

# DOS TÉCNICAS DE DESCOMPOSICIÓN APLICADAS AL PROBLEMA DE FLUJO DE POTENCIA ÓPTIMO REACTIVO MULTI-AREAS

## TWO DECOMPOSITION APPROACHES APPLIED TO THE MULTI-AREA OPTIMAL REACTIVE POWER FLOW PROBLEM

MAURICIO GRANADA ECHEVERRI

*Programa ingeniería eléctrica, Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia, magra@utp.edu.co*

MARCOS JULIO RIDER FLORES

*Depto. sistemas de energía eléctrica, Univ. Estadual de Campinas, mj rider@dsee.fee.unicamp.br*

JOSE ROBERTO S. MANTOVANI

*Escuela de ingeniería, universidad estadual paulista UNESP, Ilha Solteira, Brazil, mant@dee.feis.unesp.br*

Recibido para revisar Abril 14 de 2009, aceptado Octubre 28 de 2009, versión final Noviembre 3 de 2009

**RESUMEN:** En este artículo se aplican dos metodologías diferentes de descomposición matemática para resolver el problema de flujo de potencia óptimo reactivo (FPOR), dentro del contexto de sistemas de potencia con múltiples áreas o regiones interconectadas. El primer método utiliza el principio del problema auxiliar (PPA) aplicado a una función Lagrangeana aumentada. El segundo método, utiliza una técnica de descomposición basada en las condiciones de optimalidad de primer orden de Karush-Kuhn-Tucker (KKT). Se estudia la viabilidad de cada método para ser usado en la descomposición del FPOR multi-áreas y se presentan los modelos matemáticos correspondientes. Tres sistemas de prueba son utilizados para mostrar el funcionamiento y la eficiencia de los métodos de descomposición estudiados. Estos sistemas son conocidos como: el IEEE RTS-96, el IEEE 118-bus y un sistema de 9-barras (usado como ejemplo).

**PALABRAS CLAVE:** Coordinación descentralizada, flujo de potencia óptimo reactivo, FPOR, métodos de descomposición, planeamiento de reactivos, sistemas de potencia multi-áreas.

**ABSTRACT:** This paper applies two methods of mathematical decomposition to carry out an optimal reactive power flow (ORPF) in a coordinated decentralized way in the context of an interconnected multi-area power system. The first method is based on an augmented Lagrangian approach using the auxiliary problem principle (APP). The second method uses a decomposition technique based on the Karush-Kuhn-Tucker (KKT) first-order optimality conditions. The viability of each method to be used in the decomposition of multi-area ORPF is studied and the corresponding mathematical models are presented. The IEEE RTS-96, the IEEE 118-bus test systems and a 9-bus didactic system are used in order to show the operation and effectiveness of the decomposition methods.

**KEYWORDS:** Decentralized coordination, decomposition methods, multi-area power systems, optimal reactive power flow, ORPF, VAR planning.

## 1. NOMENCLATURA

$A$	área actual.
$AA$	área adyacente.
$a_{tie}^A, r_{tie}^A$	precios de la potencia activa y reactiva que se exporta desde el área $A$ hacia otras áreas $u_{tie}^A = a_{tie}^A + jr_{tie}^A$ .
$C_{1k}, C_{2k}$	costos de inyección de potencia capacitiva e inductiva en la barra $k$ .
$nb$	número total de barras del sistema.
$ndg$	número de restricciones de igualdad.
$ndh$	número de restricciones de desigualdad.
$ndx$	número de variables de control.
$ng$	número total de barras generadoras.
$P_i(v, \theta), Q_i(v, \theta)$	inyección de potencia activa y reactiva en la barra $i$ .
$P_{Gi}(v, \theta), Q_{Gi}(v, \theta)$	generación de potencia activa y reactiva en la barra $i$ .
$P_{Li}(v, \theta), Q_{Li}(v, \theta)$	demanda de potencia activa y reactiva en la barra $i$ .
$P_t^A, Q_t^A$	generaciones ficticias, activa y reactiva, en las barras ficticias. $t \in tl$ .
$P_{ties}^A, Q_{ties}^A$	flujos de potencia activa y reactiva circulando por las líneas que conectan el área $A$ con otras áreas.
$pq$	vector de índices de las barras de $PQ$ de tamaño $npq$ .
$pqv$	vector de índices de las barras $pqv = \{pq \cup pv\}$ de tamaño $npqv$ .
$pV$	vector de índices de las barras $PV$ de tamaño $npv$ .
$sh$	vector de índices de las barras habilitadas para inyección de reactivos de tamaño $nsh$ .
$tl$	vector de índices de las barras a las que se conectan líneas de enlace.
$v_i, \theta_i$	magnitud y ángulo de la tensión en la barra $i$ .
$Y_{1k}, Y_{2k}$	cantidad de potencia reactiva de tipo capacitiva e inductiva, respectivamente, inyectada en la barra $k$ .

## 2. INTRODUCCIÓN

La solución del problema de FPOR consiste en encontrar el ajuste óptimo (mínimo costo) de los dispositivos que permiten controlar la magnitud y ángulo de la tensión y la cantidad de reactivos inyectados al sistema por dispositivos tales como: bancos de reactivos (tanto inductivos como capacitivos), generadores capacitivos, compensadores síncronos y compensadores estáticos. Todos los controles anteriores deben trabajar respetando las restricciones operativas del sistema.

Los sistemas eléctricos de potencia son manejados por los denominados operadores del sistema de transmisión (TSOs, transmission system operators), cuyo objetivo principal es operar el sistema de forma segura y económica. En un sistema interconectado, por cada región existe un TSO responsable de la operación de su área y de las transacciones fronterizas con los TSOs de las áreas vecinas. Para alcanzar su objetivo, cada TSO debe resolver un flujo de potencia óptimo (OPF, optimal power flow) regional. Este OPF debe incluir la información intercambiada con las áreas vecinas con el fin de buscar una operación segura y económica del sistema interconectado global. Por tal razón, un sistema con múltiples regiones interconectadas debe ser coordinado para garantizar la operación confiable y económica, especialmente en casos de emergencia o contingencia. Esta coordinación global puede ser realizada con un procedimiento de optimización que procese la información de todas las áreas del sistema, las cuales envían la información correspondiente a su punto de operación actual a un centro de control. Posteriormente, el resultado obtenido (variables de control) debe ser enviado a cada TSO para que éste tome las acciones de control necesarias. Este proceso de coordinación es el que comúnmente se aplica en la actualidad a sistemas multi-área y es conocido como esquema de control centralizado, el cual presenta algunas dificultades que deben ser consideradas:

- Es necesario intercambiar una gran cantidad de información con el centro de control. Esto presenta grandes dificultades cuando existen largas distancias entre las áreas interconectadas.
- El esquema centralizado, bajo ciertas condiciones, no es confiable. Una falla en el centro de control afecta todas las regiones interconectadas.
- Resolver un problema de gran tamaño y complejidad implica un gran esfuerzo computacional y puede, eventualmente, requerir tiempos computacionalmente inviables para su solución.

Un esquema que ha ganado gran importancia en los últimos años debido a sus características de desempeño, confiabilidad, economía, flexibilidad y robustez es el control descentralizado. En este esquema el problema de optimización global es dividido en sub-problemas asociados a cada área. El TSO de cada área resuelve su propio problema de optimización y sólo alguna información estratégica, asociada a las fronteras de las regiones interconectadas, es intercambiada entre las áreas. Las principales razones para adoptar un esquema descentralizado son:

- Dado que solamente se intercambia información asociada a las fronteras entre regiones, las distancias involucradas siempre son pequeñas.
- Es un esquema más confiable debido a que una falla en un área específica sólo afecta esta área. El resto del sistema interconectado puede reordenar su operación excluyendo la región en falla.
- Permite utilizar diferentes reglas, normas, restricciones y funciones objetivo para cada región. Por lo tanto, el esquema descentralizado representa con mayor precisión lo que sucede en un sistema interconectado real de gran tamaño.
- Es posible incorporar procesamiento paralelo para resolver cada sub-problema regional. Por lo tanto, en contraste con el esquema centralizado, el esfuerzo computacional crece linealmente con el tamaño del problema si se utiliza procesamiento paralelo.

El planeamiento de reactivos es un problema ampliamente estudiado en la literatura usando el esquema centralizado [1], [2] y [3]. Por otro lado, la aplicación de técnicas de descomposición a sistemas multi-áreas sólo se encuentra dirigida a modelos de flujo de potencia óptimo que involucran la potencia activa en la función objetivo. En [4], Kim presenta un método para descomponer un OPF cuya función objetivo consiste en minimizar el costo de producción de la potencia activa y reactiva, el cual utiliza el PPA (principio del problema auxiliar) como base matemática [5]. En [6] los autores muestran algunos inconvenientes encontrados al aplicar el PPA a la solución del problema de FPOR multi-áreas.

En [7] Nogales describe una técnica de descomposición basada en las condiciones de optimalidad de primer orden de KKT. De nuevo, la función objetivo incluye los costos de potencia activa. Bakirtzis, en [8], presenta un nuevo método de solución descentralizada para un OPF usando un modelo DC y una función objetivo que busca reducir pérdidas activas.

En general, los problemas de OPF que involucran funciones objetivo compuestas tienen mejores índices de sensibilidad que el problema de FPOR, el cual sólo involucra potencia reactiva. Debido a que el control óptimo de potencia reactiva es un problema más complejo que el control de potencia activa entonces, en general, cualquier método que pueda resolver el problema de reactivos puede también resolver el problema combinado de activos y reactivos [6]. La función objetivo del FPOR puede incluir pérdidas reactivas y las variables de control incluyen dispositivos de inyección de reactivos lo cual caracteriza el problema con una función objetivo no separable.

### 3. PROBLEMA DE FPOR: ESQUEMA CENTRALIZADO

El modelo del problema de FPOR presentado en (1) es considerado dentro del contexto de planeamiento de reactivos. Su objetivo consiste en minimizar, únicamente, el costo de la

inyección de potencia reactiva necesaria para alcanzar la factibilidad del problema.

En este modelo todos los controles se consideran variables continuos y están asociados a los niveles de tensión en los generadores, instalación de bancos de condensadores síncronos, sistemas estáticos de reactivos y en general inyección de potencia reactiva tanto capacitiva como inductiva.

Debido a las características del modelo el problema de FPOR es considerado como uno de los más difíciles de resolver en el estudio de los sistemas de potencia [2].

Las restricciones de igualdad del problema (1) corresponden a un modelo de flujo de potencia AC.

$$\min \left\{ \begin{aligned} f(X) = f(v, \theta, y_1, y_2) = \\ = \sum_{k \in sh} (C_{1k} y_{1k} + C_{2k} y_{2k}) \end{aligned} \right\}$$

s.a.

$$P_{Li} - P_G + P_i(v, \theta) = 0, \quad i \in \{pq \cup pv\}$$

$$Q_{Lj} - Q_{Gj} + Q_j(v, \theta) - y_{1j} + y_{2j} = 0, \quad j \in pq$$

$$Q_G^{lower} \leq Q_G \leq Q_G^{upper} \quad l \in \{pv \cup slack\}$$

$$P_{Gl}^{lower} \leq P_{Gl} \leq P_{Gl}^{upper}$$

$$v_m^{lower} \leq v_m \leq v_m^{upper} \quad m = 1, 2, \dots, n_b$$

$$-\pi \leq \theta_m \leq \pi$$

$$0 \leq y_{1k} \leq y_{1k}^{upper}$$

$$0 \leq y_{2k} \leq y_{2k}^{upper} \quad k \in sh$$

#### 4. DESCOMPOSICIÓN REGIONAL ESQUEMA DESCENTRALIZADO.

Una condición necesaria para aplicar técnicas de descomposición regional es que tanto la función objetivo como las restricciones sean separables y sus variables puedan ser asociadas únicamente a una región. La descomposición de un problema de FPO, como el mostrado en la Figura 1, generalmente se realiza alrededor de los elementos que interconectan las diferentes áreas del sistema.

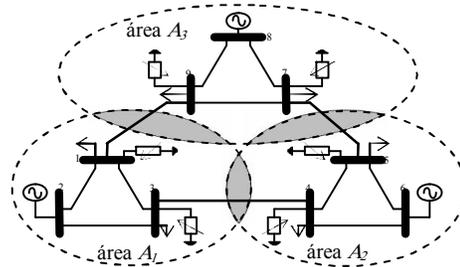


Figura 1. Sistema centralizado de 3 áreas  
Figure 1. Centralized 3-areas system

En [4], [6] y [9] el desacople del sistema se hace alrededor de barras ficticias ubicadas en la mitad de las líneas que interconectan las áreas (líneas-enlace). En este artículo el desacople no utiliza barras ficticias ya que es realizado alrededor de las barras de envío y recibo de la líneas-enlace [10]. La Figura 2 muestra el esquema de descomposición utilizado.

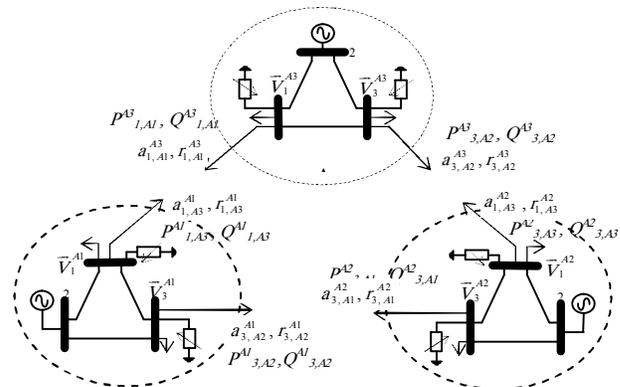


Figura 2. Esquema de descomposición  
Figure 2. Decomposition scheme

Usando el esquema de la Figura 2, es posible convertir el problema (1) en uno equivalente si se incorporan cuatro variables existentes por cada línea de enlace. Estas variables son denominadas variables de borde o de frontera y corresponden a los flujos de potencia activa y reactiva que circulan por cada línea de enlace. Así, por ejemplo, la descomposición del sistema de la Figura 1 genera 4 nuevas variables en la línea que conecta el área A1 con el área A3. Estas variables son:  $P_{1,A1}^{A3}$ ,  $Q_{1,A1}^{A3}$ ,  $P_{1,A3}^{A1}$  y  $Q_{1,A3}^{A1}$ . Estas variables representan el flujo de potencia activa y reactiva intercambiado entre las áreas A1 y A3.

Por lo tanto,  $\bar{S}_{1,A_3}^{A_3}$  es el flujo de potencia desde el bus 1 del área  $A_3$  hacia el área  $A_1$ , el cual puede también ser interpretado como la generación ficticia necesaria para factibilizar el sub-problema regional de optimización. En términos generales, la generación ficticia será denotada como  $S_t^A = P_t^A + jQ_t^A$ , donde  $t \in tl$ .

Por lo tanto, en este esquema de descomposición, las variables de borde son duplicadas. Esto permite considerar un sub-problema de FPOR por cada área como el mostrado en (2)-(12).

$$\min \sum_A f^A(v^A, \theta^A, Y_1^A, Y_2^A, P_t^A, Q_t^A) \tag{2}$$

s.a.

$$P_{Li} - P_{Gi} + P_i(v^A, \theta^A) + P_{ti}^A = 0 \tag{3}$$

$$Q_{Lj} - Q_{Gj} + Q_j(v^A, \theta^A) - Y_{1j}^A + Y_{2j}^A + Q_{tj}^A = 0 \tag{4}$$

$$Q_{Gl}^{lower} \leq Q_{Gl} \leq Q_{Gl}^{upper} \tag{4}$$

$$P_{Gl}^{lower} \leq P_{Gl} \leq P_{Gl}^{upper} \tag{6}$$

$$v_m^{lower} \leq v_m \leq v_m^{upper} \tag{7}$$

$$-\pi \leq \theta_m \leq \pi \tag{8}$$

$$0 \leq Y_{1k} \leq Y_{1k}^{upper} \tag{9}$$

$$0 \leq Y_{2k} \leq Y_{2k}^{upper} \tag{10}$$

$$P_t^A = P_{ties}(v^A, \theta^A, v_t^{AA}, \theta_t^{AA}) \tag{11}$$

$$Q_t^A = Q_{ties}(v^A, \theta^A, v_t^{AA}, \theta_t^{AA}) \tag{12}$$

Nótese que las restricciones (11) y (12), denominadas restricciones de acoplamiento, son necesarias para coordinar el proceso de optimización global y garantizar que en el punto óptimo el esquema centralizado es equivalente al descentralizado. La incorporación de las restricciones de acoplamiento (11) y (12) generan 2 nuevos coeficientes de Lagrange denotados por  $a_{tie}^A$  y  $r_{tie}^A$  (ver Figura 2). Estos coeficientes representan el precio de exportación de la potencia activa ( $a_{tie}^A$ ) y reactiva ( $r_{tie}^A$ ) desde el área  $A$  hacia las otras áreas adyacentes  $AA$ .

En el problema (2)-(12),  $i \in pqv^A$ ,  $j \in pq^A$ ,  $k \in sb^A$ ,  $m=1,2,...nb^A$ ,  $t \in tl^A$  y  $l \in \{pv^A \cup barra_{slack} \text{ (si slack} \in A)\}$ .

La generación ficticia  $S_t^A$  y la cantidad de reactivos inyectados ( $Y_1^A$  y  $Y_2^A$ ) pueden ser vistos como variables independientes y la magnitud y ángulo de la tensión como variables dependientes. La ecuación (2) es la función objetivo del sub-problema regional, donde  $X^A$  es el vector de variables de estado del área  $A$ . El problema (2)-(12) aún presenta un importante inconveniente, el cual consiste en que las restricciones de acoplamiento (11) y (12) están en función de variables pertenecientes a la áreas adyacentes  $AA$ . Por tal razón el problema no es naturalmente separable y se debe utilizar métodos matemáticos que permitan, a través de un proceso iterativo, coordinar la información intercambiada entre áreas. El objetivo de estos métodos es que el esquema centralizado y esquema descentralizado sean equivalentes. Para ello, se aplican dos métodos de descomposición discutidos a continuación.

#### 4.1 Principio del problema auxiliar

Las restricciones de acoplamiento (11) y (12) pueden ser incorporadas a la función objetivo original a través de una Función Lagrangeana aumentada  $L$ . En [4], Kim introduce una  $L$  modificada que posee una ventaja significativa sobre  $L$  estándar. Ésta consiste en la adición del término cuadrático indicado como  $a$  en (13). El término  $a$  asegura convexidad local y adicionalmente mejora el proceso de convergencia, por ser una aproximación cuadrática. Sin embargo, convierte a (13) en una función objetivo no separable debido a que se generan productos entre las variables de las diferentes áreas.

$$\begin{aligned} \min \quad L(X^A, S_t^A) = & \sum_A f^A(v^A, \theta^A, Y_1^A, Y_2^A, P_t^A, Q_t^A) + \\ & (u_{tie}^A)^T (S_t^A - S_{ties}(v^A, \theta^A, v_t^{AA}, \theta_t^{AA})) + \\ & \underbrace{\frac{\gamma}{2} \|S_t^A - S_{ties}(v^A, \theta^A, v_t^{AA}, \theta_t^{AA})\|^2}_a \end{aligned} \tag{13}$$

s.a (3)-(10)

En [5], Cohen propone el Principio del Problema Auxiliar, el cual presenta una solución a este inconveniente. El término  $a$  es linealizado y, a

través de aproximaciones sucesivas, se encuentra la solución del problema global en la  $k$ -ésima iteración. Aplicando este principio, la solución del problema de optimización (13) puede ser obtenida resolviendo una secuencia de sub-problemas regionales como el mostrado en (14). En este problema todas las variables asociadas a las áreas adyacentes  $(\widehat{v}_t^{AA}, \widehat{\theta}_t^{AA}, \widehat{S}_t^{AA})$  son conocidas de la iteración anterior del proceso de coordinación global (ver sección 4.3).  $\beta$  y  $\gamma$  son constantes positivas y el superíndice  $T$  denota transposición.

$$\begin{aligned} \min_{x^A, S_t^A} \quad & \sum_A f^A(v^A, \theta^A, y_1^A, y_2^A, P_t^A, Q_t^A) + \\ & \frac{\beta}{2} \|S_t^A - S_{ties}(v^A, \theta^A, \widehat{v}_t^{AA}, \widehat{\theta}_t^{AA})\|^2 + \\ & \gamma (S_t^A)^T (S_{ties}(v^A, \theta^A, \widehat{v}_t^{AA}, \widehat{\theta}_t^{AA}) - \widehat{S}_t^{AA}) + \\ & (u_{tie}^A)^T (S_t^A) \end{aligned} \quad (14)$$

*s.a* (3)-(10)

#### 4.1.1 Algoritmo de coordinación para el PPA

Paso 1. Definir las condiciones iniciales para todas las áreas. Pueden ser usados valores típicos, como por ejemplo:

$$v_t^{AA} = 1 \text{ p.u.}, \theta_t^{AA} = 0, a_{tie}^{AA} = 0 \text{ y } r_{tie}^{AA} = 0.$$

Paso 2. Resolver el problema (14) para cada área y obtener el vector de variables de estado para cada área  $A$   $[v^A, \theta^A, y_1^A, y_2^A, P_t^A, Q_t^A]^T$ . Estos procesos de optimización pueden ser realizados en procesadores descentralizados usando técnicas de procesamiento paralelo.

Paso 3. Verificar convergencia. El proceso iterativo termina cuando la diferencia entre los valores de las variables de borde de las áreas interconectadas sea menor que una tolerancia dada  $\varepsilon_S$ :

$$\|S_t^A - S_t^{AA}\| < \varepsilon_S \quad (15)$$

Si el criterio de terminación es alcanzado el proceso termina. Sino, ir al Paso 4.

Paso 4. Intercambiar la información de las variables de frontera y actualizar los coeficientes de Lagrange. Esta actualización es realizada usando un método de subgradiente como se muestra en (16).

$$u_{tie}^A = u_{tie}^A + \alpha (S_{tie}^A - S_{tie}^{AA}) \quad (16)$$

Volver al Paso 2.

Una ventaja de este método es que no es necesario calcular explícitamente los coeficientes de Lagrange. Éstos se actualizan usando la información de las variables de borde, como se muestra en (16). Por otro lado, el método requiere la calibración de los parámetros de actualización  $\alpha$  y los parámetros de penalización  $\beta$  y  $\gamma$ , los cuales pueden ser seleccionados de acuerdo a la expresión empírica presentada en [4]:  $\alpha = 1/2 \beta = \gamma$

## 4.2 Descomposición de las condiciones de primer orden (DCPO).

Este método establece que las condiciones combinadas de KKT de todos los problemas regionales en la  $n$ -ésima iteración son idénticas a las condiciones de KKT del problema centralizado original [7,11]. Las restricciones de acoplamiento (11) y (12) se asocian a multiplicadores de Lagrange. Sin embargo, este método no se basa en una relajación Lagrangeana. La idea consiste en reescribir el modelo matemático del problema regional de forma que el costo de importación de potencia activa y reactiva a cada una de las áreas sea minimizado. Esta característica hace que el problema original y el problema descentralizado sean iguales en el óptimo [11]. Siguiendo esta idea se reescribe el modelo (2)-(12) como se muestra en (17)-(19).

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{k \in sh^A} \{C_{1k} Y_{1k} + C_{2k} Y_{2k}\} + \\ & (\widehat{a}_{tie}^{AA})^T \cdot P_{ties}(v^A, \theta^A, \widehat{v}_t^{AA}, \widehat{\theta}_t^{AA}) + \\ & (\widehat{r}_{tie}^{AA})^T \cdot Q_{ties}(v^A, \theta^A, \widehat{v}_t^{AA}, \widehat{\theta}_t^{AA}) \end{aligned} \quad (17)$$

*s.a.*

$$(3)-(10)$$

$$P_t^A = P_{ties}(v^A, \theta^A, \widehat{v}_t^{AA}, \widehat{\theta}_t^{AA}) \quad (18)$$

$$Q_t^A = Q_{ties}(v^A, \theta^A, \widehat{v}_t^{AA}, \widehat{\theta}_t^{AA}) \quad (19)$$

Los coeficientes de lagrange son los coeficientes de las áreas adyacentes por ser los costos de *importación* los que se están teniendo en cuenta

$(a_{tie}^{AA}, r_{tie}^{AA})$ . Otra característica importante es que, a diferencia del *PPA*, las restricciones (11) y (12) no son insertadas en la función objetivo. Estas restricciones de acoplamiento pasan a ser las restricciones separables (18) y (19), las cuales son separables debido a que el proceso de optimización es convertido en un proceso iterativo. En cada iteración, las variables de las áreas adyacentes son conocidas de la iteración anterior y son denotadas por  $\tilde{v}_i^{AA}, \tilde{\theta}_i^{AA}, \tilde{a}_{tie}^{AA}$  y  $\tilde{r}_{tie}^{AA}$ .

4.2.1 Algoritmo de coordinación para el método de DCPO.

Paso 1. Definir las condiciones iniciales para todas las áreas (ver sección 4.1.1).  
 Paso 2. Resolver el problema (17)-(19) para cada área y obtener el vector de variables de estado para cada área  $A [v^A, \theta^A, x_1^A, y_2^A, P_r^A, Q_r^A]^T$ , así como los coeficientes de Lagrange  $a_{tie}^A$  y  $r_{tie}^A$ . Estos procesos de optimización pueden ser realizados en procesadores descentralizados usando técnicas de procesamiento paralelo.

Paso 3. Verificar convergencia usando (15). Si el criterio de terminación es alcanzado el proceso termina. Sino, ir al Paso 4.

Paso 4. Intercambiar la información de las variables de frontera y los coeficientes de Lagrange. Volver al Paso 2

Una ventaja de este método es que no utiliza parámetros de ajuste. Una desventaja consiste en que los coeficientes de Lagrange deben ser calculados en cada iteración del proceso de coordinación para cada área.

5. CASOS DE PRUEBA.

Para la solución de los sub-problemas regionales se utilizó un método de puntos interiores como el descrito en [12].

5.1 Ieee rts-96

Para este sistema [13], se considera que todas las barras de cargas están habilitadas para la inyección de reactivos ( $sh = pq$ ). Las inyecciones mínimas y máximas de potencia reactiva son fijadas en 0 y 100 MVAR, respectivamente, para todas las barras  $\in sh$ . Para forzar la instalación de fuentes reactivas, los límites máximos de potencia reactiva en las barras generadoras ( $pv \cup slack$ ) son reducidos al 10% de su valor original. Los costos  $C_1$  y  $C_2$  son fijados en 10 unidades monetarias (UM\$) para todas las barras. Los datos de las líneas de enlace para cada caso son mostrados en la Tabla 1.

5.2 Ieee 118-barras

En este sistema [13], se considera que las barras habilitadas para instalación de reactivos son:

$$sh = [5, 37, 44, 45, 48, 79, 82, 83].$$

Las inyecciones mínimas y máximas de potencia reactiva son fijadas en 0 y 100 MVAR, respectivamente, para todas las barras  $\in sh$ . Los límites máximos de potencia reactiva en las barras generadoras ( $pv \cup slack$ ) son reducidos al 20% de su valor original. Los costos  $C_1$  y  $C_2$  son fijados en 10 UM\$ para todas las barras. Los datos de las líneas de enlace para cada caso son mostrados en la Tabla 1

Tabla 1. Datos de línea de los enlaces  
 Table 1. Tie-line data

Case	Tie-lines	$r(p.u.)$	$x(p.u.)$	$b(p.u.)$
IEEE RTS96	107-203	0.042	0.161	0.044
	123-217	0.01	0.074	0.155
	121-325	0.012	0.097	0.203
	113-215	0.01	0.075	0.158
	202-413	0.01	0.075	0.158
	103-421	0.01	0.074	0.155
	223-318	0.013	0.104	0.218
IEEE 118-bus	1090-2040	0.0261	0.0703	0.01844
	1105-2056	0.03906	0.1813	0.0461

## 6. RESULTADOS.

Todos los casos fueron ejecutados en un computador PC de 1.8 GHz y 2 GB de RAM usando lenguaje de programación fortran 90.

### 6.1 Resultados usando el PPA.

En primera instancia, sólo es considerada la línea de enlace entre las barras 113 y 215 que interconecta 2 áreas del sistema IEEE RTS96. Gradualmente se adicionan las otras líneas de enlace hasta interconectar dos áreas del sistema con 3 líneas de enlace como se muestra en la primera columna de la Tabla 2.

**Tabla 2.** Resultados usando PPA para el sistema IEEE RTS96.

**Table 2.** Results using the APP for the IEEE RTS96 system.

	Esquema descentralizado						Esquema centralizado	
	$[\alpha, \beta, \gamma]$	Función obj. área A	Función obj. área B	Función obj. global	Num. Iter	$\mathcal{E}$	Función obj.	Num. Iter
Línea enlace: 113-215	[0.1 0.01 0.01]	1.83384	17.75716	19.591	64	1E-08	19,591	10
	[0.5 1.0 0.5]	2.0947	17.658	19.7532	103	0.0001		
	[5 10 5]	1.857	17.75	19.607	125	0.0002		
Línea enlace: 113-215	[0.1 0.01 0.01]	3.162	11.693	14.855	45	0.0003	14,848	20
	[0.5 1.0 0.5]	4.293	10.7728	15.063	511	0.0004		
	[5 10 5]	-	-	convergencia no alcanzada	-	0.0005		
Línea enlace: 113-215	[0.1 0.01 0.01]	-	-	convergencia no alcanzada	-	0.0006	54,817	41
	[0.5 1.0 0.5]	-	-	convergencia no alcanzada	-	0.0007		
	[5 10 5]	-	-	convergencia no alcanzada	-	0.0008		

**Tabla 3.** Datos de línea para un área.

**Table 3.** Branch data for one area.

Datos de líneas internas				Datos de líneas enlace		
From	To	R+Xi (pu)	B(pu)	Border bus	R+ Xi (pu)	B(pu)
1	3	0.049 + 0.122i	0	1	0.049 + 0.122i	0
2	3	0.049 + 0.122i	0	3	0.049 + 0.122i	0
1	2	0.049 + 0.122i	0			

Debido a que la aplicación del PPA involucra los parámetros de ajuste  $\alpha, \beta$  y  $\gamma$ , se realizaron pruebas con diferentes escenarios para estos parámetros, los cuales son mostrados en la columna 2 de la Tabla 2. De estos resultados se puede establecer que, a medida que el número de área y líneas de enlace crece, se presentan graves problemas de convergencia. Lo anterior se debe a que se está considerando una única barra de

referencia angular para todo el sistema dentro de un área denominada *área de referencia*. Adicionalmente, la información intercambiada entre áreas no permite actualizar adecuadamente el ángulo de la tensión en las barras de las áreas adyacentes al área de referencia. Cuando el sistema crece en tamaño, en número de áreas y en número de líneas de enlace, la referencia angular no es controlada adecuadamente por el algoritmo de coordinación que utiliza el PPA. Al respecto, algunas ideas interesantes son presentadas en [14]. Resultados similares fueron obtenidos para el sistema IEEE-118 con 2 y 3 áreas, pero por motivos de espacio y organización del contenido de este artículo, estos resultados no son presentados para el esquema basado en el PPA. Resultados más interesantes son mostrados en la siguiente sección.

### 6.2 Resultados usando DCPO.

En la aplicación de este método se considera un sistema adicional de 9 barras y 3 áreas idénticas, como el mostrado en la Figura 1. En la Tabla 3 y 4 se muestran los datos de línea (para un área) y los datos de barra, respectivamente.

La Tabla 5 muestra los resultados de la aplicación del método DCPO a cada uno de los casos de prueba estudiados. En las columnas 3-9 se presenta toda la información relacionada con el tamaño y complejidad del problema. La columna 10 muestra el número de iteraciones requeridas para que el esquema descentralizado alcance una convergencia con un grado de precisión de 0,002 p.u.. Las columnas 14 y 15 muestran las funciones objetivo de los esquemas centralizado y descentralizado, respectivamente, en \$UM.

Se puede notar que para los casos 1 y 2, de la Tabla 5, los puntos óptimos de operación son idénticos en ambos esquemas. En los otros casos, aunque los puntos de operación son diferentes, los valores de la función objetivo son bastante próximos. Esto quiere decir que el esquema descentralizado encuentra puntos óptimos alternativos.

**Tabla 4.** Datos de barra para el sistema de 9 barras.

**Table 4.** Bus data of the 9 bus system.

Bus	Type	$P_G$	$Q_G$	$Q_G^{\min}$	$Q_G^{\max}$	$P_D$	$Q_D$	$V^{\min}$	$V^{\max}$	$y_1^{\min}$	$y_2^{\min}$	$y_2^{\min}$	$y_2^{\max}$	$C_1$	$C_2$
1	1	0	0	0	0	1	0,5	0,95	1,05	0	0	2	2	100	100
2	4	1	0	0	0,4	0	0	0,95	1,05	0	0	0	0	0	0
3	1	0	0	0	0	1	0,5	0,95	1,05	0	0,1	2	2	100	100
4	1	0	0	0	0	1	0,5	0,95	1,05	0	0	2	2	10	10
5	1	0	0	0	0	1	0,5	0,95	1,05	0	0	2	2	10	10
6	2	1,7	0	-1	1	0	0	0,95	1,05	0	0	0	0	0	0
7	1	0	0	0	0	1	0,5	0,95	1,05	0	0	2	2	50	50
8	2	1,7	0	-1	1	0	0	0,95	1,05	0	0	0	0	0	0
9	1	0	0	0	0	1	0,5	0,95	1,05	0	0	2	2	50	50

**Tabla 5.** Resultados usando DCPO (Descomposición de las condiciones de optimalidad de primer orden).

**Table 5.** Results using DFOC (Decomposition of the First-order Optimality Conditions)

Caso	Sistema de prueba	Información del tamaño y complejidad del problema							Tiempo de ejecución (min)				Valor de la función objetivo		mismo punto de operación del esquema centralizado
		Barras	$n_g$	Líneas internas	Barras con inyección de reactivos	enlaces	$ndx$	Restricciones	Decent. Iter.	Central.	Decent.	paralel	Centrl.	Decent.	
1	3-area 9-bus system	9	3	9	6	3	30	[14, 6]	10	0.00015	0.00619	0.00206	<b>66,555</b>	<b>66,555</b>	Si
2	IEEE 2-area RTS96	48	22	76	26	3	148	[96, 44]	15	0.00345	0.0028	0.0014	<b>54,817</b>	<b>54,817</b>	Si
3	IEEE 3-area RTS96	73	33	115	40	5	226	[112, 66]	168	0.03195	0.0471	0.0157	<b>74,741</b>	<b>75,034</b>	No
4	IEEE 4-area RTS96	97	44	153	54	7	304	[151, 88]	118	0.14346	0.04874	0.01218	<b>98,183</b>	<b>104,983</b>	No
5	IEEE 2-area 118-bus	236	108	372	16	2	504	[363, 216]	86	0.1898	0.2396	0.1198	<b>20,682</b>	<b>19,918</b>	No

Adicionalmente, se puede observar que el esquema descentralizado presenta un mejor desempeño computacional (tiempo de ejecución) comparado con el esquema centralizado a medida que el tamaño del problema se incrementa (mayor número de áreas y de líneas de enlace). En todos los sistemas de prueba el esquema descentralizado usando DCPO alcanzó convergencia .

### 7. CONCLUSIONES.

En la actualidad, una mejor coordinación entre TSOs es una de las principales estrategias para alcanzar un planeamiento de reactivos más eficiente. Los esquemas descentralizados presentados, permiten una operación independiente, pero coordinada, de cada región y por lo tanto es posible aplicar métodos de procesamiento paralelo para mejorar la eficiencia computacional. Debido a que el FPOR es un problema de programación no lineal, mal condicionado y altamente no-convexo, la existencia de restricciones activas de desigualdad hacen que la ruta de optimización seguidas por el esquema centralizado difiera de la seguida por el esquema descentralizado. Por tal razón es común

que, en problemas altamente restrictos, el proceso descentralizado converga a puntos óptimos locales diferentes a los encontrados por el proceso centralizado. Sin embargo, en todos los casos estudiados el esquema descentralizado alcanzó valores de función objetivo muy cercanos a los obtenidos por el esquema centralizado. Todos los puntos de operación encontrados, fueron soluciones factibles del problema. Se encontraron algunos inconvenientes en la aplicación de PPA en la solución del problema de FPOR. La velocidad de convergencia de este método depende directamente de la escogencia de los parámetros de ajuste  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$ , los cuales son dependientes del problema. A medida que el número de regiones y de líneas de enlace crece, el algoritmo basado en el PPA pierde el control de la referencia angular de las diferentes regiones. Lo anterior compromete la convergencia del método y lo hace inviable para resolver el problema de OPRF multiárea en sistemas de gran tamaño y complejidad. La dificultad del PPA con el control de la referencia angular es aún mayor en sistemas interconectados donde no todas las áreas son adyacentes.

El método de descomposición usando DCPO no requiere parámetros de ajuste y solamente considera una barra de referencia para todo el sistema. Adicionalmente, no requiere ningún tratamiento especial para mantener la referencia angular en las otras áreas del sistema. Con este método se alcanzó la convergencia en todos los sistemas de prueba implementados.

## REFERENCIAS

- [1] S. GRANVILLE, Optimal reactive dispatch through interior point methods, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 9, no 1, pp. 136-146, February 1994.
- [2] J.R.S. MANTOVANI AND A.V. GARCIA, A heuristic method for reactive power planning, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 11, no. 1, pp. 68-74, Feb. 1995.
- [3] J.R.S. MANTOVANI, S.A.G. MODESTO, AND A.V. GARCIA, VAr planning using genetic algorithm and linear programming, Proc. Inst. Elect.Eng., Generation, Transmission & Distribution., vol. 148, no. 3, pp. 257-262, May 2001.
- [4] B.H. KIM AND R. BALDICK, Coarse-grained distributed optimal power flow, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 12, no 2, pp. 932-939, August 1997.
- [5] G. COHEN, Auxiliary problem principle and decomposition of optimization problems, Journal of Optimization Theory and Applications, vol. 32, no. 3, pp. 277-305, November 1980.
- [6] M. GRANADA, M.J. RIDER, J.R.S. MANTOVANI, M SHAHIDEHPOUR, Multi-areas optimal reactive power flow, Proc. Transmission & Distribution Conference and Exposition: Latin America, IEEE/PES, pp. 1-6, Aug. 2008.
- [7] F.J. NOGALES, F.J. PRIETO AND A.J. CONEJO, A decomposition methodology Applied to the multi-area optimal power flow problem, Annals of operations research 120; pp. 99-116, Apr. 2003.
- [8] A.G. BAKIRTZIS, P.N. BISKAS, A decentralized solution to the DC-OPF of interconnected power systems, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 18, no 3, pp. 1007-1013, August 2003.
- [9] R. BALDICK, B.H. KIM, C. CHASE AND Y. LUO, A fast distributed implementation of optimal power flow, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 14, no 3, pp. 858-864, August 1999.
- [10] P.N. BISKAS AND A.G. BAKIRTZIS, Decentralized OPF of large multiarea power system , IEE Proc.- Generation, Transmission & Distribution, vol. 153, no 1, pp. 99-105, january 2006.
- [11] P.N. CONEJO, F.J. NOGALES AND F.J. PRIETO, A decomposition procedure based on approximate Newton directions, in Mathematical programming. Springer-Verlag, 2002.
- [12] M.J. RIDER ; C.A. CASTRO ; M.F. BEDRIÑANA ; A.V. GARCIA , Towards a Fast and Robust Interior Point Method for Power System Applications, IEE Proceedings. Generation, Transmission & Distribution, v. 151, n. 5, p. 575-581, 2004.
- [13] DATA ARCHIVES, University of Washington. Available: <http://www.ee.washington.edu/research/pstca> [citado 3 de Noviembre de 2009]
- [14] A. LOSI AND M. RUSSO, A note on the application of the auxiliary problem Principle, Journal of optimization theory and applications, vol 117, No. 2, pp. 377-396, May 2003.