

# DIAGNÓSTICO DE FALLAS BASADO EN UN FILTRO DESACOPLADO PARA SISTEMAS NO LINEALES REPRESENTADOS POR UN ENFOQUE MULTI-MODELOS

## FAULT DIAGNOSIS BASED ON A DECOUPLED FILTER FOR NONLINEAR SYSTEMS REPRESENTED IN A MULTI-MODELS APPROACH

MANUEL ADAM MEDINA

*Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Interior Internado Palmira S/N Col. Palmira, adam@cenidet.edu.mx*

DIDIER THEILLIOL

*Centre de Recherche en Automatique de Nancy-CNRS UMR 7039, B.P. 239, 54506 Vandoeuvre, France*

CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA

*Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Palmira, astorga@cenidet.edu.mx*

GERARDO GUERRERO RAMÍREZ

*Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Palmira, gerardog@cenidet.edu.mx*

LUIS GERARDO VELA VALDÉS

*Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Interior Internado Palmira S/N Col. Palmira  
velaluis@cenidet.edu.mx*

Recibido para revisar Septiembre 30 de 2008, aceptado Agosto 25 de 2009, versión final Septiembre 25 de 2009

**RESUMEN:** En este artículo se presenta el desarrollo de un método de diagnóstico de fallas para sistemas no lineales representado por el enfoque de múltiples modelos. La principal contribución consiste en el diseño de un esquema de diagnóstico de fallas (FDD) a través de un filtro adaptativo desacoplado de fallas. El comportamiento del sistema está dado mediante múltiples modelos lineales alrededor de diferentes puntos de operación. Los residuos se establecen de tal manera que permiten estimar funciones de activación robustas a fallas. El filtro adaptativo diseñado permite la detección, localización y estimación de fallas múltiples o simultáneas. Las condiciones de estabilidad del filtro son estudiadas a través de LMI (Linear Matrix Inequality). El desempeño del esquema propuesto se valida en un sistema de tres tanques.

**PALABRAS CLAVE:** Detección y Localización de fallas, Multi-modelos, Filtro desacoplado, LMI, Estabilidad.

**ABSTRACT:** In this article, a fault detection and diagnosis method is developed for nonlinear systems described by multi-models approach. The main contribution consists in the detection, isolation and estimation of faults for the nonlinear systems using a fault-decoupled adaptive filter. Based on the assumption that the dynamic behavior of the process is described by a multi-model approach around different operating points, a set of residuals is established in order to generate weighting functions robust to faults. These robust weighting functions are directly linked to the adaptive filter effectiveness which provides multiple fault magnitude estimations for the whole operating range of the system. Stability conditions of the adaptive filter are studied and its performance is tested using a three-tank hydraulic system.

**KEYWORDS:** Fault detection and isolation; Multi-models; Decoupling filter; *S M F*; Stabil

## 1. INTRODUCCIÓN

La ingeniería moderna se enfrenta a un aumento en la demanda de seguridad y confiabilidad de los procesos, lo que promueve una importante atención en el desarrollo e implementación de métodos de detección y aislamiento de fallas (FDI). Los sistemas industriales automatizados son comúnmente complejos y vulnerables a fallas en su instrumentación: sensores, actuadores o componentes. Una de las metodologías de detección de fallas se basa en observadores no lineales bajo dos enfoques: analítico [1] y geométrico [2]; éstos requieren que los modelos describan con bastante precisión el comportamiento del sistema no lineal. Lo anterior, aunado a que los procesos industriales (plantas químicas, nucleares, aeronáutica, etc.) están caracterizados por su operación en múltiples regiones, hace que obtener modelos no lineales que describan la planta en todos sus regímenes se convierta en una tarea difícil. Una alternativa atractiva para atender esta problemática es utilizar múltiples modelos lineales. Este enfoque consiste en la descomposición de la región de operación del proceso en una serie de regímenes de funcionamiento y para cada uno generar un modelo local [3-4]. Por lo tanto, la suma de la contribución de cada modelo lineal permite la reconstrucción del sistema completo que se conoce como modelo global lineal. Diversos enfoques de diagnóstico han sido desarrollados utilizando filtros de Kalman para detectar, aislar y estimar fallas, definiendo un esquema de múltiples modelos alrededor de varios puntos de operación [5-6]. Una manera de representar los sistemas bajo esquemas de múltiples modelos es mostrada en el trabajo [7], aquí los autores desarrollan un esquema donde cada modelo representa una falla particular en el sistema. Más recientemente, la eficacia del enfoque multi-modelo en sistemas industriales reales para diagnóstico de fallas [8-9] y para control [10-11] han sido expresados considerando la hipótesis de que las funciones de ponderación de los modelos *no están afectadas por fallas*. Otros trabajos han desarrollado un enfoque multi-modelo para detección de fallas usando filtros de Kalman desacoplados, espacios de paridad, observadores

politópicos con entradas desconocidas [12, 20], donde el FDI toma en cuenta las funciones de ponderación precedentes de la metodología presentada en [21]. Las funciones de ponderación son de fundamental importancia en las técnicas multi-control tales como: ganancia programada [13], controladores interpolados [14] o controladores conmutados [4].

El objetivo principal de este trabajo es presentar el diseño de un esquema que permita simultáneamente la detección, localización y estimación de fallas, y la estimación de una función de ponderación robusta para sistemas no lineales descritos a través de una interpolación de múltiples modelos lineales [21]; para este propósito, se diseña un filtro adaptativo. Este filtro adaptativo propuesto permite mejorar la eficiencia del esquema FDI. Este artículo está organizado de la siguiente manera: la Sección 2 presenta el planteamiento del contexto, basado en el trabajo previo [21]. En la Sección 3 se presenta el diseño del filtro adaptativo para estimar fallas múltiples y su análisis de estabilidad según Lyapunov mediante el uso de la desigualdad matricial lineal (*LM*). En la Sección 4 se ilustran los resultados obtenidos en un proceso hidráulico. Finalmente, en la Sección 5 se ofrecen conclusiones y perspectivas.

## 2. MODELADO DEL SISTEMA

Se considera un sistema dinámico no lineal en tiempo discreto, descrito por:

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= g(X_k, U_k, d_k), \\ Y_k &= h(X_k, U_k, d_k), \end{aligned} \quad (1)$$

donde  $X_k \in X \subseteq \mathfrak{R}^n$  representa el vector de estado,  $U_k \in U \subseteq \mathfrak{R}^p$  el vector de entrada,

$Y_k \in \mathfrak{R}^m$  el vector de salida y  $d_k \in \mathfrak{R}^q$  el vector de fallas. Las funciones  $g$  y  $h$  se suponen continuamente diferenciables en  $X$  y  $U$  respectivamente. El sistema no lineal descrito en (1), puede ser representado como un sistema lineal equivalente como sigue:

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= A_j X_k + B_j U_k + F_j d_k + \Delta_{X_j} + \omega_k^j, \\ Y_k &= C_j X_k + \Delta_{Y_j} + v_k^j \end{aligned} \quad (2)$$

donde  $(A_j, B_j, C_j, D_j)$  son matrices invariantes definidas alrededor del  $j$ -ésimo punto de operación  $(\mathcal{O}_j)$ .  $F_j \in \mathfrak{R}^{n \times q}$  de rango  $(F_j) = q$  es la matriz de distribución de fallas en actuadores y en sensores.  $\omega^j$  y  $v^j$  son ruido blanco de media cero, independientes con matrices de varianza/covarianza definidas por  $Q^j$  y  $R^j$

Finalmente,  $\Delta_{X_j}$  y  $\Delta_{Y_j}$  son vectores constantes que dependen del  $j$ -ésimo modelo lineal.

Los resultados presentados en [21] permiten establecer el cálculo de una función de activación robusta  $\phi(\gamma_k^i)$ , donde  $\gamma_k^i$  es  $i$ ésimo residuo insensible a fallas ( $\forall i = [1, 2, \dots, M]$ ). Esta función se usa para determinar la representación del comportamiento dinámico de la planta como un conjunto convexo de multi-modelos lineales [21], tal que

$$S_k^* := \left\{ \sum_{i=1}^M \phi(\gamma_k^i) S_i : \phi(\gamma_k^i) \geq 0, \sum_{i=1}^M \phi(\gamma_k^i) = 1 \right\}, \quad (3)$$

donde  $S_k^*$  representa el modelo global y  $S_i$  se define como:

$$S_i = \begin{bmatrix} A_i & B_i & F_i & \Delta_{X_i} \\ C_i & \Delta_{Y_i} & & \end{bmatrix}, \quad \forall i = [1, 2, \dots, M]. \quad (4)$$

donde  $(A_i, B_i, C_i, D_i)$  son matrices de dimensiones convenientes que permiten la estimación de los modelos en el entorno del punto de operación  $(\mathcal{O}_j)$ . De acuerdo a (3), la representación del sistema en espacio de estados está definida como sigue:

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= A_k^* X_k + B_k^* U_k + F_k^* d_k + \Delta_{X,k}^*, \\ Y_k &= C_k^* X_k + \Delta_{Y,k}^*, \end{aligned} \quad (5)$$

donde las matrices  $(\cdot)_k^*$  son igual a  $\sum_{i=1}^M \phi(\gamma_k^i) (\cdot)_i$ . La nueva representación del sistema (5) sin considerar los ruidos de estado y mediciones está basado en la estimación del

sistema nominal (1). El desarrollo completo de (5) puede ser analizado en [21]. Para el diseño del filtro adaptativo se propone una formulación única de la representación convexa. En la ecuación (5), una matriz  $F_k^*$  se calcula como:

$F_k^* = \sum_{i=1}^M \phi(\gamma_k^i) F_i$ , donde  $F_i \in \mathfrak{R}^{n \times q}$  es la matriz de distribución de fallas para cada modelo  $i$ . Los efectos de las fallas están descritos en la siguiente representación en el espacio de estados:

$$\left( \sum_{i=1}^M \phi(\gamma_k^i) F_i \right) d_k.$$

**Definición 1.** La matriz  $F_i^h$  (respectivamente,  $\mathfrak{S}^h$ ) define la  $h$ -ésima columna de la matriz  $F_i$  (respectivamente,  $\mathfrak{S}$ ).

**Proposición 1.**  $\forall h \in [1, \dots, q], \forall i \in [1, \dots, M]$ , con  $\text{rango}[F_i] = q$  Si

$$\text{rang}d \begin{bmatrix} F_1^h & \dots & F_i^h & \dots & F_M^h \end{bmatrix} = 1, \text{ entonces } \left( \sum_{i=1}^M \phi(\gamma_k^i) F_i \right) d_k = \mathfrak{S} f_k,$$

donde  $d \in \mathfrak{R}^q$  representa el vector de fallas actual,  $f \in \mathfrak{R}^q$  es una imagen del vector de fallas y  $\mathfrak{S} \in \mathfrak{R}^{n \times q}$  es una matriz de distribución de fallas constante, con lo cual los vectores columna obtienen la dirección de vectores columna de las matrices  $F_i$ . El vector de falla actual se estima como sigue:

$$d_k = \left( \sum_{i=1}^M \phi(\gamma_k^i) F_i \right)^+ \mathfrak{S} f_k, \quad (6)$$

donde  $(\cdot)^+$  denota la matriz Moore-Penrose. Con base en la Proposición 1, el sistema (5) es reescrito de la forma:

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= A_k^* X_k + B_k^* U_k + \mathfrak{S} f_k + \Delta_{X,k}^*, \\ Y_k &= C_k^* X_k + \Delta_{Y,k}^*, \end{aligned} \quad (7)$$

donde  $\mathfrak{S}$  es la nueva representación de la matriz de distribución de fallas. En la siguiente sección, se asume que no existen no linealidades en las

salidas y además las matrices  $C_i$  se representan como una matriz  $C$  única.

### 3. FILTRO ADAPTATIVO

#### 3.1 Diseño del filtro adaptativo

Con objetivo de detectar y localizar fallas, y de acuerdo a las matrices  $A_k^*$  y  $C$  definidas en (5), es posible diseñar un filtro discreto clásico con una ganancia  $K_k$  como:

$$\begin{aligned}\hat{X}_{k+1} &= A_k^* \hat{X}_k + B_k^* U_k + \mathfrak{I} f_k + \Delta_{X,k}^*, \\ \hat{Y}_k &= C_k^* \hat{X}_k + \Delta_{Y,k}^*,\end{aligned}\quad (8)$$

donde  $\hat{X}$  y  $\hat{Y}$  representan el estado y la salida estimados. De acuerdo a (8) el error de estimación  $e_k = X_k - \hat{X}_k$  y el residuo de salida  $r_k = Y_k - \hat{Y}_k$  se expresan como:

$$\begin{aligned}e_{k+1} &= (A_k^* - K_k C) e_k + \mathfrak{I} f_k, \\ r_k &= C e_k.\end{aligned}\quad (9)$$

Con la suposición de que ocurra una falla en un tiempo  $k_d$  ( $k > k_d$ ), el vector de residuos se define como:

$$r_k = r_k + \rho_{k,k_d} \begin{bmatrix} f_{k_d} & f_{k_d+1} & \dots & f_{k-1} \end{bmatrix} \quad (10)$$

donde  $r_k$  representa el residuo en caso de falla y

$$\rho_{k,k_d} = C \begin{bmatrix} \Gamma_k^{k_d+1} \mathfrak{I} \\ \Gamma_k^{k_d+1} \mathfrak{I} \\ \dots \\ \mathfrak{I} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\text{con } \Gamma_k^{k_d} = \prod_{\tau=k_d}^{k-1} L_\tau, L_k = (A_k^* - K_k C)$$

La ganancia  $K_k$  se diseña tal que  $((A_k^* - K_k C) \mathfrak{I})$  sea igual a cero. Bajo la condición clásica: que el número de fallas es menor al número de mediciones, es decir,  $\text{rango}(C \mathfrak{I}) < m$ , es posible diseñar un filtro insensible a fallas con la siguiente ganancia:

$$K_k = \omega_k \Pi + K_k \Sigma \quad (12)$$

con  $\Pi = (C \mathfrak{I})^+$ ,  $\omega_k = A_k^* \mathfrak{I}$  y  $\Sigma = \alpha (I_m - C \mathfrak{I} \Pi)$  donde  $\alpha$  es una matriz arbitraria determinada tal que  $\Sigma$  sea de rango completo. De acuerdo a (12), el filtro desacoplado se define como:

$$\begin{aligned}\tilde{X}_{k+1} &= A_k^* \tilde{X}_k + B_k^* U_k + \Delta_{X,k}^* \\ &\quad + (\omega_k \Pi + K_k \Sigma) (Y_k - \tilde{Y}_k), \\ \tilde{Y}_k &= C_k^* \tilde{X}_k + \Delta_{Y,k}^*,\end{aligned}\quad (13)$$

donde  $\tilde{X}_k$  y  $\tilde{Y}_k$  son, respectivamente, el estado y la salida estimados. La descomposición de la ganancia dada en (12) implica las siguientes propiedades de las matrices:

$$\Pi C \mathfrak{I} = I \text{ y } \Sigma C \mathfrak{I} = 0 \quad (14)$$

y hace posible la generación de un nuevo vector de residuos:

$$\begin{bmatrix} \gamma_k^* \\ \Omega_k^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma \\ \Pi \end{bmatrix} r_k = \begin{bmatrix} \Sigma r_k \\ \Pi r_k + f_{k-1} \end{bmatrix} \quad (15)$$

Se hace notar que  $\gamma_k^* \in \mathfrak{R}^{m-q}$  es un vector de residuos insensible a fallas y  $\Omega_k^* \in \mathfrak{R}^q$  es un vector de residuos sensible a fallas que define la estimación de la falla de  $f_k$ . Con sólo un tiempo de muestro de retardo y como se mencionó en la Proposición 1, una estimación  $\hat{d}_k$  de  $d_k$  podría ser realizada por una matriz de Moore-Penrose como

$$\hat{d}_k = \left( \sum_{j=1}^M \phi(\gamma_k^j) F \right)^+ \mathfrak{I} \Omega_k^*$$

La ganancia  $K_k$  dada por la ecuación (12) es el único grado de libertad en la síntesis del filtro adaptativo. Éste se diseña como una interpolación de dichas ganancias  $K_i$  dadas para cada modelo [13, 16].  $K_k$  se denota como

$$K_k^* = \sum_{j=1}^M \phi(\gamma_k^j) K_j$$

En caso de ausencia de fallas, de acuerdo a la definición de la ganancia  $K_k$  en (12) y a las definiciones de las matrices de los filtros, el error de estimación en ausencia de fallas denotado  $e_k$ , se reescribe como:

$$\begin{aligned}
 e_{k+1} &= (A_k^* - K_k C) e_k \\
 &= (A_k^* - (\omega_k \Pi + K_k^* \Sigma) C) e_k \\
 &= (A_k^* (I - \mathfrak{I} \Pi C) - K_k^* \Sigma C) e_k \\
 &= (A_k^* - K_k^* C) e_k
 \end{aligned} \tag{16}$$

con  $A_k^* = \sum_{i=1}^N \varphi(\gamma_k^i) \bar{A}_i$  y  $\bar{A}_i = A_i (I - \mathfrak{I} \Pi C)$ .

### 3.2 Estabilidad

Usando la definición de estabilidad de Lyapunov, las ganancias  $K_i$  pueden ser establecidas fuera de línea resolviendo las siguientes desigualdades:

$$\begin{aligned}
 (\bar{A}_i - K_i C)^T P (\bar{A}_i - K_i C) - P < 0, \\
 P > 0, \quad \forall i \in [1, \dots, M]
 \end{aligned} \tag{17}$$

A través del complemento de Schur [17], y transformando la desigualdad anterior es posible obtener:

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} P & (\bar{A}_i - K_i C)^T P \\ P(\bar{A}_i - K_i C) & P \end{pmatrix} > 0, \\
 \forall i \in [1, \dots, M]
 \end{aligned} \tag{18}$$

Así, la última desigualdad es no lineal en términos de las variables  $P$  y  $K_i$ . A través de una transformación de variables, es posible linealizar las desigualdades anteriores usando  $PK_i = R_i$ :

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} P & (\bar{A}_i^T P - \bar{C}^T R_i^T)^T P \\ P\bar{A}_i - R_i C & P \end{pmatrix} > 0, \\
 \forall i \in [1, \dots, M]
 \end{aligned} \tag{19}$$

Si las desigualdades anteriores se mantienen  $\forall i \in [1, \dots, M]$ , las ganancias  $K_i = P^{-1} R_i$  aseguran la estabilidad cuadrática del error de estimación del filtro dado en (16). Es más, multiplicando cada LMI de la ecuación (19) por  $\varphi(\gamma_k^i)$  se tiene que:

$$\varphi(\gamma_k^i) \geq 0, \quad \sum_{i=1}^M \varphi(\gamma_k^i) = 1$$

y sumando todos ellos, se obtiene:

$$\begin{pmatrix} P & \sum_{i=1}^M \varphi(\gamma_k^i) (\bar{A}_i^T P - \bar{C}^T R_i^T) \\ \sum_{i=1}^M \varphi(\gamma_k^i) (P\bar{A}_i - R_i C) & P \end{pmatrix} > 0 \tag{20}$$

Para resolver la desigualdad anterior, las matrices  $(\bar{A}_i - K_i C)$  son estables cuadráticamente con  $K_i = P^{-1} R_i, \forall i \in [1, \dots, M]$  [12]. Por lo tanto, es posible encontrar una matriz  $P > 0, \forall i \in [1, \dots, M]$  que permita garantizar la estabilidad cuadrática en el filtro dado en (13). Un esquema FDI que usa la estrategia multi-modelo se muestra en la figura 1. La generación de la función de ponderación robusta se obtiene a partir de un banco de filtros de Kalman desacoplados sintetizados para cada modelo establecido alrededor de cada punto de operación y está desarrollado completamente en [21].

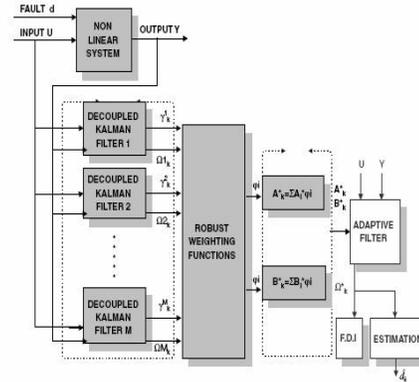
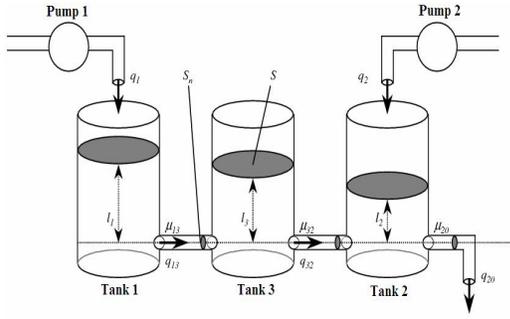


Figura 1. Esquema general FDI con multi-modelos  
 Figure 1. General FDI and multi-model scheme

## 4. APLICACIÓN A UN SISTEMA HIDRÁULICO

El esquema FDI propuesto es aplicado a un sistema hidráulico [18-19] como se muestra en la figura 2. Este proceso se dedica al tratamiento de agua y sus componentes, donde las reacciones químicas ocurren alrededor de puntos de operación predeterminados. Estas reacciones operan bajo ciertos niveles específicos para proporcionar una concentración deseada. En este trabajo, la mezcla de actuadores no es considerada y no se representan en la figura 2.



**Figura 2.** Planta hidráulica.  
**Figure 2.** Hydraulic plant.

El sistema hidráulico está compuesto de 3 tanques cilíndricos con sección transversal idéntica  $S$ . Los tanques están acoplados por dos tubos cilíndricos, conectados con una sección transversal  $S_p$  y con un coeficiente de flujo  $\mu_{13} = \mu_{32}$ . El flujo nominal se localiza en el tanque 2; también se tiene una sección transversal circular  $S_p$  y una salida  $\mu_{20}$ . Dos bombas manejadas por motores de corriente directa suministran a los tanques 1 y 2, los valores de flujo  $q_1$  y  $q_2$ , y además están definidos por el cálculo del flujo por rotación y el vector de entrada de control, siendo  $U = [q_1 \quad q_2]^T$ . Los tres tanques están equipados con transductores de presión piezo-resistivos para medir los niveles del líquido ( $I_1, I_2, I_3$ ) y el vector de salida  $Y = [I_1, I_2, I_3]^T$ . Usando las ecuaciones de balance de masa el sistema es representado de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} S \frac{dI_1(t)}{dt} &= q_1(t) - q_{13}(t), \\ S \frac{dI_2(t)}{dt} &= q_2(t) + q_{32}(t) - q_{20}(t), \\ S \frac{dI_3(t)}{dt} &= q_{13}(t) - q_{32}(t), \end{aligned} \quad (21)$$

donde  $q_{mm}$  representa el valor del flujo de agua desde el tanque  $m$  hacia el tanque  $n$  ( $m, n=1,2,3, \forall m \neq n$ ), y puede ser expresado usando la Ley de Torricelli, de esta forma el flujo de agua es:

$$q_{mm}(t) = \mu_{mn} S_p \text{sign}(I_m(t) - I_n(t)) (2g |I_m(t) - I_n(t)|)^{1/2} \quad (22)$$

$q_{20}$  representa el valor del flujo de salida y está dado por:

$$q_{20}(t) = \mu_{20} S_p (2g I_2(t))^{1/2}. \quad (23)$$

**Tabla 1.** Definición de puntos de operación.  
**Table 1.** Operating points definition.

Punto de operación $\mathcal{O}_j$	1	2	3
$Y_e^j = [I_1 \quad I_2 \quad I_3]^T$ (%)	32.26	80.65	80.65
	24.19	24.19	65.32
	28.23	52.42	72.58
$U_e^j = [q_1 \quad q_2]^T$ (%)	14.60	38.6	20.63
	33.66	9.65	58.16

Bajo la suposición ( $I_1 > I_3 > I_2$ ) en caso libre de falla o en caso de presencia de fallas, los tres modelos lineales han sido identificados alrededor de cada punto de operación (ver Tabla 1). Estos tres modelos locales se suponen significativos para propósitos industriales (concentración de producto, rentabilidad, calidad, etc.). Se considera que los valores de entrada se expresan en porcentaje (%). La linealización de las ecuaciones del sistema no lineal alrededor de los tres puntos de operación, conduce a la siguiente representación en espacio de estados (discretizado con un período de muestreo  $Te=1s$ ):

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= A_j X_k + B_j U_k + \Delta X_j, \\ Y_k &= C X_k + \Delta Y_j \end{aligned} \quad (24)$$

donde  $X \in \mathcal{R}^3, U \in \mathcal{R}^2$  y  $Y \in \mathcal{R}^3$ . Las matrices de estado tienen dimensiones apropiadas. En este artículo, se consideran fallas aditivas en los actuadores, las cuales pueden presentarse debido a un funcionamiento anormal o envejecimiento del material. Una falla de actuador puede ser representada como una falla aditiva y/o multiplicativa [18]:

$$U_k^f = \alpha U_k, \quad (25)$$

donde  $U$  y  $U^f$  representan el vector de entradas normal y el vector de entradas con fallas, respectivamente. El término

$\alpha = \overset{\Delta}{diag}[\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_h, \dots, \alpha_p]$ , con  $\alpha_h \in \mathfrak{R}$  tal que  $\alpha_h = 0$  representa una pérdida total del actuador, es decir, una falla en el  $h$ -ésimo actuador.  $\alpha_h = 1$ , implica que el  $h$ -ésimo actuador opera normalmente. En presencia de fallas en actuadores y para todos los puntos de operación, el sistema puede ser también modelado de forma general apoyado en (2) como en [21]:

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= \sum_{j=1}^M \varphi_k^j [A_j X_k + B_j U_k + F_j d_k + \Delta_{X_j}] \\ Y_k &= \sum_{j=1}^M \varphi_k^j [C X_k + \Delta_{Y_j}] \end{aligned} \quad (26)$$

donde  $d \in \mathfrak{R}^2$  representa la falla. Para el caso de estudio desarrollado en este trabajo y debido a que sólo las fallas de actuadores son consideradas, la matriz de distribución de fallas  $F_j = B_j$  y  $\forall j, B_j = B$ . Consecuentemente,  $F_j$  es igual a una matriz única y  $F = \mathfrak{S} = B$ . El residuo sensible  $\Omega_k^*$  es directamente proporcional a la falla estimada  $\hat{d}_k$ . Además, debe notarse que  $rango(C\mathfrak{S}) = rango(\mathfrak{S}) = 2$ , lo cual es requerido para el diseño del filtro adaptativo (ver sección 3.1).

### 4.1 Modelado

En esta primera parte, se muestra como el multi-modelo es capaz de representar el comportamiento dinámico del sistema dado en (21), a partir de únicamente tres modelos lineales representados como (26). Se asume entonces, que allí existen tres modelos  $M_j$  definidos de tal forma que:

$$\begin{aligned} M_1 : [I_1, I_2, I_3] &= [Alto, Bajo, Bajo] \\ M_2 : [I_1, I_2, I_3] &= [Alto, Bajo, Medio] \\ M_3 : [I_1, I_2, I_3] &= [Alto, Alto, Alto] \end{aligned}$$

Se asume que cada señal de salida tiene un ruido Gaussiano  $\mathcal{M}(0, 1e^{-4})$ . Los tres modelos se definen alrededor de los puntos de operación

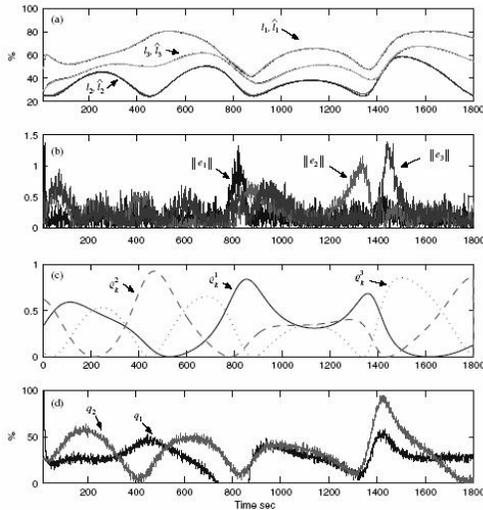
dados en la Tabla 1 y un primer experimento se realiza con objeto de validar el modelo del sistema dado a partir de estos tres modelos. Las entradas varían de acuerdo a los rangos establecidos dentro del sistema y son generadas a partir de la siguiente combinación interpolada:

$$U_k = \sum_{i=1}^3 Q_k^i * Y_e^i, \quad (27)$$

Donde  $Q_k^i$  es una variable programada asociada a cada régimen de operación. Estas entradas son simuladas para el sistema no lineal (21). Este experimento permite subrayar la cualidad de la estrategia multi-modelo en la representación de un sistema no lineal y como herramienta para FDI. Es más, en caso de ausencia de falla en la figura 3(a), se pueden observar las tres salidas  $(I_1, I_2, I_3)$  del sistema no lineal y las 3 salidas estimadas  $(\hat{I}_1, \hat{I}_2, \hat{I}_3)$  calculadas a partir del esquema multi-modelo dado en la ecuación (26) con  $Q_k^i = \varphi_k^i$ . En la figura 3(b) se pueden observar las normas euclidianas de los vectores  $e_v = I_v - \hat{I}_v, \forall v \in [1, 2, 3]$  representadas por  $\|e_v\|$ . Esta norma euclidiana inferior que  $\|e_v\| < 1.4\%$ , representa la efectividad de la representación multi-modelo. La figura 3(c) representa las funciones de ponderación correspondientes y las entradas asociadas son mostradas en la figura 3(d).

### 4.2 Resultados

El objetivo del segundo experimento consiste en alcanzar los tres regímenes de operación descritos en la Tabla 1, bajo la consideración de lazo abierto para los casos en ausencia y en presencia de fallas. Se usarán las salidas procedentes del sistema no lineal dado en (21) y las entradas específicas dadas en (27) con el objeto de alcanzar cada régimen de operación en ausencia de fallas. La figura 4 muestra la evolución de las salidas  $(I_1, I_2, I_3)$  impulsadas por las entradas, en lazo abierto.



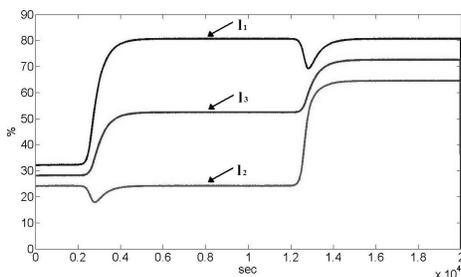
**Figura 3.** Modelado del sistema: (a) Salidas  $I_v$  y salidas estimadas  $\hat{I}_v$ , (b) norma euclidiana  $\|e_v\|$  y (c) funciones de ponderación y (d) entradas

**Figure 3.** System modelling: (a) outputs  $I_v$  and estimated outputs  $\hat{I}_v$  (b) euclidean norm  $\|e_v\|$  and (c) scheduling functions and (d) inputs

Los cambios de los puntos de operación ocurren alrededor del instante 2550s y alrededor del instante 12 600s. La figura 5 muestra la evolución de las entradas  $((q_1, q_2)^T$  es generada por la combinación interpolada:

$$U_k = \sum_{j=1}^3 Q_k^j * U_e^j, \tag{59}$$

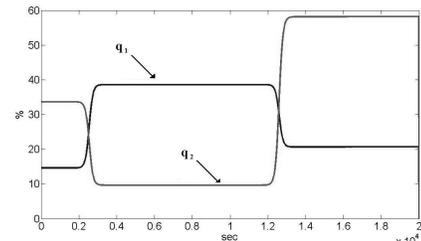
donde  $Q_k^j$  es una variable programada asociada a cada régimen de operación.  $Q_k^j$ , que será considerada como la función de ponderación actual que caracteriza el comportamiento dinámico del sistema no lineal. La evolución dinámica de  $Q_k^j$  se ilustra en la figura 6(b).



**Figura 4.** Salidas en caso de ausencia de fallas

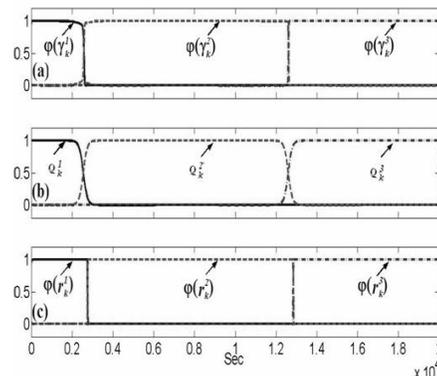
**Figure 4.** Outputs in fault-free case

Con objeto de evaluar el método, un banco de tres filtros de Kalman clásicos y un banco de filtros de Kalman desacoplados, son sintetizados [21]. En la figura 6 se ilustra el comportamiento dinámico de las funciones de activación que se muestran respecto a las probabilidades reales  $Q_k^j$  (ver figura 6(b)). Las funciones de probabilidad estimadas  $\varphi(r_k^j)$  (Kalman clásico) se ilustran en la figura 6(c). Las funciones  $\varphi(\gamma_k^j)$  de los filtros de Kalman desacoplados se muestran en la figura 6(a) [21]. Ambas funciones muestran que están más cerca de las funciones de ponderación real. Sólo existe un pequeño tiempo de retardo entre las funciones de activación estimadas y la existencia de la probabilidad real. El esquema FDI proporciona buenos resultados directamente enlazados con el diseño de las funciones de ponderación robustas procedentes de los filtros de Kalman desacoplados. Los residuos generados por estos filtros (definidos en (15)), se describen en la figura 7. Dos residuos son generados de acuerdo a dos fallas en actuadores.



**Figura 5.** Entradas en ausencia de fallas

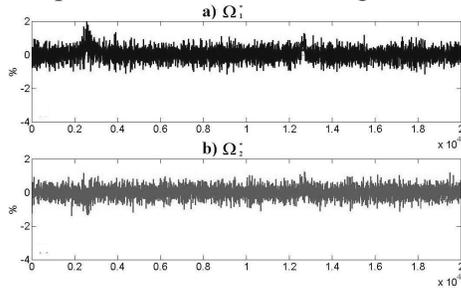
**Figure 5.** Inputs in fault-free case



**Figura 6.** Probabilidades en ausencia de fallas: (a) filtro de Kalman desacoplado, (b) actual y (c) filtro de Kalman clásico

**Figure 6.** Probabilities in fault-free case: (a) decoupled Kalman filter, (b) actual and (c) classical Kalman filter

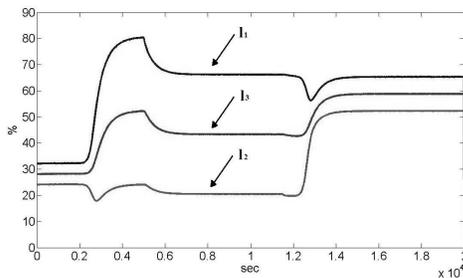
Los residuos  $\Omega_2^*$  están dedicados a la estimación de la magnitud de la falla en las bombas 1 y 2, respectivamente. Los dos residuos son diferentes de cero en la transición los puntos de operación; estas imperfecciones están relacionadas a errores de modelado y su magnitud es menor al umbral, por lo que los dos residuos pueden ser considerados igual a cero.



**Figura 7.** Residuos sensibles del filtro de Kalman desacoplado en ausencia de fallas.

**Figure 7.** Sensitive residual from the decoupling filter in fault-free case.

Se consideran las siguientes fallas en actuadores: una degradación de la ganancia de la bomba 1 (obstruida u oxidada, etc.) equivalente al 10% de su valor nominal (pérdida de efectividad), ocurre en  $t_1 = 5000s$ , después del primer cambio de punto de operación; una segunda falla abrupta en la bomba 2, con valor del 10% del valor nominal ocurrida en  $t_2 = 11500s$  (ver figura 9).

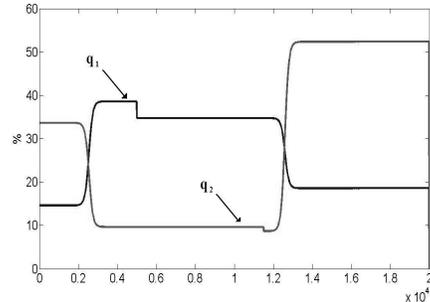


**Figura 8.** Salidas en caso de falla.

**Figure 8.** Outputs in faulty case.

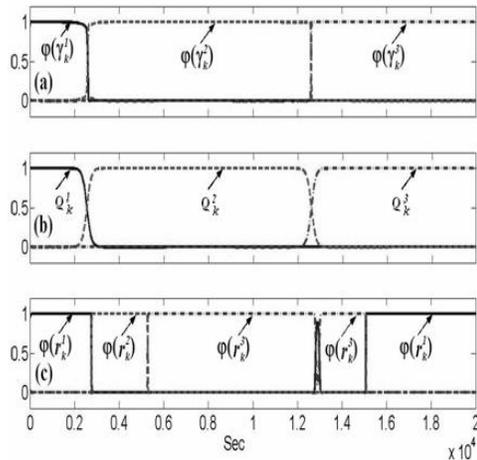
El comportamiento dinámico de los niveles de los fluidos también se ve afectado por estas fallas, como se ilustra en la figura 8. Aquí, las salidas son diferentes de los regímenes de operación anteriores ya que la falla de un actuador se representa sobre el sistema como una perturbación y la salida no se encuentra dentro del régimen nominal. Las funciones de ponderación estimadas evolucionan de acuerdo al caso sin fallas y pueden ser consideradas

como fallas de actuadores frente a la robustez, como se muestra en la figura 10(a). Las probabilidades actuales son mostradas en la figura 10(b) y son totalmente diferentes de las probabilidades de los filtros de Kalman.



**Figura 9.** Entradas en caso de falla.

**Figure 9.** Inputs in faulty case.

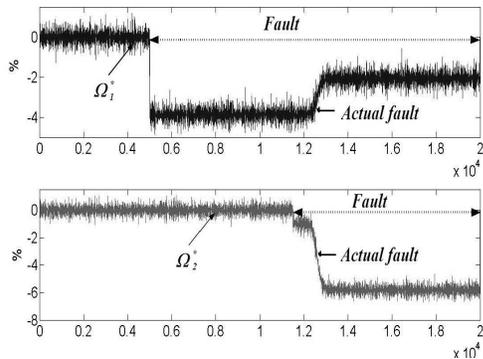


**Figura 10.** Probabilidades en caso de falla.

**Figure 10.** Probabilities in fault case.

Los resultados del filtro desacoplado están descritos en la figura 11, donde es posible apreciar el comportamiento de los residuos  $\Omega_1^*$  y  $\Omega_2^*$  sensibles a fallas. Obsérvese el comportamiento de los residuos donde los cambios abruptos corresponden a las dos fallas en los actuadores.

Las estimaciones de las magnitudes de las fallas exactas ilustran el desempeño y la efectividad del filtro desacoplado. Para el caso libre de fallas, durante la transición de un punto de operación a otro, los residuos son sensibles a errores de modelado las cuales no son integrados en la síntesis del filtro desacoplado.



**Figura 11.** Residuos sensibles del filtro desacoplado en caso de falla

**Figure 11.** Sensitive residuals from the decoupling filter in faulty case.

Un esquema FDI puede ser diseñado directamente a partir de la estimación de la magnitud de la falla. Estos residuos pueden ser evaluados mediante pruebas estadísticas con objeto de detectar desbalances. Por ejemplo una herramienta es la prueba Page-Hinkley, con la que un actuador defectuoso puede ser aislado a partir de una decisión lógica elemental.

## 5. CONCLUSIONES

Se presentó el diseño de un esquema FDI basado en múltiples modelos, capaz de detectar, aislar y estimar múltiples fallas así como estimar funciones de ponderación robustas para modelado del sistema. Este esquema se basa en la estimación de funciones de activación robusta a través de los filtros de Kalman desacoplados. Tales funciones permiten reproducir el comportamiento dinámico a través de un amplio rango, en ausencia y presencia de fallas. En lazo cerrado, las funciones de activación robustas deberían ser variables para poder aplicarlas de forma eficiente en técnicas de control múltiples, donde por ejemplo la ganancia programada del controlador no es medible ni puede corromperse por la ocurrencia de una falla. Un filtro adaptativo se diseñó para detectar, aislar y estimar fallas gracias a la representación obtenida por el enfoque multi-modelo. Para garantizar la estabilidad del filtro adaptativo se desarrolló un análisis de estabilidad usando LMI. Se validó la efectividad del filtro adaptativo en un sistema hidráulico de tratamiento de agua bajo diferentes regímenes de operación.

## REFERENCIAS

- [1] Alcorta-García, E., & Frank, P. Deterministic nonlinear observer based approaches to fault diagnosis: A survey. *Control Engineering Practice*, 5(5), 663–670. (1997).
- [2] DE PERSIS, C. & ISIDORI, A. A geometric approach to nonlinear fault detection. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 46(6), 853–865. (2001)
- [3] MURRAY-SMITH, R., & JOHANSEN, T. Multiple model approaches to modelling and control. London: Taylor & Francis. (1997).
- [4] NARENDRA, K., BALAKRISHNAN, J., & Kernal, M. Adaptation and learning using multiple models, switching and tuning. *IEEE Control Systems Magazine*, 37–51. (1995).
- [5] Li, X. R., & BARSHALOM, Y. Design of an interacting multiple model algorithm for air traffic control tracking. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1(3), 186–194(1993)..
- [6] MAYBECK, P. Multiple model adaptive algorithms for detecting and compensating sensor and actuator/surface failures in aircraft flight control systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 9, 1050–1070(1999)..
- [7] DIAO, Y., & PASSINO, K. M. Intelligent fault-tolerant control using adaptive and learning methods. *Control Engineering Practice*, 10(8), 801–817. (2002).
- [8] BHAGWAT, A., SRINIVASAN, R., & Krishnaswamy, P. R. Multi-linear model-based fault detection during process transitions. *Chemical Engineering Science*, 58, 1649–1670. (2003).
- [9] GATZKE, E., & DOYLE, F. Use of multiple models and qualitative knowledge for on-line moving horizon disturbance estimation and fault diagnosis. *Journal of Process Control*, 12, 339–352. (2002).

- [10] ATHANS, M., FEKRI, S., & Pascoal, A. Issues on robust adaptive feedback control. In Proceedings of 16th IFAC world congress, Prague, Czech Republic(2005)..
- [11] PORFIRIO, C. R., NEITO, E. A., & Odloak, D. Multi-model predictive control of an industrial c3/c4 splitter. Control Engineering Practice, 11, 765–779. (2003).
- [12] RODRIGUES, M. Diagnostic et commande active tolérante aux défauts appliqués aux systèmes décrits par des multi-modèles linéaires. Ph.D. thesis, Centre de Recherche en Automatique de Nancy, UHP, Nancy, France. (2005).
- [13] LEITH, D. J., & LEITHEAD, W. E Survey of gain-scheduling analysis and design. International Journal of Control, 73(11), 1001–1025. . (2000).
- [14] BANERJEE, A., ARKUN, Y., PEARSON, R., & Ogunnaike, B. H1 control of nonlinear processes using multiple linear models. In Proceedings of the European control conference, Roma, Italy (pp. 2671–2676) (1995)..
- [15] KELLER, J. Fault isolation filter design for linear stochastic systems. Automatica, 35, 1701–1706. (1999).
- [16] STIWELL, D. J., & RUGH, W. J. Interpolation of observer state feedback controllers for gain scheduling. International Journal of Control, 72(7/8), 620–6(1999).
- [17] BOYD, S., GHAOUI, L. E., Feron, E., & Balakrishnan, V. Linear matrix inequalities in system and control theory. SIAM Studies in Applied Mathematics. (1994).
- [18] THEILLIOL, D., NOURA, H., & Ponsart, J. Fault diagnosis and accommodation of three-tank system based on analytical redundancy. ISA Transactions, 41, 365–382. (2002).
- [19] ZOLGHADRI, A., HENRY, D., & Morsion, M. Design of nonlinear observers for fault diagnosis: a case study. Control Engineering Practice, 4(11), 1535–1544(1996)..
- [20] ADAM, M. Diagnostic de Défauts de Systèmes à représentation Multi-Modèles Linéaires Invariants dans le Temps. Tesis de Doctorado, Universidad Nancy I, Francia. (2004).
- [21] ADAM, M., THEILLIOL, D., ASTORGA C., VELA VALDÉS, L Representación de Sistemas No Lineales y Diagnóstico de Fallas basado en un enfoque Multi-Modelos. A publicar en DYNA Colombia, Colombia. (2009).