

## **AJUSTE DE SEIS DISTRIBUIÇÕES DENSIDADE DE PROBABILIDADE À SÉRIES HISTÓRICAS DE RADIAÇÃO SOLAR, EM MOSSORÓ/RN**

*Janilson pinheiro de Assis*

Prof. D. Sc. Departamento de Ciências Vegetais, Universidade Federal Rural do Semi-árido, km 47 da Br 110, Bairro Presidente Costa e Silva, Cep. 59500-900, Mossoró, Rio Grande do Norte, Brasil. e-mail: janilson@ufersa.edu.br.

*Ben Dêvide de Oliveira Batista*

Graduando em Agronomia, Departamento de Ciências Ambientais e Tecnológicas, Universidade Federal Rural do Semi-Árido, UFRSA, Mossoró-RN. e-mail: ben.devide@gmail.com.

*José Espínola Sobrinho*

Prof. D. Sc. Departamento de Ciências Ambientais e Tecnológicas, Universidade Federal Rural do Semi-árido, km 47 da Br 110, Bairro Presidente Costa e Silva, Cep. 59500-900, Mossoró, Rio Grande do Norte, Brasil. e-mail: jespino@ufersa.edu.br.

*Wesley de Oliveira Santos*

Graduando em Agronomia, Departamento de Ciências Ambientais e Tecnológicas, Universidade Federal Rural do Semi-Árido, UFRSA, Mossoró-RN. e-mail: wesleyoliver2@hotmail.com

**Resumo** - O objetivo deste trabalho foi verificar o ajuste de séries históricas de radiação solar global mensal ( $Cal.cm^{-2}.dia^{-1}$ ) no período de 1970 a 2007, em Mossoró, RN, à sete modelos de distribuição densidade de probabilidade Normal, Log-Normal, Beta, Gama, Log-Pearson (Tipo III), Gumbel e Weibull, através dos testes Kolmogorov-Smirnov, Qui-quadrado, Cramer Von-Mises, Anderson Darling, Kuiper, e do Logaritmo da Máxima Verossimilhança. Verificou-se a superioridade do ajustamento das distribuições Gumbel, Weibull e Log-Normal, quando comparada com as outras seis distribuições. No geral, os critérios de ajuste concordaram com a aceitação da hipótese  $H_0$ , no entanto, deve-se salientar que o teste de Kolmogorov-Smirnov apresenta um nível de aprovação de uma distribuição sob teste muito elevado, o que gera uma certa insegurança aos critérios do teste, mas neste estudo como os dados são aproximadamente simétricos ele é o mais recomendado.

**Palavras-chave:** Radiação solar global, função densidade de probabilidade, modelagem, aderência.

## **ADJUST SIX PROBABILITY DENSITY DISTRIBUTIONS A HISTORICAL SERIES OF SOLAR RADIATION IN MOSSORÓ/RN**

**Abstract** - The objective of this study was to evaluate the fit of 504 historical series of daily global solar radiation ( $Cal.cm^{-2}.dia^{-1}$ ) in the period 1970 to 2007, in Mossoró, RN, the seven models of probability distribution density of Normal, Log-Normal, Beta, Gamma, Log-Pearson (Type III), Gumbel and Weibull, using the Kolmogorov-Smirnov test, chi-square, Cramer-Von Mises, Anderson Darling, Kuiper, and the logarithm of maximum likelihood. It was the superiority of the adjustment of the normal distribution when compared with the other six distributions. In general, the criteria for adjustment agreed to accept the hypothesis, however, it should be noted that the Kolmogorov-Smirnov test shows a level of approval of a distribution under test very high, which creates some uncertainty of the criteria test, but in this study as the data are approximately symmetrical it is most recommended.

**Keywords:** solar radiation, density function of probability, modeling, adherence.

## INTRODUÇÃO

O estudo do comportamento da precipitação pluvial, umidade relativa do ar, evaporação, direção e velocidade do vento, radiação solar global, ocorrência de orvalho, nevoeiro, granizo, geada e neve, entre outros, é um importante instrumento na tomada de decisões relacionadas as atividades agropecuárias e humanas na construção civil e turismo. Dentre essas variáveis climáticas, a radiação solar global, definida como o total de energia emitida pelo sol, que incide sobre a superfície terrestre, com comprimento de onda compreendido entre 150 e 4.000 nm (ROSEMBERGUE, 1974; SLATER, 1980; SAMPAIO et. al., 1999; CARNELUTTI FILHO, 2004), é fundamental principalmente em relação às atividades agropecuárias.

A simples construção de um histograma de frequências para visualização dos dados amostrais, é insuficiente para inferir dentre as diversas distribuições densidade de probabilidade conhecidas, a que melhor se ajusta aos dados em estudo. Portanto, faz-se necessário o uso de critérios e testes de aderência para verificar se a distribuição de probabilidade dos dados de uma variável em análise, pode ser representada por uma determinada função de distribuição de probabilidade conhecida.

Existem na literatura diversas distribuições de probabilidade para variáveis aleatórias discretas e contínuas entre as que se ajustam a dados discretos e estão a de Bernoulli, Binomial, Binomial negativa, Hipergeométrica, Geométrica e Poisson. Já as distribuições Uniforme, Normal, Log-Normal, Gama, Weibull, Gumbell, Exponencial, Beta, Qui-quadrado, t Student, F de Snedecor, entre outras, podem ser ajustadas a série de dados amostrais de variáveis aleatórias contínuas.

Estudos de ajustes de distribuição de probabilidade ou estimativas de probabilidade usando função de distribuição de probabilidade teóricas em relação a variáveis climáticas como precipitação pluvial (BERLATO, 1987; BOTELHO & MORAIS, 1999; SAMPAIO, 1999; CATALUNHA et. al. 2002; MURTA et. al., 2005), temperatura do ar (MOTA et. al., 1999; BURIOL et. al., 2000a, 2000b; ASSIS et. al., 2004) e radiação solar (BURIOL et. al., 2000a, 2001; ASSIS et. al., 2004) foram desenvolvidos enfatizando os benefícios no planejamento de atividades que reduzem prováveis riscos climáticos.

Os testes de aderência tais como o Kolmogorov-Smirnov, Qui-quadrado, Cramer Von-Mises, Anderson Darling, Kuiper, Lilliefors, Shapiro-Wilk e do Logaritmo da Máxima Verossimilhança (CAMPOS, 1983; ASSIS et. al., 1996; MORETIN & BUSSAB, 2004; COOKE, 1993) servem para comparar as probabilidades empíricas de uma variável com as probabilidades teóricas estimadas pela

função de distribuição sob teste, verificando se os valores da amostra podem ser razoavelmente considerados como provenientes de uma população com aquela distribuição teórica, já o Logaritmo da Máxima Verossimilhança mostra uma boa qualidade do ajuste se o seu valor for negativo e o menor possível (COOKE, 1993). Nos testes de aderência a hipótese nula ( $H_0$ ) admite que a distribuição seja aquela especificada (Normal, Log-Normal, Beta, Gama, Log-Pearson (Tipo III), Gumbel, Weibull e outras) com os seus parâmetros estimados com base nos dados amostrais (ASSIS, et. al., 1996; CATALUNHA et. al., 2002)

O clima é um fator de grande influência no controle do crescimento das plantas. Além disso, as produtividades agrícolas são elementos probabilísticos (variáveis aleatórias), no sentido de que dependem das variáveis climáticas, tais como temperatura e radiação solar global da região durante a época de crescimento de uma cultura.

O uso de funções densidade de probabilidade está diretamente ligado à natureza dos dados a que elas se relacionam. Algumas têm boa capacidade de estimação para pequeno número de dados, outras requerem grande série de observações. Devido ao número de parâmetros de sua equação, algumas podem assumir diferentes formas, enquadrando-se em um número maior de situações, ou seja, são mais flexíveis. Desde que respeitado o aspecto da representatividade dos dados, as estimativas dos seus parâmetros para uma determinada região podem ser estabelecidas como de uso geral, sem prejuízo da precisão na estimação da probabilidade (CATALUNHA et. al., 2002).

O ajuste de modelos probabilísticos aos dados diários de chuva, produtividade de crescimento de plantas além de fornecer um resumo sucinto destes dados, representa uma técnica eficiente para a análise dessas informações. Cada distribuição de frequência se apresenta de certa forma, esta pode ser aproximada através da utilização de equações de densidade de probabilidade com alguns parâmetros extraídos da amostra em questão. A utilização ou não de uma distribuição reside na capacidade da mesma em estimar os dados observados, com base em seus parâmetros, e esta capacidade é medida através de testes de aderência (ALMEIDA, 1995).

O presente trabalho tem por objetivo avaliar o ajuste de séries históricas de radiação global mensal ( $Cal.cm^{-2}.dia^{-1}$ ), através dos testes Kolmogorov-Smirnov, Qui-quadrado, Cramer Von-Mises, Anderson Darling, Kuiper e o Logaritmo da Máxima Verossimilhança às funções densidade de probabilidade Normal, Log-Normal, Beta, Gama, Log-Pearson (Tipo III), Gumbel, Weibull, em Mossoró, RN.

## MATERIAL E MÉTODOS

Os dados de radiação solar global diária foram retirados da Estação Meteorológica da UFERSA, cujas coordenadas geográficas são: latitude: 5° 12' 36" S; longitude: 37° 18' 43" W e altitude: 40,5 m acima do nível do mar, estando localizado a apenas 40 km do Atlântico Norte.

Os dados de radiação solar global mensal ( $Cal.cm^{-2}.dia^{-1}$ ) foram coletados no período de 1970 a 2007, totalizando 38 anos de observações.

Foram ajustados os seguintes modelos de funções densidade de probabilidade: Normal, Log-Normal, Beta, Gama, Log-Pearson (Tipo III), Gumbel e Weibull. Os parâmetros e a parametrização utilizada para o ajuste de cada distribuição usando recursos disponíveis no programa VTFIT (COOKE et. al., 1993) estão disponíveis na literatura (COOKE, 1993; JOHNSON e KOTZ, 1970, ASSIS et. al., 1996; MORETIN & BUSSAB, 2004). Deve-se salientar que as funções foram escolhidas dentre algumas comumente utilizadas para este tipo de análise (THOM, 1966; HASTINGS & PEACOCK, 1975). Para tanto, aplicou-se os testes de aderência Kolmogorov-Smirnov, Qui-quadrado, Cramer Von-Mises, Anderson Darling, Kuiper, a 10% de probabilidade e do Logaritmo da Máxima Verossimilhança (COOKE, 1993; CAMPOS, 1983; ASSIS et. al., 1996) nas séries históricas de dados de radiação solar global mensal, para verificar o ajuste dos dados aos modelos das distribuições teóricas referidas acima (COOKE, 1993; MORETIN & BUSSAB, 2004; ASSIS et. al., 1996).

Ao se ajustar uma série de dados a uma distribuição densidade de probabilidade, trabalha-se com a hipótese de

que a distribuição pode representar adequadamente aquele conjunto de dados. Um critério de comprovar esta hipótese é através de alguns testes não paramétricos.

Os modelos avaliam o grau de dependência de uma variável aleatória e apesar de nenhum poder ser considerado como representante da verdade, alguns são mais apropriados do que outros (COLLET, 1991). O objetivo da modelagem é obter a relação entre uma variável resposta e as variáveis explanatórias, além de uma medida de precisão dessa relação (COLLET, 1991).

As estimativas dos parâmetros dessas funções de distribuição, para cada conjunto de dados, foram obtidas pelo método da máxima verossimilhança (COOKE et. al., 1993). O valor numérico do logaritmo da função de máxima verossimilhança  $\left( \ln(L) = \sum_{i=1}^n \ln[\hat{f}(x_i)] \right)$ , também

foi utilizado como critério para indicar o grau de ajustamento (WORLEY et. al., 1990; COOKE, 1993). Essa estatística possui poder para discriminar ajustes em que os demais testes fracassam em apontar (SHAPIRO; BRAIN, 1981). Quanto maior é o valor do logaritmo da função de máxima verossimilhança melhor é o ajuste obtido. Quando as frequências na amostra de dados e a função de densidade de probabilidade são plotadas no mesmo gráfico, a comparação visual permite identificar de modo subjetivo o quão ajustados estão os dados à distribuição (COOKE, 1993). Portanto, esse é um método gráfico simples, e pequenas diferenças nas estimativas ou uma melhor sobreposição indicam melhor ajuste dos dados à função de densidade considerada.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os testes de aderência de Kolmogorov-Smirnov, Qui-quadrado, Cramer Von-Mises, Anderson Darling, Kuiper, bem como o Logaritmo da Máxima Verossimilhança indicaram através das tabelas 1, 2 e 3, um excelente ajuste as distribuições densidade de probabilidade Log-Normal (65 ajustes), Normal (64 ajustes), Weibull (63 ajustes), Gama (62 ajustes), Gumbel (61 ajustes), Log-Pearson (Tipo III) (61 ajustes) e Beta (48 ajustes) a 10% de probabilidade, exceto o teste de Anderson-Darling, pois em alguns meses não concordou com os outros critérios da qualidade do ajuste. Isso se deve provavelmente, as diferentes naturezas desses testes. No entanto, a distribuição Log-Normal apresentou um maior número de aderências (65 ajustes) com raríssimas exceções, em níveis de significância acima de 10% de probabilidade, evidenciando assim, boa aderência dos dados a esta distribuição. Por outro lado, a distribuição Normal apresentou um excelente ajuste a radiação solar sem diferenças significativas para os três modelos citados anteriormente, sendo assim, essa distribuição é o modelo

que representa o melhor ajuste devido ser parcimonioso, simples e com apenas dois parâmetros a serem estimados, os quais são a média e a variância, cujos processos de estimação são simples e rápidos. Resultados semelhantes foram obtidos por Cargnelutti Filho et. al. (2004) para radiação solar no estado do Rio Grande do Sul.

A seguir é apresentada uma análise comparativa dos testes de aderência e do Logaritmo da Máxima Verossimilhança, destacando-se algumas semelhanças independentemente de terem tido ou não, um bom desempenho na análise geral, sendo que todos os critérios de ajuste são apresentados nas tabelas 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 e 13.

O teste de Kolmogorov-Smirnov é bastante utilizado para análise de aderência de distribuição em estudos do clima, contudo, conforme Catalunha (2002), o seu nível de aprovação de uma distribuição sob teste é muito elevado, o que segundo o autor, gera certa insegurança em relação aos critérios do teste, no entanto, isto é, bem provável,

quando se ajustam distribuições assimétricas, o que não é o caso desse estudo.

Por outro lado aplicando-se a equação de definição do teste de Kolmogorov-Smirnov, tem-se um único valor, o módulo da diferença, isso mostra que os erros, no teste do Qui-quadrado são considerados de forma cumulativa e em todas as classes e que no teste de Kolmogorov-Smirnov, eles são considerados somente na classe em que foi maior.

O teste de Anderson-Darling é uma generalização do teste de Kolmogorov-Smirnov, dando mais ênfase às caldas da curva do teste, pode ser usado com tamanho de amostras pequenas que é o caso desse trabalho e este teste avalia se a amostra é proveniente de alguma distribuição de probabilidade especificada. O teste de Cramer Von Mises é aplicado em casos de distribuição simétricas ou de baixa curtose. Já o teste de Kuiper, é estreitamente relacionada com o teste de Kolmogorov-Smirnov, a diferença para este último, é que ele usa a quantidade  $D+$  como teste estatístico. Esta pequena alteração, torna o teste de Kuiper mais sensíveis nas mudanças da calda da curva do teste, e também o torna robusto à transformações da variável independente.

Assim, o pesquisador pode inferir que entre as seis distribuições teóricas de probabilidade testada, os parâmetros de qualquer uma delas poderiam ser utilizados o comportamento da radiação solar média mensal. Porém, a obtenção da estimativa dos parâmetros dessas distribuições como já foi comentado anteriormente, bem como a estimativa das probabilidades diferem quanto ao grau de dificuldade. Então, é importante verificar qual das funções estudadas tem o melhor ajuste, podendo a mesma coincidir com uma distribuição que apresente menor dificuldade de cálculo na obtenção dos parâmetros e ainda facilidade nas estimativas de probabilidade. (CAGNELUTTI FILHO et. al., 2004).

De acordo com os dados da tabela 1, verifica-se uma concordância através dos diversos critérios de qualidade de ajuste na aceitação da hipótese  $H_0$  de que os dados de radiação solar global média mensal obedecem a uma distribuição específica, adotando-se um nível de significância de 10% de probabilidade. Sendo assim, os critérios indicaram que para o mês de janeiro, o modelo mais recomendado para representar essa variável climática é a distribuição Log-Normal, já no mês de fevereiro, os modelos Gama e Weibull, parecem ser mais representativos, no mês de março, foi indicado às distribuições Normal, Log-Normal e Log-Pearson (tipo III), respectivamente, nessa ordem de importância, no mês de abril, os melhores modelos foram a Normal, Log-Normal, Gama e Gumbel, durante o mês de maio, as distribuições Normal, Log-Normal e Gama, e no mês de Junho, as distribuições Log-Pearson III, Gumbel e Weibull, por outro lado, no segundo semestre, os dados mostraram que no mês de julho as melhores indicações

foram às distribuições Normal, Log-Normal, Gama, Log-Pearson (tipo III) e Weibull. Já no mês de agosto, a maior frequência das aderências foram para os modelos Normal, Log-Normal, Gama, Gumbel e Weibull. No mês de setembro, os maiores ajustes foram para as distribuições Gama, Log-Pearson (tipo III) e Weibull. Durante o mês de outubro, apenas a função Gumbel apresentou melhor ajuste, no entanto no mês de novembro, nota-se um maior número de ajustes para as distribuições Normal, Log-Normal e Gumbel, e finalmente no mês de dezembro, a maior porcentagem de aderência se deu para os modelos Log-Pearson (tipo III) e Gumbel. Nota-se assim, uma predominância da distribuição Normal nesses ajustes, além de outros modelos aproximadamente simétricos que é a natureza do formato da distribuição dessa variável climática. Esses resultados tornam-se importantes, pois podem ser utilizados em outras análises, na região de Mossoró, RN, norteando o pesquisador em seus resultados. No entanto, sempre que possível se deve escolher aquele modelo mais simples possível, de fácil estimação dos parâmetros, permitindo assim, cálculos mais rápidos, simples e precisos, para serem usados com um bom modelo de estimação de radiação e previsão de probabilidade. Resultados semelhantes foram obtidos por Cagnelutti Filho et. al. (2004) e Assis et. al. (2004).

É importante salientar que nesse estudo, utilizou-se um nível de significância de 10% de probabilidade, tornando as análises bastante rigorosas, mas como as observações usadas são naturalmente pouco assimétricas e além disso, não ocorrerem classes com frequências muito baixas, pode-se diminuir esse nível em até 5% sem perda de informações (CATALUNHA et. al., 2002; ASSIS et. al., 2004; CAGNELUTTI FILHO et. al., 2004; BLAIN et. al., 2007; PRELA-PANTANO et. al., 2009).

De uma maneira geral, de acordo com a figura 1, o comportamento anual da radiação solar global em Mossoró acompanhou a variação anual da declinação solar, com os maiores valores mensais próximos a  $900 \text{ (Cal.cm}^{-2}.\text{dia}^{-1})$ , registrados nos meses de janeiro e dezembro. Os menores valores foram verificados em maio, junho e julho, em torno de  $750 \text{ (Cal.cm}^{-2}.\text{dia}^{-1})$ . Estes valores extremos estão diretamente associados à variação anual do ângulo zenital do Sol, no local, que por sua vez depende da Declinação solar que é máxima, em termos absolutos, próximo ao solstício de inverno (21 de junho) e mínima por volta do solstício de verão (21 de dezembro). Em termos absolutos ou instantâneos os valores máximos da radiação global foram registrados em dias próximos ao equinócio local de primavera (23 de setembro), uma vez que nesses dias o Sol, ao meio dia, encontrava-se zenitalmente ou perpendicularmente sobre a região em estudo.

**Tabela 1.** Frequência do número de ajuste de séries históricas de radiação solar mensal a sete modelos de distribuição de densidade de probabilidade, Mossoró, RN, 1970 a 2007.

MÊS	DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE													
	Normal		Log-Normal		Beta		Gama		Log-Pearson III		Gumbel		Weibull	
Jan	5	7,81%	6	9,23%	3	6,25%	4	6,45%	3	4,92%	3	4,92%	5	7,94%
Fev	4	6,25%	4	6,15%	3	6,25%	3	4,84%	4	6,56%	5	8,20%	5	7,94%
Mar	6	9,38%	6	9,23%	4	8,33%	5	8,06%	6	9,84%	5	8,20%	5	7,94%
Abr	5	7,81%	5	7,69%	3	6,25%	5	8,06%	4	6,56%	5	8,20%	4	6,35%
Mai	6	9,38%	6	9,23%	5	10,42%	6	9,68%	5	8,20%	4	6,56%	5	7,94%
Jun	5	7,81%	5	7,69%	5	10,42%	5	8,06%	6	9,84%	6	9,84%	6	9,52%
Jul	6	9,38%	6	9,23%	4	8,33%	6	9,68%	6	9,84%	5	8,20%	6	9,52%
Ago	6	9,38%	6	9,23%	4	8,33%	6	9,68%	5	8,20%	6	9,84%	6	9,52%
Set	5	7,81%	5	7,69%	4	8,33%	6	9,68%	6	9,84%	5	8,20%	6	9,52%
Out	5	7,81%	5	7,69%	3	6,25%	5	8,06%	5	8,20%	6	9,84%	5	7,94%
Nov	6	9,38%	6	9,23%	5	10,42%	6	9,68%	5	8,20%	5	8,20%	5	7,94%
Dez	5	7,81%	5	7,69%	5	10,42%	5	8,06%	6	9,84%	6	9,84%	5	7,94%
TOTAL	64	100,00%	65	100,00%	48	100,00%	62	100,00%	61	100,00%	61	100,00%	63	100,00%

**Tabela 2.** Critérios da qualidade do ajuste de séries históricas de Radiação Solar, no mês de janeiro no período de 1970 a 2007, à modelos de distribuições teóricas de densidade de probabilidade Normal, Log-Normal, Gama, Beta, Log Pearson III, Gumbel e Weibull.

CRITÉRIOS DA QUALIDADE DO AJUSTE						
Distribuição de probabilidade	Logaritmo da máxima verossimilhança ( ln(L))	Kolmogorov-Smirnov (K - S)	Kuiper (K)	Cramer Von Mises	Anderson Darling (A - D)	Qui-Quadrado ( $\chi^2$ )
Normal	-113,782	0,155	0,280	0,131	1,031	0,309
Log-Normal	-113,322	0,152	0,278	0,125	0,986	0,309
Beta	-100,825	0,180	0,346	0,216	3,355	0,009
Gama	-113,561	0,164	0,298	0,152	1,115	0,241
Log-Pearson III	-493,872	0,199	0,365	0,338	7,101	0,024
Gumbel	-124,090	0,252	0,471	0,538	3,263	0,000
Weibull	-112,847	0,164	0,295	0,130	1,052	0,241

**Tabela 3.** Critérios da qualidade do ajuste de séries históricas de Radiação Solar, no mês de fevereiro no período de 1970 a 2007, à modelos de distribuições teóricas de densidade de probabilidade Normal, Log-Normal, Gama, Beta, Log Pearson III, Gumbel e Weibull.

CRITÉRIOS DA QUALIDADE DO AJUSTE						
Distribuição de probabilidade	Logaritmo da máxima verossimilhança ( ln(L))	Kolmogorov-Smirnov (K - S)	Kuiper (K)	Cramer Von Mises	Anderson Darling (A - D)	Qui-Quadrado ( $\chi^2$ )
Normal	-74,106	0,081	0,154	0,031	0,296	0,736
Log-Normal	-74,388	0,068	0,124	0,017	0,224	0,801
Beta	-63,594	0,074	0,146	0,027	2,079	0,864
Gama	-74,344	0,071	0,130	0,018	0,224	0,607
Log-Pearson III	-74,080	0,090	0,153	0,021	0,225	0,736
Gumbel	-74,642	0,126	0,216	0,051	0,386	0,736
Weibull	-73,237	0,116	0,197	0,040	0,332	0,736

**Tabela 4.** Critérios da qualidade do ajuste de séries históricas de Radiação Solar, no mês de março no período de 1970 a 2007, à modelos de distribuições teóricas de densidade de probabilidade Normal, Log-Normal, Gama, Beta, Log Pearson III, Gumbel e Weibull.

CRITÉRIOS DA QUALIDADE DO AJUSTE						
Distribuição de probabilidade	Logarítimo da máxima verossimilhança ( ln(L))	Kolmogorov-Smirnov (K - S)	Kuiper (K)	Cramer Von Mises	Anderson Darling (A - D)	Qui-Quadrado ( $\chi^2$ )
Normal	-113,378	0,104	0,206	0,064	0,466	0,968
Log-Normal	-113,337	0,105	0,205	0,062	0,454	0,990
Beta	-99,429	0,094	0,170	0,050	2,253	0,990
Gama	-113,431	0,098	0,194	0,049	0,381	0,990
Log-Pearson III	-113,308	0,115	0,213	0,072	0,519	0,933
Gumbel	-115,093	0,141	0,249	0,096	0,695	0,720
Weibull	-114,927	0,167	0,302	0,136	0,815	0,273

**Tabela 5.** Critérios da qualidade do ajuste de séries históricas de Radiação Solar, no mês de abril no período de 1970 a 2007, à modelos de distribuições teóricas de densidade de probabilidade Normal, Log-Normal, Gama, Beta, Log Pearson III, Gumbel e Weibull.

CRITÉRIOS DA QUALIDADE DO AJUSTE						
Distribuição de probabilidade	Logarítimo da máxima verossimilhança ( ln(L))	Kolmogorov-Smirnov (K - S)	Kuiper (K)	Cramer Von Mises	Anderson Darling (A - D)	Qui-Quadrado ( $\chi^2$ )
Normal	-119,091	0,104	0,205	0,074	0,550	0,030
Log-Normal	-119,021	0,110	0,210	0,081	0,577	0,030
Beta	-107,873	0,203	0,373	0,234	3,373	0,087
Gama	-119,115	0,115	0,227	0,080	0,565	0,010
Log-Pearson III	-119,026	0,120	0,222	0,091	0,616	0,002
Gumbel	-122,967	0,151	0,268	0,117	0,992	0,347
Weibull	-119,198	0,121	0,231	0,091	0,639	0,010

**Tabela 6.** Critérios da qualidade do ajuste de séries históricas de Radiação Solar, no mês de maio no período de 1970 a 2007, à modelos de distribuições teóricas de densidade de probabilidade Normal, Log-Normal, Gama, Beta, Log Pearson III, Gumbel e Weibull.

CRITÉRIOS DA QUALIDADE DO AJUSTE						
Distribuição de probabilidade	Logarítimo da máxima verossimilhança ( ln(L))	Kolmogorov-Smirnov (K - S)	Kuiper (K)	Cramer Von Mises	Anderson Darling (A - D)	Qui-Quadrado ( $\chi^2$ )
Normal	-117,960	0,109	0,187	0,044	0,419	0,720
Log-Normal	-117,737	0,105	0,177	0,038	0,375	0,836
Beta	-107,016	0,124	0,215	0,077	2,585	0,720
Gama	-117,879	0,109	0,187	0,046	0,401	0,888
Log-Pearson III	-116,502	0,074	0,140	0,018	0,178	0,888
Gumbel	-122,883	0,163	0,294	0,197	1,370	0,273
Weibull	-117,762	0,137	0,242	0,103	0,660	0,836

**Tabela 7.** Critérios da qualidade do ajuste de séries históricas de Radiação Solar, no mês de junho no período de 1970 a 2007, à modelos de distribuições teóricas de densidade de probabilidade Normal, Log-Normal, Gama, Beta, Log

CRITÉRIOS DA QUALIDADE DO AJUSTE						
Distribuição de probabilidade	Logarítimo da máxima verossimilhança (ln(L))	Kolmogorov-Smirnov (K - S)	Kuiper (K)	Cramer Von Mises	Anderson Darling (A - D)	Qui-Quadrado ( $\chi^2$ )
Normal	-114,848	0,157	0,281	0,145	0,840	0,269
Log-Normal	-115,077	0,164	0,294	0,159	0,910	0,269
Beta	-101,061	0,124	0,243	0,098	2,418	0,347
Gama	-115,068	0,161	0,288	0,140	0,794	0,269
Log-Pearson III	-113,710	0,118	0,234	0,077	0,507	0,608
Gumbel	-113,720	0,128	0,222	0,058	0,451	0,269
Weibull	-112,666	0,122	0,211	0,059	0,454	0,441

Pearson III, Gumbel e Weibull.

**Tabela 8.** Critérios da qualidade do ajuste de séries históricas de Radiação Solar, no mês de julho no período de 1970 a 2007, à modelos de distribuições teóricas de densidade de probabilidade Normal, Log-Normal, Gama, Beta, Log Pearson III, Gumbel e Weibull.

CRITÉRIOS DA QUALIDADE DO AJUSTE						
Distribuição de probabilidade	Logarítimo da máxima verossimilhança (ln(L))	Kolmogorov-Smirnov (K - S)	Kuiper (K)	Cramer Von Mises	Anderson Darling (A - D)	Qui-Quadrado ( $\chi^2$ )
Normal	-138,150	0,125	0,217	0,062	0,436	0,491
Log-Normal	-137,790	0,120	0,207	0,055	0,392	0,720
Beta	-122,470	0,080	0,159	0,038	2,062	0,933
Gama	-137,976	0,112	0,191	0,045	0,344	0,779
Log-Pearson III	-137,205	0,100	0,169	0,037	0,286	0,602
Gumbel	-141,639	0,134	0,259	0,118	0,809	0,241
Weibull	-138,406	0,128	0,224	0,069	0,530	0,491

**Tabela 9.** Critérios da qualidade do ajuste de séries históricas de Radiação Solar, no mês de agosto no período de 1970 a 2007, à modelos de distribuições teóricas de densidade de probabilidade Normal, Log-Normal, Gama, Beta, Log Pearson III, Gumbel e Weibull.

CRITÉRIOS DA QUALIDADE DO AJUSTE						
Distribuição de probabilidade	Logarítimo da máxima verossimilhança (ln(L))	Kolmogorov-Smirnov (K - S)	Kuiper (K)	Cramer Von Mises	Anderson Darling (A - D)	Qui-Quadrado ( $\chi^2$ )
Normal	-125,329	0,109	0,211	0,064	0,526	0,211
Log-Normal	-125,395	0,110	0,211	0,066	0,534	0,211
Beta	-110,338	0,089	0,153	0,045	2,380	0,309
Gama	-125,457	0,100	0,188	0,052	0,448	0,440
Log-Pearson III	-125,202	0,097	0,192	0,051	0,435	0,211
Gumbel	-125,575	0,106	0,186	0,064	0,483	0,602
Weibull	-124,112	0,101	0,179	0,060	0,498	0,602

**Tabela 10.** Critérios da qualidade do ajuste de séries históricas de Radiação Solar, no mês de setembro no período de 1970 a 2007, à modelos de distribuições teóricas de densidade de probabilidade Normal, Log-Normal, Gama, Beta, Log Pearson III, Gumbel e Weibull.

CRITÉRIOS DA QUALIDADE DO AJUSTE						
Distribuição de probabilidade	Logarítimo da máxima verossimilhança ( $\ln(L)$ )	Kolmogorov-Smirnov (K - S)	Kuiper (K)	Cramer Von Mises	Anderson Darling (A - D)	Qui-Quadrado ( $\chi^2$ )
Normal	-110,204	0,142	0,251	0,102	0,669	0,791
Log-Normal	-110,271	0,142	0,251	0,101	0,669	0,791
Beta	-95,409	0,082	0,148	0,023	2,161	0,945
Gama	-110,320	0,131	0,229	0,081	0,570	0,791
Log-Pearson III	-109,798	0,127	0,221	0,081	0,551	0,669
Gumbel	-109,691	0,136	0,252	0,100	0,640	0,306
Weibull	-111,063	0,130	0,227	0,081	0,510	0,791

**Tabela 11.** Critérios da qualidade do ajuste de séries históricas de Radiação Solar, no mês de outubro no período de 1970 a 2007, à modelos de distribuições teóricas de densidade de probabilidade Normal, Log-Normal, Gama, Beta, Log Pearson III, Gumbel e Weibull.

CRITÉRIOS DA QUALIDADE DO AJUSTE						
Distribuição de probabilidade	Logarítimo da máxima verossimilhança ( $\ln(L)$ )	Kolmogorov-Smirnov (K - S)	Kuiper (K)	Cramer Von Mises	Anderson Darling (A - D)	Qui-Quadrado ( $\chi^2$ )
Normal	-87,340	0,087	0,168	0,036	0,310	0,968
Log-Normal	-87,395	0,094	0,182	0,042	0,365	0,968
Beta	-77,043	0,097	0,184	0,067	2,322	0,933
Gama	-87,188	0,075	0,148	0,034	0,280	0,968
Log-Pearson III	-87,986	0,114	0,221	0,068	0,644	0,836
Gumbel	-87,954	0,105	0,177	0,030	0,275	0,990
Weibull	-86,832	0,078	0,139	0,023	0,230	0,888

**Tabela 12.** Critérios da qualidade do ajuste de séries históricas de Radiação Solar, no mês de novembro no período de 1970 a 2007, à modelos de distribuições teóricas de densidade de probabilidade Normal, Log-Normal, Gama, Beta, Log Pearson III, Gumbel e Weibull.

CRITÉRIOS DA QUALIDADE DO AJUSTE						
Distribuição de probabilidade	Logarítimo da máxima verossimilhança ( $\ln(L)$ )	Kolmogorov-Smirnov (K - S)	Kuiper (K)	Cramer Von Mises	Anderson Darling (A - D)	Qui-Quadrado ( $\chi^2$ )
Normal	-117,933	0,116	0,199	0,049	0,391	0,849
Log-Normal	-118,130	0,119	0,205	0,054	0,422	0,945
Beta	-104,742	0,105	0,207	0,047	2,228	0,901
Gama	-118,127	0,113	0,197	0,050	0,390	0,849
Log-Pearson III	-116,858	0,075	0,141	0,019	0,183	0,995
Gumbel	-117,291	0,089	0,170	0,036	0,300	0,977
Weibull	-116,570	0,072	0,140	0,018	0,187	0,995



**Tabela 13.** Critérios da qualidade do ajuste de séries históricas de Radiação Solar, no mês de dezembro no período de 1970 a 2007, à modelos de distribuições teóricas de densidade de probabilidade Normal, Log-Normal, Gama, Beta, Log Pearson III, Gumbel e Weibull.

CRITÉRIOS DA QUALIDADE DO AJUSTE						
Distribuição de probabilidade	Logaritmo da máxima verossimilhança (ln(L))	Kolmogorov-Smirnov (K - S)	Kuiper (K)	Cramer Von Mises	Anderson Darling (A - D)	Qui-Quadrado ( $\chi^2$ )
Normal	-108,616	0,093	0,168	0,030	0,258	0,933
Log-Normal	-108,650	0,088	0,161	0,029	0,276	0,836
Beta	-98,037	0,126	0,236	0,075	2,170	0,779
Gama	-108,731	0,097	0,183	0,034	0,253	0,933
Log-Pearson III	-108,838	0,105	0,194	0,040	0,275	0,933
Gumbel	-110,191	0,155	0,278	0,096	0,599	0,602
Weibull	-108,844	0,167	0,302	0,132	0,778	0,836

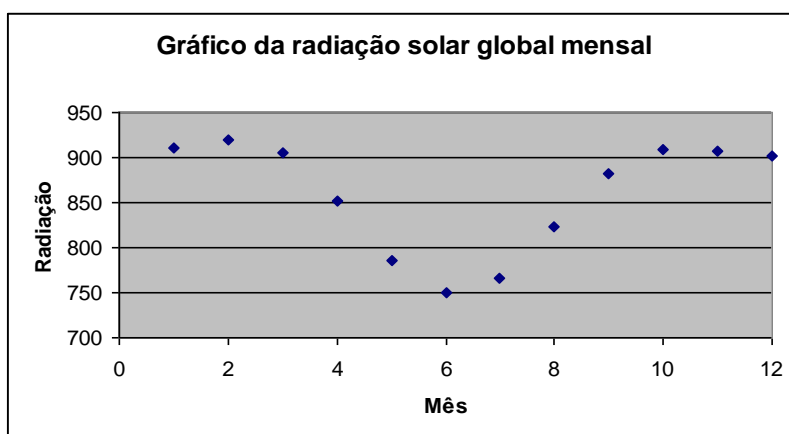


Figura 1: Variação da radiação solar média mensal, em (Cal.cm<sup>-2</sup>.dia<sup>-1</sup>)

## CONCLUSÕES

1. Os dados de radiação solar média mensal se ajustam as distribuições de densidade de probabilidade Normal, Log-Normal, Gama, Log-Pearson (tipo III), Gumbel e Weibull e apresentam melhor ajuste ao modelo da distribuição de probabilidade Normal pela simplicidade do modelo.
2. Todos os critérios de ajustes adotados: Kolmogorov-Smirnov, Qui-quadrado, Cramer Von-Mises, Anderson Darling, Kuiper e o Logaritmo da Máxima Verossimilhança indicaram a aceitação da hipótese  $H_0$  a um nível de probabilidade p-valor  $\geq 0,10$ .
3. O teste de Kolmogorov-Smirnov apesar de apresentar um elevado nível de aprovação, deve ser recomendado nesse estudo para verificar o ajuste de uma distribuição de probabilidade teórica a uma distribuição de probabilidade empírica de radiação solar global média mensal.
4. O Logaritmo da Máxima Verossimilhança devido aos seus valores se mostrou um excelente elemento indicador da aderência das séries históricas, sendo o valor negativo o maior possível o indicativo do melhor ajuste.

## REFERÊNCIAS

- ASSIS, J. P.; NETO, D. D.; MANFRON, P. A.; MARTIN, T. N.; SPAROVEK, G.; TIMM, L. C. Ajuste de series históricas de temperatura e radiação solar global diária às funções densidade de probabilidade normal e log-normal, em Piracicaba, SP. Revista Brasileira de Agrometeorologia, Santa Maria, v. 12, n.1, p. 113-121, 2004.
- BERGAMASCHI, H.; GUARDAGNIN, M. R.; CARDOSO, L. S.; SILVA, M. I. G. **Clima da Estação Experimental da UFRGS e região de abrangência.** Porto Alegre: UFRGS, 2003, 78p.
- BERLATO, M. A. **Modelo de relação entre o rendimento de grãos de soja e o déficit hídrico para o Estado do Rio Grande do Sul.** 1987. 93 f. Tese

- (Doutorado) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 1987.
- BLAIN, G. C.; PIEDADE, S. M. de S.; CAMARGO, M. B. P. de; GIAROLLA, A. Distribuição temporal da precipitação pluvial mensal observada no Posto Meteorológico do Instituto Agrônomo, em Campinas, SP. *Bragantia*, v. 66, n.2. Campinas, 2007.
- BOTELHO, V. A.; MORAIS, A. R. Estimativas dos parâmetros da distribuição gama de dados pluviométricos do Município de Lavras, Estado de Minas Gerais. *Ciência e Agrotecnologia*, Lavras, v. 23, p. 697-706, 1999.
- BURIOL, G. A.; ESTEFANEL, V.; ANDRIOLO, J. L.; MATZENAUER, R.; MARCON, I. A. Condições térmicas para o cultivo do pepineiro na região do baixo vale do Taquari, RS: 1. temperaturas baixas limitantes. *Pesquisa Agropecuária Gaúcha*, Porto Alegre, v. 6, p. 205-213, 2000b.
- CARGNELUTTI FILHO, Alberto; MATZENAUER, Ronaldo; TRINDADE, Júlio Kuhn. **Ajuste de funções de distribuição de probabilidade à radiação solar global no Estado do Rio Grande do Sul**. *Pesq. Agropec. Bras.*, Brasília, v. 39, n. 12, p. 1157-1167, dez. 2004.
- CATALUNHA, M.J.; SEDIYAMA, G.C.; LEAL, B.G.; SOARES, C.P.B.; RIBEIRO, A. Aplicação de cinco funções densidade de probabilidade a séries de precipitação pluvial no Estado de Minas Gerais. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, v.10, n.1, p.153-162, 2002.
- MOTA, F. S.; ROSSKOFF, J. L. C.; SILVA, J. B. Probabilidade de ocorrência de dias com temperaturas iguais ou superiores a 35°C no florescimento de arroz no Rio Grande do Sul. *Revista Brasileira de Agrometeorologia*, v. 7, p. 147-149, 1999.
- MURTA, R. M.; TEODORO, S. M.; BONOMO, P.; CHAVES, M. A. Precipitação mensal em níveis de probabilidade pela distribuição gama para duas localidades do sudoeste da Bahia. *Ciênc. Agrotec.*, Lavras, v. 29, n. 5, p. 988-994, set./out., 2005.
- PRELA-PANTANO, Angélica; ROLIN, G. de S.; CAMARGO, M. B. P. Probabilidade de ocorrência de temperaturas mínimas menores que 5°C na região do médio Paranapanema. *Bragantia*, v. 68, n.1, Campinas, 2009.
- ROSENBERG, N. J. **Microclimate: the biological environment**. New York: Hohn Wiley & Sons, 1974, 315p.
- SAMPAIO, S. C.; CORRÊA, M. M.; SOUZA, M. R.; GUIMARÃES, J. C.; SILVA, A. M. **Precipitação provável para o município de Lavras/MG, utilizando a distribuição Log-Normal**. *Ciênc. E Agrotec.*, Lavras, v. 23, n. 2, p. 382-389, abr./jun., 1999.
- SLATER, P. N. **Remote sensing, optics and optical systems**. Massachussets: Addison-Wesley, 1980. 575p.