0,000

Seguidamente y con el uso de la Eq. (16) y (17) determinamos los flujos de salida y entrada; dando como resultado el flujo neto de cada alternativa logrando alcanzar el ranking de los materiales mediante la Eq. (18) tal como se indica en la Tabla 10.

**Tabla 10.** Flujo de entrada y salida, flujo neto y ranking.

Material	$\Phi+$	$\varphi -$	$\Phi+ \varphi -$	Ranking
1	0,1594	0,2261	-0,0667	3
2	0,3182	0,0950	0,2232	2
3	0,5000	0,0533	0,4468	1
4	0,1980	0,3020	-0,1040	4
5	0,0407	0,5399	-0,4992	5

### Aplicación método Aras

La matriz de decisión normalizada se obtiene utilizando la Eq. (19), (20), (21) y (22), se muestra en la Tabla 11. La matriz normalizada por pesos se obtiene aplicando la Eq. (23) y se muestra en la Tabla 12.

**Tabla 11.** Matriz de decisión normalizada

Mater.	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	0,254	0,037	0,215	0,186	0,178	0,317	0,165	0,105	0,069	0,211	0,162
2	0,251	0,005	0,229	0,264	0,191	0,227	0,200	0,079	0,226	0,149	0,154
3	0,136	0,823	0,426	0,338	0,171	0,216	0,474	0,720	0,082	0,096	0,225
4	0,057	0,038	0,049	0,131	0,231	0,132	0,099	0,055	0,313	0,311	0,334
5	0,300	0,094	0,079	0,080	0,227	0,105	0,060	0,039	0,308	0,230	0,122

**Tabla 12.** Matriz normalizada por pesos

Mater	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	0,011	0,013	0,018	0,007	0,000	0,008	0,014	0,025	0,004	0,005	0,004
2	0,011	0,002	0,019	0,010	0,000	0,006	0,017	0,019	0,013	0,003	0,003
3	0,006	0,293	0,036	0,013	0,000	0,005	0,042	0,175	0,004	0,002	0,005
4	0,002	0,013	0,004	0,005	0,000	0,003	0,008	0,013	0,018	0,008	0,008
5	0,011	0,013	0,018	0,007	0,000	0,008	0,014	0,025	0,004	0,005	0,004
	2	5	5	7	5	5	7	8	1	5	0
	0	1	7	9	6	1	8	5	2	9	8
	0	9	6	9	5	8	2	7	8	5	6
	5	7	2	4	7	6	8	5	3	1	3

	0,013	0,033	0,006	0,003	0,000	0,002	0,005	0,009	0,018	0,006	0,003
5	2	8	8	3	7	8	4	5	1	0	0

La función Óptima de  $S_i$  y  $U_i$  de cada alternativa es calculada empleando la Eq. (24) y (25) respectivamente. La división de  $S_i$  para el  $S_i$  máximo da como resultado el valor de  $U_i$  colocando en primer lugar a la alternativa A3 que presenta el mejor puntaje; ver la Tabla 13.

**Tabla 13.** Valores  $S_i$  y  $U_i$

Material	$S_i$	$U_i$	Ranking
1	0,1906	0,7627	3
2	0,1892	0,7571	4
3	0,2499	1,0000	1
4	0,1514	0,6061	5
5	0,2189	0,8762	2

El material candidato que se coloca en el primer lugar en el ranking de todos los métodos multicriterio desarrollados anteriormente coinciden en una única solución que proporciona un mayor grado de confiabilidad al contemplar como la mejor opción de material a la alternativa 3 (AISI 4140) debido a que tiene mayor cantidad de factores positivos y tiene los valores más altos en cuanto a los criterios de decisión relacionada con el módulo de Young (C), límite elástico (D), resistencia a la tracción (F), módulo de rotura (G), dureza Brinell (H) y conductividad térmica (I). En definitiva, este material es el más óptimo para aplicar en un engranaje helicoidal de caja de cambios de la Dmax 3,0.

## DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Los métodos de toma de decisiones multicriterio empleados en esta investigación permitieron la selección de un material para un engranaje helicoidal de caja de cambios de la Dmax 3,0 aplicando criterios cuantitativos y cualitativos; además la ponderación de las propiedades de los materiales candidatos se obtuvo por el método ENTROPÍA.

Según los métodos TOPSIS, PROMETHEE Y ARAS; la mejor opción de material es el AISI 4140, debido a las mejores propiedades mecánicas y térmicas; por tanto, la metodología de toma de decisiones multicriterio permite resolver cualquier tipo de problema, ya que se puede adaptar según la necesidad y son aplicables a la mayoría de áreas de la ingeniería automotriz.

En una investigación diferente utilizando el método Topsis y Promethee II, el resultado muestra un enfoque confiable y razonable, así como el criterio en los pesos está centrado en el precio de entrega [22]; en el estudio actual en cambio está



enfocado en el factor de seguridad que proteja contra fallas por fatiga de flexión y esté dentro de los parámetros permitidos por lo que refleja un paralelismo de los resultados.

Los resultados que se obtiene de la metodología Aras, Topsis y Promethee II para el resto de alternativas varía totalmente de posición debido a que en el método Aras es directamente proporcional a los valores del ranking, es decir el valor más alto es el mejor y el valor más bajo es el peor.

En el presente estudio se ha visto que la principal ventaja del método sobre los enfoques clásicos es que no requiere la hipótesis de tener preferencia de la subjetividad del diseñador, sino que resulta más apropiado se ajuste a parámetros reales desde el inicio del proceso; y puede lidiar con los diferentes problemas de selección de materiales con la dependencia de criterios.

### **FUENTES DE FINANCIAMIENTO**

Proyecto de investigación de la UISEK dentro de programa de Desarrollo tecnológico "**Selección, caracterización, simulación y mejora de la producción de los materiales para la industria de Ecuador**" P121718

### **DECLARACIÓN DE CONFLICTO DE INTERÉS**

Los autores declaran la no existencia de conflicto de interés alguno.

### **APORTE DEL ARTÍCULO EN LA LÍNEA DE INVESTIGACIÓN**

Este artículo aporta dentro de las líneas de investigación como una aportación al estudio de la selección de material utilizando los MCDM, así como también la aplicación de dichos métodos en la amplia industria automotriz y con ello poder centrarnos objetivamente cuando se trata de encontrar un material apropiado según los requerimientos.

### **DECLARACIÓN DE CONTRIBUCIÓN DE CADA AUTOR**

Los autores desarrollaron los métodos de análisis multicriterio (MCDM), así como las evaluaciones y los resultados de las comparaciones presentadas en este documento.

### **REFERENCIAS**

- [1] Nash, F. C. B., & José, J. Fundamentos de mecánica automotriz. (1970).
- [2] González Zayas, J. C. Principios mecánicos del tren motriz de una caja de velocidades tipo estándar. (2012).



- [3] Orovio, M. Tecnología del automóvil. Madrid, España: Paraninfo. (2010).
- [4] Berumen, S. A., & Llamazares Redondo, F. La utilidad de los métodos de decisión multicriterio (como el AHP) en un entorno de competitividad creciente. Cuadernos de administración, 20(34), 65-87. (2007).
- [5] Romero, C. Análisis de las decisiones multicriterio (No. 14). Madrid: Isdefe. (1996).
- [6] Kumar, D. S., & Suman, K. N. S. Selection of magnesium alloy by MADM methods for automobile wheels. *International Journal of Engineering and Manufacturing*, (2), 31-41. (2014).
- [7] Martínez Rodríguez, J. Optimización de las relaciones de transmisión de un vehículo de competición utilizando el software AVL Cruise. (2016).
- [8] Riba Romeva, C. Selección de materiales en el diseño de máquinas. (2008).
- [9] Davis, J. R. (Ed.). Gear materials, properties, and manufacture. ASM International. (2005).
- [10] RODRÍGUEZ, M. F. D. D. C. LABORATORIO DE TECNOLOGÍA DE MATERIALES. (2013).
- [11] Faires, V. M. Diseño de elementos de máquinas. Limusa. (1999).
- [12] Kutz, M. (Ed.). Handbook of materials selection. John Wiley & Sons. (2002).
- [13] Jahan, A., Mustapha, F., Sapuan, S. M., Ismail, M. Y., & Bahraminasab, M. A framework for weighting of criteria in ranking stage of material selection process. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 58(1-4), 411-420. (2012).
- [14] Mayor, J., Botero, S., & González-Ruiz, J. D. Modelo de decisión multicriterio difuso para la selección de contratistas en proyectos de infraestructura: caso Colombia. *Obras y proyectos*, (20), 56-74. (2016).
- [15] Chatterjee, P., & Chakraborty, S. Gear material selection using complex proportional assessment and additive ratio assessment-based approaches: a comparative study. *International Journal of Materials Science and Engineering*, 1(2), 104-11. (2013).
- [16] CES-EDUPACK, «Software para selección de materiales.» 2013.
- [17] MatWeb, L. L. C. Material property data. MatWeb, [Online]. (2014). Available: <http://www.matweb.com>.
- [18] Opricovic, S., & Tzeng, G. H. Compromise solution by MCDM methods: A comparative analysis of VIKOR and TOPSIS. *European journal of operational research*, 156(2), 445-455. (2004).
- [19] Behzadian, M., Kazemzadeh, R. B., Albadvi, A., & Aghdasi, M. PROMETHEE: A comprehensive literature review on methodologies and applications. *European journal of Operational research*, 200(1), 198-215. (2010).
- [20] Turskis, Z., & Zavadskas, E. K. A novel method for multiple criteria analysis: grey additive ratio assessment (ARAS-G) method. *Informatika*, 21(4), 597-610. (2010).


- [21] Chatterjee, P., Athawale, V. M., & Chakraborty, S. Selection of materials using compromise ranking and outranking methods. *Materials & Design*, 30(10), 4043-4053. (2009).
- [22] Sánchez Garreta, J. S., García Jiménez, V., & Marqués Marzal, A. I. Assessment of Financial Risk Prediction Models with Multi-criteria Decision Making Methods. (2012).

## NOTA BIOGRÁFICA




Chrystopher Vaca Terán. ORCID ID. <https://orcid.org/0000-0002-0581-472X>. Nació en Quito, Ecuador en 1986. Se graduó de Ingeniero Automotriz en la Universidad Internacional del Ecuador. Master en Diseño Mecánico con mención en Fabricación de Autopartes de la Universidad Internacional SEK, Facultad de Arquitectura e Ingenierías. Actualmente ocupa el cargo de docente en el Instituto Tecnológico Superior Central Técnico.



Javier Martínez Gómez. ORCID ID.  <https://orcid.org/0000-0001-8807-7595>. Nació en Madrid, España en 1983. Ha recibido su título de Ingeniero Industrial de la Universidad Carlos III de Madrid en 2008; de Master en Ciencia e Ingeniería de Materiales de la Universidad Carlos III de Madrid en 2010; y su título de Doctor en Ciencia de la Ingeniería de Materiales de la Universidad Carlos III de Madrid en 2013, Sus campos de investigación están relacionados con Menaje para cocinas para inducción y materiales para paredes en reactores de Fusión. Actualmente trabaja como Investigador Postdoc Prometeo en el Instituto Nacional de Eficiencia Energética y Energías Renovables, INER.



Julio César Leguísamo Milla. ORCID ID.  <https://orcid.org/0000-0001-5383-1746>. Se graduó de Ingeniero Mecánico Automotriz en la Escuela Politécnica del Ejército sede Latacunga, Magister en Sistemas Automotrices de la Escuela Politécnica Nacional. Ha sido docente de la Universidad Tecnológica Equinoccial en la Facultad de Ingeniería Mecánica Automotriz por 6 años. En la actualidad es docente tiempo completo de la Universidad Internacional SEK del Ecuador en la Facultad de Arquitectura e Ingeniería en pregrado y postgrado. En la actualidad está desarrollando proyectos de investigación sobre emisiones vehiculares y materiales y procesos para la industria automotriz.



This work is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 International License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/> or send a letter to Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.