Scripta Philosophiæ Naturalis, 14 : 1-36 (2018)

ISSN 2258 – 3335

LA SIGNIFICATION DU CHAOS DÉTERMINISTE, FACTEUR DE PHILOSOPHIE RENOUVÉLÉE DE LA NATURE

Éric BOIS

Tout l'effort consiste à se mettre
en dehors de cette catégorie ordinaire
que l'on appelle les statistiques.

Stephen Spender

RÉSUMÉ. A la base de la quintessence du chaos dynamique, se trouve l'étude approfondie des systèmes dynamiques, systèmes dont l'évolution temporelle est décrite par un nombre fini d'équations déterministes. Plus précisément, le chaos dynamique possède sa source formelle dans la propriété de non-intégrabilité de ces systèmes. Dès lors, sa signification profonde trouve un fondement dans son essence mathématique. Partant, l'article présente une analyse de la signification du chaos qui permet d'instruire et structurer trois différents niveaux : (1) une simple limite de prédictibilité définit un premier niveau, celui d'une imprédictibilité pratique, à défaut d'analyses complémentaires ; (2) une propriété interne à un système dynamique, dûment établie et conduisant à un comportement chaotique, définit un niveau supérieur, celui d'une imprévisibilité signant un comportement particulier du système ; (3) cette propriété interne au système est vérifiée dans le réel représenté par le système, l'imprévisibilité traduit la dynamique immanente de la réalité. A ce niveau le plus fort, le chaos signifie en profondeur un facteur naturel de déploiement et d'auto-exploration des possibilités dynamiques de la nature. De ce fait, l'article met en lumière les éléments d'une articulation cohérente du chaos à la complexité croissante de la nature. En outre, par cette saisie structurée du chaos, l'article montre comment l'intelligibilité du chaos introduit une claire distinction entre déterminisme et prédictibilité. En rompant avec la vieille alternative « hasard ou nécessité », l'épistémologie du chaos déterministe ouvre une voie innovante pour une philosophie renouvelée de la nature, à base de déterminisme ne contenant plus l'impératif de prédictibilité quantitative. Mais l'inférence chaotique est en soi une qualité prédictible du comportement dynamique. L'épistémologie du chaos montre en cela l'aspect qualitatif de la science. Par suite, l'imprédictibilité ne renvoie plus nécessairement à l'indéterminisme. L'empire du hasard perd des parts de territoire, les rapports du déterminisme naturel et de la question de la causalité s'affinent au profit de la compréhension de l'immanence. L'élaboration de la complexité en puissance intervient comme une possibilité sans prédétermination, ni indétermination totale et motrice.

Avant-propos

Prédire, est-ce expliquer? Prédire, décrire, expliquer, que faisons-nous en science? Un ami érudit me disait un jour d'une manière lapidaire et quelque peu désabusée : *« Les anciens définissaient, les modernes décrivent, mais personne n'explique ! »* Le mathématicien René Thom titrait l'un de ses ouvrages : *« Prédire n'est pas expliquer » !* Dans ce sillage poursuivons, observer est-ce comprendre? Finalement, le réel est-il saisissable?

Il est bien connu que le chaos dynamique se manifeste par une limite de prédictibilité, une limitation aux calculs de prédiction. Mais dans ce cas, si selon un lieu commun quelque peu réducteur, la bonne science consiste à faire de bonnes prédictions, alors trouver une limite de prédictibilité, serait-ce trouver une limite à la science!? Aboutir ou produire des affirmations de non-prédictibilité, est-ce s'écarter d'un critère fondamental de science, serait-ce faire de la non science? L'article montre les raisons pour lesquelles la signification du chaos n'est pas réductible à un statut d'imprédictibilité pratique et combien la phénoménologie du chaos cache un déterminisme très fort.

J'eus un jour ouï-dire une assertion impertinente à propos des chercheurs créateurs de chaos : *« C'est de l'esprit sans ordre que naît le génie du chaos! »* Mais la pertinence de cette affirmation s'arrête à son impertinence. La signification profonde du chaos dynamique peut au contraire porter loin notre lecture du réel et considérablement élargir sa compréhension. Notre propos se situe dans le sillage de nos analyses épistémologiques du chaos instruisant des facteurs fondamentaux de *dynamique de la nature.*[1] Il en résulte notamment un renouvellement du rapport *déterminisme — prédictibilité*, propre à enrichir un aspect général de philosophie de la nature…

1. Introduction

1.1. Liminaire

De l'univers de la nature et de son immanence émergent quelques principes et des tendances – plutôt que rien — de sorte qu'une intelligibilité du monde par la science se trouve tout simplement possible. Or, une capacité spécifique de l'esprit humain aux mathématiques, à la physique et aux grandes synthèses conceptuelles ne nous semble pas disqualifier une singulière disposition inhérente de la nature à l'intelligibilité.[2] « Ce qu'il y a d'à jamais inintelligible au monde, c'est que le monde soit intelligible » disait Einstein (1938).

La science incorpore naturellement la notion d'évolution comme loi générique et universelle. La question de savoir si Aristote avait vu ou non la loi générique de l'évolution est certes discutable – *l'évolution entendue ici au sens de principe du changement du simple au complexe.* Cependant, selon ce qu'il est possible de lire des rapports de parenté philosophique entre Aristote et Darwin, et contrairement à des lieux communs, il semble que Darwin ait vu chez Aristote les prémisses de l'évolution[3] : « Linné et Cuvier ont été mes deux dieux, bien qu'à un point de vue entièrement différent, mais c'étaient de simples écoliers à côté du vieil Aristote. »[4]

---

1 *Cf.* Bois (1997, 1999, 2001a, 2001b, 2002a, 2003a, 2006, 2010).

2 Si l'intelligence humaine était sans objet [*i.e.* sans une réalité extrinsèque], n'importe quelle théorie devrait la satisfaire puisque l'épreuve des faits n'aurait jamais lieu (Clavier 2004).

3 *Cf.* Cunningham H.-P.: « L'évolution selon Aristote et Darwin », c.p.

4 *La vie et la correspondance de Charles Darwin*, publié par Françis Darwin, Reinwald Ed., Paris, trad. H.C. de Varigny, 1988, p. 608.

La nature est appréhendée selon Aristote comme principe de mouvement et de repos, mouvement et repos désignant des processus de *déploiement* et d'achèvement, respectivement.[5]

Avec un autre sens des mots, toutefois audible dans le contexte scientifique, nous pensons que le mouvement est véritablement principe de la nature.[6] Certes, la science donne d'accroître la compréhension des mécanismes du réel, mais elle ne consiste pas en une saisie ontologique de celui-ci. Cependant, la science approche sûrement les déterminations particulières de l'être, d'une manière asymptotique. De cette manière peut-être à jamais, mais cela n'est pas rien.

Aujourd'hui, il n'y a unanimité ni sur le contenu exact de la philosophie de la nature, ni sur ses limites, ni sur les idées à repenser.[7] D'autre part, la physique dépourvue en principe de portée ontologique ne se pose pas en philosophie de la nature. Cependant, ainsi l'exprime joliment Espinoza (2010), dans la faible mesure où la science est réaliste et « explique », il lui reste tout de même quelque chose de philosophie de la nature. Notre réflexion se situe dans ce résidus d'étroite amitié entre les deux domaines.

Au demeurant, nous voulons préciser que la science repose sur deux piliers : d'une part, la conception d'un système de connaissances ordonné et formalisé et, d'autre part, la mise en place de relations de causalité liées à une expérimentation systématique.[8] Mais, ainsi le note Vauthier (2004), la science avance aussi par une tension entre les résultats des mesures et les *prédictions* que peuvent en faire les théories…

1.2. Une approche du réel en science

« Le démon de Laplace », ou sa fantaisie, argue qu'il est possible de connaître les valeurs *exactes* des conditions initiales des problèmes et des équations, qu'il est possible de connaître *toutes* les lois de la physique, de formuler *exactement* toutes les équations de mouvement, de résoudre les équations différentielles de tous les systèmes, et enfin de *prédire exactement* le futur à l'aide d'expressions analytiques de forme fermée… Cette idée obsolète de maîtrise absolue de la physique contient implicitement la croyance que tout est prédictible.

Sans dresser un panorama exhaustif de la situation dans tous les champs de la science contemporaine, quelques éléments simples suffisent à exorciser cet espoir de maîtrise et de prédictibilité absolues. Selon un adroit classement de Szebehely (1991), quatre possibilités se présentent en dynamique :

– Des solutions exactes d'équations exactes. *On en trouve au collège et quelques-unes à l'Université!*
– Des solutions approchées d'équations exactes. *Des équations exactes sont améliorées chaque jour!*
– Des solutions exactes d'équations approchées. *Ou comment jouer à trouver des équations qui auront des solutions connues!*

---

5 Le mouvement chez Aristote (*Physique* III) est d'abord une *actualisation* de quelque chose qui se manifeste en vue d'une *forme* définitive.

6 *Cf.* Bois (2002a).

7 *Cf.* Espinoza (2010).

8 Vauthier (2004). L'auteur souligne que le premier pilier est incontestablement dû à une caractéristique de la sagesse hellénique. Mais même si l'auteur fait état de l'usage systématique de l'expérimentation, caractéristique essentielle de la science « moderne » ou Galiléenne, nous ajoutons que le second pilier suppose un cadre conceptuel à la causalité. Or, l'histoire de celui-ci remonte à la philosophie grecque et spécialement avec la théorie aristotélicienne des quatre causes. On trouvera chez Follon (1988) une synthèse pertinente de l'âpre histoire de la causalité à travers ses différentes conceptions et ses grands débats (Pythagoriciens, Platon, Aristote, Bacon, Descartes, Spinoza, Leibniz, Hume…). Dans cette veine, nous avons proposé une extension contrôlée de la causalité usuelle en science (Bois 2000b, 2001c, 2002a).

- Des solutions approchées d'équations approchées. *C'est le quotidien de la recherche en dynamique.* Et l'on pourrait subdiviser à l'infini cette quatrième possibilité avec des équations et leurs variétés de solutions associées qui représenteraient *un peu, beaucoup, pas du tout* la réalité…

Or, pour faire « vivre » en quelque sorte ces équations à représenter un tant soit peu la réalité, il convient de les amorcer avec de bonnes conditions initiales. Mais ces conditions initiales nécessaires à l'intégration des équations, comment sont-elles obtenues? Sont-elles établies par des mesures, des observations, ou bien tirées d'expériences de comportements passés? Quoi qu'il en soit, les conditions initiales sont approximées. C'est la *stabilité dynamique* qui est présupposée ou admise...

Les constantes de la physique réclamées par les équations, quelle est la cause de leur constance, de leur permanence au cours du temps? A travers l'espace? Quoi qu'il en soit, les constantes physiques ont des valeurs approximées. C'est la *stabilité structurelle* qui est présupposée ou admise…

En résumé, comment s'opère les relations entre nous et le système étudié? Au sujet des conditions initiales, nous utilisons des observations, des conjectures, de l'imagination… Le système dynamique intégré ne participe pas à cette variété et à ces choix; notre décision prise, il a ses propres conditions initiales. Au sujet des constantes de la physique, nous utilisons les meilleures valeurs disponibles. Pour le système, tout se passe comme s'il avait les vraies valeurs. Quant à la modélisation, nous utilisons des simplifications et des approximations. Pour le système, tout se passe comme s'il connaissait les vraies lois. Au sujet de la solution, nous utilisons des approximations numériques et analytiques. Le système évolue lui-même.

Autant en convenir, l'exorcisme est consommé : l'on ne « saisit » pas le réel, il s'approche, on l'approche. La science fondamentale est cette voie d'expertise en prise avec les propriétés de la nature, en prise avec un réel récalcitrant qui dicte son altérité au travers, au-delà, au détriment de toutes nos aspirations ou projections de sens et de non-sens. La science est ce chemin performant mais déroutant face à un réel insaisissable qui se laisse pourtant approcher toujours plus, toujours mieux, mais qui, *in fine,* échappe encore.

Il est désormais relativement bien admis, pour le moins expérimenté, que les sciences physiques n'opèrent pas une « saisie » du réel mais bien une approche de celui-ci, incessante en compréhension, croissante en précision, *approche à jamais asymptotique* au réel. Aux notions scientifiques classiques de *réduction, maîtrise, prédictibilité, exhaustivité* se substituent aujourd'hui des notions d'*irréductibilité, d'incertitude, d'imprédictibilité, d'incomplétude…*[9] De plus, si toutes les lois de la physique ne sont pas d'une manière univoque des lois de la nature, il semble bien s'identifier quelques premiers principes à l'intelligibilité mathématique, de sorte que les bonnes *lois approchées* de la nature sont également *asymptotiques* à des propriétés mathématiques bien définies.[10] De ce fait, la nature est « connaissable », bien que non exclusivement, par des propriétés mathématiques qui constituent une armature *formelle* de son intelligibilité.[11]

[9] Au demeurant, cette approche asymptotique du réel par la science s'avère homogène à une attitude d'ouverture à « l'être » qu'aucune définition philosophique ne saurait épuiser… D'où l'intérêt et la primauté d'une science de l'être en tant qu'être, ni confondu à « l'existence » comme généralement en science, ni identifié à « la nature » comme souvent en philosophie de la nature, mais bien l'être indépendamment de ses déterminations particulières, comme juste métaphysique où l'étonnement d'être s'avère premier. Le raisonnement lui succède, ruinant la primauté d'une métaphysique intellectuellement greffée sur la logique.

[10] En matière de systèmes dynamiques, des mouvements célestes en particulier, nous aurons plus loin une illustration significative et exemplaire de cette idée avec l'évolution de la notion de *stabilité dynamique* selon Lagrange, puis Poisson et « finalement » Poincaré–Lyapunov.

[11] Pour un développement de ces réflexions, introduites dans Bois (2002a), le lecteur est invité se reporter à Bois (2012). Voir aussi Boi & Bois (2009).

1.3. L'essence du mouvement, racine de la croissance de la complexité

Rien n'est absolument « figé » de l'infiniment petit à l'infiniment grand, tout y est agitation, changement, évolution, « mouvement » et l'Univers lui-même. Partout, dans l'espace et le temps, à toute échelle, l'Univers manifeste une dynamique permanente, il se produit en « mouvement » permanent.[12] Plus profondément encore qu'il n'y paraît avec l'explicitation de « lois » de l'évolution qui ne sauraient être causes d'elles-mêmes, le fait irréversible de la complexité croissante se greffe sur ce principe du « mouvement » permanent de l'univers de la nature et de la nature de l'Univers. Dans l'Univers et l'Univers lui-même, dans la nature des choses et la nature même de tout ce qui existe, tout est mouvement, et parce que le mouvement est, tout peut changer, tout peut se déployer, tout peut se complexifier.

Mais à présent une question se pose. L'évolution de l'Univers peut-elle s'identifier à la flèche de la complexité croissante *dans* l'Univers? La flèche de la super évolution globale des grandes structures astrophysiques et celle de la complexité croissante de la nature marchent-elles de concert? Dans l'affirmative, comment s'articulent-elles et selon quel rapport de causalité ou d'accidents?

Un éclairage est possible à l'orée de ces vastes questions par une épistémologie du chaos dynamique. Que nous apporte la signification du chaos vis-à-vis de notre lecture du réel? Il serait éloquent de produire aujourd'hui une revue des exemples du seul chaos dynamique se produisant dans l'Univers et ceci à différentes échelles (mécanique céleste du Système solaire, astrodynamique des systèmes planétaires, dynamique stellaire, dynamique galactique…). Du reste, cet effort est accompli, du moins en partie, à l'occasion des exposés d'introduction des colloques spécialisés ayant trait au chaos. Mais la haute multiplicité des situations célestes où le chaos intervient conduit désormais à cerner les grandes lignes fédératrices et génériques du chaos dynamique comme processus à l'œuvre dans la nature. Que peut-il nous indiquer quant à la morphogenèse du mouvement céleste? Quel comportement particulier du monde physique signifie-t-il ? Au demeurant, le chaos a-t-il partie liée avec le hasard? Quelles sont ses relations à un principe de complexité de la nature? Comment à partir de la science contemporaine du chaos peut-on *in fine* contribuer à construire – *i.e.* à reconstruire – un pan de philosophie de la nature? Il est en effet à découvrir combien le chaos dynamique porte profondément l'essence renouvelée d'une dynamique de la nature…

1.4. Les cadres d'étude théorique du chaos

Avant toute chose, il convient de signaler que le sens scientifique du mot « chaos » ne coïncide pas avec le sens mythologique du mot (vide ou confusion précédant la création du monde, tohu-bohu) et s'il traduit son sens figuratif ordinaire (désordre complet ou confusion extrême, bouleversement, trouble…), c'est, comme nous le verrons, seulement en apparence. De plus, sans doute aussi en raison du succès de la théorie du chaos et de la recherche de son usage tout azimut, d'autres variations sont venues élargir la confusion… En réalité, le chaos est désormais un « objet » éminemment pluridisciplinaire; il se dit dans un registre particulier (théorique ou expérimental, système conservatif ou dissipatif…) et le registre n'épuise pas tout ce qui peut se dire sur le chaos. Aussi, au préalable de cette étude qui ne saurait constituer une traversée transdisciplinaire, l'on pourrait choisir de baliser le terrain en signalant explicitement quelques confusions et contresens entourant la notion de « chaos ». Cependant, compte tenu d'une part

---

12 Est-ce que l'existence même de l'Univers ne dépendrait pas précisément du fait qu'il est en mouvement? Cette question exprime le problème central autour duquel gravite la réflexion de notre ouvrage *« L'Univers sans repos ou l'essence première du mouvement »* (Bois 2002a).

de l'existence d'ouvrages dédiés au chaos,[13] et d'autre part de nos analyses précédentes,[14] nous ferons l'économie d'un tel préambule comme d'un historique à spectre large.

En revanche, il convient de distinguer les méthodes d'approche du chaos et les caractéristiques de celui-ci. Si les méthodes d'investigation peuvent dépendre des diverses propriétés des systèmes ou bien des théorèmes utilisés, ou bien encore des techniques de mise en évidence, l'essence du chaos doit se retrouver dans ce qui le fonde et le caractérise. Or, si le chaos peut résulter d'équations différentielles de forme fermée, il possède assurément une intelligibilité dans une propriété mathématique spécifique dont il serait la conséquence. L'on trouve une telle propriété dans les travaux fondateurs d'Henri Poincaré remontant à la fin du XIXe siècle.[15] L'auteur des *Méthodes Nouvelles de la Mécanique Céleste* démontre que la plupart des systèmes dynamiques ne sont pas *intégrables* et sont par conséquent susceptibles de comportements impliquant des trajectoires irrégulières (dites *chaotiques* par la suite). A l'instar de ses illustres prédécesseurs du XIXe siècle (de Cauchy à Weierstrass…) qui avaient développé des méthodes de résolution des équations différentielles basées sur des critères de validité locale, Poincaré développe une étude qualitative des équations différentielles à partir d'une analyse topologique privilégiant l'intuition géométrique. Son étude qualitative nous offre une notion centrale, majeure et décisive d'intégrabilité et de non intégrabilité des équations. La caractérisation globale des solutions en dépend. Ainsi les lectures actuelles des sections de Poincaré traduisent des résultats globaux obtenus par Poincaré pour connaître l'allure générale des courbes solutions et leurs dispositions relatives. Les outils et concepts forgés par Henri Poincaré constituent le cadre théorique des recherches actuelles sur les systèmes dynamiques et le chaos.[16]

A noter que c'est à Birkhoff, poursuivant amplement l'approche topologique de Poincaré, que revient la dénomination de « systèmes dynamiques ».[17] Bien entendu depuis Poincaré, d'autres approches décisives du « phénomène chaos » ainsi que de multiples contributions majeures jalonnent le XXe siècle.[18] En fait, il convient d'observer que la lente et sinueuse constitution de l'immense corpus relatif à la théorie du chaos ne s'est pas levée d'une seule pâte. Il conviendrait de l'articuler au développement de la théorie ergodique, au fondement axiomatique de la théorie des probabilités, au développement de la théorie des processus aléatoires et de fait à « l'établissement de ponts entre les descriptions déterministes et stochastiques des systèmes ».[19] Mais il demeure que « cette longue histoire sur près d'un siècle n'aboutit pas à une théorie générale des phénomènes chaotiques, car elle fut en fait une recherche de cas d'existence de ces phénomènes, sans véritable stratégie d'ensemble, ce qui explique son caractère tortueux. »[20]

Or, et tel sera notre « rail épistémologique », la quintessence du chaos trouve une source d'intelligibilité dans l'étude approfondie des systèmes dynamiques. Par définition, les *systèmes dynamiques* sont des systèmes dont l'évolution temporelle est décrite par un nombre fini d'équations *déterministes*. Ces systèmes dynamiques sont dits *conservatifs* ou *dissipatifs* suivant que l'énergie totale se conserve ou se dissipe (par perte ou par transfert). Nous l'expliciterons plus loin, les systèmes dynamiques conservatifs se caractérisent – et ceci rend

---

13 *e.g.* Ekeland (1984, 1995); Gleick (1989); Ruelle (1991).

14 *e.g.* « Le chaos, sens, contresens et cohérence » (Bois 1997); Bois (1999).

15 *Méthodes Nouvelles de la Mécanique Céleste*, Poincaré (1892, 1893, 1899).

16 Voir par exemple Chabert et Dahan Dalmedico (1991).

17 Et à Smale la formulation d'une théorie topologique générale des systèmes dynamiques.

18 *Cf.* les travaux d'Andronov, Anosov, Arnold, Chirikov, Feigenbaum, Kolmogorov, Lorenz, Lyapunov, Ruelle, Sinaï, Smale, Takens, van der Pol et tant d'autres.

19 Comme l'exprime très justement Simon Diner dans son remarquable lexique *(communication personnelle),* Kolmogorov – tout particulièrement – « développe sans cesse l'idée d'une étude parallèle de la complexité dans les phénomènes déterministes et de la régularité dans les phénomènes aléatoires ».

20 *Cf.* S. Diner, *ibidem.*

spécifique leur étude – par l'existence de points fixes (stables et instables) dans *l'espace des phases*[21] et de solutions *quasi-périodiques* autour des points stables.

Les systèmes dynamiques, conservatifs et dissipatifs, demeurent formellement déterministes.[22] En revanche, pour les systèmes stochastiques, le déterminisme et une certaine figuration du hasard peuvent être volontairement et astucieusement mêlés, ouvrant le champ pour des combinaisons heuristiques entre le chaos et l'action de fluctuations aléatoires. Il reste que les systèmes conservatifs, dissipatifs et stochastiques, constituent habituellement les trois différents supports d'étude théorique des comportements des systèmes potentiellement chaotiques.

Les systèmes dynamiques étant *déterministes* et suffisants pour produire du chaos,[23] ils se présentent comme étant les plus sobres et les plus économiques – en particulier les systèmes conservatifs – pour cerner de façon sûre la « traçabilité » du chaos, c'est-à-dire les ingrédients stricts « qui font » du chaos.[24] Or, il s'agit pour nous d'interroger le rapport de l'impossibilité à produire des prédictions vis-à-vis de l'imprévisibilité réelle et intrinsèque. En nous situant initialement dans le cadre des systèmes dynamiques *conservatifs,* nous verrons qu'il existe néanmoins différents niveaux de signification du *chaos déterministe* qui éclairent et structurent la portée philosophique du chaos.

Classiquement, le déterminisme suppose la prédictibilité. Par conséquent, dans le contexte du déterminisme ordinaire, la causalité recoupe implicitement la faculté de prédictibilité ordinaire. Dès lors, l'on pourrait s'interroger sur ce que devient la simplicité de la causalité usuelle lorsque le déterminisme s'affranchit de la notion de prédictibilité? Ce point est en dehors de notre propos, mais l'on pourra consulter avec grand intérêt la thèse d'Espinoza (2006) où le *déterminisme causal* est affirmé comme premier principe de l'intelligibilité naturelle. Au demeurant, la saisie d'un déterminisme naturel et la vérification d'une causalité usuelle participent d'un lien de parenté qui ne saurait signifier leur équivalence de principe.[25]

In fine, l'analyse de l'essence mathématique du chaos, située en amont de ses diverses caractéristiques rapportées ou subordonnées à ses protocoles de mise en œuvre, suffit à instruire et structurer *trois niveaux* de signification constitutive du chaos. Le niveau le plus profond ouvre une voie de philosophie réaliste dotée d'un déterminisme naturel n'impliquant plus la capacité épistémique de prédictibilité ordinaire. Les conséquences quant à l'immanence sont fort nombreuses, ainsi que le rapport du chaos à la complexité croissante de la nature…

1.5. La dynamique et les systèmes dynamiques

De l'infiniment petit à l'infiniment grand, tout dans l'Univers, et l'Univers lui-même, se produit en mouvement et en mouvement permanent. Tout se meut et se transforme comme si l'essence première du « mouvement » était un principe d'être co-extensif de l'existence même de la nature de l'Univers et de l'univers de la nature (Bois 2002a). La Dynamique, comme *science du mouvement,*[26] s'est donnée pour programme la compréhension pleine et causale des mouvements de la nature, en particulier les mouvements macroscopiques.

---

21 *Espace des phases* (en dynamique) : espace où le corps étudié est repéré par ses positions et vitesses (dans l'espace ordinaire, *i.e. l'espace de configuration,* il ne l'est que par ses seules coordonnées de position). En général, une coupe tracée dans l'espace des phases signifie que l'on a balayé une grande variété de conditions initiales de positions et vitesses.

22 La modélisation mathématique d'un système dynamique dissipatif ne retient en général que la partie moyenne de la dissipation, ignorant les fluctuations restantes.

23 Ainsi le problème des 3 corps : sa mise en équations demeure étonnamment simple compte tenu de l'enseignement dont il est porteur.

24 Notamment par rapport aux systèmes stochastiques.

25 Voir notre Appendice en fin d'article.

26 Certes avec un sens plus mécaniste, revisité dans Bois (2002a).

A ce titre, l'*astrodynamique* est dédiée aux multiples mouvements célestes du cosmos, de l'échelle planétaire à l'échelle galactique et au-delà. En particulier et traditionnellement, la dynamique des corps célestes du Système solaire (planètes et petits corps, astéroïdes, comètes et météores), associé à la dynamique globale de ce système dans son ensemble, traduit le champ propre de la *mécanique céleste.* Or, depuis une douzaine d'années environ, l'on détecte des planètes en dehors de notre Système solaire. Ces planètes extrasolaires sont en orbite autour d'autres étoiles que notre Soleil et arborent des caractéristiques astrométriques surprenantes (*e.g.* des planètes géantes proches de l'étoile centrale et en révolution sur des orbites à grandes excentricités…). Avec deux, trois, voire quatre planètes géantes proches, ces nouveaux systèmes planétaires « serrés » que l'on aurait pu penser hautement instables tiennent en fait leur *stabilité dynamique* de mécanismes inédits finement ajustés. De la sorte, la dynamique des systèmes célestes s'est aujourd'hui étendue à un nouveau laboratoire naturel où il est frappant de constater la prouesse ou « l'imagination » des possibilités dynamiques de la nature (Bois *et al.* 2003; Dvorak *et al.* 2004; Gayon & Bois 2008a, 2008b, 2009; Gozdziewski *et al.* 2001; Kiseleva-Eggleton *et al.* 2002a, 2002b, 2003). Les systèmes planétaires traduisent l'une des classes de l'immense variété des systèmes dynamiques.

La dynamique est nécessairement sous-tendue par un principe de gravitation (Newtonien ou Einsteinien). La relation dynamique résultante se présente, depuis la loi dite de la gravitation « universelle », comme l'archétype mathématisé de la relation causale.[27] En effet, celle-ci s'est dotée d'une tournure « plus physique » par la double invention du calcul différentiel et des premières lois de la dynamique où le temps, définit *in abstracto* comme paramètre d'évolution, s'inscrit dans les équations du mouvement. Ainsi la deuxième loi de Newton, en établissant une relation analytique entre la force appliquée sur un corps et l'accélération de sa trajectoire, relie une cause – en l'espèce, la force – et un effet – en l'espèce, la variation de mouvement du corps – selon une relation différentielle impliquant un intervalle infinitésimal d'instants.[28] Dès lors, l'ordre de la *causalité différentielle* se prête à la modélisation physico-mathématique et celle-ci ne peut laisser aucune prise au scepticisme Humien quant à la coïncidence : les mêmes causes produisent les mêmes effets, à volonté… Plus généralement, les principes de causalité usuelle en science fondent la *modélisation scientifique* et ses performances.[29] Il est de l'effort de la modélisation de représenter les relations de causes à effets comme d'en éprouver la reproductibilité et la précision face à des conditions d'expériences adéquates. De fait, l'ordre de la causalité, *versus* celui de la coïncidence, c'est bien celui de la science.

2. Le Système solaire

Le Système solaire tient pour exemple mythique de régularité céleste. Cependant, qui n'a pas lu ou entendu dire qu'il était en fait « chaotique », rompant de fait avec l'idée sous-entendue de régularité ? L'examen de différentes propriétés (existence d'une limite de prédictibilité, durée de stabilité, chaos…) nous aidera à dissiper l'équivoque, tout en approchant la face cachée du

[27] Il reste que cet archétype, comme presque toute la physique contemporaine, ne contient pas la flèche du temps. Celle-ci demeure induite et toutefois corroborée par le fait de *l'irréversibilité* que l'on appréhende, par exemple, dans les systèmes dynamiques dissipatifs.

[28] L'exemple se déclinerait autrement en relativité générale où la notion de force n'existe plus : la gravité est une propriété de l'espace-temps. Ainsi selon une synthèse fameuse de John A. Wheeler, *l'espace-temps courbe* indique aux particules comment se mouvoir et la matière indique à l'espace-temps comment se courber. Pour Einstein, l'espace-temps courbe est la gravité. Le contraste est frappant avec la vision Newtonienne où la force indique à la masse comment s'accélérer $(F = m \times a)$ et la masse indique à la gravité comment exercer une force $(F = GMm/r^2)$. L'inertie résiste à l'accélération relativement à l'espace qui agit sur les objets, mais les objets n'agissent pas sur l'espace.

[29] Une explicitation du contenu, du fonctionnement et de la puissance interactive de la notion de *modèle scientifique* est développée au premier chapitre de notre ouvrage (Bois 2002a).

déterminisme.

Les planètes du Système solaire suivent, en première approximation, les lois de Kepler. Cela signifie qu'il est possible de construire un premier « état des lieux » du Système solaire, à la manière d'un puzzle, en supposant tour à tour le mouvement de chaque planète comme si celle-ci était seule à tourner autour du Soleil. Chaque orbite est alors elliptique, fixe et invariable et suit parfaitement les lois de Kepler. Autrement dit, la dynamique du problème des deux corps constitue l'archétype primaire de la structure dynamique du Système solaire.[30] Le problème des deux corps est *intégrable* et cet archétype constitue une solution parfaitement périodique, en l'occurrence une orbite Képlérienne. Bien entendu, les interactions gravitationnelles entre les planètes viennent bousculer ce bel édifice. Les intégrales premières du mouvement sont perdues et notre simple assemblage de problèmes à deux corps devient un authentique problème à N corps. Or, depuis les travaux fondateurs d'Henri Poincaré à la fin du XIXe siècle, nous savons que les trajectoires du problème des N corps (avec $N > 2$) sont susceptibles d'être *irrégulières,* c'est-à-dire *chaotiques.* Qu'est-ce à dire exactement ?

Avant de revenir sur la compréhension de la situation dynamique du Système solaire pris en tant que problème à N corps, considérons l'effet des interactions planétaires sur les trajectoires consécutives de la Terre. La Figure 1 représente une série de ces trajectoires consécutives, constituant dans l'espace de configuration, tour après tour, l'amorce d'un tore.[31] Sans les interactions mutuelles des planètes, l'épaisseur de ce tore se réduirait à une simple ellipse, fixe et invariable, tour après tour reproduite. Mais avec l'action des perturbations planétaires, le volume du tore (Fig.1) reste toutefois relativement fin et sa constitution confinée et régulière; les trajectoires successives s'enroulant en quelque sorte autour de l'orbite périodique de base. A défaut de périodicité stricte, les trajectoires restent *quasi-périodiques.*[32] Et de plus, l'on peut aussi concevoir qu'une orbite Képlérienne, issue du problème des deux corps, puisse constituer une bonne orbite moyenne pour une théorie des perturbations.

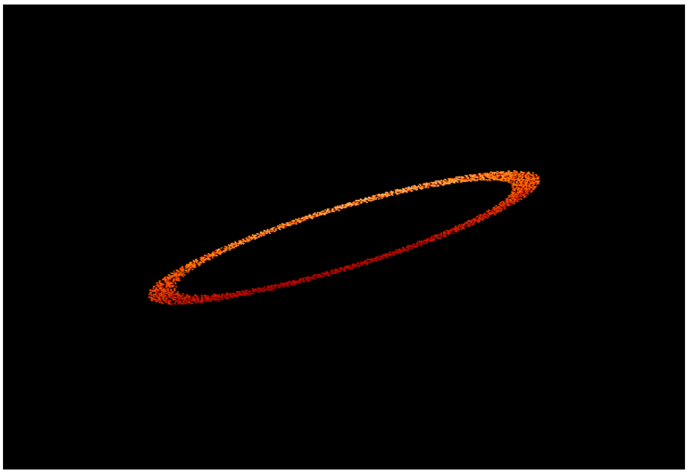

Fig. 1. Tore 3–D de la Terre (une centaine d'orbites).

[30] Plus globalement, la structure dynamique du Système solaire peut s'apparenter à un système multi-pendulaire multi-résonant…

[31] Les Figures 1 et 2 sont issues du modèle SONYR©E.Bois-CNRS-Cassiopée (Spin-Orbit N-body Relativistic model) d'intégration du Système solaire (Bois & Vokrouhlicky 1995, Bois & Girard 1999, Bois 2000a, Bois & Rambaux 2007). La Figure 1 ne contient qu'un très petit nombre d'orbites, soit une centaine, en vue d'une comparaison cohérente avec la Figure 2. D'intégration relativiste ou non, les Figures 1 et 2 seraient visuellement les mêmes.

[32] Nous reviendrons sur cette notion de quasi-périodicité.

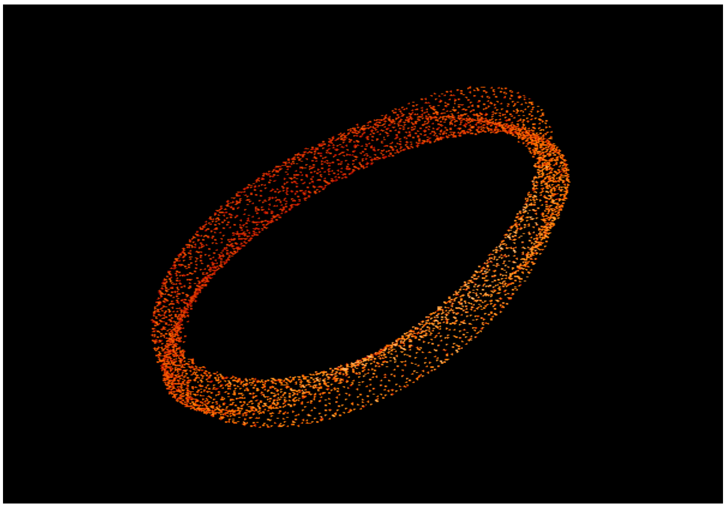

Fig. 2. « Tore » 3–D de la Lune (une centaine d'orbites).

Ce point précis — une orbite moyenne Keplérienne — ne va plus de soi dans le cas du développement d'une théorie du mouvement de la Lune. Considérons alors le système constitué par le Soleil, la Terre et la Lune, de masses ponctuelles, en interactions gravitationnelles. Pour ce système, la trajectoire de la Lune, cumulée tour après tour autour de la Terre, donne la formation du « tore » 3-D représenté en Figure 2. L'on appréciera la complexité de sa géométrie spatiale en forme de couronne torsadée. L'on comprend ici pourquoi il eut été inapproprié de chercher une bonne théorie de la Lune en perturbant une orbite Keplérienne. Le mouvement orbital de la Lune autour de la Terre s'écarte rapidement et fortement d'une orbite Keplérienne. La présence du Soleil vient rompre la simplicité d'une représentation moyenne prévue pour le problème des deux corps.

La Lune inaugure le fameux problème des trois corps et, pendant plus de deux siècles (XVIII et XIXe siècles), la théorisation de son mouvement constituera la difficulté majeure de la Mécanique Céleste appliquée. Cela étant, le mouvement de la Lune garde lui aussi des propriétés de quasi-périodicité, mais dans un domaine de stabilité à la structure topologique plus complexe (*cf.* Fig. 2). Ces propriétés justifient qu'il fut néanmoins possible, bien que plus difficile, de développer des théories analytiques ou algébriques et de produire ainsi des éphémérides, au sens très prédictif du terme. Aux XVIII et XIXe siècles en effet, bien des méthodes de navigation étaient basées sur l'observation de la position apparente de la Lune par rapport aux étoiles. La navigation maritime avait donc besoin de tables précises du mouvement de la Lune. Les recherches sur le mouvement de la Lune furent ainsi stimulées par les amirautés maritimes et contribuèrent très largement à l'essor de la Mécanique Céleste dans son ensemble.[33]

Or, le problème des trois corps demeure l'exemple non seulement historique mais encore emblématique d'un problème aux équations simples, et pourtant suffisant pour produire du chaos ! Il suffit de considérer 3 points matériels de masses m_i à des distances mutuelles r_{ij}, soumis selon une loi de force Newtonienne au potentiel mutuel U tel que :

$$U = \frac{m_1 m_2}{r_{12}} + \frac{m_1 m_3}{r_{13}} + \frac{m_2 m_3}{r_{23}} \quad (1)$$

[33] L'on peut citer les travaux des mathématiciens Euler, Clairaut, d'Alembert, Lagrange et Laplace ainsi que les trois premières grandes et désormais mythiques théories de la Lune : celles d'Hansen, de Delaunay et d'Hill-Brown.

Le grand mathématicien et physicien Henri Poincaré montrait à la fin du XIXe siècle qu'un tel problème des trois corps en interaction gravitationnelle pouvait avoir des solutions impliquant des trajectoires *irrégulières,* c'est-à-dire ni périodiques, ni quasi-périodiques.[34] Par conséquent, pour ces trajectoires, le calcul des prédictions de positions est mis à mal. Pour illustrer ce phénomène de perte de prédictibilité, poursuivons l'étude du système à trois corps précédent, Soleil, Terre et Lune de masses ponctuelles. Mais considérons ce problème dans les conditions particulières où les interactions gravitationnelles sont réduites au champ du Soleil s'exerçant sur le couple Terre-Lune, lui-même en interaction mutuelle.[35] Et sous cette configuration, intéressons-nous au mouvement de la Lune.

Mais une seule solution issue d'une seule intégration numérique des équations du problème, à partir d'un seul jeu de conditions initiales, ne donnerait qu'une seule trajectoire faite des positions successives de la Lune en fonction du temps. Cette trajectoire isolée selon une vue particulière et limitée serait incapable de nous renseigner sur la diversité d'avenir à long terme de ses propriétés. Il nous faut une vision globale de la variété des comportements dynamiquement possibles. Il nous faut donc produire *n* trajectoires ou solutions, par *n* intégrations du même système d'équations à partir d'un large balayage des conditions initiales. Or, grâce aux travaux de géométrie globale de Poincaré, nous savons que la connaissance des propriétés des trajectoires s'obtient par la *géométrie des structures* que forment les points d'intersection des trajectoires, tour après tour, dans un même plan de coupe convenablement choisi. Il s'agit d'une *section de Poincaré.*[36]

La Figure 3 exprime ainsi la variété des trajectoires possibles de la Lune dans les conditions de notre problème. Le plan de cette section est orthogonal au plan de l'orbite périodique qu'aurait la Lune en l'absence du Soleil (problème intégrable des deux corps). Ce plan, contenant le Soleil et le barycentre Terre-Lune, est en mouvement uniforme autour du Soleil. Ce plan est donc traversé par la Lune, tour après tour, dans son mouvement autour de la Terre. De la sorte, chaque point ne traduit pas la position du corps quelque part sur son orbite mais la *signature* d'une trajectoire orbitale tour après tour. Les interactions mutuelles de ce problème à trois corps associées au balayage d'une variété de conditions initiales (positions et vitesses) font que les points ne se cumulent pas aux mêmes endroits de l'espace des phases, loin s'en faut. Si l'on s'était limité aux conditions initiales strictes de la rotation synchrone de la Lune autour de la Terre,[37] un tel diagramme ne produirait que des îles de librations stables, sous forme de courbes fermées imbriquées. En s'écartant un peu de ces conditions initiales particulières, l'on obtient la coupe représentée en Figure 3 et sa variété de structures (voir légende Fig. 3).

Observons la répartition des points obtenus. Au cours de la simulation, des points aux conditions initiales successives se répartissent de manière ordonnée, en formant *in fine* des *structures régulières;* ils traduisent des trajectoires régulières. D'autres points semblent remplir toute une région du plan de manière désordonnée et aléatoire. La prédictibilité est perdue. Des conditions initiales, aussi voisines que l'on veut, provoquent dans ces régions des points non seulement éloignés les uns des autres, mais ne constituant, tour après tour, aucune structure particulière. Les trajectoires correspondantes, dites *irrégulières,* sont exponentiellement divergentes les unes des autres. C'est un comportement *chaotique.*

---

34 Poincaré (1892, 1893, 1899).

35 Il s'agit du problème de Hill (voir par exemple Hénon 1969).

36 *Section de Poincaré* (ou surface de section) : intersections successives d'une trajectoire, tour après tour, avec un plan de coupe spécifique (plus généralement une surface). Chaque point, aux coordonnées prélevées dans l'espace des phases, est la signature d'une trajectoire qui a traversé le plan.

37 La période de révolution orbitale de la Lune est la même que sa période de rotation sur elle-même; c'est une résonance spin-orbite 1:1. Il en résulte que la Lune nous montre toujours la même face. A noter qu'il y a résonance dès lors qu'il existe des rapports de commensurabilité entre différentes périodes de mouvements d'un même système.

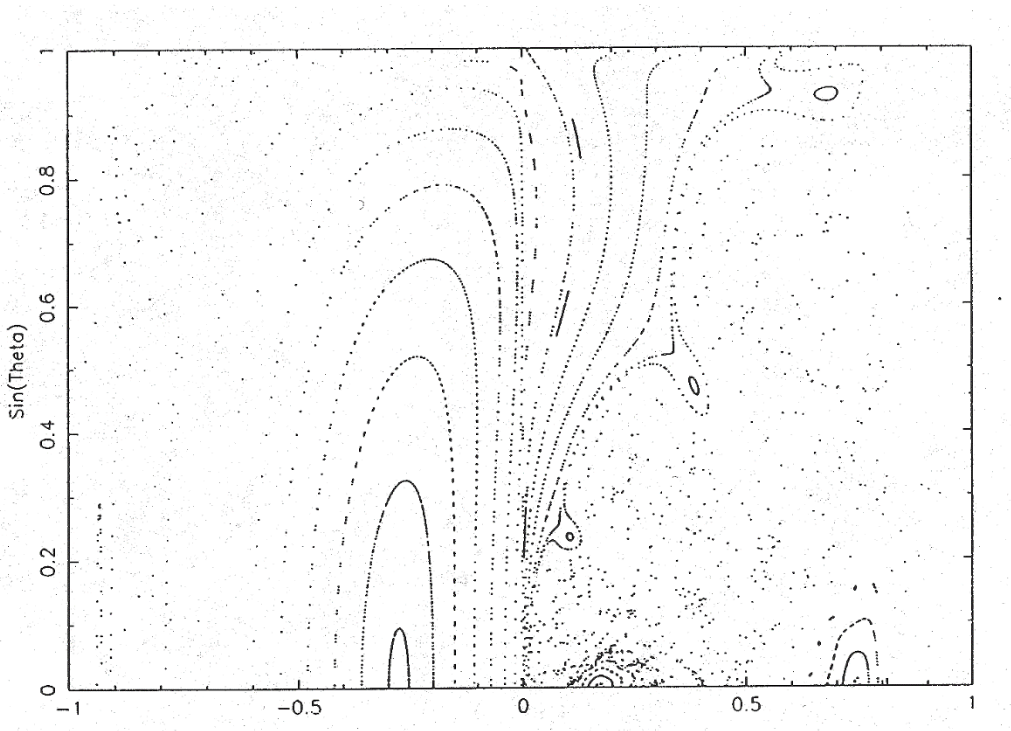

Figure 3. Surface de section du problème de Hill pour une valeur de la constante de Jacobi $C = 9.00$. Les orbites sont dites *régulières* ou *irrégulières, i.e. chaotiques,* selon la répartition respectivement ordonnée ou désordonnée des points successifs. Les orbites sont rétrogrades ou directes pour des abscisses respectivement négatives ou positives (axe horizontal x). Les îles, sous forme de structures fermées, représentent des orbites quasi-périodiques stables.

Cette Figure est extraite de l'*Atlas of the Circular Planar Hill's Problem* par Chauvineau et Mignard (Édition restreinte, Observatoire de la Côte d'Azur, janv. 1991).

En observant plus particulièrement les régions désordonnées de la section (Fig. 3), régions appelées *zones chaotiques*, les points apparaissent dispersés au hasard. Pour le moins, le chaos présente l'apparence du hasard ! La question immédiate est la suivante : comment des systèmes dynamiques obéissant à des lois complètement déterministes, ne comportant aucun élément aléatoire, pourraient néanmoins avoir une évolution apparemment indiscernable d'un mouvement erratique !? Comment comprendre cette apparence ?

En principe, les systèmes dynamiques sont déterministes au sens où des prédictions peuvent être faites pour toute date dans le temps. Ces prédictions ne sont pas nécessairement pleines de sens, mais dans les calculs, le *déterminisme* signifie que la succession temporelle de deux états de mouvement se fait d'une manière *unique.*[38] En pratique, des déviations sont amplifiées exponentiellement dans ces régions dites chaotiques de telle sorte que les positions ne sont plus prédictibles. Les systèmes dynamiques, bien que déterministes, ne sont plus alors totalement prédictibles.

Mais quelles peuvent être les raisons de ces déviations ? Faut-il les attribuer aux formulations approchées des équations de mouvement ? Aux erreurs dans les conditions initiales ? Aux erreurs numériques (d'arrondis et d'intégrations) ? Bref, sommes-nous en présence de l'effet de l'ordinateur : le résultat représente-t-il la dynamique du problème ou bien l'ordinateur ?

---

38 Définition à comparer avec celle d'un *déterminisme absolu,* ou *Laplacien,* qui voudrait que le passé et le futur puissent découler d'une manière unique du présent. Voir un complément de la définition du texte dans l'Appendice de fin d'article…

Plus singulièrement, une autre question se pose. Comment comparer le résultat à des observations ? Le résultat, représente-t-il la dynamique du système ou bien traduit-il vraiment la dynamique d'une réalité possible ? Cette question tout à fait classique, liée au rapport usuel entre des équations et la réalité, ne prend-elle pas une tournure particulière en cas de conclusions "non-régulières" ?

3. Le chaos par propriété de non-intégrabilité

3.1. L'intégrabilité au sens de Poincaré

Dans ses *Méthodes Nouvelles de la Mécanique Céleste*, Henri Poincaré ne se limite pas au cas du problème des trois corps. Il démontre que la plupart des systèmes dynamiques ne sont pas « intégrables » et sont par conséquent soumis à ce type de comportement dit *chaotique*. Quelle est donc cette propriété de non-intégrabilité ? Comment peut-elle engendrer un comportement de type chaotique ?

Un système est dit *intégrable,* au sens de Poincaré, s'il possède une intégrale indépendante du mouvement pour chacun de ses degrés de liberté.[39] Cette intégrale est dite « intégrale première » et elle correspond à une loi de conservation d'une grandeur de la physique (par exemple l'énergie totale ou le moment angulaire). La fonction $F(x_j, t) = C$ est une intégrale première d'un système dynamique représenté par les équations différentielles du mouvement $\dot{x}_i = G_i(x_j, t)$ si, le long de toute trajectoire, la relation suivante est satisfaite :

$$\frac{dF}{dt} - \sum_i \frac{\partial F}{\partial x_i} G_i - \frac{\partial F}{\partial t} = 0 \qquad (2)$$

En fait, la définition originale de la non-intégrabilité, donnée par Poincaré en 1892, fait état qu'il ne peut exister, pour le problème gravitationnel des N corps avec $N \geq 3$, d'autres intégrales analytiques et globalement valides outre celles de l'énergie, du moment angulaire et du barycentre de masse. Par conséquent, les trajectoires résultantes du problème des N corps (où $N > 2$) sont susceptibles d'être irrégulières, c'est-à-dire (i) qu'il existe une variété de conditions initiales pour lesquelles le système est *chaotique* et (ii) l'évolution temporelle du système menace à plus ou moins long terme de *basculer dans le chaos.* La première clause est une propriété « en acte », la deuxième une propriété « en puissance ».

La situation s'est ensuite en quelque sorte stratifiée avec la démonstration du fameux théorème KAM.[40] Ce théorème exprime en effet que, sous des perturbations suffisamment faibles, un mouvement intégrable reste dans une large mesure régulier. Bien que les intégrales globales n'existent plus en vertu du théorème de Poincaré, une forte proportion de solutions gardent des propriétés voisines des solutions du cas intégrable. Le théorème KAM, en montrant que les trajectoires restent confinées dans un certain voisinage, statue qu'il existe un *domaine de stabilité* autour de la trajectoire périodique de base du problème intégrable. Le faisceau de trajectoires consécutives reste ainsi confiné dans un domaine borné, en l'occurrence sous forme de tores à la surface desquels se déploient des solutions quasi-périodiques. Il existe en définitive une relation objective entre les notions de *quasi-périodicité* et de *stabilité dynamique*.

La stabilité au sens de Lagrange correspondait à la stricte périodicité de la trajectoire; au sens de Poisson, elle se suffit d'un certain voisinage par rapport à la position initiale. Au sens

---

39 A noter que les problèmes à un seul degré de liberté sont intégrables.

40 Les versions fondatrices de ce théorème ont été obtenues par Kolmogorov (1954), Moser (1962) et Arnold (1963).

de Poincaré-Lyapunov, elle concerne désormais l'écart entre une trajectoire périodique et les trajectoires voisines; si l'écart se maintient, la trajectoire est stable. Dans les systèmes conservatifs, des orbites quasi-périodiques restent toujours confinées dans certaines limites, en ce sens elles sont *stables.*

Mais en raison de la deuxième clause corollaire du théorème de Poincaré, il existe toutefois une *limite temporelle à la durée de stabilité* des solutions quasi-périodiques d'un système dynamique non-intégrable. Nous comprenons dès lors le cas du Système solaire pour lequel la durée de stabilité, bien que considérable, est limitée dans le temps, environ une à deux centaines de millions d'années.[41] Il ne s'agit pas en outre d'une durée nominale de stabilité, générique pour tout système planétaire. Loin s'en faut. Les systèmes de planètes extrasolaires évoqués plus haut s'avèrent généralement irréductibles au problème des deux corps et leur durée de stabilité est de ce fait beaucoup moins longue.

Si la stabilité du Système solaire est limitée dans le temps, elle l'est aussi dans l'étendue de son espace des phases traduisant l'ensemble des valeurs possibles des paramètres orbitaux des planètes. Due à la proximité inévitable de résonances et de leurs entrelacements, co-existent des zones chaotiques dans l'espace des phases du Système solaire, aux voisinages de certains de ses paramètres actuels, notamment de ceux de Saturne…[42]

3.2. De la non-séparabilité à la non-intégrabilité

A présent, il est utile d'approcher, de cerner les particularités mathématiques qui participent à la vertu de non-intégrabilité d'un système d'équations différentielles. La propriété de base, incontournable des systèmes dynamiques non-intégrables, est la *non-linéarité.* Au moins un monôme non-linéaire s'avère indispensable dans le système d'équations. S'il est possible de considérer schématiquement un système dynamique comme un système de parties inter-agissantes dont l'évolution est soumise à une phénoménologie déterministe (*e.g.* la gravitation), l'on comprend que les interactions entre les parties puissent, par non-linéarité, modifier les rapports de proportions dans les relations de causes à effets. L'effet d'une cause particulière est aussi le reflet de ces interactions. Mais tout système non-linéaire n'est pas nécessairement non-intégrable.[43] La non-intégrabilité est quelque chose de plus.

Supposons un système non-linéaire mais intégrable. Celui-ci peut être mathématiquement transformé sous quelques contraintes – par un jeu astucieux de changements de variables – en un système de parties mutuellement isolées. Cela n'est plus possible dans le cas d'un système non-intégrable. Un tel système n'est plus décomposable ou séparable en parties isolées sans interaction ou sans couplage. Pour prendre une métaphore simple, le principe évoqué est un peu traduit par le sens d'une phrase qui exprime non seulement davantage que la somme des sens de chacun des mots qui la compose (non-linéarité) mais dont la saisie du sens, c'est-à-dire son intégration, n'est pas toujours réductible à un algorithme (dépendance au contexte, ton, humour, etc.).

Mais poursuivons selon un exemple d'astrodynamique. Prenons le problème de l'intégrabilité des équations de la rotation d'un corps céleste solide autour de son centre de masse. Le corps est à trois axes d'inertie inégaux *a, b* et *c* et sa rotation est soumise à un couple

[41] Il conviendrait de détailler la haute régularité du système constitué des planètes extérieures géantes en regard de la chaoticité du système des planètes intérieures telluriques. Voir Laskar (1989, 1990, 1994) et Hubbard et Hubbard (1995).

[42] Le comportement du système Soleil-Jupiter-Saturne est sensible à de petits changements dans les éléments orbitaux de Saturne de telle sorte qu'une légère modification d'entre eux par rapport à leurs valeurs actuelles entraîne le mouvement des planètes joviennes dans une zone chaotique robuste, associée à la proximité de la résonance en moyen mouvement 5:2 entre Jupiter et Saturne; la quasi-périodicité est totalement perdue (Varadi *et al.* 1999; voir de plus Morbidelli 2002).

[43] En revanche, tous les systèmes linéaires sont intégrables, quel que soit leur nombre de degrés de liberté.

de forces. Suite à quelques manipulations triviales, le tenseur d'inertie $(\mathbf{I})$ d'ordre 2 du corps se réduit à trois termes, les trois moments principaux d'inertie *A*, *B* et *C*. La rotation non-perturbée, souvent appelée *rotation libre*, s'exprime par les équations d'Euler-Liouville écrites sans second membre.[44] Sans intégrer explicitement de telles équations, l'assurance de l'intégrabilité peut être acquise par quelques considérations théoriques simples. En effet, quel que soit le triplet de coordonnées généralisées α,β,γ utilisé pour décrire l'attitude spatiale du corps céleste dans un repère de référence dynamiquement non-tournant OXYZ, il existe quatre intégrales premières du mouvement : l'hamiltonien H et les trois composantes L_X, L_Y, L_Z du moment angulaire ***L*** restant constantes dans OXYZ. Quatre intégrales premières pour trois degrés de liberté, le problème est intégrable et même sur-intégrable.[45]

Mais dans le cas de la *rotation perturbée,* il n'y a généralement plus conservation du moment angulaire ***L***. Soit donc l'évolution d'attitude du corps repérée par trois angles d'Euler (ψ,θ,ϕ) par rapport à OXYZ et la rotation soumise à un potentiel $U(\psi,\theta,\phi)$.[46] L'hamiltonien du système, écrit avec ces angles d'Euler et les variables conjuguées de Poisson (Ψ,Θ,Φ), s'écrit de la façon suivante :[47]

$$\begin{aligned} H(\psi,\theta,\phi,\Psi,\Theta,\Phi) &= \frac{1}{2A}\left[\frac{\sin\phi}{\sin\theta}(\Psi-\Phi\cos\theta)+\Theta\cos\phi\right]^2 \\ &+\frac{1}{2B}\left[\frac{\sin\phi}{\sin\theta}(\Psi-\Phi\cos\theta)-\Theta\sin\phi\right]^2+\frac{\Phi^2}{2C}-U(\psi,\theta,\phi) \end{aligned} \tag{3}$$

Lorsque les trois moments d'inertie sont inégaux $(A\neq B\neq C)$, l'hamiltonien est tel qu'il n'est pas possible de séparer les variables. Cependant, pour un solide à symétrie de révolution, l'égalité $A=B$ appliquée en (3) permet de faire disparaître la variable cyclique ϕ. Il est alors possible de séparer les variables puis de définir des actions à partir des angles d'Euler et des variables conjuguées de Poisson.[48] Cette propriété de symétrie a contribué au succès des premières théories analytiques de la rotation de la Terre. En revanche, la symétrie de révolution n'est pas une bonne approximation dans le cas de la Lune.[49]

Il est un théorème qui permet d'affirmer la propriété d'intégrabilité en cas de réussite dans le processus analytique de séparation des variables conjuguées. C'est le théorème d'Hamilton-Jacobi. En revanche, dans le cas contraire, il ne permet pas de conclure quant à la non-intégrabilité. De la même façon, si nous disposons, pour un système donné, au moins autant d'intégrales premières que de degrés de liberté, nous pouvons conclure à l'intégrabilité. En revanche, dans le cas contraire (moins d'intégrales premières que de degrés de liberté), nous sommes à la merci d'une intégrale cachée que nous ne savons découvrir; nous ne pouvons conclure.

Dans une telle situation indécise et sous certaines conditions d'application, une bonne alternative est de produire une section de Poincaré. L'existence de zones chaotiques sur la coupe prouve *de facto* que le système n'était pas intégrable au sens de Poincaré.

Dans la réalisation d'une coupe de Poincaré, lorsque les points structurent tour après tour une courbe à une dimension, le mouvement correspondant est *régulier*. Mais lorsqu'au contraire les points remplissent une aire sans structure particulière, le mouvement correspondant est

---

44 *e.g.* Goldstein (1964, p.172).
45 Voir *e.g.* Bois (1992, 1995).
46 Les forces appliquées au corps dérivant d'un potentiel U.
47 Boigey (1972).
48 En supposant, dans un premier temps, $U=0$.
49 Si la seule force agissant sur la rotation d'un corps est à nouveau son propre poids, à noter qu'il fut découvert, en 1888, par Sophie Kowalewski, qu'une intégrale additionnelle pouvait être trouvée dans le cas particulier où $A=B=2C$.

chaotique.[50] D'une manière relativement générale (*i.e.* hors exceptions rares), les coupes de Poincaré d'un système non-intégrable développent à la fois des régions *régulières* et des régions *chaotiques.* Les zones régulières peuvent être *stables* ou *instables.* Dans « l'instabilité régulière », lorsque deux trajectoires sont initialement voisines, elles divergeront *linéairement,* tandis qu'elles divergeront *exponentiellement* dans les régions *chaotiques.*

En fait, il semble ne pas exister de critères suffisants pour déclarer *a priori* la chaoticité d'un système. Cependant, la non-linéarité est une condition nécessaire, suffisamment de degrés de liberté, également. Comment désormais comprendre, autrement qu'*a posteriori,* ce « plus » de la non-intégrabilité ? Une voie se situe dans la compréhension des raisons qui empêchent l'hamiltonien d'un système non-linéaire d'être à jamais *séparable.* Le rôle des *résonances* se présente comme un ingrédient clef à cet égard. En effet, par définition, une résonance implique au moins deux degrés de liberté d'un système. Or, le principe même de résonance n'existe plus si l'on intègre séparément les deux types de mouvements impliqués dans une résonance, autrement dit si l'on isole les deux parties concernées d'un système d'équations en supprimant tout couplage entre ces parties. Une résonance se présente comme un couplage « non sécable ». L'existence de résonances a pour conséquence formelle que les parties du système ne peuvent en aucun cas être mutuellement isolées. Le système non-linéaire est dit *non-intégrable*.[51]

3.3. Définition conventionnelle du chaos dynamique

Dans les systèmes dynamiques conservatifs, le chaos dynamique se définit par un comportement non régulier au sens habituel — c'est-à-dire *irrégulier* — lié à la nature *non-linéaire* inhérente au système, notamment lorsque celui-ci contient des *résonances.* Autrement dit, la dynamique chaotique nécessite la non-intégrabilité. Le chaos dynamique est la « marque » des systèmes dynamiques non-intégrables. Les sections de Poincaré montrent de l'irrégularité, généralement en plus des comportements réguliers.[52]

Le « cœur » du chaos dynamique découle ainsi d'une propriété mathématique, celle de *non-intégrabilité* au sens de Poincaré. Le chaos est conventionnellement défini par un comportement non quasi-périodique, lié aux causes constitutives de la non-intégrabilité des systèmes, comme la non-linéarité, l'instabilité et les résonances. En conséquence, la signification épistémologique du chaos dynamique est fondée sur son essence mathématique. La relation entre l'instabilité et la chaoticité est alors que le système manifeste une *haute sensibilité* aux changements de condi-1tions initiales : de petites causes provoquent de grands effets.[53] En conséquence, comment négliger quelques incertitudes initiales dès lors que ces dernières portent la capacité d'une divergence !? Mais aussi comment ne négliger aucune incertitude initiale !? Les conditions initiales d'un système réaliste ne seront jamais suffisamment exactes tandis que les ordinateurs n'auront jamais une infinité de décimales. Mais cette limitation pratique n'est pas le cœur du problème. D'une part, si les équations portent le statut de *causalité formelle,*[54] les conditions initiales ont celui de *causalité efficiente,* causes secondes à jamais devant les causes formelles

[50] Outre la méthode des sections de Poincaré, limitée à des problèmes à peu de degrés de liberté, à noter qu'il existe d'autres méthodes de mise en évidence du chaos dynamique ou d'indication de sa possibilité. Ainsi une analyse en fréquence, ne convergeant vers aucune fréquence, indique la présence de mouvements chaotiques; une analyse en fréquence de Fourier montre une totale non uniformité; les nombres caractéristiques de Lyapunov sont positifs; les tores KAM sont perdus…

[51] La non-intégrabilité démontre au passage les limites radicales du *réductionnisme scientifique* (Bois 2006).

[52] Les exemples classiques de surfaces de section « à la Poincaré » témoignent de cette mixité de comportements réguliers et irréguliers dans l'intégration d'un même système.

[53] Il est un fameux exemple imagé issu de la météorologie dynamique, « l'effet papillon », qui illustre un tel comportement dans les équations de Lorenz (Lorenz 1963).

[54] La *causalité formelle* étendue au sens des formes structurelles, constitutives et *dynamiques,* permet de rendre compte des principes de la dynamique des structures (Bois 2000b).

à jamais perfectibles. D'autre part, le chaos n'est pas réductible à une question de calculs sur ordinateur, il s'agit bien d'un comportement phénoménal endogène.[55] De nombreux exemples de physique expérimentale l'attestent sans équivoque.[56] En définitive, dans la réalité comme sur ordinateur, les états futurs (ou passés) ne peuvent être calculés et donc prédits à partir des prises de mesures présentes.

Si le chaos issu des systèmes conservatifs et dissipatifs se caractérise par une *limite de prédictibilité* et un apparent désordre des points et des trajectoires sur les coupes, aux allures de « fait du hasard », il n'est donc pas sans dissimuler un *déterministe* très fort. Dans les systèmes dynamiques non-linéaires à plusieurs degrés de liberté, le chaos se produit assez généralement autour des résonances, mais ni les données d'entrée aléatoire, ni la complexité, ne sont nécessaires à produire du chaos. Nulle intervention du hasard ne peut être invoquée. Le chaos dynamique est fondamentalement l'issue de la nature non-intégrable des systèmes dynamiques de ce genre. Or, les phénomènes de la nature sont généralement mieux représentés par des systèmes non-intégrables ! Et nul n'est besoin d'observer que la variété des équations intégrables ne constitue qu'une infime sous-classe de l'immense variété des équations non-intégrables qui tissent le quotidien des scientifiques dont les équations servent de rail à leurs recherches. Il s'ensuit que détecter du chaos traduit moins un réel challenge que de caractériser le degré de chaoticité (faible, large, profond…) et de comprendre par là même la structure comme les capacités dynamiques d'un système incluant une variété de possibilités d'évolution.

4. Une classification simple des mouvements

Il apparaît que l'immense multitude des mouvements macroscopiques de la nature et par suite des systèmes apparentés, peut, en première instance, se décomposer en deux grandes familles essentielles que nous avons synthétisées dans des travaux précédents (*e.g.* Bois 2001a, 2002a, 2006). La simplicité de ce découpage, à savoir les mouvements réguliers et irréguliers, dérive d'une compréhension *qualitative* du chaos dynamique. Nous en résumons les grands traits nécessaires à notre propos.

- *Les mouvements réguliers.* Par nature, les mouvements réguliers sont *stables* ou *instables* de manière permanente. S'il s'agit d'un système conservatif, la caractéristique de stabilité ou d'instabilité demeure à jamais. Dans l'espace des phases d'un tel système, les solutions se manifestent autour de points fixes, de nature elliptique ou hyperbolique; ce qui signifie respectivement des équilibres stables ou instables.[57] Les solutions de tels mouvements réguliers construisent des courbes régulières dans un diagramme des phases. Autour des points fixes stables, traduisant l'existence de solutions périodiques, oscillent des *solutions quasi-périodiques* dites de « libration ». Ces courbes se referment sur elles-mêmes sous forme « d'îles de libration » souvent imbriquées les unes dans les autres. A contrario, d'autres courbes, restant résolument ouvertes, s'approchent des points fixes instables d'où elles divergent ensuite. Ces courbes régulières ouvertes sont dites de « circulation ».

  Les librations de la Lune traduisent le type même de mouvements réguliers stables, aux solutions quasi-périodiques.[58] La notion de *libration,* dans l'espace commun dit de

[55] L'exemple purement mathématique de l'itération de la fonction de Feigenbaum, avec sa cascade de doublements périodiques, le montre à l'évidence. Ce qui compte dans cette fonction, c'est sa structure au voisinage de son maximum (voir *e.g.* Hofstadter 1995).

[56] Ainsi l'expérience de la boussole affolée qui manifeste une expérience sensible du chaos! Le chaos physique se déroule sous nos yeux; une description est donnée dans Bois (2002a).

[57] Voir, à titre exemplaire, le diagramme des phases du mouvement du pendule.

[58] Les librations de la Lune résultent d'un système dynamique non-intégrable mais conservant des propriétés de quasi-périodicité. Le lecteur pourra se reporter à Bois (2000a) pour un point actualisé sur les librations lunaires (« apparentes » et « physiques »).

configuration, exprime en effet un mouvement de balancements réguliers d'un astre autour d'une configuration d'équilibre stable (manifestée par une résonance) et par extension autour d'un mouvement moyen séculaire.[59]

Les petites toupies à bascules sont un exemple de mouvements réguliers instables. Après une phase de rotation classique, la toupie effectue un « flip-flop ». Elle se retourne, son pôle Nord passant au Sud, et continue de tourner sur elle-même puis chute faute d'énergie suffisante, celle-ci s'étant dissipée par le point de pivot. Ayant reproduit ce phénomène par simulation numérique à énergie totale constante, je puis dire qu'il se produit une cascade *régulière* de bascules rapides, tour à tour inverse l'une de l'autre, entrecoupant des phases de rotation simple de la toupie. Il ne s'agit plus de librations mais de *bascules* qui s'expliquent par une hiérarchie particulière de la figure dynamique de la toupie (Bois 1995). Ce phénomène est théoriquement plausible dans le cas de la rotation des noyaux de comètes.[60]

- *Les mouvements irréguliers*. Par nature, les mouvements irréguliers ne procèdent pas d'un mode qualitatif unique, stable ou instable, indéfiniment. Lorsque dominent les rapports de l'instabilité et de « l'hyperbolicité », les mouvements irréguliers résultants sont dits *chaotiques*. Le comportement irrégulier est dit chaotique à la fois dans les systèmes conservatifs et dissipatifs. Cependant, tandis que le vocable d'« attracteurs étranges » est spécifique de la description du chaos issu des systèmes dissipatifs, celui de « mouvements chaotiques » suffit à l'usage des systèmes conservatifs.[61]

  Par sa rotation chaotique, Hyperion, modeste satellite de Saturne, est entré à jamais dans l'histoire (*cf.* Wisdom *et al.* 1984). Son mouvement de rotation est en effet le siège de *bascules chaotiques :* Hyperion effectue, suivant une variété d'orientation, des bascules franches et complètes de son attitude spatiale et, de plus, la succession de ces dernières n'est plus régulière, au sens où elle n'est pas même quasi-périodique, ni de ce fait prédictible en positions et vitesses. L'instabilité est majeure, éventuellement entrecoupée de passages stables éphémères…

5. Illustration

Deux sections de Poincaré de la rotation de deux corps célestes, dont Hyperion, vont à présent nous servir à illustrer ces deux catégories de mouvements, réguliers *versus* chaotiques. La causalité physique du chaos s'approche dans ce contraste. Par l'analyse de ces coupes, nous trouvons en outre le rôle des résonances dans les systèmes non-linéaires à plusieurs degrés de liberté. Elles structurent le problème en zones dynamiquement différentes (régularité et chaos). Le chaos local résultant s'avère presque toujours présent au voisinage d'une résonance. Les résonances sont de la sorte responsables dans les systèmes non-linéaires à plusieurs degrés de liberté, du comportement chaotique « local » (*i.e.* au voisinage des résonances).[62]

---

[59] Bois (1995).

[60] Nous avons conjecturé les comètes « à bascules » et justifié leur faisabilité de principe (voir *e.g.* Boudin *et al.* (1994) ainsi que Bois (1995) dans le cadre d'une classification générale des états de rotation des corps célestes solides.

[61] Ces phénomènes ont en commun un « exposant de Lyapunov » positif *grand* et la divergence exponentielle correspondante des solutions voisines.

[62] Plus exactement, le chaos apparaît enserré aux croisements de structures différentes et se diffuse à partir de points fixes hyperboliques (équilibres instables). En revanche, exactement aux points fixes elliptiques (équilibres stables), existent des solutions périodiques et autour d'eux des solutions quasi-périodiques.

La Figure 4, la première de ces deux sections, traduit les états possibles (passé, présent et futur) de la rotation de Phobos, l'un des deux satellites de Mars. Phobos est actuellement en rotation synchrone autour de Mars, tout comme la Lune l'est autour de la Terre (soit une résonance spin-orbite 1:1). Ce fait est visible au centre de la Figure sous forme d'une île de libration (géométrique) qui traduit bien la rotation présente de Phobos faite de librations (physiques) autour de sa position d'équilibre (*i.e.* comme la Lune). Précisément au voisinage de cette résonance, l'on observe une bande chaotique conséquente qui pourrait exprimer une phase de rotation chaotique de Phobos dans son passé, avant sa capture en résonance…

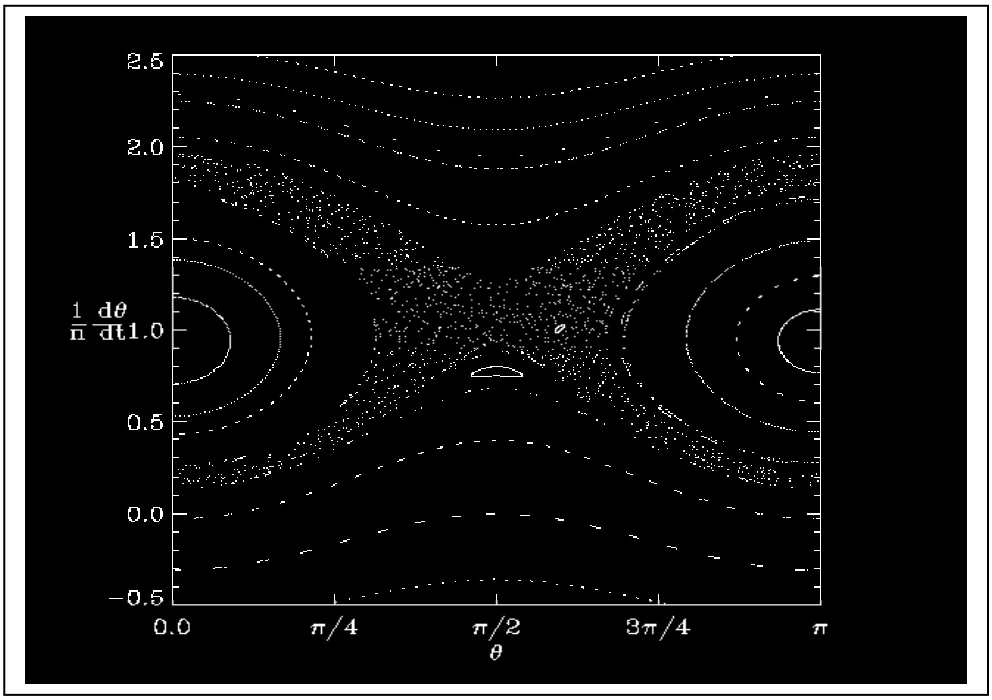

Fig. 4. Surface de section des états possibles de rotation de Phobos (satellite de Mars). Le principe du calcul du *couplage spin-orbite* est identique pour les Figures 4 et 5. L'on considère une rotation du satellite autour d'un seul axe, le plus petit axe d'inertie du corps, perpendiculaire au plan orbital. Dans ce plan, l'orientation spatiale du corps est repérée par l'angle θ, pris entre l'axe de plus grande inertie du corps et une ligne de référence (la ligne joignant la planète mère et le péricentre de l'orbite du satellite). Les états synchrones sur ces sections, *e.g.* à $\theta = 0$ et $\theta = \pi$, diffèrent simplement par le fait que le satellite présente des faces opposées à la planète mère. Le taux de variation de l'orientation, $(1/n)(d\theta/dt)$ où n est le moyen mouvement du satellite sur son orbite, est tracé par rapport à son orientation spatiale θ, ceci à chaque passage au péricentre orbital.

La Figure 5 présente une section de Poincaré historiquement exceptionnelle. Il s'agit de la surface de section des états possibles de la rotation d'Hyperion. En 1984, les auteurs de ce calcul, Wisdom, Peale et Mignard,[63] trouvèrent une zone chaotique singulièrement large entourant les états spin-orbite d'Hyperion. Comme l'on peut le constater, cette zone s'étend d'un état sans rotation, dans un repère inertiel, à un taux de rotation d'environ 2.5 fois le mouvement orbital angulaire moyen ! Fort d'une telle étendue de la zone chaotique dans

[63] Wisdom *et al.* (1984).

l'espace des phases, les auteurs pouvaient conjecturer à bon droit qu'il était plus probable qu'Hyperion soit dans une rotation chaotique plutôt que régulière. Or, en 1989, les observations de Klavetter sont venues confirmer cette prédiction (Klavetter 1989). Aucune période manifeste n'est ressortie de leur recherche en fréquences dans les observations de la rotation d'Hyperion. Dès lors, Hyperion devint le premier cas de comportement chaotique *permanent* et *rapide* dans le Système solaire.

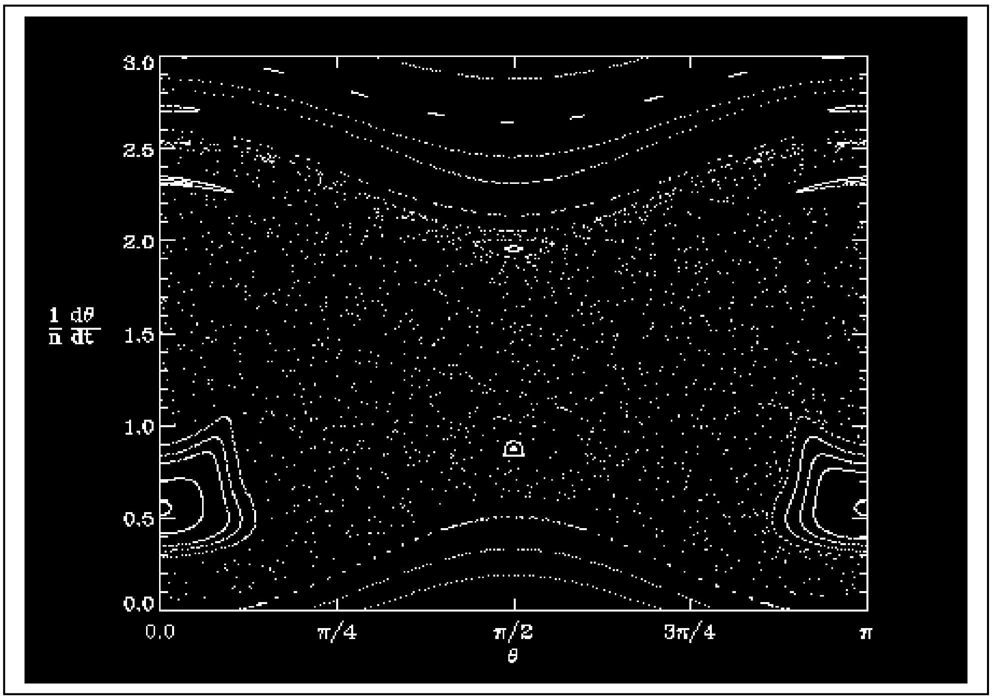

Fig. 5. Surface de section des états possibles de rotation d'Hyperion (satellite de Saturne). La zone chaotique, entourant une succession d'états spin-orbite d'Hyperion, s'étend d'un état sans rotation dans un repère inertiel à un taux de rotation d'environ 2.5 fois le mouvement orbital angulaire moyen.

Les surfaces de section donnent une *vision globale* du spectre des mouvements possibles issus de l'intégration numérique d'un même jeu d'équations amorcées par un balayage suivi de conditions initiales prélevées dans un large intervalle de positions-vitesses (espace des phases). Cette technique appliquée aux mouvements de rotation de Phobos et d'Hyperion offre le déploiement des modes possibles de rotation (*i.e.* passé, présent et futur). Le mode actuel correspond nécessairement à l'un de ces états de rotation, visibles sur les coupes. Dans le cas de Phobos, la zone chaotique est assez conséquente, mais ses zones régulières le sont davantage. Et de fait, Phobos est actuellement en état de *libration.* Hyperion, en revanche, effectue dans sa rotation d'attitude instable des *bascules chaotiques* en conséquence de sa forme très irrégulière, de son excentricité orbitale grande et d'une lente évolution par friction de marées vers un état de rotation synchrone.[64]

En concluant ces illustrations du chaos, je voudrais faire observer que les *p* comportements dynamiques possibles ne sont pas de *simples possibles de la raison* car ils sont liés logiquement par la loi du système d'équations. Autrement dit, cette fabuleuse approche globale des systèmes

[64] Les paramètres caractérisant l'asphéricité de la figure dynamique d'Hyperion et l'excentricité de son orbite sont tous deux très grands et très supérieurs à ceux de Phobos.

nous met en présence des comportements *en acte* et *en puissance* de la portion de nature représentée par le système. Mieux, la compréhension d'un mouvement donné s'éclaire puissamment dans le panorama des mouvements en puissance qui donnent accès à ses propriétés structurelles et aux processus d'évolution. La réalité observée, on comprend sa dynamique en acte dans le déploiement d'un panorama rationnel des états dynamiques en puissance.

6. Classification des niveaux de signification du chaos

Les concepts du chaos et ses phénomènes associés traversent aujourd'hui une large variété de champs scientifiques. La mécanique céleste, l'hydrodynamique, la physique expérimentale, ou encore la chimie, ont notamment rencontré et développé la phénoménologie du chaos. Ne serait-ce qu'en restant sur le terrain des sciences de la nature, le chaos s'avère un objet d'étude éminemment pluridisciplinaire. Que ce soit par l'obtention de propriétés mathématiques ou de signatures issues d'expériences très concrètes, la phénoménologie du chaos croise de surcroît de multiples approches différentes à travers diverses spécialités scientifiques. En outre, de cet aspect pluridisciplinaire à ses invitations transdisciplinaires « tout azimut », il s'est peut-être aussi produit comme un « emballement » dans une variété de secteurs connexes et leurs applications. En définitive, il apparaît que la grande diversité des discours, techniques, expériences et approches qui conduisent à l'affirmation du « chaos » n'aide pas nécessairement à se forger une idée claire de sa signification épistémologique. Aussi, derrière ces multiples « chaos », est-ce bien « le même » phénomène objectivable annoncé par une limite de prédictibilité, la valeur d'un indicateur, « l'interprétation » d'une structure, ou encore « l'assurance » de la non-intégrabilité ? Une limite de prédictibilité signifie-t-elle toujours l'annonce d'une « imprévisibilité » naturelle ? N'y a-t-il pas des cas où la limite de prédictibilité s'arrête à une impossibilité d'ordre pratique ? En pratique justement, dispose-t-on d'un système d'équations analysables ou bien de séries temporelles sans accès à ce qui les produit ? En plus de l'annonce ou de l'affirmation d'une limite de prédictibilité, voire de la déclaration de chaoticité, la cause du chaos est-elle identifiée, ou bien sommes-nous réduit à conjecturer sur ses « symptômes » ?

Face à ces difficultés légitimes de compréhension satisfaisante des arcanes du chaos, il nous est apparu nécessaire de stratifier et d'ordonner la phénoménologie du chaos en différents niveaux de signification épistémologique. Ceux-ci s'avèrent en particulier dûment articulés à la stricte portée des protocoles de mise en œuvre du chaos.[65] En outre, si un comportement stable renvoie à une notion d'équilibre signée d'oscillations autour de celui-ci, si un comportement instable réfère à une notion de divergence sans repasser à l'équilibre, quelle signature significative ou exclusive retenir pour un comportement chaotique ? Sont ainsi requis trois niveaux progressifs de signification et, par suite, de « sens physique » de la profondeur du chaos :

- *1er niveau* : Il s'agit de la simple affirmation, normalement conséquente d'un calcul, de l'existence d'une *limite de prédictibilité déterministe.* Cette limite de prédictibilité, obtenue assez généralement dans les systèmes conservatifs et dissipatifs par le calcul du *temps de Lyapunov,*[66] n'indique pas nécessairement qu'il s'agit de l'horizon au-delà duquel l'objet d'étude présente immédiatement un comportement physiquement chaotique. D'une part, le temps de diffusion ou de fuite est supérieur ou égal au temps de Lyapunov, c'est-à-dire que

[65] Bois (1997, 2001a).

[66] Lorsque la croissance de la divergence, entre des trajectoires issues de points aussi voisins qu'on le veut, s'effectue de manière exponentielle au cours du temps, la distance entre ces trajectoires croît donc proportionnellement à une fonction $exp(t/T)$ où $1/T$ est l'exposant de Lyapunov et T le temps de Lyapunov.

la connaissance de la limite de prédictibilité ne suffit pas à dire si le chaos réel s'effectue juste au-delà. D'autre part, l'obtention du temps de Lyapunov est « modèle-dépendant ». Sa valeur dépend notamment du nombre de résonances injectées dans le système. A ce niveau, l'imprédictibilité n'implique donc pas l'imprévisibilité.

- *2e niveau* : Le comportement chaotique est dûment établi selon une *propriété interne* au système dynamique (*e.g.* la non quasi-périodicité). Autrement dit, la théorie assure un *comportement imprévisible* au-delà de la limite de prédictibilité déterministe. L'adjectif « imprévisible » est utilisé ici non pour signifier un aspect aléatoire, mais pour souligner la capacité de l'objet à « traverser » tous les comportements possibles permis par le système. Il peut y avoir une succession de phases stables et instables, mais à l'avantage de l'instabilité, ceci de manière non-périodique et sans que les phases de même nature se ressemblent. Mais l'on ne dispose pas d'observations pour confirmer ou infirmer ce genre de prédictions, liées comme dans tous les cas de prédictions classiques, aux critères de validité des modèles. A ce niveau, le rapport de l'imprévisibilité dynamique intrinsèque au système à l'imprévisibilité réelle extrinsèque est lié au degré de confiance attribué au système de représentation.

- *3e niveau* : La propriété interne est réellement « en acte » dans la « portion de nature » représentée par le système. Le caractère d'imprévisibilité acquis au niveau précédent est non seulement prédit mais vérifié, observé. L'objet d'étude peut repasser à l'équilibre ou non. Il peut connaître de courtes phases stables, le plus souvent éphémères, puis instables (généralement plus longues), le tout globalement sans reproductibilité des phases. Sur une durée conséquente, le comportement dynamique de l'objet se caractérise ainsi par son irrégularité au sens où tout paraît possible. Tous les comportements possibles s'expérimentent à la faveur d'une instabilité entrecoupée de passages stables éphémères. A ce troisième niveau, l'on a l'assurance que le chaos n'est ni simplement pratique, ni modèle-dépendant. Il s'agit bien d'une *imprévisibilité naturelle.* Le système constitue dès lors un vrai modèle de représentation du comportement physique chaotique en question.

L'on trouvera naturellement dans la littérature plusieurs candidatures au *chaos troisième niveau* dans le Système solaire,[67] mais selon notre classification, le cas d'Hyperion avec ses bascules chaotiques appartient sûrement au troisième niveau, celui du *chaos physique observé.* Au-delà de la limite de prédictibilité, l'assurance est acquise d'un comportement dynamique particulier où en effet l'imprédictibilité se manifeste *comme* une imprévisibilité. Hyperion peut occuper toutes sortes de positions spatiales possibles selon une grande variété de comportements. Il peut ainsi effectuer des « flip-flops », se stabiliser un court moment, puis repartir en rotation rapide, puis se stabiliser à nouveau, dans une autre configuration spatiale, puis basculer à nouveau sans que les bascules soient ni de durées équivalentes, ni spatialement analogues. La non-reproductibilité des différentes phases annule la prédictibilité.

7. Discussion

« Là réside la signification du chaos, cette impossibilité pratique de calculer l'évolution de systèmes déterministes. » Cette juste assertion de nature épistémologique que l'on doit à Ruelle (1995) cadre avec la définition que nous avons donnée du chaos de premier niveau. Cependant, que la signification du chaos soit réductible à une contingence d'ordre pratique, c'est annuler sa phénoménologie immanente et par là son essence mathématique. Le deuxième niveaux de signification du chaos et plus encore le troisième, ainsi formulés plus haut, contiennent

[67] Voir Wisdom (1987), également Laskar et Froeschlé (1991).

implicitement ou explicitement le premier, mais en même temps en disent davantage. En effet, la limite de prédictibilité peut être pratique, « modèle-dépendant », ou bien annonce une imprévisibilité naturelle. Aussi, que la non-prédictibilité cache ou annonce un chaos ne répond pas du statut de ce dernier en regard des épreuves ordinaires de tout objet de science, schématiquement : la pratique, la théorie et l'observation – ou encore l'ordinateur, les mathématiques appliquées et l'expérimentation… Ces trois démarches ne sont certes pas à homologuer aux trois niveaux de signification du chaos, mais elles se conjuguent pour le statut de celui-ci. « *Cette impossibilité pratique de calculer* », autrement dit l'existence de limitations aux prévisions, renvoie de ce fait aux propriétés mathématiques des équations qui sont intégrées : à l'essence mathématique du chaos correspond une *manifestation en pratique.* Ces équations peuvent approcher une réalité et ce chaos signifier quelque chose de naturel, d'immanent.

Pour un même système d'équations différentielles, un seul jeu de conditions initiales donne une seule trajectoire. La variation des conditions initiales, c'est-à-dire le balayage de la multitude de valeurs et de combinaisons possibles, donne un faisceau de trajectoires. Une telle étude du mouvement dans l'espace des phases donne la variété des comportements possibles dont le comportement chaotique. Aussi l'étude de l'évolution d'un système dynamique s'effectue globalement au travers du déploiement de ses évolutions possibles. Ce déploiement permet de dire la possibilité de telle ou telle occurrence. L'ignorance de conditions initiales absolues, primordiales ou simplement exactes, vis-à-vis de la modélisation dynamique de telle réalité, est contrebalancée par le balayage suivi de ces conditions initiales dans l'espace des phases. Le chaos déterministe de deuxième et troisième niveau signifie qu'un mouvement chaotique peut explorer une large portion de l'espace des mouvements. De ce fait, la connaissance de ce que signifie en profondeur la non-prédictibilité donne droit « à l'ignorance » sur la *prédictibilité quantitative* de positions! La nuance à comprendre est la suivante. La prédictibilité classique – de nature quantitative – n'est pas perdue faute de connaissance, mais elle n'a plus de sens dans les régimes chaotiques! Ce qui est perdu, réellement, c'est son caractère absolu de *prédiction quantitative* comme critère de scientificité. Ce qui est gagné, ou plutôt ce qui n'est pas perdu, c'est une *prédictibilité* « *qualitative* », nous dirons une prévision qualitative, sur la nature des régimes possibles. Le régime chaotique lui-même, en tant que régime possible, est prévisible!

Autrement dit, la non-prédictibilité quantitative ou l'imprévisibilité naturelle signifie une richesse dynamique qu'il convient de « dérouler » pour la comprendre. C'est à nouveau pourquoi l'étude de l'évolution d'un système dynamique doit s'effectuer globalement au travers de ses évolutions possibles. Or, cette puissance théorique de déployer les possibilités dynamiques d'un système traduit en fait les possibilités naturelles de « transits » et de « traversées » d'un objet dans son propre espace des phases. Toutes les traversées ne sont pas possibles; certaines le sont, d'autres non, d'où cette possibilité de prédire des occurrences et des contraintes. Pour tout système dynamique, il existe donc des *contraintes dynamiques internes*. Dès lors, il s'agit de progresser dans cette connaissance du rapport « possibilités – contraintes »; c'est là un acte de science.

Par exemple, dans le cas de l'évolution de la rotation d'Hyperion, l'analyse de la surface de section de la Figure 5 permet de prédire les grandes lignes suivantes (en se plaçant avant les résultats des observations d'Hyperion). Étant donné que les processus dissipatifs liés aux phénomènes de marées auront tendance à entraîner la rotation d'Hyperion vers un état d'attitude stable, voire de synchronicité, Hyperion devra nécessairement entrer dans la zone de chaos de son espace des phases, celle-ci étant très large et contenant les principaux rapports de résonance spin-orbite. Mais l'attitude spatiale d'Hyperion deviendra alors instable et commenceront les bascules dans toutes les orientations possibles. Qu'il y ait à partir de cette errance chaotique une capture dans l'état de résonance spin-orbite 1:1 (état synchrone) est impossible, ce ne serait qu'une traversée vu le caractère ténu de cet îlot incapable de maintenir le corps. Qu'il y ait une capture dans l'état de résonance spin-orbite 1:2 est impossible puisque cet état est d'attitude instable. En revanche, une capture dans l'état de résonance 2:1 d'attitude stable est théoriquement possible, mais improbable en raison de la petitesse de cet îlot dans l'espace des phases. Quant à l'évolution vers l'état de résonance 3:2, il n'est pas à envisager vu qu'il n'existe pas sur la section de Poincaré… De ces considérations, les auteurs de cet article remarquable (Wisdom *et al.* 1984) concluaient qu'Hyperion devait être trouvé en rotation chaotique. Cette prédiction *qualitative* fut confirmée, quelques années plus tard, par les observations.

8. L'articulation chaos et complexité

8.1. Chaos et complexité : une cohérence possible

Comment dériver, de la lecture fragmentée du vaste puzzle des avancées scientifiques locales et précises, un regard général sur l'univers de la nature et la nature de l'univers? Par quelles contraintes et chemins de la raison, une pensée peut-elle porter un regard qui, pour être global, ne soit pas pour autant confus? En d'autres termes, une philosophie générale de la nature est-elle encore possible? Ne serait-ce qu'une esquisse… Certes, plusieurs fenêtres se présentent, mais aussi plusieurs angles d'approche se croisent. Ainsi, d'un côté, se dévoilent en de nombreux champs des sciences fondamentales une multitude de phénomènes chaotiques semblant procéder de mêmes principes. D'un autre, il s'avère encore se profiler une tendance de la nature à la croissance de la complexité…

Observons un moment quelques phénomènes. En planétologie dynamique, il semble se manifester une tendance à évoluer vers des blocages en synchronisme des systèmes à plusieurs corps dissipatifs en interaction gravitationnelle. Citons l'exemple de l'évolution du système Terre-Lune où la rotation synchrone de la Lune fut atteinte moyennant les forces de friction développées par les marées. Or, d'après Wisdom,[68] tout satellite de forme irrégulière (asphérique), en rotation spin-orbite synchrone, a dû connaître dans son passé une phase de *bascules chaotiques*. Il est en effet impossible d'évoluer par le biais des marées vers un état synchrone sans passer par une région d'attitude instable. En général, la chaoticité locale se manifeste au voisinage des résonances où, par le jeu des ingrédients de l'instabilité et de l'évolution des processus dissipatifs (les marées par exemple), des situations d'équilibre peuvent être *atteintes* (suite aux « errances » chaotiques), *captées* (suite aux présences de résonances jouant le rôle « d'attracteurs ») et *maintenues* (suite à l'irréversibilité des processus dissipatifs).

Ainsi, à l'éloignement séculaire de la Lune par rapport à la Terre (conséquence du mécanisme de marées inélastiques du globe terrestre par la Lune) se combine un ralentissement séculaire de la rotation de la Lune sur elle-même, selon un taux préservant le maintien de sa rotation synchrone.[69] Cette situation d'équilibre peut à son tour contribuer à d'autres mécanismes. Ainsi la stabilité de la climatologie terrestre à longue période est liée à la stabilité dynamique de l'orientation de l'axe de rotation de la Terre. Or, sans la Lune, l'orientation de l'axe de rotation de la Terre ne serait pas stable et subirait des *variations chaotiques* au cours des âges.[70] Il est remarquable de considérer que cet enchaînement de stabilisation soit lié à la présence de cet unique satellite naturel de la Terre, satellite dont la masse s'avère suffisamment importante pour ces mécanismes (la Lune est le plus gros satellite du Système solaire en regard de sa planète mère). Ainsi, liées aux perturbations planétaires, « les faibles variations de

68 *Cf.* Wisdom (1987).
69 *Cf.* Bois *et al.* (1996).
70 *Cf.* Laskar *et al.* (1993).

l'obliquité de la Terre [en présence de la Lune] sont déterminantes pour lui assurer la relative régularité climatique dont elle a bénéficié depuis plusieurs millions d'années, et qui a permis l'apparition de la vie organisée telle que nous la connaissons. »[71]

Dans un autre registre, considérons un système gravitant, formé de *n* particules en collisions inélastiques et animé dans son ensemble d'une rotation globale. En 1911, Poincaré montrait qualitativement qu'un tel système tendait à s'aplatir dans un plan perpendiculaire à la direction initiale du moment angulaire du système. De nombreux travaux de simulations numériques le vérifièrent par la suite. Les pertes d'énergie des collisions mutuelles tendent en effet à la formation d'un disque, le centre de gravité se déplaçant de telle sorte que l'ensemble s'aplatisse dans le plan du disque. Le taux de collision décroît avec le temps et le système converge vers un état d'équilibre. Ce mécanisme possède des applications potentielles à différentes échelles de grandeur. Il joue par exemple un rôle dans la compréhension de la formation des galaxies dites « plates », la formation du Système solaire ou encore l'évolution des anneaux de Saturne.[72]

Autrement dit, d'une part, il existe une *tendance* à la convergence des systèmes vers des configurations d'équilibre (autour d'elles). D'autre part, le déploiement cosmique de l'espace-temps-matière ou l'évolution de l'univers de la nature manifeste l'existence d'un principe de complexité croissante qui se présente doté d'une stabilité structurelle de la « matière » (traduite par la constance des constantes fondamentales à travers le temps et l'espace). Une forme de stabilité s'exprime aussi dans le cas de l'énergie de liaison gravitationnelle. Celle-ci assure la cohérence et la cohésion d'un ensemble (*e.g.* un corps céleste tellurique) constitué pourtant d'une multitude de composites de nature différente. Sans ce phénomène, vu la vitesse sidérale de chute libre de la Terre dans le champ de gravitation du Soleil, tous les objets à la surface de la Terre s'envoleraient dans toutes les directions![73]

Tout est mouvement et la dynamique est *constitutive* de la nature. Le chaos dynamique est *universel* et la chaoticité locale n'empêche pas la tendance globale à l'élaboration de la complexité. Nous allons suggérer que, en quelque sorte, elle la permettrait davantage.

Le chaos dynamique ne s'oppose pas, de fait, à la croissance de la complexité, mais il n'est pas certain pour autant que le chaos entretienne des rapports directs avec la complexité croissante. Que ces rapports se combinent de manière indirecte, la question vaut l'examen. L'élaboration de la complexité physico-chimique est-elle plus ou moins catalysée par un équilibre maintenu, la proximité d'un équilibre ou une errance chaotique préalable? Il apparaît probable que rien de systématique n'existe dans ce domaine. Cependant, les possibilités dynamiques ne sont pas sans fournir quelques précieuses contraintes aux possibilités physico-chimiques. Ainsi, comme nous l'avons signalé plus haut, la Lune se présente comme un stabilisateur dynamique de la climatologie terrestre à longue période. Sans la Lune, l'homme aurait-il effectivement supporté les changements climatiques résultants, et sans la Lune, la Terre ne serait-elle jamais sortit de l'âge glaciaire?

Toute planète tellurique n'est pas dotée d'une atmosphère. Or, l'atmosphère d'une planète s'avère à la fois un bouclier protecteur des météores et un régulateur des variations thermiques. L'atmosphère de la Terre présente, bien évidemment, bien d'autres conditions propices à l'élaboration de la complexité et l'on pourrait focaliser longtemps sur ces conditions particulières. Mais la plupart des planètes solaires (et extrasolaires) s'avèrent considérablement éloignées des configurations « propices » selon l'étalon terrestre, certes plus connu, plus étudié, mais dont la liste ne cesse de s'allonger au fil des études. Quelques planètes ou leurs satellites

---

71 « La Lune et l'origine de l'homme : sans la Lune, l'homme aurait-il supporté les changements climatiques résultants des variations chaotiques de l'axe de rotation de la Terre ? Sans la Lune, la Terre ne serait-elle jamais sortit de l'âge glaciaire? » (Laskar 1995). Voir également Laskar and Robutel (1993).

72 *Cf.* Brahic (1975).

73 Le fait que l'accélération gravitationnelle ne dépende pas de la composition physico-chimique des corps est aujourd'hui garantie avec une précision de 2.10^{-14} (satellite MICROSCOPE).

naturels (Titan, par exemple, fort de son atmosphère) peuvent présenter quelques points communs, mais de toute évidence ne connaissent pas une telle émergence de la complexité associée à un tel foisonnement de la vie. Bien sûr, l'on pourrait miser sur l'avenir (ou sur le passé) de tel ou tel système. Une étude globale des évolutions possibles se pose. Suite aux différents calculs sur la stabilité de l'orientation spatiale des planètes du Système solaire, Laskar (1995) conclut de la sorte :

> Nos calculs montrent […] que l'évolution de la vie à la surface de la Terre est sans doute intimement liée à un événement qui apparaît comme peu probable dans les modèles de formation de systèmes solaires : le fait qu'une des planètes, qui se trouve dans la zone d'habitabilité, parvienne à stabiliser suffisamment ses variations d'insolation à long terme grâce à un satellite massif du genre de la Lune. Bien sûr, on pourra trouver d'autres situations particulières qui conduiront à une stabilité climatique pour la planète considérée, mais il est important de constater que cette situation n'est sans doute pas commune. La probabilité d'existence d'une planète de stabilité climatique comparable à la nôtre dans un système planétaire doit sans doute être revue à la baisse de plusieurs ordres de grandeur.[74]

Tant et tant de conditions sont à parcourir, à réunir, à combiner… De l'exploration chaotique universelle a pu émerger quelques situations plus au moins propices à la complexité croissante. Dans le vaste déploiement *des possibles* de la nature, les conditions peuvent être ça et là singulièrement propices à sa croissance. La chaoticité locale ne semble pas empêcher une tendance globale à la complexité croissante, mais par ces déploiements, en quelque sorte, elle la permet davantage, en de rares situations sans doute…

En réalisant un *déploiement naturel des possibilités dynamiques de la nature,* le chaos contribue certainement à l'émergence de configurations dynamiques particulières. Or, bien qu'il soit encore difficile d'identifier des principes universels à partir des expériences locales ou particulières, si toutefois des principes existent, il apparaît raisonnable d'admettre que la complexité physico-chimique réclame de longues durées de régime dynamique régulier. Or, les possibilités d'élaboration de la complexité physico-chimique apparaissent, au moins pour une part, dépendantes des modalités d'évolution dynamique des systèmes planétaires par exemple.

Différents par nature, bien des aspects évoqués réunis à présent par la pensée (chaos, tendances, équilibres, complexité, croissance…) ne sont pas sans suggérer un sentiment d'organisation cohérente de la nature. La nature est fine, pourrions-nous dire, non pas absurde. A présent, ajoutons à cette *cohérence* les rapports du chaos et de l'irréversibilité.

8.2. Chaos et complexité : l'irréversibilité

L'expansion de l'Univers et sa complexité croissante traduisent-elles deux flèches corrélées à quelques égards? Certes, l'on pourrait le supposer. En revanche, si des modèles d'univers prévoient de fait l'inversion de l'expansion sous forme d'une contraction et permettent ensuite d'imaginer l'Univers à rebours, l'on voit mal la complexité croissante devenir décroissante par strictement le même « chemin » inverse. Qu'il se manifeste des effondrements et des chutes de la complexité, l'on pourrait l'envisager. Mais au demeurant que le même « film » cosmique se projette mécaniquement en sens contraire, image-son par image-son, voilà bien qui serait plus étonnant que tout! La réversibilité totale, à la fois globalement et localement, signifierait une nature si nécessairement contrainte par son passé qu'elle en perdrait son immanence. Le retour serait totalement prédéterminé par l'aller. Ce ne serait pas la même nature. Une telle nature serait en effet elle-même le mouvement perpétuel, scientifiquement le plus impossible des mouvements absolus.

---

[74] Laskar (1995); Laskar and Robutel (1993).

Selon Prigogine, l'irréversibilité est l'élément de base de notre description du monde physique. L'histoire de l'Univers nous raconte le bond prodigieux et irréversible de l'entropie de l'Univers à la « sortie » de l'état quantique, « au moment » des ruptures phénoménales de symétries initiales. Pour Selleri (1997) :

> Chaque phénomène connu implique la propagation de matière et/ou d'énergie du passé vers le futur et jamais dans une direction opposée du temps. C'est dans ce sens que l'on peut dire qu'il existe une flèche du temps. [] L'apparente réversibilité n'est qu'une simplification théorique.

Les flèches de temps impliquées même implicitement en sciences physiques sont nombreuses : électromagnétique, thermodynamique, relativiste, cosmologique… Même si les équations académiques qui les gouvernent sont le plus généralement symétriques par rapport au temps, des phénomènes irréversibles peuvent être un tant soit peu décrits. A cet égard, quelle est la situation des systèmes chaotiques? Rappelons que dans le mouvement chaotique, la notion de trajectoire simple perd sa signification; elle est remplacée par une notion de « paquet » de trajectoires où les éléments croissent exponentiellement. Le mouvement chaotique n'est donc pas réversible. Si le système ne peut pas prédire le futur en positions et en vitesses, comment le futur pourrait-il prédire le présent? Mais est-ce là, ce seul caractère de non-prédictibilité qui ne soit pas réversible?

En principe, les équations du mouvement chaotique étant déterministes, elles peuvent être résolues en sens inverse. En pratique, pour ces équations, il est impossible de remonter le temps par le calcul de manière symétrique. En effet, le jeu des erreurs d'arrondi (lié au nombre fini de décimales de tout ordinateur) et de la sensibilité aux conditions de départ (dans les régions chaotiques) ne produit pas des divergences symétriques dans le passé et dans le futur. Soit, mais ne serait-ce qu'une difficulté épistémique? Pour le chaos de premier niveau, en effet. Le chaos deuxième et troisième niveau n'étant pas réductible à une question de calculs, il est irréversible en pratique et en principe.

En résumé, des situations d'équilibre dynamique peuvent être captées au cours de « l'exploration » chaotique,[75] via des processus de dissipation d'énergie (*e.g.* liés aux mécanismes de marées : inélasticité, frictions…). Si ces phénomènes sont possibles – et ils le sont – ils sont *irréversibles* au double titre du chaos et de la dissipation.

9. Conclusion : une philosophie réaliste de la nature

9.1. Le chaos exploratoire

Une limite de prédictibilité peut être pratique, « modèle-dépendant », ou annoncer une imprévisibilité naturelle. Nous avons distingué trois degrés de signification du chaos déterministe auxquels renvoient les protocoles de sa mise en œuvre. (1) Un calcul « modèle-dépendant » conduisant à la seule affirmation d'une limite de prédiction, définit un premier niveau. (2) Un comportement dynamiquement chaotique, dûment établi selon une propriété interne au système dynamique, définit le second niveau. (3) Dans le troisième niveau, cette propriété interne est réellement en acte dans le « morceau » de nature représenté par le système.

Le chaos dynamique signifie ainsi qu'un mouvement chaotique peut explorer une large portion de l'espace des mouvements, ce qui correspond à un principe d'exploration du mouvement en puissance (deuxième niveau), lequel manifeste un facteur naturel de *déploiement des possibilités dynamiques de la nature* (troisième niveau). L'on comprend de la sorte que le chaos puisse contribuer à l'émergence de configurations dynamiques particulières.

Dans le domaine macroscopique, le chaos dynamique n'est ni le hasard, ni le n'importe

[75] au sens où dans le chaos – comme dans le hasard – tout est possible, mais rien que le possible, jamais l'impossible.

quoi… Il est cohérent, il est déterministe et, à son niveau le plus fort, signifie l'existence, sur de longues périodes de temps, d'un *processus exploratoire* du mouvement en puissance, lequel traduit une *réalité possible.* En contribuant ainsi à l'émergence de structures nouvelles, le chaos joue un rôle indéniable dans la morpho-structuration dynamique du cosmos. Il est générique et universel.

9.2. Le « syndrome » du chaos

La grande « vogue » du chaos ne s'est pas développée sans répandre une certaine pathologie associée. Ce que je stipule par cette expression, le syndrome du chaos, est tel qu'un phénomène peut présenter les symptômes du chaos sans pour autant procéder de sa pathologie vraiment spécifique. Aussi, ce syndrome prend sa source dans le fait d'identifier trop hâtivement les *indicateurs* du chaos avec les *preuves* du chaos. Dans ces conditions, l'on comprendra comment d'une indication généreuse du chaos, l'on se retrouve avec une sorte de confusion épistémologique de sa signification, ou encore, comment se contentant des « apparences » du chaos, l'on passe à sa prolifération. Les symptômes, pour très caractéristiques qu'ils soient, ne sont jamais que des effets indicateurs, non pas des causes. Or, les effets n'épuisent jamais l'être et l'essence de ce qui les produit. Il n'y a de science, en effet, que par la connaissance assurée selon les causes et sertie d'un cadre conceptuel ordonné et formalisé.

Au syndrome pour ainsi dire constitutif de la pathologie chaotique, s'ajoute une curiosité externe : c'est *l'intention attractive* du chaos. L'intention du chaos, c'est ce que l'on voudrait faire dire au chaos, c'est-à-dire les raisons plus ou moins cachées d'un chaos non plus phénomène, mais érigé en vecteur d'idéologie plus ou moins philosophique. Ici, ce n'est plus le chaos qui instruit, mais l'idée du chaos qui attire et séduit. Nous le mentionnons en introduction, aux notions classiques de *réduction, maîtrise, prédictibilité, exhaustivité…* se substituent des notions et des concepts balayant aujourd'hui le champ des sciences comme *irréductibilité, incertitude, imprédictibilité, incomplétude, indécidabilité…* La similitude de cohérence de ces nouvelles notions, munies d'un même préfixe, plaide avec force en faveur d'un nouveau paradigme instruisant les chemins d'une nouvelle philosophie de la nature. Mais aussi pour mieux asseoir cette idée, l'on voudrait assister à la chute du déterminisme et proclamer dans cette même veine, l'*in*déterminisme! Et bien non. Du moins pas avec le chaos.

9.3. Le hasard : battu par chaos

Dans cette même veine également, l'on voudrait de-ci de-là que le chaos alimente la thèse du hasard érigé en système explicatif. Or, bien *a contrario,* le chaos se présente plutôt comme un territoire d'intelligibilité conquis à l'empire du hasard! Il est un article au titre somptueux qui le manifeste avec brio : *« Le hasard : battu par chaos! »*[76] Il serait d'un fameux impact philosophique de considérer ce fait dans les domaines des sciences de la vie. Le chaos, tout comme le hasard, exploite le possible, rien que le possible, jamais l'impossible! En l'occurrence, le chaos déploie et explore les possibilités dynamiques de la nature. Dès lors, le mouvement étant nécessaire à « l'évolution », le chaos, facteur exploratoire du mouvement en puissance, à l'intelligibilité cohérente, à la phénoménologie universelle, est appelé à être intégré comme un agent générique de l'évolution, opératoire et efficace.

L'apport subtil de la science du chaos en philosophie de la nature est que le dualisme *prédictibilité – imprédictibilité* ne traduit pas l'alternative *déterminisme – indéterminisme.* L'épistémologie du chaos dynamique ouvre, en rompant avec la vieille alternative « hasard ou nécessité », la voie d'une nouvelle philosophie de la nature à base de déterminisme affranchi de l'implication de prédictibilité, comme propriété et critère de celui-ci. Aussi il reste à observer

---

[76] *Science Frontières* **30**, pp. 18-23. Article de Michel Bounias qui fut professeur de Toxicologie et de Biomathématiques à l'Université d'Avignon.

que cette ouverture ne se limite pas à la seule existence d'une limite de prédictibilité (*cf.* chaos de premier niveau), elle se prolonge dans la phénoménologie « d'imprévisibilité immanente » aux chemins néanmoins déterministes (*cf.* chaos de troisième niveau) annulant la capacité épistémique de prédictibilité. Les rapports du déterminisme naturel et de la causalité physique s'affinent au profit de la compréhension de l'immanence. La croissance avérée de la complexité ne serait ni dans le fruit d'une interminable cascade de hasards purs mais propices, ni dans celui d'une nécessité déterminée mais téléguidée. La nature possède en elle-même les principes de génération de situations nouvelles, « d'attraction » à la complexité et de catalyse de la croissance de celle-ci.

9.4. Matière et forme

De mon point de vue, la philosophie du chaos, avec ses déploiements déterministes des possibles, infirme simultanément la thèse du *tout nécessaire* et celle du *tout indéterminé.* Face aux très excellentes catégories d'une tradition philosophique remontant à Aristote, je dirais qu'elles sont aujourd'hui utiles pour amorcer et structurer une réflexion, non pour l'enfermer, non pour l'accomplir. Le mystère du sens du monde transcende les catégories des anciens et les descriptions des modernes. De la notion de substance et de ses si nombreuses variantes, je ne conserve *in fine* que la richesse du corrélatif matière *et* forme, mais c'est là un élément clef pour ouvrir quelques portes au bout de la règle dans le brouillard.

Matière et *forme* sont en philosophie première, ce que pleinement et sans nulle confusion, la science n'atteint pas, bien qu'elle y tende... respectivement l'être en puissance et ce qui fait exister en acte.[77] Ainsi lorsque nous disons « matière », en disant le temps intrinsèquement lié à la matière, il s'agit de la matière prise au sens générique de la réalité complète et existante. Mais qu'en est-il si l'on se situe dans les ancestrales catégories des anciens? Matière et forme sont situées comme les parties constitutives et exhaustives de la substance. La substance et les accidents, dont le temps, constituent les dix manières de dire l'être, aussi bien en acte qu'en puissance. Par conséquent, soit la matière renvoie à la notion cardinale de puissance (l'être en puissance) et le temps ne peut pas être en acte dans la matière, il lui reste la forme; soit la matière est en acte dans la substance et le temps existe par la forme qui fait exister en acte. Dans les deux cas, la forme est porteuse du temps. Autrement dit, le temps, en tant qu'attribut de la substance, serait davantage à voir comme une notion intrinsèque à la forme qu'à la matière. La forme étant l'acte de la matière, elle lui procure son « exister », lequel est soumis au devenir par l'entremise du temps. Par conséquent, c'est précisément parce que la forme est porteuse du temps qu'elle donne à la matière d'exister dans le devenir.

De ce point de vue, l'espace-temps régi par des propriétés d'invariance formelle des lois de la nature peut en effet constituer une *structure formelle* de la *matière complète et existante* en incluant sa morphogenèse en acte. Du reste, dans le cadre de la relativité générale, comme théorie de la gravitation, c'est dans cette double identification de la gravitation à la géométrie et de la géométrie à la matière que l'on retrouve également le caractère d'un *temps construit,* intrinsèque à la forme mathématique structurant la représentation du monde physique (*i.e.* plus sommairement, le temps comme dimension de la matière).

Cela étant, tandis que le temps reste un attribut de la substance existante, le mouvement devient un élan naturel de l'être, qu'il soit en acte ou en puissance. En somme, la forme porteuse du temps est bien l'acte de la matière, mais par la *raison du mouvement* comme principe vraiment premier de la nature.[78]

---

[77] « Pour qu'il y ait production, trois choses sont requises : 1° l'être en puissance, qui est la matière; 2° le non-être en acte, qui est la privation; 3° ce qui fait exister en acte : la forme. » Thomas d'Aquin (1254, §5).

[78] *Cf.* Bois (2002a).

Or, *la nature est notamment mathématiquement intelligible.*[79] Autrement dit, les propriétés mathématiques traduisent des principes constitutifs de la nature qui structurent le monde physique dans l'ordre de la *causalité formelle.* Dès lors, notre physique la plus fondamentale n'est plus simplement descriptive mais *constitutive.* Par exemple, les symétries, généralement en physique, traduisent les interactions fondamentales qui déterminent les champs et leurs couplages.

De plus, le fait même qu'il puisse exister des principes de la nature suggère que « l'art secret »[80] de l'immanence n'est pas réductible à un type de causalité pris isolément, mais il renverrait plutôt à une chaîne de niveaux de causalité articulés entre eux. Notamment, les interdépendances logiques des niveaux de causalité établis par Aristote font de la *causalité étendue* un système cohérent et opérant quant au sens.[81] Matière et forme, en tant que principes d'être en philosophie première, n'épuisent évidemment pas tout l'être. Par conséquent et plus encore, matière et forme, en tant que propriétés du sujet de la physique (*i.e.* non plus des principes d'être, mais des déterminations sous forme de principes d'existence) ne peuvent pas à elles seules décider de l'être, de l'alpha et l'oméga, et épuiser le sens. Ainsi, comme le considère Follon (1988) :

> Trop de savants continuent à croire que le devoir de la science est de ne s'occuper que du mécanique et de rejeter tout ce qui relève de la métaphysique dans le domaine suspect des spéculations vaines ou des rêveries fantaisistes. Or, si Leibniz distinguait parfaitement le mécanique et le métaphysique, « au sens traditionnel où le premier concerne la matière et la cause efficiente, le second les causes formelles et finales », il n'en considérait pas moins que ces deux ordres de connaissance devaient s'unir pour nous donner une *science du réel* au sens plein de cette expression. Car une telle science ne saurait être que celle qui recherche les causes formelles et finales des choses aussi bien que leurs causes matérielles et efficientes.[82]

9.5. Cohérence et contingence, spéculations…

Si *chaos local* et *complexité croissante* de la nature ne s'excluent pas de fait, pour le moins nous avons parcouru quelques secteurs où l'un participe de l'autre selon somme toute une certaine cohérence. Nous voudrions interroger le rapport de cette cohérence à la *contingence,* de fait et/ou de principe. Considérons tout d'abord le *principe de complexité croissante* ordinairement accepté et énoncé comme tel par la communauté scientifique. Pour notre part, nous reformulerons ce principe en *tendance naturelle* à la complexité croissante. Cette tendance manifeste une efficacité naturelle agissant dans le champ des possibles en puissance déployés par la faisabilité exploratoire du chaos déterministe. Dès lors, il n'est plus indispensable d'invoquer le hasard comme moteur général de l'évolution en raison même du rapport conforme de l'existence de cette tendance naturelle au chaos déterminisme, tendance manifestée par un vaste jeu *d'inclinations naturelles dans une certaine direction.*

Immédiatement, il convient d'observer qu'il ne s'agit pas de prédéterminisme, ni à l'inverse d'indéterminisme, en raison même du caractère d'imprévisibilité des phénomènes chaotiques au-delà des limites de prédictibilité. *L'élaboration de la complexité croissante intervient comme une possibilité sans prédétermination, ni indétermination totale et motrice.*

Formellement, cela n'exclut aucunement les possibilités de causes efficientes par accident.[83]

---

[79] Tout du moins pour ce qui est de la matière inerte… En outre, il existe d'autres voies majeures et prégnantes d'intelligibilité comme l'approche artistique qui convient évidemment mieux pour reproduire et signifier, par exemple, les aspects esthétiques (esthétique *: science du beau dans la nature et dans l'art,* selon la définition du dictionnaire Le Petit Robert).

[80] Reprenant une expression de Kant : « Dieu a installé *un art secret* dans les forces de la nature, l'art de se développer soi-même, à partir du chaos, en une parfaite constitution du monde. » Kant (1755, pp. 228-230).

[81] *Cf.* notre essai d'une architecture de *causalité étendue* requise pour la science contemporaine (Bois 2000b).

[82] Follon (1988) (*cf.* Leibniz, *Discours de Métaphysique*, § 21-22).

[83] « A plusieurs endroits de son œuvre, commente Cunningham (1994), le Stagirite explique que l'hypothèse

« L'improbable » n'enlève pas les tendances d'inclination naturelle dans une certaine direction. Les séries d'éventualités ne constituent pas les processus, mais y participent. Cela voudrait dire que la complexité (réelle et immanente) n'est pas une fin prédéterminée qui, avant d'être à tel ou tel stade, attirerait tel un aimant la nature à s'organiser comme tel.[84] Cependant, puisque qu'en principe une variété de comportements dynamiques, d'abord en puissance, peuvent finalement apparaître, il vient que la faisabilité exploratoire du chaos, contrainte le long des « lignes » de conservation d'énergie et se densifiant irréversiblement, pourrait très bien jouer ce rôle opératoire « d'attraction » à la complexité, plus exactement de tendance à la complexité.

Cette contingence renforce le caractère de l'immanence de la nature, mais ne l'explique pas. La permanence et la cohérence de l'immanence de la nature posent dès lors à bon droit la question métaphysique : *l'Univers est-il ontologiquement autosuffisant?* C'est la question de l'origine de l'Univers et non pas celle de son commencement. C'est la question qui porte sur le principe qui fonde l'Univers dans la permanence de son existence et d'une existence en mouvement permanent. Pour qu'il y est science de l'Univers, il faut qu'il y est *de* l'Univers. Pour qu'il y est de l'Univers, il faut un principe d'existence. Un commencement cosmologique dans l'existence actuelle ne supprime pas la nécessité d'une origine du principe même d'existence, d'où la question de l'être, notamment dans la perspective radicale de *tout l'Univers.* Dans un récent article,[85] nous avons affronté cette question d'une induction tout à la fois nécessaire et néanmoins comme asymptotique à une origine ontologique de l'Univers.

Epilogue

Le chaos, ce qu'il révèle par sa profondeur universelle, se présente comme une propriété de la nature dont la compréhension fut globalement restée cachée à l'intelligibilité scientifique fort tardivement, bien au-delà de la seconde moitié du XX^{e} siècle. Aussi, l'on admettra sans peine que le chaos n'est pas en premier lieu et par essence lié à la complication croissante des problèmes, mais plutôt à la profondeur apportée à l'étude de ceux-ci. Attendu que la complication n'est pas la complexité, qu'en est-il à cet égard de la place du chaos? C'est-à-dire, je souhaite faire référence à la distinction entre la *complexité rationnelle* ou « complexification » (liée au dire, à l'analyse, à la méthode, à la représentation) et la *complexité réelle* (liée à la nature et ses processus immanents). L'ambiguïté résultante est la suivante quant à la lecture de la signification du chaos délivrée par certains auteurs. Par exemple, lorsque dans la préface d'un dossier hors série consacré au chaos, Bergé et Pomeau indiquent (annonçant en cela l'article de Delahaye, 1995) que « le chaos est l'art de former du complexe à partir du simple », de quelle complexité s'agit-il?[86] A en croire Ruelle (1995, même numéro), il s'agirait de la complexité rationnelle : « Là réside la signification du chaos, cette impossibilité pratique de calculer l'évolution de systèmes déterministes. » Que la signification du chaos soit réductible

d'un déterminisme universel excluant tout hasard au nom de *l'empire de lois internes cachées* qu'il ne s'agirait que de *découvrir,* répugne à la raison même d'être naturel. Le hasard entendu *au triple sens du concept Aristotélicien de contingence* est constitutif de la réalité essentielle des étants naturels, à tout le moins terrestres. »

84 Il nous apparaît, en outre, une sorte d'analogie entre la matière seconde en *tendance naturelle* à la complexité et la matière première « en appétit » de la *forme*…

85 Bois (2012).

86 A noter que Delahaye (1995) précisera que les mathématiques liées au chaos déterministe ne doivent pas faire oublier le « bon sens » : « Quand le simple engendre du complexe, c'est que le complexe est déjà caché au départ… » Mais, le critère de complexité choisi par cet auteur, c'est-à-dire la complexité de Kolmogorov, est une complexité de type rationnelle. Or, si ce critère peut convenir pour caractériser la complexité rationnelle d'une suite mathématique, il reste néanmoins fort imprudent d'homologuer ladite complexité rationnelle à la complexité réelle. Ainsi, que pourrait signifier la longueur d'un programme informatique vis-à-vis d'une réalité décrite par quelques mathématiques? Quelques fois, à trop vouloir s'abstraire de l'expérience humaine, la recherche de signification s'enferme dans la représentation axiomatique du calcul, et ne peut plus faire sens, par absence de sujet.

à une contingence d'ordre pratique, c'est en fait annuler sa phénoménologie immanente et par là, selon l'expression fameuse de Wigner, cette « irraisonnable efficacité des mathématiques ».[87]

Le Livre de la nature n'est pas écrit en mathématiques. Mais il se trouve que les propriétés physiques de la nature sont fort proches, voire asymptotiques, aux propriétés exactes des mathématiques. En ce sens, les mathématiques constituent le rail indispensable de la physique, comme un « attracteur » de cohérence pour l'intelligibilité de la nature. Le chaos n'échappe pas à la règle, il l'approfondit. La modalité de chaoticité peut être prévisible. Lorsque la prédiction de positions et de vitesses est perdue, c'est bien la prédiction quantitative qui est perdue. L'inférence chaotique est en revanche une *qualité* du comportement dynamique chaotique lui-même. Ce genre de prévision qualitative reste possible et riche d'instructions. Ce genre subsiste, comme subsiste dans les comportements dynamiques non chaotiques, la qualité de régularité, celle de quasi-périodicité par exemple…

Lorsque la philosophie de la nature stigmatise parfois la science en la réduisant à son statut expérimental et métrologique, il arrive qu'elle s'agrège un monopole du qualitatif. Or, comme les multiples principes qualitatifs qui irriguent les grandes synthèses conceptuelles de la physique contemporaine,[88] le chaos déterministe, par son principe comme par ses méthodes pour l'atteindre, montre également, bien que plus clairement peut-être, *le statut qualitatif de la science.* Le chaos dynamique contribue au renouvellement de la lecture et de la compréhension de la nature. Son épistémologie favorise une philosophie renouvelée de la nature.

En considérant l'unicité de notre Univers à travers les déterminations qui le révèlent en ce qui l'est, observable, mesurable, conceptualisable, et la fiction des univers multiples qui n'existent que dans l'intellect, sans expérience possible, il s'avère légitime de subordonner son existence réelle à son être.[89] En conséquence, les principes et tendances naturelles énoncés plus haut (déploiement et exploration des possibilités dynamiques de la nature, complexité croissante…) ne sauraient être cause d'eux-mêmes et restent subordonnés à l'existence même de la Nature et de sa *subsistance dans l'être.* Ils ne sauraient donc signifier quelque argument d'autosuffisance ontologique de l'Univers en tant qu'être et, par conséquent, de l'univers de la Nature. Autrement dit, de l'autonomie de la nature et de son « art secret », de son immanence plénière, l'on ne saurait déduire quelque naturalisme physicaliste ou « émergentiste », animiste ou panthéiste, même si – une fois n'est pas coutume – j'ai doté ici dame Nature d'une majuscule…

Appendice : le déterminisme naturel et la causalité usuelle en science

Le chaos déterministe doit se décliner en trois niveaux de signification. Au premier niveau, l'existence d'une limite de prédictibilité peut être simplement épistémique tandis qu'au troisième, l'imprévisibilité réelle signe au contraire un comportement immanent de la nature. Le déterminisme, ainsi affranchi de la contrainte de prédictibilité, s'avère profondément naturel. La saisie d'un déterminisme naturel et la vérification d'une causalité usuelle participent d'un lien de parenté organique qui ne saurait néanmoins signifier leur équivalence de principe.

Le déterminisme naturel signifie dans les calculs que la succession temporelle de deux états de mouvement se produit d'une manière unique. Mais *l'unicité* de la trajectoire n'est pas nécessairement mathématisable au sens de l'existence d'une solution fonctionnelle. Toutefois, si tel est le cas, le théorème de Cauchy-Lipschitz s'applique à un sous-ensemble pour lequel les trajectoires ont des solutions fonctionnelles tandis que la cause « formelle » est alors la

[87] Wigner (1960).
[88] *e.g.* les lois de conservations de certains invariants.
[89] Bois (2002a, 2002b, 2012).

« forme » du système différentiel $f[x(t),t]$.

Dans les deux cas, le déterminisme naturel suppose un principe de causalité en physique que peuvent reproduire *à volonté* des calculs analytiques ou *numériques*. La structure générique de la *causalité physique* peut se décomposer ainsi : [90]

- *Une relation d'antécédent à conséquent.* Cette relation, différentielle en physique et codée dans les interactions, est propre à se soumettre à la modélisation physico-mathématique.

- Cette relation est munie d'*un principe d'antériorité caractérisant l'antécédent par rapport au conséquent.* En toute rigueur, un principe d'antériorité se suffirait d'être défini par l'une au moins des conceptions suivantes de l'antériorité :
  1. *Chronologique*
  2. *Horismotique*
  3. *Topologique*
  4. *Logique*
  5. *Ontologique*

- *Un principe d'orientation affecté au principe d'antériorité.* En particulier, la causalité physique *usuelle* est basée sur un principe d'antériorité *chronologique* d'orientation temporelle irréversible du passé vers le futur.

La structure de la causalité usuelle *en science* peut se définir *in fine* comme une relation d'antécédents à conséquents, muni d'un principe d'antériorité temporelle, lui-même affecté d'une orientation (*i.e.* d'une flèche du temps de sorte que la cause précède l'effet). Pour un développement substantiel de la *causalité,* son histoire, ses méandres, ses limites et ses possibilités de l'enrichir aujourd'hui, l'on pourra se reporter à nos travaux (Bois 2000b, 2001c, 2002a, 2003b; Trelut & Bois 2013).

Références bibliographiques

D'Aquin, T., 1254, *Les principes de la réalité naturelle,* Introduction, traduction et notes par Jean Madiran, 1977, Nouvelles Éditions Latines, Collection Docteur Commun, Paris.

Arnold, V. I., 1963, "Proof of A. N. Kolmogorov's theorem on the preservation of quasiperiodic motions under small perturbations of the Hamiltonian", *Russ. Math. Surv.* **18**, pp. 9-36.

Boi, L., & Bois, E., 2009, "Mathématiques créatives, physiques significatives et le livre ouvert de la nature : quelques remarques sur les systèmes dynamiques, le chaos, le déterminisme et la nature du temps", *Eikasia* **27**, pp. 215-247.

Boigey, F., 1972, "Une théorie des perturbations en variables angles-actions – Application au mouvement d'un solide autour d'un point fixe – Précession-nutation", *Journal de Mécanique* **11**, pp. 521-543.

[90] Bois (2000b, 2001c).

Bois, E., 1992, "Theory of Solid Rotation", invited review paper, 21st IAU General Assembly, JCM : *Rotation of the Solar System Bodies,* July 24 1991, Buenos Aires, in : *Highlights of Astronomy* **9**.

——— 1995, "Proposed terminology for a general classification of rotational swing motions of the celestial solid bodies", *Astronomy & Astrophysics* **296**, pp. 850-857.

———1997, "Le chaos, sens, contresens et cohérence", 1st Astrophysical CNRS School of Oleron, Saint-Pierre d'Oléron, 1996 May 20-24, in : *Chaos and Fractals in Solar Activity,* **J**.P. Rozelot (Ed.), pp. 8-24.

———1999, "Le chaos : du phénomène dynamique au phénomène de mode", invited lecture, La Sorbonne, Paris, May 15 1999, in : *Ethique et Epistémologie autour du livre "Impostures Intellectuelles" de Sokal et Bricmont,* Collection *Epistémologie et Philosophie des Sciences,* A. Krémer-Marietti (Ed.), L'Harmattan, pp. 243-252 (2001).Bois, E., 2000a, "Connaissance de la libration lunaire à l'ère de la télémétrie laser-Lune", *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences (Paris),* tome **1**, Série **IV**, pp. 809-823.

——— 2000b, "La causalité étendue", in: *Science et philosophie de la Nature: Un nouveau dialogue,* ouvrage collectif international, L. Boi (Ed.), Peter Lang – Editions Scientifiques Européennes, pp. 199-219.

——— 2001a, "The three levels of significance in dynamical chaos", *Revue des Questions Scientifiques* **172**, pp. 105-116.

——— 2001b, "De quelques enjeux philosophiques du phénomène chaos", invited lecture, groupe de travail de *l'Académie des Sciences Morales et Politiques,* Direction B. d'Espagnat (Ed.), in : *Implications philosophiques de la science contemporaine,* Tome 1: *Le chaos, le temps, le principe anthropique,* PUF, pp. 31-34.

——— 2001c, "Eléments de causalité étendue", invited lecture, Facultés Universitaires Notre Dame de la Paix, Dept. Sciences-Philosophies-Sociétés, Namur, Belgium, May 23 2001.

——— 2002a, *L'Univers sans repos ou l'essence première du mouvement,* Peter Lang – Editions Scientifiques Européennes, Collection *Philosophia Naturalis et Geometricalis* **1**, 237 pages.

——— 2002b, "Origine et commencement de l'Univers : d'une intime confusion à un maillon métaphysique", *Revue des Questions Scientifiques* **173**, 59-72.

——— 2003a, "Chaos dynamique : facteur de déploiement des possibilities dynamiques de la nature", invited lecture, international conference : *Une nouvelle philosophie de la nature aujourd'hui : les apports des mathématiques, de la physique et de la biologie,* J.-M. Alimi, L. Boi, J. Kouneiher & D. Lambert (Eds.), March 26-28 2003, EHESS, Paris, in : *Vers une nouvelle philosophie de la nature – Actualités mathématiques, physiques et biologiques*, J. Kouneiher (Ed.), Hermann, *Collection Visions des Sciences,* pp. 181-213 (2010).

——— 2003b, "Le statut du temps dans les systèmes dynamiques", invited lecture, international conference : *Le temps multiple : de la physique et la biologie à la psychologie et l'histoire,* supervision L. Boi, April 30 2003, EHESS-CAMS, Paris.

——— 2006, "Dynamical chaos and the dynamics of nature", invited paper in the international collectif book : *Symétries, brisures de symétries et complexité en mathématiques, physique et biologie – Essais de philosophie naturelle,* L. Boi (Ed.), Peter Lang, *Philosophia Naturalis et Geometricalis* **5**, pp. 53-94.

——— 2010, "Un déterminisme affranchi de la contrainte de prédictibilité", *Eikasia* **35**, pp. 21-53.

——— 2012, "Induction asymptotique à une origine ontologique de l'Univers", *Scripta Philosophiae Naturalis* **1**, pp. 57-85.

——— & Vokrouhlicky, D., 1995, "Relativistic Spin Effects in the Earth-Moon System", *Astronomy and Astrophysics* **300**, pp. 559-567.

——— & Girard, J.-F., 1999, "Impact of the quadrupole moment of the Sun on the dynamics of the Earth-Moon system", *Celestial Mechanics & Dynamical Astronomy* **73**, pp. 329-338.

——— & Rambaux, N., 2007, "On the oscillations in Mercury's obliquity", *Icarus* **192**, pp. 308-317.

———, Boudin, F., & Journet, A., 1996, "Secular variation of the Moon's rotation rate", *Astronomy and Astrophysics* **314**, pp. 989-994.

———, Kiseleva-Eggleton, L., Rambaux, N., & Pilat-Lohinger, E., 2003, "Conditions of Dynamical Stability for the HD 160691 Planetary System", *Astrophysical Journal* **598**, pp. 1312-1320.

Boudin, F., Oberti, P., & Bois, E., 1994, "Gravitational Model of Comet Nucleus Rotation", *Annales Geophysicae* **12**, Part III, Space and Planetary Sciences, C666.

Brahic, A., 1975, "A Numerical Study of a Gravitating System of Colliding Particles : Applications to the Dynamics of Saturn's Rings and to the Formation of the Solar System", *Icarus* **25**, pp. 452-458.

Chabert, J.-L. et Dahan Dalmedico, A., 1991, "Henri Poincaré, le précurseur", *La Recherche* **232**, pp. 566-570.

Clavier, P., 2004, *Qu'est-ce que la théologie naturelle ?,* Chemins philosophiques, Librairie Philosophique J. Vrin, Paris.

Cunningham, H.-P., 1994, "Darwin et le ‹transformisme› des auteurs classiques", *Laval théologique et philosophique* **50**, pp. 389-413.

Delahaye, J.-P., 1995, "Le complexe surgit-il du simple?", *Pour la Science,* Dossier hors série : *Le Chaos,* pp. 30-34.

Dvorak, R., Pilat-Lohinger, E., Bois, E., Funk, B., Freistetter, F., & Kiseleva-Eggleton, L., 2004, "Planets in double stars : the Gamma Cephei System", *Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica* **21**, pp. 222-226.

Ekeland, I., 1984, *Le Calcul, l'imprévu,* Editions du Seuil / Science ouverte.

——— 1995, *Le chaos,* Editions Flammarion, Collection Dominos.

Espinoza, M., 2006, *Théorie du déterminisme causal,* L'Harmattan, *Collection Ouverture Philosophique,* 227 pages.

——— 2010, "Discours de bienvenue au Primer Symposium du Cercle de Philosophie de la Nature", *Eikasia* **35**, pp. 17-19.

Follon, J., 1988, "Réflexions sur la théorie aristotélicienne des quatre causes", *Revue philosophique de Louvain* **86**, pp. 317-353.

Gayon, J., & Bois, E., 2008a, "Are retrograde resonances possible in multi-planet systems?", *Astronomy and Astrophysics* **482**, pp. 665-672.

——— & Bois, E., 2008b, "Retrograde resonances in compact multi-planetary systems: a feasible stabilizing mechanism", in : *"Exoplanets: Detection, Formation and Dynamics",* J.S. Sun, S. Ferraz-Mello, & J.L. Zhou (Eds), Cambridge University Press, pp. 511-516.

——— Bois, E., & Scholl, H., 2009, "Dynamics of planets in retrograde mean motion resonances", *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy* **103**, pp. 267-279.

Gleick, J., 1989, *La Théorie du chaos,* Albin Michel, Réédité par Flammarion en 1991.

Goldstein, H., 1964, *Mécanique classique,* Presses Universitaires de France.

Gozdziewski, K., Bois, E., Maciejewski, A. J., & Kiseleva-Eggleton, L., 2001, "Global Dynamics of Planetary Systems with the MEGNO criterion", *Astronomy and Astrophysics* **378**, pp. 569-586.

Hénon, M., 1969, "Numerical exploration of the restricted problem V. Hill's case : Periodic orbits and their stability", *Astronomy & Astrophysics* **1**, pp. 223-238.

Hofstadter, D., 1995, "L'universalité du chaos", *Pour La Science,* Dossier hors série : *Le Chaos,* pp. 18-26.

Hubbard, B. B., et Hubbard, J., 1995, "Loi et ordre dans l'Univers : le théorème KAM", *Pour La Science,* Dossier hors série : *Le Chaos,* pp. 36-44.

Kant, E., 1755, *Histoire générale de la nature et Théorie du ciel,* Vrin 1984, Paris.

Kiseleva-Eggleton, L., Bois, E., Rambaux, N., & Dvorak, R., 2002a, "Global Dynamics and Stability Limits for Planetary Systems around HD 12661, HD 38529, HD 37124, and HD 160691", *Astrophysical Journal* **578**, L145-L148.

———, Bois, E., Rambaux, N., Dvorak, R., & Rivera, E. J., 2002b, "On the Dynamical State of New Multi-Planet Systems", 201st AAS Meeting, *Bulletin of the American Astronomical and Astrophysical Society* **34**, p. 1144.

———, L., Bois, E., Guiderdoni, B., Dauphole, B., Rambaux, N., Gozdziewski, K., & Maciejewski, A.J., 2003, "A New Look at the Dynamical Properties of Systems with Multiple Planets", in : *Scientific Frontiers in Research on Extrasolar Planets,* D. Deming & S. Seager (Eds.), *ASP Conference Series* **294**, pp. 193-196.

Klavetter, J.J., 1989, "Rotation of Hyperion. I. Observations", *The Astronomical Journal* **97**, pp. 570-579.

Kolmogorov, A. N., 1954, "On conservation of conditionally periodic motions under small perturbations of the Hamiltonian", *Dokl. Akad. Nauk. SSSR* **98**, pp. 527-530.

Laskar, J., 1989, "A numerical experiment on the chaotic behaviour of the solar system", *Nature* **338**, pp. 237-238.
——— 1990, "The chaotic motion of the solar system – A numerical estimate of the size of the chaotic zones", *Icarus* **88**, pp. 266-291.
——— 1994, "Large scale chaos in the Solar system", *Astronomy & Astrophysics* **287**, L9-L12.
——— 1995, "La Lune et l'origine de l'homme", *Pour La Science*, Dossier hors-série : *Le Chaos,* pp. 48-54.
——— & Froeschlé, Cl., 1991, "Le chaos dans le système solaire", *La Recherche* **232**, pp. 572-582.
——— & Robutel, P., 1993, "The Chaotic Obliquity of the Planets", *Nature **361***, pp. 608-612.
———, Joutel, F., & Robutel, P., 1993, "Stabilization of the Earth's Obliquity by the Moon", *Nature* **361**, pp. 615-617.
Lorenz, E., 1963, "Deterministic Nonperiodic Flow", *Journal of the Atmospheric Sciences* **20**, pp. 130-141.
Morbidelli, A., 2002, *Modern celestial mechanics: aspects of solar system dynamics,* London : Taylor & Francis.
Moser, J., 1962, "On invariant curves of area-preserving mappings of an annulus", *Nachr. Akad. Wiss. Gottingen Math. Phys. Kl.* **2**, pp. 1-20.
Poincaré, H., 1892 (vol. I), 1893 (vol. II), 1899 (vol. III), *Les Méthodes Nouvelles de la Mécanique Céleste,* Gauthier-Villars, Paris.
Ruelle, D., 1991, *Hasard et Chaos,* Odile Jacob, Paris.
——— 1995, "Où le chaos intervient-il?", *Pour La Science*, Dossier hors-série : *Le Chaos,* pp. 6-13.
Selleri, F., 1997, "Le principe de la relativité et la nature du temps", *Fusion* **66**, pp. 50-60.
Szebehely, V., 1991, "Chaos, stability and predictability in Newtonian dynamics", in : *Predictability, Stability, and Chaos in N-Body Dynamical Systems,* A.E. Roy (Ed.), ASI B272, Plenum Press, New York, pp. 63-71.
Trelut, E., & Bois, E., 2013, "L'impact de la structure chrono-géométrique de l'espace-temps sur la causalité", *Scripta Philosophiae Naturalis* **4**, pp. 1-22.
Varadi, F., Ghil, M., & Kaula, W. M., 1999, "Jupiter, Saturn, and the Edge of Chaos", *Icarus* **139**, pp. 286-294.
Vauthier, J., 2004, *Philosophie des Sciences,* Editions ESKA, 202 pages.
Wigner, E. P., 1960, "The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Science", *Communications on Pure and Applied Mathematics* **XIII**, pp. 1-14.
Wisdom, J., 1987, "Urey Prize Lecture: Chaotic Dynamics in the Solar System", *Icarus* **72**, pp. 241-275.
Wisdom, J., Peale, S.J., & Mignard, F., 1984, "The chaotic rotation of Hyperion", *Icarus* **58**, pp. 137-152.

* * *

Éric BOIS
Université Côte d'Azur
Observatoire de la Côte d'Azur
CNRS – Laboratoire Lagrange
France

Eric.Bois@oca.eu