Revista Electrónica de Comunicaciones y Trabajos de ASEPUMA. **Rect@**
Volumen 20(2019). Páginas 43 a 61.
DOI: 10.24309/recta.2019.20.1.03

JUEGOS CON UTILIDADES MULTIDIMENSIONALES Y RESPONSABILIDAD SOCIAL DE LAS EMPRESAS

ASUNCIÓN ZAPATA REINA
azapata@us.es
Universidad de Sevilla, Departamento de Economía Aplicada III
Avenida Ramón y Cajal, 1, 41018, Sevilla

Recibido (07/03/2019)
Revisado (25/06/2019)
Aceptado (25/06/2019)

RESUMEN: Este estudio proporciona un análisis innovador de los modelos estratégicos con utilidades multidimensionales, que permite modelar de forma más realista una amplia gama de problemas de índole económica en los que hay que tener en cuenta varios objetivos. El tratamiento tradicional de los modelos económicos está caracterizado por el principio de racionalidad individual. Sin embargo, la evidencia muestra que las personas no se guían sólo por el propio interés, sino que suelen preocuparse por el bienestar de los demás. Analizamos el modelo del oligopolio de Cournot considerando una función de utilidad vectorial y con una visión de la empresa basada en principios de responsabilidad social, concluyendo que las empresas pueden alcanzar equilibrios en los que se reduce el coste social.

Palabras Clave: Teoría de juegos, utilidades multidimensionales, equilibrio, empresa, responsabilidad social.

ABSTRACT: This paper provides an innovative analysis of strategic models with multidimensional utilities. A wide range of problems of economic nature can be modeled more realistically by this setting, in which several objectives must be taken into account. The traditional treatment of economic models is characterized by the principle of individual rationality. However, the evidence shows that people do follow not only their own interests, but also they often worry about the welfare of others. We analyse Cournot's model of oligopoly by considering a vector utility function and with a perspective of the firm based on principles of social responsibility. We conclude that firms can achieve equilibria in which the social cost is reduced.

Keywords: Game theory, multidimensional utilities, equilibrium, firm, social responsibility.

1. Introducción

En la teoría de juegos multicriterio convergen la teoría de juegos tradicional y la optimización multicriterio. Los resultados y avances en este campo permiten representar y analizar situaciones de conflicto de intereses en las que intervienen varios decisores, cada uno de los cuales tiene más de un objetivo que alcanzar, es decir, las utilidades de los agentes decisores pueden representarse vectorialmente. Los juegos con utilidades vectoriales difieren de los juegos escalares únicamente en la dimensión del pago, pero esto es suficiente para que muchos resultados de la teoría de juegos clásica no tengan una generalización directa. La razón fundamental es la dificultad añadida que supone trabajar con estructuras de orden parcial en los pagos, en lugar del orden total que induce una única función de valoración.

Entre las razones más importantes para estudiar juegos vectoriales destacamos que pueden utilizarse para modelar muchas situaciones de la vida real, en las que hay que tener en cuenta varios objetivos, evitando definir funciones de escalarización a partir de información quizá no muy precisa. Por ejemplo, la política de producción de dos empresas que compiten en un mercado puede analizarse como un juego escalar. Sin embargo, cuando compiten simultáneamente en varios mercados y los resultados en cada uno de ellos no pueden agregarse, el estudio del problema conduce de forma natural a un juego con utilidad vectorial.

Los juegos vectoriales fueron introducidos por Blackwell (1956) y, desde entonces, esta teoría ha evolucionado de forma similar a la teoría de juegos convencional. La investigación en juegos vectoriales cooperativos se centra en problemas de negociación (Roemer, 2005; Mármol et al., 2007; de Marco y Morgan, 2011; Monroy et al., 2015), en problemas de reparto de costes (Nishizaki y Sakawa, 2001; Fernández et al., 2002; Fernández et al., 2004) y en problemas de votación (Monroy y Fernández 2011, 2014). Con respecto a juegos vectoriales no cooperativos los trabajos existentes analizan, entre otros, la caracterización de nuevos conceptos de solución (Ghose y Prasad, 1989; Puerto et al., 1999; Yu y Li, 2000; Fernández et al., 2000a), los modelos oligopolísticos (Kruś y Bronisz, 1994; Fernández et al., 2000b; Bade, 2005; Caraballo et al., 2015; Monroy et al., 2018) y los juegos con pagos difusos (Nishizaki y Sakawa, 2000; Peldschus y Zavadskas, 2005; Clemente et al., 2011; Hinojosa et al., 2013; Monroy et al., 2013).

En este trabajo tratamos un caso de toma de decisiones estratégicas con múltiples agentes, dentro del marco de la teoría de juegos no cooperativos con utilidades vectoriales, en el que la información disponible sobre las preferencias de los agentes no está completamente especificada. En este marco se incluyen situaciones en las que las preferencias de los agentes no se limitan al propio interés, sino que incorporan otras motivaciones sociales.

En juegos no cooperativos, caracterizados por el principio de racionalidad individual y por un comportamiento estratégico de sus jugadores, el concepto clásico de solución es el de equilibrio de Nash (Nash 1950, 1951). Este concepto lleva inherente una condición de estabilidad, ya que, fijadas las estrategias de los demás jugadores, ningún jugador puede mejorar su resultado cambiando su estrategia. En otras palabras, ningún jugador tiene incentivo para desviarse de su estrategia en equilibrio porque no encontrará una estrategia alternativa que mejore su utilidad.

La extensión de equilibrio de Nash al caso vectorial se consigue eligiendo como mejor respuesta de cada jugador a las estrategias de los demás jugadores una solución eficiente del problema vectorial de maximización de su utilidad. Esta extensión fue introducida por Shapley (1959) para juegos bipersonales multiobjetivo de suma nula y de suma no nula y recientemente considerada en Zhao (2018). Entre los autores que estudiaron la existencia de equilibrio para este tipo de juegos, utilizando técnicas de escalarización con un vector de pesos, destacamos a Zeleny (1975), Corley (1985) y Borm et al. (1988).

Para juegos multiobjetivo n-personales, Zhao (1991) y Wang (1993) establecieron condiciones suficientes que garantizan la existencia de equilibrio. La mayoría de estos resultados se basa en los teoremas del punto fijo y en las desigualdades minimax de Kay Fan (Yu y Yuan, 1998; Kim, 2000; Allevi et al., 2003; Chebbi, 2008 y Patriche, 2014).

Bade (2005) estudia la existencia de equilibrios para las extensiones multidimensionales de distintos modelos económicos clásicos. Considera juegos en los que las preferencias de los agentes son incompletas y pueden representarse mediante funciones de utilidad vectoriales, caracterizando el conjunto de equilibrios como la unión de los conjuntos de equilibrios de determinados juegos escalares.

En este contexto se enmarca nuestro estudio. Los conjuntos de equilibrios de los juegos con preferencias incompletas son, en general, considerablemente más amplios que los de los juegos con preferencias completas. Aunque este hecho pueda parecer un inconveniente, permite explicar la no existencia de equilibrio en juegos en los que, por razones operativas, las preferencias de los agentes se han modelado como completas, aún no disponiendo de toda la información. La identificación de un conjunto más amplio de equilibrios permite un análisis más realista de la situación. Esta es la forma en que Roemer (1999, 2001) aborda el problema de la no existencia de equilibrio en modelos de competición política multidimensional entre dos partidos políticos.

Es frecuente que los agentes no puedan establecer de forma precisa las preferencias entre sus posibles resultados. Esta falta de información potencial hace necesario tratar el problema con información parcial o incompleta sobre las preferencias de los agentes. En la literatura existente sobre modelos con preferencias incompletas, las dos referencias clásicas son Aumann (1962) y Bewley (1986). Posteriormente, algunos autores han establecido una conexión formal entre preferencias incompletas y decisión multiobjetivo bajo certidumbre y bajo riesgo (Seidenfeld et al., 1995; Ok, 2002; Dubra et al., 2004; Sagi, 2006).

El tratamiento de las preferencias incompletas se puede realizar desde distintas perspectivas. El enfoque clásico es el utilitarismo (Mill, 1971), si bien también se han estudiado desde la noción de igualitarismo (Rawls, 1971). Las distintas representaciones de preferencias incompletas de los agentes fueron estudiadas en el campo de la teoría de la decisión multicriterio por Hinojosa y Mármol (2011). Desde un punto de vista utilitarista cuando las componentes de la utilidad son compensables, con objeto de conseguir el máximo bienestar para los agentes, se maximiza la suma ponderada de las componentes de su función de utilidad vectorial. En la literatura existen muchos trabajos enmarcados en esta línea (Wang, 1993; Bade, 2005; Mármol et al., 2017; Monroy et al., 2017). Por otra parte, el igualitarismo persigue valorar a los menos favorecidos, por lo que se maximiza el mínimo de las componentes ponderadas de la función de utilidad vectorial de los agentes. Zapata et al. (2018, 2019) han propuesto este tipo de representación como el más adecuado para tratar las preferencias incompletas del decisor en el caso en el que las componentes de la utilidad no son compensables.

El modelo general de utilidades multidimensionales se adecúa al estudio de las preferencias sociales. Existe una extensa literatura dedicada al análisis del oligopolio de Cournot (Cournot, 1838). Algunos trabajos recientes en los que se realiza un tratamiento del problema desde la teoría de juegos con utilidades multidimensionales son, entre otros, los de Bade (2005), Caraballo et al. (2015), Zapata et al. (2017) y Monroy et al. (2018). Sin embargo, el estudio del modelo de oligopolio de Cournot no ha sido tratado aún desde la perspectiva que consideramos en este trabajo, en el que se analizan las implicaciones que tiene el que las empresas consideren una función vectorial, donde además del beneficio económico propio, se tienen en cuenta los intereses de otros agentes económicos.

El tratamiento tradicional del modelo de Cournot considera un número de empresas que producen un bien homogéneo. Tienen que determinar su nivel de producción actuando de forma estratégica y buscando maximizar sus beneficios. Sin embargo, existen experimentos de negociación y cooperación que muestran que los agentes no se guían sólo por el propio interés (Dreber et al., 2014). Biólogos y psicólogos abundan en esta idea (Nowack, 2006; Tabibnia et al., 2008), señalando en sus estudios que las personas, de forma habitual, suelen preocuparse por el bienestar de los demás. Aunque en la economía experimental se han estudiado ampliamente las implicaciones de contemplar el interés por los demás (Cárdenas, 2000; Casari y Plott, 2003), en los modelos teóricos tradicionales la incorporación de este tipo de comportamiento aún es escasa.

La introducción del carácter social de los agentes permite un tratamiento distinto de estos problemas. Weber et al.(2004) presentan una revisión de la literatura experimental sobre los factores que influyen en el comportamiento de los agentes en los dilemas sociales, poniendo de manifiesto que frente al individualismo existen actitudes como la cooperación y el altruismo. Mientras que la aparición de la cooperación se puede justificar mediante el hecho de que cada agente se beneficia de tal comportamiento, la justificación del altruismo no es tan directa. El término altruismo fue creado en 1851 por el filósofo francés Auguste Comte para designar una actitud solidaria opuesta al egoísmo. Se diferencia de la cooperación en que el altruismo no conlleva beneficios directos ni reciprocidad de otros agentes.

Con respecto al modelo de Cournot, según la perspectiva de la economía ortodoxa, las empresas deben maximizar sus beneficios dentro de las leyes y normas de la sociedad, por lo que dichas empresas no son propensas a actuar altruísticamente. En un modelo de oligopolio cada empresa supone que sus resultados dependen de las decisiones que tome el resto de empresas, es decir, se establece una interdependencia estratégica entre ellas. Las diversas hipótesis que cada una de las empresas realice sobre la reacción de las competidoras pueden generar distintos equilibrios en el mercado.

La motivación para la investigación que presentamos aquí es que en la actualidad las empresas se plantean objetivos más allá de su propio beneficio, y a esta preocupación genérica la llamamos responsabilidad social. Así, podría considerarse la responsabilidad social de las empresas como una característica similar al altruismo individual de un agente, si bien actualmente los consumidores han añadido presión a las empresas para que éstas aumenten su aportación al cuidado del contexto social. No obstante, hay que distinguir entre actividades socialmente deseables que son rentables para la empresa y las que no lo son (Karnani, 2011). La mayoría de la literatura actual sobre responsabilidad social enfatiza sus relaciones positivas con la rentabilidad (Vogel, 2005; Porter y Kramer, 2006). Esto incentiva a las empresas a ser socialmente responsables en este sentido pues asumen, al menos implícitamente, que todo comportamiento socialmente responsable es perfectamente consistente con el interés de la empresa.

Desde nuestro punto de vista, no hay una única definición de empresa socialmente responsable, pero podríamos describirla como aquella empresa que se compromete a un comportamiento que tenga en cuenta no sólo el beneficio, sino también cómo las decisiones de la empresa afectan a otros agentes relacionados con ella, tales como empleados, otras empresas, consumidores y el medioambiente. En Bénabou y Tirole (2010) se presenta un estudio detallado sobre el significado de responsabilidad social en las empresas.

En los últimos años el análisis de la responsabilidad social y su impacto en el desarrollo de las empresas ha recibido una atención considerable dentro de la comunidad académica, especialmente en el campo de las ciencias sociales. Las primeras nociones de la relación entre empresa y sociedad aparecen en la década de los cincuenta del pasado siglo (Bowen, 1953). Más recientemente, existen investigaciones empíricas sobre rendimiento financiero y responsabilidad social (Margolis y Walsh, 2001) y análisis de la modelización formal de la responsabilidad social (Baron, 2001, 2007; Calveras et al., 2007; Giovanni y Giacinta, 2007). Una forma de analizar los efectos de la estrategia de responsabilidad social es introducir en la función de utilidad de la empresa social el exceso de coste que depende del nivel de responsabilidad social de la empresa (Ni et al., 2010; Manasakis et al., 2013). Un punto de vista diferente considera que los esfuerzos de responsabilidad social no inducen costes adicionales a las empresas. En este contexto, como un medio para incorporar la meta social al modelo estratégico, se introduce un porcentaje del excedente del consumidor en la función de utilidad de la empresa social (Goering, 2007; Lambertini y Tampieri, 2010; Kopel y Brand, 2012). Crifo y Forget (2013) hacen una revisión bibliográfica de la literatura económica sobre responsabilidad social, tanto teórica como empírica. Kitzmueller y Shimshack (2012) también recogen una síntesis de la literatura correspondiente a las diversas líneas de estudio sobre responsabilidad social.

En este trabajo nos centramos en el estudio de un modelo económico clásico, el oligopolio de Cournot, desde una perspectiva no tradicional. En particular, consideramos que cada empresa, además del beneficio propio, también valora otras cuestiones, ya sean los intereses de los consumidores mediante el excedente del consumidor, o bien alguna externalidad, tanto positiva como negativa. Es decir, las empresas incorporan responsabilidad social para evaluar sus resultados y para ello representamos los distintos objetivos de los agentes mediante funciones de utilidad multidimensionales. La novedad y ventaja del modelo que presentamos, frente al tratamiento tradicional de las externalidades y la responsabilidad social en economía, es que mostramos un marco unificado de análisis en el que no tratamos la utilidad derivada del comportamiento social como un beneficio monetario adicional, puesto que no lo es, y tratarlo de esa forma pervierte la concepción misma de lo que consideramos social.

En particular, consideramos un duopolio en el que la empresa social internaliza su porcentaje de externalidad y es sensible al excedente del consumidor. Más específicamente, analizamos situaciones en las que una empresa maximizadora de beneficios compite con una empresa socialmente responsable en un duopolio sobre un bien homogéneo, o bien ambas empresas son socialmente responsables. En contraste con la empresa maximizadora de beneficios, la empresa socialmente responsable tiene en cuenta no sólo su propio beneficio, sino también el excedente del consumidor. Una diferencia importante con los trabajos anteriormente citados estriba en que, en nuestro modelo, la utilidad de la empresa social viene dada por una función de valoración vectorial.

El resto del trabajo se estructura en diferentes secciones. En la siguiente sección se definen y caracterizan los equilibrios de Nash generalizados para un juego vectorial. En la sección 3 se analiza el modelo de Cournot, ampliando el estudio tradicional al caso en el que las empresas son socialmente responsables y no meras maximizadoras del beneficio propio. En esta situación se identifican los nuevos equilibrios que aparecen en función de la responsabilidad social de las empresas. Finalmente, se incluyen las conclusiones de este estudio.

2. Preliminares

A continuación, establecemos la notación, definiciones y resultados básicos que utilizamos en el desarrollo de este estudio.

La notación de las desigualdades vectoriales que consideramos es la siguiente. Sean $x, y \in \mathbb{R}^s$, $x > y$ significa $x_j > y_j$ para todo j; $x \geq y$ significa $x_j \geq y_j$ para todo j, con $x \neq y$; y $x \geqq y$ significa que $x_j \geq y_j$ para todo j. Denotamos el conjunto $\mathbb{R}^s_+ = \{y \in \mathbb{R}^s : y \geq 0\}$.

Un juego vectorial en forma normal viene representado por $G = \{(A^i, u^i)_{i \in N}\}$, donde $N = \{1, \ldots, n\}$ es el conjunto de los agentes, A^i es el conjunto de estrategias que puede adoptar el agente i y la correspondencia $u^i : \Pi_{i \in N} A^i \to \mathbb{R}^{s^i}$ es la función de utilidad vectorial del agente i, $u^i := (u^i_1, \ldots, u^i_{s^i})$. Sea $J^i = \{1, ..., s^i\}$.

Un perfil de estrategias de todos los agentes, $a = (a^1, \ldots, a^n)$, con $a^i \in A^i$, se puede escribir como $a = (a^i, a^{-i})$, donde a^i es la estrategia del agente i, y $a^{-i} = (a^1, \ldots, a^{i-1}, a^{i+1}, \ldots, a^n)$ representa las estrategias de los restantes agentes.

La siguiente definición generaliza el concepto clásico de equilibrio de Nash para estos juegos vectoriales. Establece que un perfil de estrategias a^* es un equilibrio de Nash si y sólo si ningún agente obtiene un resultado preferido al del equilibrio modificando su posición, si el resto no modifica la suya.

Definición 1 Un perfil de estrategias $a^* = (a^{*1}, \ldots, a^{*n})$ es un equilibrio de Nash para el juego $G = \{(A^i, u^i)_{i \in N}\}$ si $\nexists i \in N$ con $a^i \in A^i$ tal que $u^i(a^i, a^{*-i}) \geq u^i(a^*)$.

Denotamos $E(G)$ al conjunto de todos los equilibrios de Nash de un juego G.

El equilibrio de Nash no lleva a lograr el mejor resultado conjunto para todos los participantes, sino a que todos los agentes obtengan una utilidad individual que sea no dominada, si el resto de los agentes no se desvía de su estrategia.

A continuación, definimos el concepto de equilibrio débil, como la extensión del concepto de equilibrio de Nash usando la noción de Pareto-optimalidad débil.

Definición 2 Un perfil de estrategias $a^* = (a^{*1}, \ldots, a^{*n})$ es un equilibrio débil para el juego $G = \{(A^i, u^i)_{i \in N}\}$ si $\nexists i \in N$ con $a^i \in A^i$ tal que $u^i(a^i, a^{*-i}) > u^i(a^*)$.

$E^d(G)$ denota el conjunto de equilibrios débiles del juego G.

Por tanto, un equilibrio débil conlleva que cada uno de los agentes, desviándose independientemente, no puede obtener un resultado que mejore todas las componentes de su función de utilidad con respecto a los resultados en el equilibrio.

Denotamos por R^i a la correspondencia de mejor respuesta del agente i. En el caso de utilidades vectoriales, la mejor respuesta de un agente a una acción de los demás agentes no es, en general, única, sino que es un subconjunto de su conjunto de estrategias, $R^i(a^{-i}) \subseteq A^i$. Coincide con las estrategias de dicho agente tales que si se desvía de ellas no consigue una mejora en su función de utilidad vectorial.

Definición 3 Una estrategia a^{*i} es una mejor respuesta del agente i a las estrategias de los restantes agentes a^{*-i} en el juego $G = \{(A^i, u^i)_{i \in N}\}$, $a^{*i} \in R^i(a^{*-i})$, si y sólo si $\nexists a^i \in A^i$ tal que $u^i(a^i, a^{*-i}) \geq u^i(a^*)$.

Dicho de otra forma, $a^{*i} \in R^i(a^{*-i})$ si a^{*i} es una solución Pareto-óptima del problema de optimización vectorial $\max_{a^i \in A^i} u^i(a^i, a^{*-i})$.

Análogamente, definimos $\tilde{R}^i$ como la correspondencia de mejor respuesta débil del agente i y comprende las estrategias del agente tales que si se desvía de ellas no consigue una mejora en todas las componentes de su función de utilidad vectorial.

Definición 4 Una estrategia a^{*i} es una mejor respuesta débil del agente i a las estrategias de los restantes agentes a^{*-i} en el juego $G = \{(A^i, u^i)_{i \in N}\}$, $a^{*i} \in \tilde{R}^i(a^{*-i})$, si y sólo si $\nexists a^i \in A^i$ tal que $u^i(a^i, a^{*-i}) > u^i(a^*)$.

En este caso, $a^{*i} \in \tilde{R}^i(a^{*-i})$ si $\forall i \in N$, a^{*i} es una solución débilmente Pareto-óptima del problema $\max_{a^i \in A^i} u^i(a^i, a^{*-i})$.

Como consecuencia, un perfil de estrategias $a^* = (a^{*i}, a^{*-i})$ es un equilibrio de Nash para el juego $G = \{(A^i, u^i)_{i \in N}\}$ si y sólo si $a^{*i} \in R^i(a^{*-i})$ para cada agente i. Y es un equilibrio débil si y sólo si $a^{*i} \in \tilde{R}^i(a^{*-i})$ para cada agente i. De este modo, los equilibrios de Nash se pueden calcular como la intersección de todos los conjuntos de perfiles de estrategias $(R^i(a^{-i}), a^{-i})$, y los equilibrios débiles como intersección de todos los conjuntos de perfiles de estrategias $(\tilde{R}^i(a^{-i}), a^{-i})$.

Para identificar los equilibrios de Nash, consideramos la mejor respuesta de cada agente teniendo en cuenta cada función componente u^i_j de su función de utilidad vectorial, a la que denotamos r^i_j.

En determinadas condiciones, la mejor respuesta de un agente en el juego vectorial viene establecida en función del mínimo y el máximo de las funciones de mejor respuesta del agente para cada perfil de estrategias de los demás, como se establece en el siguiente lema que es fácil de probar.

Lema 1 *Para el juego $G = \{(A^i, u^i)_{i\in N}\}$, tal que cada para todo $i \in N$ A^i es un subconjunto convexo no vacío de $\mathbb{R}$ y u^i_j es estrictamente cóncava en su propia acción para cada $j \in J^i$, entonces*

$$R^i(a^{-i}) = \{a^i \in A^i : \underline{r}^i(a^{-i}) \leq a^i \leq \bar{r}^i(a^{-i})\}. \tag{1}$$

donde $\underline{r}^i(a^{-i}) = \min_{j=1,\ldots,s^i} \; r^i_j(a^{-i})$ y $\bar{r}^i(a^{-i}) = \max_{j=1,\ldots,s^i} \; r^i_j(a^{-i})$.

Si las funciones u^i_j son cóncavas (aunque no estrictamente), se puede demostrar un resultado análogo para la mejor respuesta débil, teniendo en cuenta que la reacción r^i_j no tiene que ser única.

En el siguiente resultado, Mármol et al. (2017) identifican, bajo condiciones de convexidad, el conjunto de todos los posibles equilibrios de Nash del juego vectorial.

Proposición 1 *(Mármol et al., 2017) Si para todo $i \in N$ A^i es un subconjunto convexo no vacío de $\mathbb{R}$ y u^i_j es estrictamente cóncava en su propia acción para cada $j \in J^i$, el conjunto de equilibrios de Nash para el juego $G = \{(A^i, u^i)_{i\in N}\}$ es*

$$E(G) = \{(a^1, \ldots, a^n) : \underline{r}^i(a^{-i}) \leq a^i \leq \bar{r}^i(a^{-i}), i \in N\}. \tag{2}$$

Cuando las funciones u^i_j son estrictamente cóncavas y los conjuntos de estrategias son convexos, el conjunto de equilibrios débiles coincide con el conjunto de equilibrios de Nash, $E^d(G) = E(G)$. Este resultado se sigue del hecho de que, en esas condiciones, las soluciones eficientes y débilmente eficientes del problema $\max_{a^i\in A^i} u^i(a^i, a^{*-i})$ coinciden. Y como consecuencia, si además los conjuntos A^i son subconjuntos de $\mathbb{R}$, ambos conjuntos, de equilibrios y de equilibrios débiles, coinciden con el conjunto descrito en (2).

3. El oligopolio de Cournot

En esta sección incluimos el análisis clásico del oligopolio de Cournot, identificando todos los elementos que intervienen en el juego escalar y a continuación, analizamos el problema como un juego vectorial en el que los agentes no sólo buscan su propio beneficio económico, sino que también tienen en cuenta otros objetivos sociales. De esta forma, se busca un compromiso entre las dimensiones económica y social, entendida esta última como la incorporación del excedente del consumidor en el modelo de oligopolio. Esto supone un nuevo marco metodológico, distinto del planteamiento que hace la microeconomía tradicional.

3.1. *El modelo clásico de Cournot*

El modelo de Cournot se describe como un juego $G = \{(A^i, u_i)_{i\in N}\}$, donde $N = \{1, ..., n\}$ es un conjunto de n empresas (agentes del juego) que producen un bien homogéneo y compiten en el mercado, q^i es el número de unidades del bien que produce el agente i , $i \in N$, $q = (q^1, ..., q^n)$ y Q es la cantidad total del bien producida en el mercado, $Q = \sum_{j=1}^n q^j$. La función $P(Q)$ es el precio del bien determinado por la función de demanda inversa, y es dos veces continuamente diferenciable, estrictamente decreciente, cóncava y no-negativa en un intervalo acotado $(0, Q^+)$ tal que $P(Q) = 0$ para $Q \geq Q^+$ (Kreps y Scheinkman, 1983). El conjunto de estrategias de cada empresa $A^i \subseteq \mathbb{R}_+$, en este caso, cantidades de producto, es $A^i = [0, K^i]$ para $i \in N$, dado que las empresas sólo pueden seleccionar cantidades no negativas y suponemos que las cantidades que las empresas pueden producir están acotadas. La correspondencia $u_i : \Pi_{i=1}^n A^i \to \mathbb{R}$ es la función de beneficio del agente i. Para simplificar el estudio, se supone que las empresas no tienen costes fijos, que sus costes marginales son nulos, y que el precio de reserva y el tamaño de mercado son finitos. Así, $u_i(q^i, q^{-i}) = q^i P(\sum_{j=1}^n q^j)$, con $q^{-i} = (q^1, \ldots, q^{i-1}, q^{i+1}, \ldots, q^n)$.

Nótese que la función de utilidad individual de cada empresa es estrictamente cóncava en su propia acción ya que $\dfrac{\partial^2 u_i}{\partial q^i \partial q^i}(q) < 0$. Como consecuencia, la utilidad de una empresa i, dadas unas estrategias para las restantes, alcanza su máximo cuando se anula la derivada, es decir, la mejor respuesta de la empresa i a las acciones de las demás, para $q^j < Q^+$, $j \neq i$, $r^i(q^{-i})$, viene definida implícitamente por

$$P(Q) + q^i P'(Q) = 0. \tag{3}$$

Para $q^j \geq Q^+$, $j \neq i$, la mejor respuesta es $r^i(q^{-i}) = 0$. Además, dadas las hipótesis iniciales de la función de demanda inversa, las funciones de reacción, r^i, son no crecientes, estrictamente decrecientes en el conjunto en el que sean estrictamente positivas, y continuamente diferenciables. Estas hipótesis garantizan la existencia de un único equilibrio (Kreps y Scheikman, 1983).

En este modelo las empresas actúan simultáneamente y deciden el nivel de producción, actuando como monopolistas en la parte de mercado que le dejan el resto de empresas. Una vez que las empresas deciden la cantidad a producir, el precio se desplaza a los niveles que acepta el mercado y que vienen determinados por la función de demanda. Así, aplicando los conceptos de la teoría de juegos, si cada empresa piensa racionalmente en las consecuencias de sus decisiones, suponiendo que las restantes empresas también conocen la situación y también deciden racionalmente, los niveles de producción en el equilibrio vienen determinados por el punto de corte de las funciones de reacción:

$$q^* = (\frac{Q^*}{n}, ..., \frac{Q^*}{n}), \tag{4}$$

con Q^* la cantidad total de equilibrio. Este punto se denomina equilibrio de Cournot-Nash.

Ejemplo 1 *Dos empresas compiten en el mercado produciendo un bien homogéneo, con una demanda lineal $P(Q) = a - bQ$, con a, $b > 0$. El beneficio de la empresa i viene dado por*

$$u_i(q^1, q^2) = q^i(a - b(q^1 + q^2)). \tag{5}$$

La función de mejor respuesta de cada empresa es

$$r^i(q^j) = \frac{a}{2b} - \frac{q^j}{2}. \tag{6}$$

Obsérvese que si la empresa competidora ofrece la cantidad de competencia perfecta o una cantidad superior, la mejor respuesta de la empresa es ofrecer una cantidad nula, por lo que la cantidad de competencia perfecta es el valor Q^+ mencionado anteriormente. Y si la empresa competidora ofrece una cantidad nula, la mejor respuesta de la empresa es ofrecer la cantidad de monopolio. El equilibrio de Cournot-Nash viene dado por el punto de corte de las funciones de mejor respuesta

$$(q^{*1}, q^{*2}) = \left(\frac{a}{3b}, \frac{a}{3b}\right). \tag{7}$$

La situación se ilustra en la Figura 1, donde Q_M representa la cantidad de monopolio y Q_{CP} representa la cantidad de competencia perfecta.

El equilibrio del modelo de Cournot genera un coste social menor que el del monopolio, puesto que la cantidad total que se produce es mayor y, por tanto, el precio es menor. Se define el coste social como la diferencia que existe entre el beneficio social que se alcanza en competencia perfecta y el beneficio social que se alcanza en otro tipo de estructura de mercado. A su vez, el beneficio social es la suma de los beneficios que obtienen todos los agentes implicados, que en este caso son las empresas y los consumidores.

Si las empresas son maximizadoras de beneficios y compiten bajo los supuestos de Cournot, el coste social es inevitable. No obstante, como veremos a continuación, este resultado se relaja cuando consideramos otros objetivos para las empresas, más allá de la maximización de los beneficios.

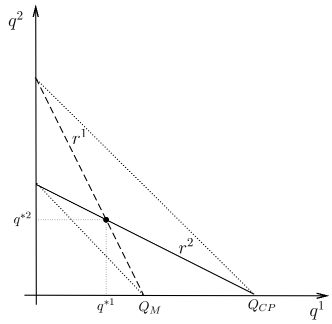

Figura 1. Equilibrio de Cournot-Nash.

3.2. *El modelo de Cournot con responsabilidad social*

A continuación estudiamos las empresas que compiten en el mercado y tienen en cuenta no sólo un objetivo económico, sino también un objetivo social, por lo que son empresas socialmente responsables. Sin pérdida de generalidad, circunscribimos el estudio al caso de dos empresas, donde A^i es el conjunto de estrategias que el agente i puede adoptar. Cada empresa, junto al objetivo de maximizar su beneficio, es decir, su utilidad individual, $u_1^i(q^1, q^2) = q^i P(q^1 + q^2)$, incorpora un objetivo social, representado por $u_2^i(q^1, q^2) = \mu^i s(q^1 + q^2)$, donde s es una función de la cantidad total, $Q = q^1 + q^2$, y μ^i es un parámetro que representa el sentido de responsabilidad social del agente i, y que toma valores $0, 1$ o -1 para indicar que la empresa no valora la responsabilidad social o bien considera responsabilidad social con externalidad positiva o negativa, respectivamente. La función de utilidad vectorial del agente i en este modelo es $u_\mu^i : A^1 \times A^2 \to \mathbb{R}^2$ con

$$u_\mu^i(q) = (q^i P(Q), \mu^i s(Q)). \tag{8}$$

y al juego lo denotamos por $G^\mu = \{(A^i, u_\mu^i)_{i=1,2}\}$.

En un marco general, la función s puede tener en cuenta los beneficios de las restantes empresas, o bien a los otros protagonistas del mercado, considerando el excedente del consumidor, o bien puede internalizar externalidades, que se producen cuando los efectos del mercado no son asumidos por los que generan dichos efectos, y que no están reflejadas en el precio del producto. Estas pueden ser externalidades positivas, tales como la inversión en I+D+i, o externalidades negativas, como por ejemplo, la contaminación.

En la literatura precedente, en general, para el estudio de la responsabilidad social se define una función que aglutina ambos objetivos. Sin embargo, aquí se le da un tratamiento multidimensional, dado que ambos objetivos tienen distinta entidad.

En particular, en el modelo que proponemos (q^{*1}, q^{*2}) es un equilibrio de Nash (equilibrio débil) para el juego $G^\mu = \{(A^i, u_\mu^i)_{i=1,2}\}$ si $\nexists\, q^1 \in A^1$ tal que $u_\mu^1(q^1, q^{*2}) \geq u_\mu^1(q^{*1}, q^{*2})$ $(u_\mu^1(q^{*1}, q^2) > u_\mu^1(q^{*1}, q^{*2}))$ y $\nexists\, q^2 \in A^2$ tal que $u_\mu^2(q^{*1}, q^2) \geq u_\mu^2(q^{*1}, q^{*2})$ $(u_\mu^2(q^{*1}, q^2) > u_\mu^2(q^{*1}, q^{*2}))$.

Para $i, j = 1, 2$ con $i \neq j$, R^i es la correspondencia que representa la mejor respuesta del agente i a las acciones del agente j. Dado que para utilidades vectoriales, en general, la mejor respuesta de un agente a una acción de otro agente no es única, $R^i(q^j) \subseteq A^i$, un par de estrategias (q^{*1}, q^{*2}) es un equilibrio de Nash si y sólo si $q^{*i} \in R^i(q^{*j})$ para $i, j = 1, 2$, $i \neq j$. De igual modo, (q^{*1}, q^{*2}) es un equilibrio débil si y sólo si $q^{*i} \in \tilde{R}^i(q^{*j})$ para $i, j = 1, 2$, $i \neq j$, con $\tilde{R}^i$ la mejor respuesta débil del agente i a las acciones del agente j.

En lo que sigue vamos a considerar que el objetivo social depende del excedente del consumidor. El concepto de excedente del consumidor fue desarrollado por Marshall (1890) y constituye la base de la economía del bienestar y del análisis coste-beneficio. Se define como la diferencia entre lo que está dispuesto a pagar el consumidor y lo que realmente paga.

Si el precio que paga el consumidor por cada unidad es siempre el mismo, el excedente del consumidor viene dado por la expresión

$$s(Q) = \int_0^Q P(x)dx - QP(Q), \tag{9}$$

y por tanto, se tiene que

$$s'(Q) = -QP'(Q). \tag{10}$$

$$s''(Q) = -P'(Q) - QP''(Q). \tag{11}$$

Como P es estrictamente decreciente y cóncava, $P'(Q) < 0$ y $P''(Q) \leq 0$, entonces $s'(Q) > 0$ si $Q > 0$ y $s''(Q) \geq -P'(Q) > 0$. La función social s es una función estrictamente creciente de la cantidad total, $Q = q^1 + q^2$, hasta cierto valor. Como se supone que la empresa tiene en cuenta el objetivo social siempre que haya beneficios positivos, el valor máximo que puede alcanzar Q coincide con la cantidad de competencia perfecta del mercado, Q_{CP}. Además, s es estrictamente creciente en la acción del agente i ya que $\dfrac{\partial s}{\partial q^i}(Q) = s'(Q)\dfrac{\partial Q}{\partial q^i} = s'(Q) > 0$.

3.2.1. *Responsabilidad social con externalidad positiva*

Comenzamos el análisis considerando las situaciones en las que las empresas tienen como objetivo social la maximización del excedente del consumidor o bien la internalización de una externalidad positiva, es decir, $\mu^i = 1$, y entonces la mejor respuesta de la empresa i a las acciones de la empresa j teniendo en cuenta el objetivo social, es

$$r^{\mu^i}(q^j) = Q_{CP} - q^j. \tag{12}$$

Cuando la empresa j ofrece q^j, la empresa i puede ofrecer una cantidad que se encuentra entre su mejor respuesta individual y la cantidad que hace que el total sea igual a la competencia perfecta. Como consecuencia, el conjunto de equilibrios de Nash del juego extendido es la intersección de ambos conjuntos de mejor respuesta. Los equilibrios y los equilibrios débiles del juego G^μ varían según la responsabilidad social de las empresas. Si ambas empresas tiene responsabilidad social nula, estamos ante el modelo clásico de empresas maximizadoras de beneficios, tratado en la sección anterior, para el que el equilibrio es el equilibrio de Cournot. Si una de las empresas es socialmente responsable con externalidad positiva, el conjunto de equilibrios coincide con un subconjunto de la curva de reacción de dicha empresa. Si ambas empresas son socialmente responsables con externalidad positiva, el conjunto de equilibrios es más amplio. En el siguiente resultado se describen los conjuntos de equilibrios correspondientes.

Proposición 2 *Para el juego G^μ*

(i) Si $\mu^1 = 0, \mu^2 = 1$, entonces

$$E^d(G^\mu) = \{(q^1, q^2) : q^1 = r^1(q^2), q^2 \geq r^2(q^1), q^1 + q^2 \leq Q_{CP}\}. \tag{13}$$

$$E(G^\mu) = E^d(G^\mu) \setminus \{(0, Q_{CP})\}. \tag{14}$$

(ii) Si $\mu^i = 1, i = 1, 2$, entonces

$$E^d(G^\mu) = \{(q^1, q^2) : q^1 \geq r^1(q^2), q^2 \geq r^2(q^1), q^1 + q^2 \leq Q_{CP}\}. \tag{15}$$

$$E(G^\mu) = E^d(G^\mu) \setminus \{(Q_{CP}, 0), (0, Q_{CP})\}. \tag{16}$$

Demostración.

(i) Para la empresa 1, con $\mu^1 = 0$, la mejor respuesta a las acciones q^2 de la empresa 2 viene dada por $q^1 = r^1(q^2)$. Determinamos a continuación la mejor respuesta para la empresa 2, socialmente responsable con externalidad positiva ($\mu^2 = 1$):
Dado q^1, si $q^2 < r^2(q^1)$, entonces en $q^2+\varepsilon$, para $\varepsilon > 0$ tal que $q^2+\varepsilon < r^2(q^1)$, aumenta el valor de u_2 al ser estrictamente cóncava en q^2 y el valor de s también aumenta al ser estrictamente creciente en la cantidad total. Entonces $q^2 \notin \tilde{R}^2(q^1)$.
Si $q^2 > Q_{CP} - q^1$, tanto el beneficio como el excedente del consumidor son nulos por lo que $q^2 \notin \tilde{R}^2(q^1)$.
Estudiamos ahora los valores de q^2 tales que $r^2(q^1) \leq q^2 \leq Q_{CP} - q^1$.
a) En el caso en que $q^1 > 0$.
Si $r^2(q^1) < q^2 < Q_{CP} - q^1$, en $q^2 + \varepsilon > r^2(q^1)$, con $\varepsilon > 0$, el valor de u_2 disminuye (al ser u_2 estrictamente cóncava y alcanzar su máximo en $r^2(q^1)$). No obstante, el valor de s aumenta al ser estrictamente creciente en la cantidad total. Análogamente, en $q^2 - \varepsilon > r^2(q^1)$, el valor de u_2 aumenta y el de s disminuye. Por tanto, $q^2 \in R^2(q^1)$.
Si $q^2 = r^2(q^1)$, en $q^2 + \varepsilon > r^2(q^1)$, como en el caso anterior el valor de u_2 disminuye y el de s aumenta. En $q^2 - \varepsilon < r^2(q^1)$, el valor de u_2 disminuye y el valor de s también disminuye. Luego $q^2 \in R^2(q^1)$.
Y por último, si $q^2 = Q_{CP} - q^1$, con un razonamiento similar, en $q^2 + \varepsilon > Q_{CP} - q^1$, con $\varepsilon > 0$, el beneficio y s son nulos, y en $r^2(q^1) < q^2 - \varepsilon < Q_{CP} - q^1$, con $\varepsilon > 0$, el valor de u_2 aumenta y el de s disminuye. Se sigue también que $q^2 \in R^2(q^1)$.
b) Si $q^1 = 0$ y $Q_M \leq q^2 \leq Q_{CP}$, s es nulo, pero el máximo del beneficio propio se alcanza en Q_M. Por tanto, $q^2 = Q_M$ es la mejor respuesta, y el resto del segmento es mejor respuesta débil pero no fuerte.

(ii) De modo análogo se demuestra para el caso en que ambas empresas tengan responsabilidad social con externalidad positiva. □

Obsérvese que en este caso los conjuntos de equilibrios y de equilibrios débiles difieren en un punto o un segmento, según si una o ambas empresas muestran responsabilidad social. El efecto de la incorporación del objetivo social en la utilidad de los agentes es que las empresas pueden alcanzar nuevos equilibrios, en los que la empresa socialmente responsable ofrece unas cantidades mayores a la cantidad de Cournot y la empresa exclusivamente maximizadora de beneficios actúa con su mejor respuesta a la Cournot.

Ejemplo 2 *Continuamos con las dos empresas maximizadoras de beneficios del Ejemplo 1 que inicialmente compiten bajo las hipótesis de Cournot, con una función de demanda lineal* $P(Q) = a - bQ$, a, $b > 0$. *En el juego escalar, los objetivos de maximizar los beneficios de las empresas se representan por* $u_i(q^1, q^2) = q^i(a - b(q^1 + q^2))$, $i = 1, 2$, *y el par de estrategias en equilibrio es* $(q^{1*}, q^{2*}) = (\frac{a}{3b}, \frac{a}{3b})$. *La cantidad de competencia perfecta del mercado es* $\frac{a}{b}$.

En la Figura 2 se representan las funciones de mejor respuesta y los conjuntos de equilibrios débiles en el caso en que la empresa 1 sea socialmente responsable con externalidad positiva y la empresa 2 sea maximizadora de beneficios. La empresa 1 puede ofrecer una cantidad que se encuentra entre su mejor respuesta en el juego de Cournot y la cantidad que hace que el total sea igual a la competencia perfecta, ya que si se desvían de sus estrategias, la empresa 1 siempre mejorará uno de sus objetivos, pero empeorará el otro. Por otra parte, la mejor respuesta de la empresa 2 a las acciones de la empresa 1 coincide con la del juego de Cournot. Como consecuencia, *el conjunto de equilibrios débiles es la intersección representada por el segmento de trazo más grueso que aparece en la Figura 2.*

$$E^d(G^\mu) = \left\{(q^1, q^2) : \frac{a}{3b} \leq q^1 \leq \frac{a}{b},\, q^2 = \frac{a - bq^1}{2b}\right\}. \tag{17}$$

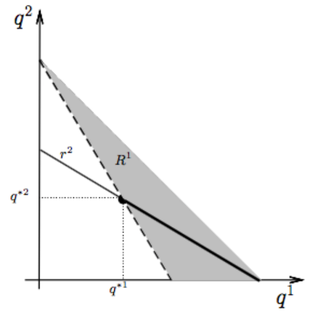

Figura 2. Mejores respuestas y equilibrios para una empresa maximizadora de beneficios y otra socialmente responsable con externalidad positiva.

Si ambas empresas son socialmente responsables con externalidad positiva, el conjunto de equilibrios débiles viene dado por

$$E^d(G^\mu) = \left\{(q^1, q^2) : q^1 \geq \frac{a - bq^2}{2b}, q^2 \geq \frac{a - bq^1}{2b}, q^1 + q^2 \leq \frac{a}{b}\right\}. \tag{18}$$

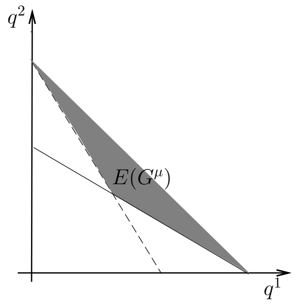

Figura 3. Equilibrios para dos empresas socialmente responsables con externalidad positiva.

En la Figura 3 se representan los conjuntos de equilibrios, tales que la cantidad que ofrece cada empresa se encuentra entre su mejor respuesta en el juego de Cournot y la cantidad tal que el total es igual a la competencia perfecta.

3.2.2. *Responsabilidad social con externalidad negativa*

Completamos el estudio considerando la posibilidad de que las empresas sean socialmente responsables con externalidad negativa, es decir, $\mu^i = -1$. Este caso comprende situaciones en la que la búsqueda del bien social pasa por reducir la cantidad total producida y, por tanto, el excedente del consumidor, pero no buscando perjudicar a los consumidores, sino como una manera de internalizar una externalidad negativa por parte de la empresa, por ejemplo, la contaminación. Cuanto mayor sea la cantidad producida, y por añadidura, el excedente del consumidor, mayor será la contaminación generada que perjudica a todos los intervinientes en el sistema, Por tanto, en esta situación, alcanzar el óptimo social requiere la reducción de s. Por otra parte, el marco propuesto también puede utilizarse para analizar las decisiones de las empresas sobre un bien privado que no genera fallos del mercado. Sería el caso, por ejemplo, de que junto con la maximización individual de los beneficios, las empresas se planteasen llegar a acuerdos para fortalecer sus posiciones frente a competidores potenciales. La consecución de este objetivo conllevaría una reducción de la producción, acercando a las empresas a la solución colusoria.

Cuando la empresa j ofrece q^j, la empresa i puede ofrecer una cantidad que se encuentra entre la cantidad que hace que el total sea igual a la cantidad de monopolio y su mejor respuesta individual. En este caso, el conjunto de equilibrios también depende de que ambas empresas, o sólo una de ellas, sean socialmente responsables con externalidad negativa. El siguiente resultado caracteriza dichos conjuntos de equilibrios de forma análoga al caso anterior.

Proposición 3 *Para el juego G^μ*

(i) Si $\mu^1 = 0, \mu^2 = -1$, entonces

$$E^d(G^\mu) = E(G^\mu) = \{(q^1, q^2) : q^1 = r^1(q^2),\, q^2 \leq r^2(q^1),\, q^1 + q^2 \geq Q_M\}. \tag{19}$$

(ii) Si $\mu^i = -1, i = 1, 2$, entonces

$$E^d(G^\mu) = E(G^\mu) = \{(q^1, q^2) : 0 \leq q^1 \leq r^1(q^2),\, 0 \leq q^2 \leq r^2(q^1),\, q^1 + q^2 \geq Q_M\}. \tag{20}$$

Demostración.

(i) Como señalamos previamente, cuando q^1 o q^2 son positivas, las funciones de utilidad individual, u_1^1 y u_1^2, son estrictamente cóncavas en su propia acción, y $u_2^2 = \mu^2 s = -s$ es estrictamente cóncava, puesto que s es estrictamente convexa. Además, como $u_2^2 = -s$ es estrictamente decreciente, la mejor respuesta del agente j a las acciones q^i del agente i con respecto a u_2^2 es

$$r^{\mu^2}(q^1) = Q_M - q^1. \tag{21}$$

dado que el menor valor que puede tomar Q es la cantidad de monopolio, Q_M. Y, como consecuencia de la Proposición 1, se tiene el resultado.
Por otra parte, si $q^1 = 0$ los equilibrios son débiles, excepto el punto en el que $q^2 = Q_M$, que es la única mejor respuesta fuerte tal y como vimos en la demostración de la Proposición 2.

(ii) Este resultado se deduce con un razonamiento similar, aplicando la Proposición 1. □

En este caso los conjuntos de equilibrios y de equilibrios débiles coinciden. La incorporación del objetivo social con externalidad negativa agrega nuevos equilibrios, en los que la empresa socialmente responsable ofrece unas cantidades menores a la cantidad de Cournot.

Ejemplo 3 *En el Ejemplo 1, si la empresa 1 es socialmente responsable con externalidad negativa y la empresa 2 es exclusivamente maximizadora de beneficios, la empresa 1 puede ofrecer una cantidad que se encuentra entre la cantidad que hace que el total sea igual a la cantidad de monopolio y su mejor respuesta en el juego de Cournot, puesto que si se desvía de estas estrategias, la empresa 1 siempre mejorará uno de sus objetivos, y empeorará el otro. De nuevo, la mejor respuesta de la empresa 2 a las acciones de la empresa 1 coincide con la del juego de Cournot. Por tanto, el conjunto de equilibrios es el segmento de trazo más grueso que aparece en la Figura 4.*

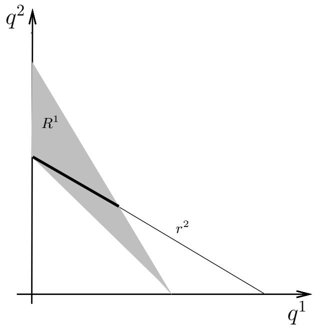

Figura 4. Mejores respuestas y equilibrios para una empresa socialmente responsable con externalidad negativa y otra maximizadora de beneficios.

$$E(G^\mu) = \left\{(q^1, q^2) : 0 \leq q^1 \leq \frac{a}{3b},\, q^2 = \frac{a - bq^1}{2b}\right\}. \tag{22}$$

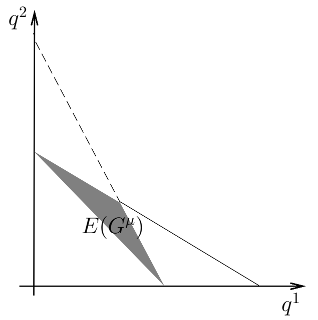

Figura 5. Equilibrios para dos empresas socialmente responsables con externalidad negativa.

Por otra parte, si ambas empresas son socialmente responsables con externalidad negativa, el conjunto de equilibrios, representado en la Figura 5, viene dado por

$$E(G^\mu) = \left\{(q^1, q^2) : q^1 \leq \frac{a - bq^2}{2b}, q^2 \leq \frac{a - bq^1}{2b}, q^1 + q^2 \geq \frac{a}{2b}\right\}. \tag{23}$$

3.2.3. *Extensiones del modelo*

Consideramos, por último, una extensión del modelo que sirve para analizar situaciones en las que las empresas, más allá de su propio beneficio, tienen otro objetivo, por ejemplo, la supervivencia en el mercado. De este modo, una prefiere maximizar el excedente del consumidor pensando que así fideliza al consumidor, y la otra el beneficio conjunto, porque piensa que así "espanta" a los competidores. Es decir, cada una de ellas se asemeja a uno de los dos tipos estudiados en los apartados anteriores. En este caso, los conjuntos de equilibrios débiles y equilibrios fuertes, que difieren en un segmento y se obtienen combinando los resultados de las Proposiciones 2 y 3, son los siguientes.

Proposición 4 *Para el juego G^μ, si $\mu^1 = -1, \mu^2 = 1$,*

$$E^d(G^\mu) = \{(q^1, q^2) : 0 \leq q^1 \leq r^2(q^1), q^2 \geq r^2(q^1), Q_M \leq q^1 + q^2 \leq Q_{CP}\}. \tag{24}$$

$$E(G^\mu) = E^d(G^\mu) \setminus \{(0, q^2) : Q_M < q^2 \leq Q_{CP}\}. \tag{25}$$

En esta situación, al incorporar el objetivo social, los nuevos equilibrios son tales que la empresa que se comporta como una socialmente responsable con externalidad positiva produce una cantidad mayor que la de Cournot, y con ello aumenta el excedente del consumidor, y la otra, una cantidad menor a la cantidad de Cournot, disminuyendo así el excedente del consumidor. Es de resaltar que existen equilibrios que permiten disminuir el coste social.

Ejemplo 4 *Si cada una de las empresas del Ejemplo 1 tiene responsabilidad social con externalidades de distinto signo, el conjunto de equilibrios débiles viene dado en la Figura 6.*

Si la empresa 1 es socialmente responsable con externalidad positiva y la empresa 2 es socialmente responsable con externalidad negativa, la empresa 1 puede ofrecer una cantidad que se encuentra entre su mejor respuesta en el juego de Cournot y la cantidad que hace que el total sea igual a la competencia perfecta, mientras que la empresa 2 puede ofrecer una cantidad por debajo de su mejor respuesta en el juego de Cournot, ya que si se desvían de estas estrategias, mejorará uno de sus objetivos, y empeorará el otro. De este modo, el conjunto de equilibrios débiles es la región resaltada en la Figura 6.

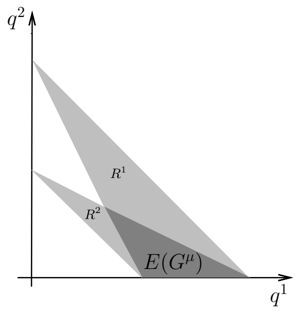

Figura 6. Mejores respuestas y equilibrios para una empresa socialmente responsable con externalidad positiva y otra socialmente responsable con externalidad negativa.

$$E^d(G^\mu) = \left\{(q^1, q^2) : \, q^1 \geq \frac{a - bq^1}{2b}, 0 \leq q^2 \leq \frac{a - bq^2}{2b}\right\}. \tag{26}$$

4. Conclusiones

La investigación realizada extiende el estudio de los modelos económicos de interacción estratégica a un marco más general que permite representar las interacciones económicas de forma más realista. En particular, con motivo de la reciente crisis económica, muchas empresas se han planteado conciliar la eficacia empresarial con determinados principios sociales. Esta nueva realidad empresarial nos ha llevado al estudio del oligopolio de Cournot con empresas socialmente responsables. Para ello, hemos considerado que las empresas, además de su propio beneficio, incluyen en su función de utilidad los intereses de otros agentes económicos, concretamente de los consumidores. Con este planteamiento las utilidades de las empresas se representan por funciones vectoriales y el modelo se estudia en el marco de los juegos estratégicos con pagos vectoriales.

Lo que hemos denominado responsabilidad social con externalidad positiva, incluye también el caso en que sencillamente las empresas integran en su función de utilidad los intereses de los consumidores por determinados bienes privados que no generan por sí mismos un fallo del mercado. Asimismo, lo que hemos denominado responsabilidad social con externalidad negativa no tiene por qué interpretarse como una "perversión" de la empresa que intenta perjudicar a los consumidores, sino como una forma de modelizar la internalización de una externalidad negativa por parte de la empresa, lo que supone también un comportamiento social. En este caso, también es cierto que, si aplicamos este razonamiento a un bien privado que por sí mismo no genera un fallo del mercado, nos acercaríamos a la solución colusoria, que consiste en llegar a un acuerdo con el objeto de actuar conjuntamente.

Con este tratamiento diverso de la responsabilidad social, si la interpretamos como asunción de externalidades, basta con que exista una empresa socialmente responsable para que el equilibrio que se alcance sea más eficiente en el sentido económico. Asimismo, si estamos tratando con bienes privados que no generan un fallo del mercado, es suficiente con que una empresa tenga responsabilidad social con externalidad positiva y la otra sea maximizadora de beneficios para que se reduzca el coste social. Incluso aunque una empresa tenga responsabilidad social con externalidad positiva y la otra responsabilidad social con externalidad negativa, en determinados casos las situaciones de equilibrio generan una disminución del coste social en relación al coste social en el oligopolio tradicional maximizador de beneficios. En cualquier caso, siempre existen equilibrios que reducen el coste social.

De esta forma, hemos puesto de manifiesto la potencialidad de los procedimientos de decisión multicriterio al analizar las implicaciones que tiene alterar un supuesto esencial en los modelos económicos tradicionales, como es la búsqueda del propio interés.

Agradecimientos

Esta investigación está financiada parcialmente por el proyecto PGC2018-095786-B-I00 del Ministerio de Ciencia y Tecnología de España.

Referencias bibliográficas

1. D. Blackwell, "An analog of the minimax theorem for vector payoffs", *Pacific Journal of Mathematics.* **6** (1956) 1–8.
2. J. Roemer, "Games with vector-valued payoffs and their application to competition between organizations", *Economics Bulletin.* **3** (2005) 1–13.
3. A.M. Mármol, L. Monroy and V. Rubiales, "An equitable solution for multicriteria bargaining games", *European Journal of Operational Research.* **177** (2007) 1523–1534.
4. G. de Marco and J. Morgan, "Altruistic behavior and correlated equilibrium selection", *International Game Theory Review.* **13** (2011) 363–381.
5. L. Monroy, V. Rubiales and A.M. Mármol, "The conservative Kalai-Smorodinsky solution for multiple scenario bargaining", *Annals of Operational Research.* **251** (2015) 285–299.
6. I. Nishizaki and M. Sakawa, "On computational methods for solutions of multiobjective linear production programming games", *European Journal of Operational Research.* **129** (2001) 386–413.
7. F.R. Fernández, M.A. Hinojosa, A.M. Mármol and J. Puerto, "Solution concepts in multiple criteria linear production games. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems", *Advances in Soft Computing.* **12** (2002) 257–271.
8. F.R. Fernández, M.A. Hinojosa and J. Puerto, "Multi-criteria minimum cost spanning tree games", *European Journal of Operational Research.* **158** (2004) 399–408.

9. L. Monroy and F.R. Fernández, "The Shapley-Shubik index for multi-criteria simple games", *European Journal of Operational Research.* **209** (2011) 122–128.
10. L. Monroy and F.R. Fernández, "Banzhaf index for multiple voting systems. An application to the European Union", *Annals of Operations Research.* **215** (2014) 215–230.
11. D. Ghose and U.R. Prasad, "Solution concept in two-person multicriteria games", *Journal of Optimization Theory an Applications.* **63** (1989) 167–189.
12. J. Puerto, M.A. Hinojosa, A.M. Mármol, L. Monroy and F.R. Fernández, "Solution concepts for multiple objective n-person games", *Investigaçao Operacional.* **19** (1999) 193–209.
13. P.L. Yu and J.M. Li "Forming win-win strategy. A new way to study game problems research and practice in multiple criteria decision making", *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems.* **487** (2000) 45–56.
14. F.R. Fernández, A.M. Mármol, L. Monroy and J. Puerto, "Utopian efficient strategies in multicriteria matrix games", *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems.* **455** (2000a) 245–254.
15. L. Kruś and P. Bronisz, "On n-person noncooperative multicriteria games described in strategic form", *Annals of Operations Research.* **83** (1994) 51–97.
16. F.R. Fernández, A.M. Mármol, L. Monroy and J. Puerto, *Multiple scenario competitive market. Game theory and applications V* (Nova Science Publishers Inc, New York, 2000b).
17. S. Bade, "Nash equilibrium in games with incomplete preferences", *Economic Theory.* **26** (2005) 309–332.
18. M.A. Caraballo, A.M. Mármol, L. Monroy and E. Buitrago, "Cournot competition under uncertainty. Conservative and optimistic equilibria", *Review of Economic Design.* **19** (2015) 145–165.
19. L. Monroy, M.A. Caraballo and A.M. Mármol "Duopolistic competition with multiple scenarios and different attitudes toward uncertainty", *International Transactions in Operational Research.* **25** (2018) 941–961.
20. I. Nishizaki and M. Sakawa "Equilibrium solutions in multiobjective bimatrix games with fuzzy payoffs and fuzzy goals", *Fuzzy Sets and Systems.* **111** (2000) 99–116.
21. F. Peldschus and E.K. Zavadskas, "Fuzzy matrix games multi-criteria model for decision-making in engineering", *Informatica.* **16.** (2005) 107–120.
22. M. Clemente, F.R. Fernández and J. Puerto, "Pareto-optimal security strategies in matrix games with fuzzy payoffs", *Fuzzy Sets and Systems.* **176** (2011) 36–45.
23. M. A. Hinojosa, A. M. Mármol, L. Monroy and F. R. Fernández, "A Multi-Objective Approach To Fuzzy Linear Production Games", *International Journal of Information Technology* & *Decision Making.* **12** (2013) 927–943.
24. L. Monroy, M. A. Hinojosa, A. M. Mármol and F. R. Fernández, "Set-valued cooperative games with fuzzy payoffs. The fuzzy assignment game", *European Journal of Operational Research.* **225** (2013) 85–90.
25. J. Nash, "Equilibrium points in n-person games", *Proceedings of the National Academy of the USA.* **36** (1950) 48–49.
26. J. Nash, "Non-cooperative games", *The Annals of Mathematics.* **54** (1951) 286–295.
27. L.S. Shapley, "Equilibrium points in games with vector payoffs", *Naval Research Logistics Quaterly.* **6** (1959) 57–61.
Zhao (2018)
28. J. Zhao, " Three little-known and yet still significant contributions of Lloyd Shapley", *Games and Economic Behavior.* **108** (2018) 592–599.
29. M. Zeleny, "Games with multiple payoff", *International Journal of Game Theory.* **4** (1975) 179–191.
30. H.W. Corley, "Games with vector payoffs", *Journal of Optimization Theory and Applications.* **47** (1985) 491–498.
31. P.E.M. Borm, S.H. Tijs and J.C.M. Van Den Aarssen, "Pareto equilibrium in multiobjective games", *Methods of Operations Research.* **60** (1988) 303–312.
32. J. Zhao, " The equilibria of multiple objective games", *The International Journal of Game Theory.* **20** (1991) 171–182.
33. S.Y. Wang, "Existence of Pareto equilibrium", *Journal of Optimization Theory and Applications.* **79** (1993) 373-384.
34. J. Yu, and G. Yuan, "The study of Pareto equilibria for multiobjective games by fixed point and Ky Fan mimimax inequality methods", *Computers and Mathematics with Applications.* **35** (1998) 17-24.
35. W.W. Kim, "Weight Nash equilibria for generalized multiobjective games", *Journal of the Chungcheong Mathematical Society.* **13** (2000) 13-20.

36. E. Allevi, A. Gnudi, I.V. Konnov and S. Schailable S. “Noncooperative games with vector payoffs under relative seudomonotonicity”, *Journal of Optimization Theory and Applications.* **118** (2003) 245-254.
37. S. Chebbi, “Existence of Pareto equilibria for non-compact constrained multi-criteria games”, *Journal of Applied Analysis.* **14** (2008) 219–226.
38. M. Patriche, “Existence of equilibrium for multiobjective games in abstract convex spaces”, *Mathematical Reports.* **16** (2014) 243–252.
39. J. Roemer, “The democratic political economy of progressive income taxation”, *Econometrica.* **67** (1999) 1–19.
40. J. Roemer, *Political competition, theory and applications* (Harvard University Press, Boston, 2001).
41. R. Aumann, “Utility theory without the completeness axiom”, *Econometrica.* **30** (1962) 445–462.
42. T. Bewley, “Knightian utility theory: Part 1”, Cowles Foundation Discussion Paper 807, 1986.
43. T. Seidenfeld, M.J. Schervish, and J.B. Kadane, “A representation of partially ordered preference”, *The Annals of Statistics.* **23** (1995) 2168–2217.
44. E.A. Ok, “Utility representation of an incomplete preference relation”, *Journal of Economic Theory.* **104** (2002) 429–449.
45. J. Dubra, F. Maccheroni and E. Ok, “Expected utility theory without the completeness axiom”, *Journal of Economic Theory.* **115** (2004) 118–133.
46. J.S. Sagi, “Anchored preference relations”, *Journal of Economic Theory.* **13** (2006) 283–295.
47. J.S. Mill, *El utilitarismo* (Aguilar, Madrid, 1971).
48. J. Rawls, *A theory of justice. Revised Edition* (Harvard University Press, Cambridge, 1971).
49. Hinojosa, M.A. and Mármol, A.M. “Egalitarianism and utilitarism in multiple criteria decision problemas with partial information”, *Group Decision and Negotiation.* **20** (2011) 707–724.
50. A.M. Mármol, L. Monroy, M.A. Caraballo and A. Zapata, “Equilibria with vector-valued utilities and preference information. The analysis of a mixed duopoly”, *Theory and Decision.* **83** (2017) 365–383.
51. L. Monroy, M.A. Caraballo, A.M. Mármol and A. Zapata, “Agents with other-regarding preferences in the commons”, *Metroeconomica.* **68** (2017) 947–965.
52. A. Zapata, A.M. Mármol, L. Monroy and M.A. Caraballo, “When the other matters. The battle of the sexes revisited”, in *New trends in emerging complex real life problems*, eds. P. Daniele and L. Scrimeli (AIRO Springer Series 1, Cham., 2018) pp. 501–509.
53. A. Zapata, A.M. Mármol, L. Monroy and M.A. Caraballo, “A maxmin approach for the equilibria of vector-valued games”, *Group Decision and Negotiation.* **28** (2019) 415–432.
54. A.A. Cournot, *Recherches sur les principles mathematiques de la theorie des richesses* (Hachette, Paris, 1838).
55. A. Zapata, M.A. Caraballo, L. Monroy and M.A. Mármol, “Hurwicz’s criterion and the equilibria of duopoly models”, *Central European Journal of Operations Research.* (2017) DOI:10.1007/s10100-017-0517-4.
56. A. Dreber, D. Fudenber and D.G. Rand, “ Who cooperates in repeated games: the role of altruism, inequity aversion, and demographics”, *Journal of Economic Behavior and Organization.* **98** (2014) 41–55.
57. M.A. Nowack, “Five rules for the evolution of cooperation”, *Science.* **314** (2006) 1560–1563.
58. G. Tabibnia, A.B. Satpu and M.D. Lieberman, M.D. “The sunny side of fairness: preference for fairness activates reward circuitry (and disregarding unfairness activates self-control circuitry)”, *Psychological Science.* **19** (2008) 339–347.
59. J.C. Cárdenas, “How do groups solve local commons dilemmas? Lessons from experimental economics in the field”, *Development and Sustainability.* **2** (2000) 305–322.
60. M. Casari and C.R. Plott, “Decentralized management of a common property resource: experiments with centuries-old institutions”, *Journal of Economic Behavior and Organization.* **5** (2003) 217–247.
61. M. Weber, S. Kopelman, and D. Messick, “A conceptual review of decision making in social dilemmas: applying the logic of appropriateness”, *Personality and Social Psychology Review.* **8** (2004) 281–307.
62. A. Karnani, “CSR stuck in a logical trap”, *California Management Review.* **53** (2011) 105–111.
63. D. Vogel, *The market for virtue: the potential and limits of corporate social responsibility* (Brookings Institute, Washington, DC, 2005).
64. M.E. Porter and , M.R. Kramer “Strategy and society: the link between competitive advantage and corporate social responsibility”, *Harvard Business Review.* **84** (2006) 76–92.
65. R. Bénabou and J. Tirole, “Individual and corporate social responsibility”, *Economica.* **77** (2010) 1–19.
66. H. Bowen, *Social responsibility of the business* (Harper and Row, New York, 1953).

67. J.D. Margolis and J.P. Walsh, *People and profits? The search for a link between a company's social and financial performance* (Erlbaum, Mahwah, 2001).
68. D.P. Baron, "Private politics, corporate social responsibility, and integrated strategy", *Journal of Economics and Management Strategy.* **10** (2001) 7–45.
69. A. Calveras, J.J. Ganuzaand and G. Llobert, "Regulation, corporate social responsibility, and activism", *Journal of Economics and Management Strategy.* **10** (2007) 719–740.
70. C. Giovanni, and C. Giacinta, "Corporate social responsibility and managerial entrenchment", *Journal of Economics and Management Strategy.* **10** (2007) 741–771.
71. D. Ni, K.W. Li and X. Tang, "Social responsibility allocation in two-echelon supply chains: insights from wholesale price contracts", *European Journal of Operations Research.* **207** (2010) 1269–1279.
72. C. Manasakis, E. Mitrokostas and E. Petrakis, "Certification of corporate social responsibility activities in oligopolistic markets", *Canadian Journal of Economics.* **46** (2013) 282–309.
73. G.E. Goering, "The strategic use of managerial incentives in a non-profits firm in mixed duopoly", *Managerial and Decision Economics.* **28** (2007) 83–91.
74. L. Lambertini and A. Tampieri, "Corporate social responsibility in a mixed oligopoly", Working Paper 723, University of Bologna, 2010.
75. M. Kopel and B. Brand, "Socially responsible firms and endogenous choice of strategic incentives", *Economic Modelling.* **29** (2012) 982-989.
76. P. Crifo, and V.D. Forget, "Think global, invest responsible: why the private equity industry goes green", *Journal of Business Ethics.* **116** (2013) 21–48.
77. Kitzmueller, M., Shimshack, J. "Economic perspectives on corporate social responsibility", *Journal of Economic Literature.* **5** (2012) 51–84.
78. D.M. Kreps, and J.A. Scheinkman, "Quantity precommitment and Bertrand competition yield Cournot outcomes", *The Bell Journal of Economics.* **14** (1983) 326-337.
79. A. Marshall, *Principles of economics* (Macmillan, London, 1890).