Scripta Philosophiæ Naturalis 9 (2016)

MATHÉMATIQUES ET MÉTAPHYSIQUE CHEZ WHITEHEAD

Florent BOURGEOIS

RÉSUMÉ

L'objet de cet article est d'étudier les positions d'Alfred North Whitehead, mathématicien et logicien britannique (1861-1947), concernant l'apport des mathématiques dans le domaine de la pensée. Nous nous appuierons principalement sur l'étude de son livre *La Science et le monde moderne* et en particulier sur le chapitre 2 de ce livre qui s'intitule : « Les mathématiques, un élément de l'histoire de la pensée ». La thèse défendue par Whitehead est la suivante : grâce au mathématique, plus l'homme monte en abstraction, plus il est capable de penser le monde.

MOTS-CLÉS : Mathématiques ; Métaphysique ; Abstraction ; Relations nécessaires ; A. N. Whitehead.

Florent Bourgeois

INTRODUCTION

La pensée scientifique n'aurait pas pu se développer sans la conviction que la nature est ordonnée. Whitehead y voit un acte de foi : la foi dans l'ordre de la nature, et il y voit un principe fondamental dans le développement des sciences. Cette foi du scientifique s'est imposé contre toute tentative philosophique de nier les relations d'ordre dans la nature, tel un Hume énonçant dans *son Enquête sur l'entendement humain* :

> Tout effet est un événement distinct de sa cause. On ne peut donc le découvrir dans la cause et la première invention ou conception qu'on en fait a priori doit être entièrement arbitraire.[1]

Dans la perspective de Hume le développement des sciences est quasi impossible. D'où vient donc cette foi dans l'ordre de la nature qui permit le développement de la pensée scientifique du XVIIe siècle ? Une première explication est la répétition des événements. Chaque matin le soleil se lève et chaque soir il se couche. La lune a un cycle régulier. Les saisons également. Mais en même temps il n'y a pas deux hivers pareils, la répétition n'est pas exactement identique. D'une certaine manière l'observation répétée de phénomènes cycliques a poussé les philosophes à voir dans la nature un certain ordre, mais cet ordre ne s'étendait pas aux détails.

Pour Whitehead, au XVIIe siècle, la conviction inébranlable que chaque phénomène peut-être mis en corrélation avec ses antécédents d'une manière parfaitement définie a une source, qui est l'insistance médiévale sur le rationalisme de Dieu :

> La foi dans la possibilité de la science, engendrée avant le développement de la théorie scientifique moderne est un dérivé inconscient de la théologie médiévale.[2]

Des siècles d'une théologie rationnelle qui confère à tout un peuple non pas de simples traditions orales, mais une habitude de lire dans la nature une œuvre ordonnée à la justification de sa foi. Si le développement des sciences repose sur une foi dans l'ordre de la nature, elles se sont développées de façon fulgurante et d'une manière très efficace. De plus elles se sont déve-

[1] David Hume, *Enquête sur l'entendement humain*, section IV.
[2] A. N. Whitehead, *La Science et le monde moderne*, Éd. du Rocher, 1994, p. 30.

loppées en opposition à l'excès de rationalisme médiévale, et n'ont pas laissé le temps à la philosophie de jouer « son rôle d'harmonisation des divers abstractions de la pensée méthodologique ».

Whitehead rappelle d'ailleurs que l'usage intolérant d'abstractions est le premier vice de l'intellect et pour le purifier il y a deux méthodes : 1) Revenir aux faits concrets (mais on ne peut se limiter aux faits concrets pour penser le monde) ; 2) Confronter les abstractions entre elles.

Enfin, la foi dans l'ordre de la nature, réclamé par la démarche scientifique, demande en fait une foi plus profonde, difficile à justifier, qui est la foi dans notre expérience directe immédiate : « savoir que notre expérience, aussi vague et fragmentaire soit-elle, sonde les profondeurs extrêmes de la réalité ».

§ 1. — LES FONDEMENTS DES MATHÉMATIQUES

Intéressons-nous maintenant avec Whitehead à cette science toute particulière qui est la mathématique. Il n'est pas facile de saisir ses fondements. Nous pourrions affirmer avec l'auteur que « les mathématiques sont une folie divine de l'esprit humain. »[3] Nous songeons à une science consacrée à l'étude des nombres, de la quantité, de la géométrie ou encore à l'étude de concepts abstraits comme la notion d'ordre. Selon notre auteur, la première abstraction est le nombre. Le premier pas pour l'homme dans le domaine des mathématiques pures est de comparer un groupe de 7 poissons et un groupe de 7 jours. On s'intéresse donc moins à la nature des choses qu'à ce qu'il y a de commun entre ces deux réalités.

Regardons d'un peu plus près ce que sont les abstractions fondamentales des mathématiques. Commençons avec la géométrie. Une erreur classique, que notre auteur souligne, est de confondre la vérité mathématique avec l'exactitude de notre connaissance géométrique de l'espace de l'univers physique. (Or, une proposition mathématique certaine n'est pas une histoire de mesure parfaite. La certitude mathématique repose sur l'abstraction selon l'auteur : «La certitude mathématique dépend de sa totale généralité abstraite», nous y reviendrons un peu plus loin.)

L'abstraction géométrique remonte à l'antiquité, il suffit de citer Euclide, lorsque l'on passe du point que l'on dessine au concept de point, à sa définition (« Un point est ce dont la partie est nulle ») ; lorsque l'on passe de

[3] *Ibid.*, p. 38.

la droite dessinée à la droite définie, du cercle dessiné à la définition du cercle ou au cercle idéal. Le cercle parfait a des propriétés immuables. Dans la réalité le cercle parfait n'existe pas. La vérité mathématique concerne des objets «parfaits» ou «idéals», qui reposent sur une définition, par exemple : un cercle est l'ensemble des points situés à la même distance d'un point appelé centre du cercle.

A l'école, nous voyons bien le saut intellectuel demandé aux élèves (à l'entrée du collège en France) entre ces deux notions : on passe de : « je constate avec mon équerre que deux droites sont perpendiculaires » à « je prouve grâce à des définitions ou à des propriétés mathématiques que les deux droites sont perpendiculaires », c'est-à-dire je remonte jusqu'à une abstraction (la définition).

Dans la réalité, plus une figure mathématique est précise, plus elle s'approche de la figure définie, plus cette figure vérifie les propriétés de la figure idéale. Par conséquent, un instrument de mesure avec une précision infinie me permettrait de réaliser une figure avec une exactitude parfaite qui vérifierait les propriétés mathématiques pures. Bref, en géométrie classique, abstraire c'est extraire le nécessaire d'une figure et le garder dans la définition de celle-ci. Et on se rend compte qu'abstraire pourrait se confondre avec utiliser une mesure infiniment précise.

Cette conclusion est somme toute assez normale, la géométrie est la science de la mesure de l'espace, l'abstraction en géométrie se confond avec l'exactitude des mesures, la vérité mathématique avec la mesure parfaite. La mesure parfaite n'étant jamais réalisée, la géométrie fait donc appel aux définitions et au raisonnement. Ainsi on comprend bien l'importance des *Éléments* d'Euclide dans l'histoire de la pensée mathématique. Evidement dans les travaux géométriques modernes, la notion de mesure prend une moindre place car la géométrie moderne est réductible à l'arithmétique. Une droite est un espace de dimension 1. Reste que pour formaliser cette définition, l'histoire montre qu'il a fallu passer par la géométrie classique.

Passons à l'arithmétique. Je rappelle que nous étudions les abstractions fondamentales des mathématiques. En arithmétique l'abstraction est celle du nombre et de l'opération. Ainsi 2 = 2 pommes = 2 jours ; 3 pommes + 2 pommes = 5 pommes (3 + 2 = 5) ; 5 pommes divisées en 10 parts égales font la moitié d'une pomme soit 0,5 pomme (5 : 10 = 0,5). Puis on passe à un degré d'abstraction supplémentaire sur l'opération : 5 : 0,5 = 10. L'abstraction se situe donc au niveau du nombre et de l'opération. Cette dernière découle du nombre, puisque l'opération est une relation entre des nombres.

Le nombre, dans son concept primordial, pose la question de l'un et du multiple. Qu'est ce qui définit une unité ? En définissant une unité, on définit la deuxième unité comme l'ajout de la première, et donc le nombre (ce concept en lui-même peut d'ailleurs poser un problème qu'on soulignera plus loin). L'unité vient du constat d'une réalité dans son unité substantielle : une pomme, un jour. Une pomme est limitée dans l'espace par sa peau. Je constate une réalité, unifiée. La forme et la matière jouent un rôle important dans l'appréhension de cette réalité comme unité. Un jour est le constat cyclique du soleil qui se lève, se couche et se lève. La forme du jour est liée à l'observation du temps qui passe, mesuré matériellement par le déplacement du soleil. Le lien que je fais entre une unité matérielle qu'est la pomme et l'unité temporelle d'une journée réclame clairement de l'imagination. Notre imaginaire nous aide grandement à bâtir le nombre un, et par la suite le nombre en général.

On voit par-là que l'abstraction géométrique n'est pas la même que l'abstraction arithmétique. La première repose sur une mesure parfaite (que l'on imagine), la deuxième sur le concept d'unité. On perçoit également que le concept d'unité émerge grâce à notre expérience des objets réels dans leur unité, on touche donc à une question métaphysique sur la notion d'être et d'unité. Pour finir sur l'abstraction arithmétique, notons qu'elle pose un problème si nous voulons coller à la réalité car si 1 même et 1 même font deux même, 1 pomme et 1 pomme ne font pas deux pommes car ces deux pommes ne sont pas identiques. Si nous voulons être rigoureux : 1 pomme et 1 pomme = 1 pomme et 1 autre pomme. La synthèse 1 + 1 = 2 réclame une distanciation avec le réel opéré, nous l'avons dit, par l'imagination.

§ 2. — MATHÉMATIQUE ET MÉTAPHYSIQUE

Chez Whitehead, la mathématique est la fine pointe de l'esprit humain qui sépare les éléments essentiels de toute expérience concrète. L'intelligence veut saisir les conditions générales ou encore les relations abstraites qui régissent toute observation concrète. Cette épuration du concret vers l'abstrait, cette analyse des relations nécessaires est le champ propre des mathématiques. Décortiquons avec Whitehead ce processus :

Il y a tout d'abord l'expérience sensible, son appréciation directe est une question de sensibilité. Cette sensibilité joue un rôle important, elle permet de saisir la profondeur de cette réalité, son essence particulière. L'appréciation esthétique de cette expérience réclame donc une subtilité sensible qui permet de jauger la valeur de cette expérience, de savourer son contenu. La deuxième étape est d'abstraire les réalités concrètes expérimentées et d'en tirer des entités abstraites en soi, indépendamment du cas particulier de l'expérience considérée. On pourrait parler du passage de l'image, ou de la perception, ou du réel ressenti au concept. Enfin troisième étape : il y a le passage des relations particulières entre ces entités considérées aux conditions générales applicables à ces diverses entités. Ce sont des conditions qui sont applicables à une variété indéfinie de cas particuliers ou d'entités entretenant d'autres relations. Ces conditions générales sont le fruit de l'analyse mathématique dans le cadre de la pensée.

Comprenons bien que ces conditions générales sont extraites des relations entretenues entre les entités. La relation ici est essentielle à la connaissance. Si on ne peut pas relier deux occasions particulières, s'il n'y a pas de relation entre des entités, alors la connaissance est impossible, cette expérience nous laisse dans l'ignorance. Dans l'univers qui nous entoure chaque détail entretient une relation avec l'occasion immédiate, avec notre expérience concrète. Par conséquent, les trois étapes de la connaissance se résument ainsi :

1) L'expérience (sensible).
2) Le concept (et ses relations aux autres concepts) extrait de l'expérience.
3) Le schème : l'abstraction des relations entre concepts, conditions générales applicables à plusieurs entités/concepts différents.

On arrive ainsi au champ propre des mathématiques qui est l'étude des conditions générales qui sont elles-mêmes reliées à un schème donné.

On pourrait dire que la mathématique selon Whitehead est une étude de la méta-condition ou encore de l'arché-relation, de la première relation, du schème qui relie toutes les conditions générales :

> Dans le sens le plus large, la découverte propre aux mathématiques est la suivante : toutes les conditions abstraites générales, applicables parallèlement aux relations entre les entités de toute occasion concrète, sont elles-mêmes reliées selon un schème donné.[4]

[4] Whitehead, *op. cit.*, p. 44.

Ce schème peut être développé par l'exercice pur de la logique abstraite. Les relations entre les choses présupposent une logique abstraite qu'imposent les relations :

> Cette harmonie d'être, raisonnable, nécessaire à l'unité d'une occasion complexe, ainsi que l'achèvement de la réalisation de tout ce qui est impliqué dans son harmonie logique, est l'article premier de la doctrine métaphysique.[5]

Pour que des choses soient ensembles, il faut qu'elles soient raisonnablement ensembles. Chez Whitehead il y a une interaction entre existence, harmonie, rationalité, esthétique et logique, elles s'expliquent mutuellement. Il y a existence car il y a harmonie, il y a harmonie donc il y a rationalité et logique, l'existence est rationnelle et harmonieuse, donc elle est esthétique. Ceci explique la connaissance, l'expérience esthétique et l'harmonie de l'existence.

§ 3. — LES MATHÉMATIQUES ET L'HISTOIRE DE LA PENSÉE

Illustrons ce propos par quelques exemples concrets dans l'histoire. La fonction cosinus est un bon exemple de cette nécessité de l'abstraction pour mieux comprendre le monde. À l'origine la science trigonométrique est née des relations entre les angles et les mesures des côtés du triangle rectangle associé. Pour le cosinus il s'agit du rapport entre le côté adjacent et l'hypoténuse. Sous l'influence de l'analyse des fonctions, la notion de cosinus sera étendue à tout nombre réel (et non plus simplement à un angle) dans le cadre du cercle trigonométrique. Ainsi la trigonométrie est devenue tout à fait abstraite et c'est ainsi qu'elle sera le plus utile. Aux XVIe et XVIIe siècles la théorie de la périodicité prit une place fondamentale en science : Kepler étudia la période des orbites planétaires, Galilée la vibration périodique des pendules, Newton expliqua le son comme une onde périodique, Huygens fit de même avec la lumière, Mersenne s'intéressa à la période de vibration d'une corde de violon ...

L'abstraction mathématique a permis de relier ces différents phénomènes et de comparer leurs différentes caractéristiques. Pour citer notre auteur :

> Le paradoxe est maintenant pleinement établi : les abstractions extrêmes sont les vrais outils nous permettant de contrôler nos notions des faits concrets.[6]

---

5 *Ibid.,* p. 4.
6 *Ibid.,* p. 51.

Relisons quelques éléments de l'histoire de la pensée avec cette métaphysique logico-mathématique whiteheadienne. On pourrait accorder à Pythagore le titre de fondateur de cette métaphysique. Au VIe siècle avant JC, ce mathématicien aurait vu dans les nombres les éléments ultimes du cosmos et l'explication de l'harmonie du monde. Son influence s'étend de Platon à Saint Athanase et de Hegel à Einstein. Le conseil pratique à retirer de Pythagore est de mesurer. Chez Pythagore l'analyse du réel passe par la mesure, la qualité d'une réalité s'exprime en fonction d'une quantité déterminée de façon numérique. C'est le point d'entrée de tout le développement scientifique à partir du XVIIe siècle. Entre temps les mathématiciens arabes permirent le développement de l'algèbre, qui fut suivi par le développement de l'analyse par Descartes, Leibniz avec la notion de fonction. Tout le processus des sciences sera d'analyser les phénomènes en reliant leurs mesures sous forme de lois exprimées mathématiquement par des fonctions. Chaque scientifique produira des formules qui expliquent l'ordre de la nature : Galilée, Descartes, Huygens, Newton.

Du reste, force est de constater que la prééminence des mathématiques au XVIIe et XVIIIe siècle (surtout en France) est suivi d'un développement des sciences sans précédent. Au XIXe siècle il y a comme une éclipse, l'influence des mathématiques est moindre. C'est ce que certains appellent la pause romantique. Le XIXe siècle est celui de sciences biologiques notamment avec le darwinisme. Mais si l'influence des mathématiques est moindre, les mathématiques pures firent plus de progrès que dans toute l'histoire depuis Pythagore, et leur fécondité s'exercera sur les sciences physiques du XXe siècle (relativité, mécanique quantique).

D'après Whitehead on distingue deux périodes majeures de 200 ans chacune dans le développement de la pensée : 1) de Pythagore à Platon où s'amorce la pensée scientifique ; 2) fin XVIIIe siècle au XXe siècle avec la science moderne. On note des points communs entre ces deux périodes, à savoir : un enthousiasme religieux dans lequel ce qui compte c'est l'illumination directe dans les profondeurs secrètes de l'être (le paganisme dans l'antiquité et la réaction puritaine et chrétienne au XVIIIe) et le développement d'une pensée analytique critique (le développement de la géométrie et de la pensée philosophique dans l'antiquité et l'essor des mathématiques et des sciences expérimentales pour la période XVIIIe-XXe).

§ 4. — CLASSIFICATION ET MESURE

Finissons cet exposé avec la critique que Whitehead fait d'Aristote. Pour notre auteur Aristote dans sa logique porte l'accent sur la classification au détriment de la mesure chez Pythagore. Cet accent porté sur la classification ne porte pas de fruit pour Whitehead et c'est ce qui a empêché aux sciences biologiques des avancées significatives, pis la popularité d'Aristote au Moyen Âge a retardé l'essor des sciences physiques à cette époque. Pour Whitehead la classification n'a d'intérêt que si elle permet de relier les éléments considérés vers des abstractions mathématiques. Sachant que l'abstraction mathématique est l'abstraction complète, c'est donc celle qui permet de pénétrer le plus avant dans la profondeur de la réalité :

> Dans la procédure consistant à relier les notions mathématiques aux faits de la nature par dénombrement, mesure, relations géométriques et types d'ordre, la contemplation rationnelle est déplacée des abstractions incomplètes intervenant dans les espèces et genres précis, vers les abstractions complètes des mathématiques.[7]

Whitehead entretient une relation riche et paradoxale avec Aristote, il s'inspire largement de sa pensée avec la notion de cause, le rôle de l'analogie ou encore l'importance de l'expérience. On pressent que la métaphysique whiteheadienne cherche à aboutir à un réalisme mais Whitehead ne se débarrasse pas de son passé de mathématicien et à un certain pythagorisme. Pour lui, Pythagore reste le véritable fondateur de la philosophie et de la science européenne qui a su pénétrer la réalité dans ses profondeurs ultimes : c'est-à-dire dans son abstraction la plus pure.

* * *

Florent BOURGEOIS
Professeur de mathématiques, Lycée Stanislas (Paris)
bourgeois_florent@yahoo.fr

[7] *Ibid*. p 47.