

# VERIFICACIÓN DE TRANSPORTE DE TRAZADOR RADIACTIVO USANDO UN COEFICIENTE FUNCION DEL TIEMPO EN CAUCES NATURALES

## TRANSPORT VERIFICATION FOR RADIOACTIVE TRACER USING A TIME FUNCTION COEFFICIENT IN NATURAL STREAMS

ALFREDO JOSE CONSTAIN ARAGON

*Ingeniero en electrónica, Director I+D, Amazonas Technologies, Cali, Colombia, alfredo.constain@amazonastech.com.*

Recibido para revisar Diciembre 16 de 2011, aceptado Marzo 30 de 2012, versión final Mayo 3 de 2012

**RESUMEN:** Actualmente los trazadores conservativos se usan en estudios hídricos pues la información obtenida es variada y precisa, contribuyendo al entendimiento de la dinámica del flujo. Sin embargo, simultáneamente se encuentran dificultades teóricas que restringen un mejor aprovechamiento de dichas técnicas. Algunas corresponden a la interpretación misma de la curva del trazador, la cual dentro del estado del arte debe estar bastante aproximada a una forma Fickiana. Este Artículo presenta un enfoque alternativo a partir de una nueva definición de velocidad media del flujo con el Coeficiente longitudinal de dispersión función del tiempo que replica bien las curvas experimentales de trazador. Dada la precisión y facilidad de este método se puede aplicar ventajosamente a estudios de contaminación. Se aplica aquí el modelo a un estudio de trazador radioactivo documentado por H.B. Fischer en los años 60; específicamente se evalúa la Actividad radioactiva, comparando el resultado con el método tradicional aplicando el principio de conservación de la masa y se hacen unas observaciones sobre la precisión del método.

**PALABRAS CLAVE:** Trazadores radiactivos, hidrometría, nuevos modelos de transporte

**ABSTRACT:** Nowadays conservative tracers are used in water studies because obtained information is varied and accurate, enhancing the knowledge on fluid dynamics. However, at the same time some theoretical difficulties are found limiting the scope of such studies. Some correspond to the very interpretation of tracer curve, which within the state of the art should be Fickian in nature. In this Article an alternate view is presented starting from a new definition of mean velocity of flow with longitudinal dispersion coefficient as time function which represents well the experimental dye asymmetric curves. Given the accuracy and easiness of this method it may be applied to contamination studies. As an example it is applied herein to a radioactive tracer study documented by H. B. Fischer in 60's years; specifically it is discussed the measurement of Activity comparing it with the current method involving the law of conservation of mass and then some remarks are done over the precision of method.

**KEYWORDS:** Radioactive tracers, hydrometrics, new transport models.

### 1. INTRODUCCIÓN

La utilización de trazadores conservativos en los estudios de dispersión para caracterizar parámetros de los cauces naturales es común debido a las características únicas de este método integral. Adicionalmente si el trazador es específico, es decir que su naturaleza y propiedades son muy particulares, bastante distintas de las de los otros solutos que puedan normalmente hallarse en las aguas naturales su detección es muy fácil y nítida. Los trazadores radiactivos cumplen con este requerimiento, por esta razón en ciertos casos críticos cuando se quieren resultados muy precisos se aconseja su uso. La desintegración natural de ciertos átomos puede ser medida por una instrumentación

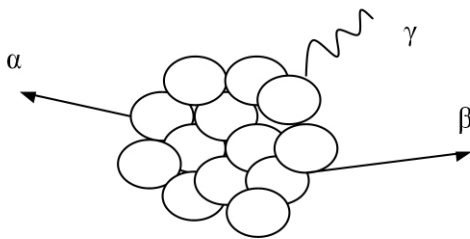
suficientemente probada y conocida, lo que facilita este proceso de aplicación.

Sin embargo algunos problemas aparecen cuando se utiliza trazadores en estudios de flujos naturales: Uno de ellos se refiere al hecho de que las curvas reales de trazador deben ser analizadas mediante modelos que en el estado del arte deben ser simétricas (Fickianas) y ellas por el contrario son decididamente no simétricas (No Fickianas), por lo menos en un trayecto largo de su desarrollo inicial [1]. En este trabajo se enfoca la aplicación de un método que permite un manejo analítico apropiado a tales curvas asimétricas de trazador radioactivo. Este método que parte de la definición de la concentración de trazador basada en

una nueva ecuación para la velocidad media del flujo se aplica entonces a un experimento realizado en 1960 por el USGS (Godfrey & Frederick, 1960) en el río “Cooper Creek” cerca de Gage City (Va) en USA, el cual fue apropiadamente documentado por H.B. Fisher en su artículo “Dispersion predictions in natural streams” [2] de donde se citan datos y Figuras subsiguientes.

## 2. MATERIALES Y TRAZADORES RADIOACTIVOS

Los materiales radioactivos son átomos inestables que se desintegran espontáneamente emitiendo partículas alfa, beta o radiación gamma [3]. Figura 1.



**Figura 1.-** los tres tipos de radioactividad

La desintegración una especie radioactiva, independiente de su tipo sucede siempre en porcentajes fijos, siendo este porcentaje y la energía individual de cada emisión una característica propia de cada especie.

Su conteo se hace por el número de átomos que se desintegran,  $dN$ , que es proporcional al número total de átomos,  $N$ , y al tiempo,  $dt$ .

$$dN = -\lambda N dt \quad (1)$$

Lo que establece la Ley fundamental del decaimiento radioactivo:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (2)$$

Aquí  $N(t)$  es el numero de desintegraciones en un tiempo  $t$ ,  $N_0$  es su valor inicial y  $\lambda$  es la Constante de desintegración que indica numéricamente el porcentaje de átomos que se desintegra por unidad de tiempo y es específica para cada material (isótopo) radiactivo. La magnitud fundamental de la radioactividad es la Actividad,  $A$ , que mide la cantidad de partículas que

se desintegran por unidad de tiempo. Su unidad es el Curio (Ci) que se define en el Sistema Internacional como la actividad correspondiente a la siguiente cifra de desintegraciones por segundo.

$$\text{Curio} = 3.7 \times 10^{10} \text{ 1/s} \quad (3)$$

La actividad (que es proporcional a  $N$ ) se define como

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t} \quad (4)$$

Una definición especial muy utilizada es el Periodo de semi-desintegración,  $T$ , o sea el tiempo en el cual se desintegran la mitad de los átomos considerados inicialmente. Para hallar este periodo se plantea la siguiente condición en la anterior ecuación:

$$\frac{A_0}{2} = A_0 e^{-\lambda T} \quad (5)$$

Donde:

$$T = \frac{0.693}{\lambda} \quad (6)$$

Trazadores radioactivos son utilizados ampliamente en el estudio de la dinámica de aguas dada su alta especificidad y facilidad de detección [4]. Uno de estos trazadores más utilizados es el tricloruro de oro ( $\text{Cl}_3\text{Au-198}$ ) por su bajo costo y porque su tiempo de semi-desintegración es de solo 2.7 días (233270 segundos). Su Constante de desintegración vale entonces  $2.97 \times 10^{-6}$ .

## 3. NATURALEZA GAUSSIANA DE LA DISPERSION

Se ha discutido extensamente sobre la naturaleza y la descripción matemática del efecto de desperdigamiento (dispersión) de las partículas de soluto conservativo en un flujo turbulento, debido a que es la base de los estudios de los mecanismos de transporte de contaminantes en los cauces naturales [5]. Hay prácticamente un consenso entre los especialistas en el sentido de que fundamentalmente este efecto se debe en su mayor parte a la acción de ruptura del grupo de partículas externas por la naturaleza cortante del agua que soporta el campo de velocidad que se genera por el movimiento advectivo promedio del flujo. El mecanismo básico entonces es la separación aleatoria

de dos partículas cualesquiera que inicialmente están juntas. Figura 2.

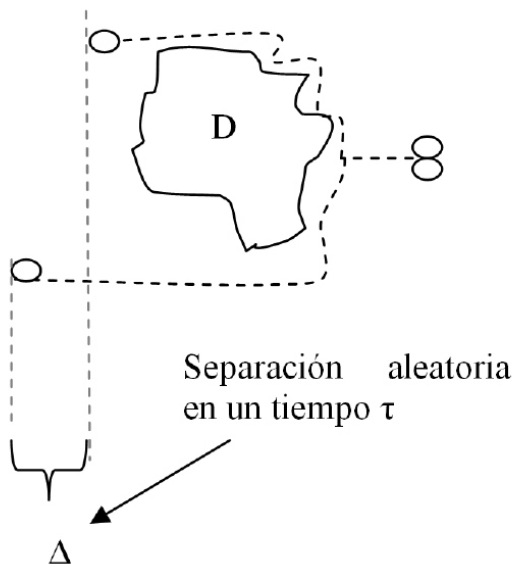


Figura 2. Separación aleatoria de un par de partículas.

Para comprender este mecanismo básico de dispersión se postula un elemento de difracción (separación) que puede o no existir realmente. Lo importante es que este elemento define una separación de las partículas en un ámbito de orden "D" y entonces estas son sujetas a velocidades diferentes debido a la presencia del campo de velocidad. El mecanismo de separación en sí mismo es binario (o sea una especie de "selector de Bernoulli") con igual probabilidad en un sentido "arriba" o "abajo" del dibujo. Así aunque las velocidades a cada lado del elemento de difracción son deterministas, la existencia en un momento dado de una partícula de soluto en uno de los dos "corredores" es una magnitud aleatoria del tipo Browniano (Gaussiano). Por lo tanto se tiene que:

$$\Delta^2 = 2E\tau \quad (7)$$

Donde  $E$  es el Coeficiente longitudinal de transporte y  $\tau$  es el tiempo característico del proceso en una dimensión. De tiempo atrás se conoce que esta dinámica responde a una ecuación diferencial del tipo Fickiano [6] en el que el flujo de masa es proporcional al gradiente de concentración.

$$j_m = -E \frac{\partial C}{\partial x} \quad (8)$$

Por lo tanto aunque la dispersión es en esencia diferente

a la difusión por turbulencia, su descripción matemática es coincidente.

#### 4. UNA ECUACIÓN DE VELOCIDAD MEDIA DE FLUJO APLICADA A DETERMINAR LA MASA DE UN VERTIMIENTO DE TRAZADOR.

A partir de la ecuación (7) es posible definir una velocidad de dispersión de la siguiente manera:

$$V_{disp} = \frac{\Delta}{\tau} = \sqrt{\frac{2E}{\tau}} \quad (9)$$

Esta velocidad se construye de manera muy rápida cuando la masa del soluto conservativo penetra al flujo de manera súbita y una vez que comienza a actuar separando las partículas de soluto su valor disminuye continuamente hasta que la perturbación desaparece en el equilibrio termodinámico.

La velocidad  $V_{disp}$  depende de la velocidad media advectiva del flujo  $U$ , por lo que es pertinente definir una función  $\phi$ , que las relacione como una simple razón:

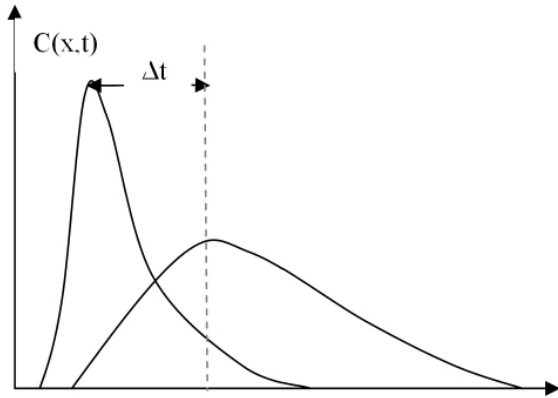
$$\phi = \frac{V_{disp}}{U} \quad (10)$$

Esta función al ser proporcional a la velocidad de dispersión que como se ha dicho es un mecanismo de separación que se construye muy rápido y luego declina lentamente (sin repetirse) es una función del tiempo.

Es posible entonces definir la velocidad media del flujo relacionando los fenómenos hidráulicos con los de transporte de masa de un trazador conservativo vertido en un flujo turbulento, en régimen no uniforme ya que no ha sido impuesta ninguna restricción sobre la constancia de dicha velocidad [7].

$$U = \frac{1}{\phi(t)} \sqrt{\frac{2E}{\tau}} \quad (11)$$

Usualmente la velocidad del flujo se ha relacionado con el tiempo de transito del pico de la pluma de trazador y el desplazamiento correspondiente. Esta medición se hace evaluando tiempos y desplazamientos sobre una misma pluma de trazador detectada en dos sitios diferentes de su recorrido, según la ecuación (12). Figura 3.



**Figura 3.** Definición de velocidad con base en el desfase de los picos.

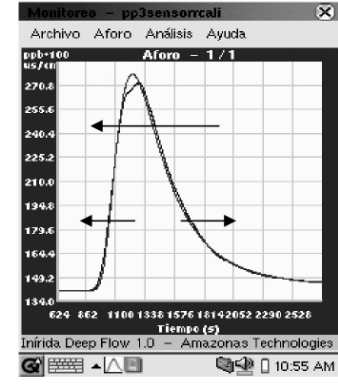
$$U = \frac{\Delta X}{\Delta t} \tag{12}$$

En el modelo desarrollado en este artículo por el contrario la velocidad media del flujo se establece como función de la dinámica del transporte del trazador en un ámbito de turbulencia. Este enfoque presenta varias facetas nuevas sobre el punto de vista tradicional: Una primera que tiene que ver con la propia cinemática del fenómeno al poderse relacionar la velocidad media advectiva del flujo ( $U$ , unidireccional) con las dos velocidades simétricas de dispersión del trazador ( $V_{disp}$ , bidireccional).

Desde el inicio mismo de la disciplina en las décadas de los 50, 60 y 70 del siglo pasado se ha discutido continuamente sobre la naturaleza misma de la dispersión debido a que la asimetría de las curvas experimentales y su altura (concentración pico) no corresponde con la expectativa teórica. Una razón plausible para explicar esta incongruencia es que no se haya tomado en cuenta el hecho de que para que la dispersión pueda ser descrita en flujo variado, el coeficiente longitudinal de transporte,  $E$ , este debe ser una función del tiempo. Este es un requisito indispensable para que diferentes observadores inerciales ligados a la transformación de Galileo que usualmente se aplica en la ecuación de transporte de Fick (13) puedan describir coherentemente la misma curva de concentración de trazador.

$$C(x,t) = \frac{M}{A\sqrt{2\pi Et}} e^{-\frac{(x-Ut)^2}{4Et}} \tag{13}$$

Aquí  $M$  es la masa de trazador,  $A$  es el área de la sección transversal del flujo y  $C(x,t)$  es la concentración de trazador.



**Figura 4.** Composición de Galileo para las velocidades participantes en el transporte de masa de un trazador en un flujo

Este concepto se explica a continuación de la siguiente manera: Si se aplica el concepto básico de composición Galileana de velocidades a la Figura 4 se puede ver que un observador fijo en la orilla del cauce (observador Euleriano) verá una velocidad mayor en el frente de la pluma y una velocidad menor en fondo de la pluma, pues la composición de velocidades suma en el primer caso y resta en el segundo. Esto quiere decir que la asimetría de la curva experimental de un trazador desarrollándose en un flujo natural se debe simplemente a esta composición. La función  $\Phi(t)$  da cuenta del grado de asimetría, toda vez que cuando se realizan este tipo de composiciones cinemáticas aparece en el análisis del fenómeno una función que es la razón de las velocidades involucradas. Esta ecuación entonces incluye el aspecto cinemático de una pluma de trazador evolucionando en un flujo, lo cual no ocurre en el modelo clásico simple [8].

### 5. UNA ECUACIÓN MODIFICADA DE FICK PARA REPRESENTAR CURVAS NO-FICKIANAS.

Si en la ecuación (11) se despeja el Coeficiente Longitudinal de dispersión,  $E$ , se tiene:

$$E = \frac{U_x^2 \phi^2 \tau}{2} \tag{14}$$

Y si esta definición de  $E$  se reemplaza en la ecuación clásica de Fick (13) queda la ecuación modificada:

$$C(x,t) = \frac{M}{Q \phi t \sqrt{2\pi\beta}} e^{-\frac{(x-Ut)^2}{4Et}} \tag{15}$$

Aquí  $Q$  es el caudal,  $\beta \approx 0.216$  es la razón entre  $\tau$ , tiempo característico de la difusión para un avance de una varianza de la curva de distribución a lado y lado [9], y

$t$ , la variable independiente. En el sitio de medición la concentración es máxima y la ecuación anterior queda:

$$C_p = \frac{M}{Q \varphi t \sqrt{2\pi\beta}} \quad (16)$$

Y la masa involucrada en el vertimiento es:

$$M = Q C_p \varphi t \sqrt{2\pi\beta} \quad (17)$$

## 6. UN ANÁLISIS DE LAS CURVAS DE TRAZADOR RADIOACTIVO MEDIANTE LA ECUACIÓN MODIFICADA DE FICK.

Si se conoce el caudal de un flujo, la concentración pico  $C_p$  del trazador radioactivo y si se mide la función  $\Phi$  a una curva del trazador se puede conocer la actividad del trazador en ese punto mediante la ecuación (17) reemplazando masa por "Actividad", lo cual es correcto si se tiene en cuenta que  $C_p$  debe ir también expresada en unidades de Actividad.

$$A = Q C_p \varphi t \sqrt{2\pi\beta} \quad (18)$$

Ahora, si lo que se quiere es conocer la masa de trazador que se vertió inicialmente, se debe tener en cuenta el decaimiento temporal del trazador. Entonces, la masa de trazador en función de la actividad se puede calcular mediante la siguiente ecuación que tiene en cuenta la equivalencia dimensional requerida, el postulado numérico de Avogadro y la definición de la unidad de desintegración radioactiva:

$$M = \frac{M_a \times A \times T}{6.023 \times 10^{23} \times 0.693} \times 3.7 \times 10^{10} \quad (19)$$

Aquí  $M_a$  es la masa atómica del isótopo utilizado y  $M$  es la masa real en gramos. Esta ecuación se deduce fácilmente a partir del concepto de actividad y teniendo en cuenta la definición de Avogadro para el Átomo-gramo. Ahora, hay una forma directa de verificar si la aplicación de la ecuación (19) es correcta y es utilizando la ley de conservación de la masa en su versión para actividad, integrando la curva de concentración trazador,  $C(x,t)$ , ecuación (20) teniendo en cuenta el caudal y el intervalo de tiempo que cubre la curva experimental.

$$A = Q \int_{t_a}^{t_b} C(x,t) dt \quad (20)$$

Esta operación se efectúa contando el área bajo la

curva de trazador mediante un papel milimetrado entre principio y fin de la curva y teniendo en cuenta las unidades y módulos correspondientes a cada eje.

## 7. APLICACIÓN DE LAS ECUACIONES PROPUESTAS A UN CASO EXPERIMENTAL CON TRAZADOR RADIOACTIVO.

El investigador norteamericano H.B. Fischer documentó y analizó una serie de experimentos en el río "Cooper Creeck" (Virginia, USA) durante los años 1960-1961, realizados originalmente por los investigadores del USGS R. Godfrey y R. Frederick [1]. En estos experimentos se utilizó trazador radioactivo Tricloruro de Oro ( $Cl_3 Au$ ) que fue altamente diluido en una mezcla original de 15 ml y luego mezclada con 2 litros de agua del cauce en cuestión ("Run-1-60").

En su artículo original Fischer realizó sus cálculos únicamente sobre la segunda curva (la más alejada) por su mayor precisión. En este Artículo se hará lo mismo. Para la verificación del modelo teórico propuesto aquí se utilizarán los datos del experimento y se planteará la siguiente metodología:

- A.- Verificación el dato de velocidad media del flujo
- B.- Calculo de la actividad radioactiva sobre la curva 2 utilizando la ecuación (18).
- C.- Verificación de la actividad radioactiva calculando el área bajo la curva 2 y aplicando luego la ecuación (20)
- D.- Calculo de la actividad y masa de trazador en el momento del vertimiento.

La Tabla 1 muestra los datos del cauce en el experimento "Run-1-60" tal como fueron detallados por el H.B. Fischer.

Magnitud	Valor
Profundidad media (h)	0.84 m
Ancho medio (W)	18.0 m
Velocidad media en X( $U_x$ )	0.59 m/s
Caudal (Q)	8.5 m <sup>3</sup> /s (300 pies cúbicos por Segundo)
Distancia de la primera estación de medición	2789.0 m
Distancia de la segunda estación de medición	5072.0 m

**Tabla 1.-** Datos básicos del cauce según el autor.



Las curvas del vertimiento tomadas consecutivamente en dos estaciones se muestran en la Figura 5, tomada del artículo del autor.

Ahora, para aplicar la metodología de verificación de las ecuaciones propuestas en este Artículo y de los datos de trazador medidos sobre las curvas experimentales se tiene la siguiente Tabla 2 de valores operativos para propósitos de cálculo con las nuevas ecuaciones.

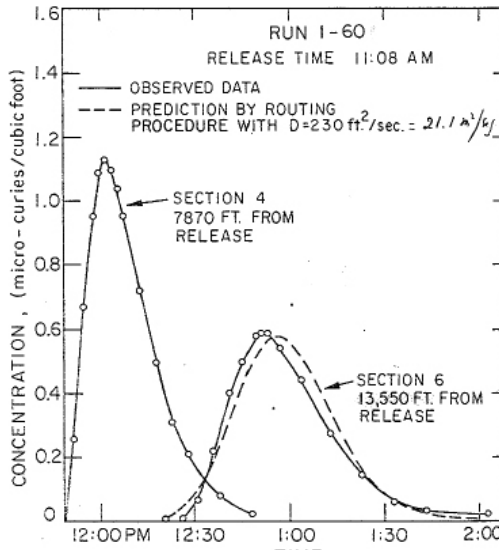


Figura 5.- Curvas de trazador en un vertimiento tomado en dos sitios distintos

No.	C <sub>p</sub>	E	t	τ	Φ
	[μC/pcs]	[m <sup>2</sup> /s]	[s]	[s]	
1	1.13	11.7	4727	1016	0.257
2	0.59	15.0	8596	1848	0.216

Tabla 2.- Datos operativos para aplicar las nuevas ecuaciones

Entonces se procede a realizar y cálculos específicos y verificaciones por medio de la metodología propuesta:

A.- Verificación del dato de velocidad media del flujo

Se utiliza la ecuación (11) calculada con los datos correspondiente de la Tabla 2.

$$U = \frac{1}{\phi} \sqrt{\frac{2E}{\tau}} = \frac{1}{0.216} \sqrt{\frac{2 \times 15.0}{1848}} = 0.59 \text{ m/s}$$

B.- Cálculo de la actividad radioactiva sobre la curva 2 utilizando la ecuación (18)

Se utilizan el sistema inglés para hacer estos cálculos para hacer más rápida su verificación del artículo fuente. Entonces en el segundo sitio de medición se tiene:

$$A = Q C_p \phi t \sqrt{2\pi\beta}$$

$$A = (300) \times (0.59) \times (0.216) \times (8596) \times (1.16)$$

$$A \approx 381225 \mu Ci$$

C.- Verificación de la actividad radioactiva calculando el área bajo la curva 2 y aplicando luego la ecuación (20).

Primero se calcula el área bajo la curva para el segundo sitio de medición según la Figura 6.

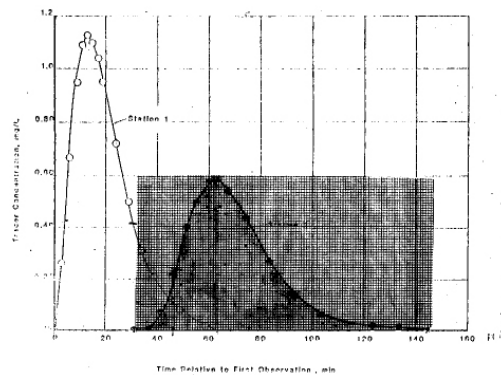


Figura 6.- Cálculo del área bajo la curva para la segunda pluma de trazador

Aplicando papel milimetrado sobre una figura del mismo experimento obtenida en el texto “Open channel Hydraulics” [10] para obtener una vista mejor del tiempo, con  $t_a = 30 \text{ min}$  y  $t_b = 155 \text{ min}$  los puntos de inicio y de terminación respectivos de la curva en la figura, se tienen 2103 cuadros elementales (milímetros cuadrados) bajo la curva escogida. En el eje de la actividad (ordenada) cada milímetro vale 0.01 μCi/pie cúbico (hay que advertir que en el eje de la ordenada el texto de French presenta equivocadamente la concentración en mg/l inapropiada para sustancia radiactiva) y en el eje del tiempo (abscisa) cada milímetro vale un minuto (60.0 segundos), por lo tanto desarrollando la ecuación (20) en sistema inglés:

$$\int_{ta}^{tb} C(x,t) dt = 2103 \times 60.0 \times 0.01$$

$$\int_{ta}^{tb} C(x,t) dt \approx 1262(\mu Ci / (\text{pie cubico} / s))$$

Entonces:

$$A(t) = Q \int_{ta}^{tb} C(x,t) dt = (300) \times (1262)$$

$$A(t) = Q \int_{ta}^{tb} C(x,t) dt \approx 378600 (\mu Ci)$$

Esto quiere decir un error relativo menor al 1% entre lo establecido en A y en B. Por lo tanto se valida en primera instancia el método presentado, aplicado a trazadores radioactivos.

D.- Calculo de la actividad y masa del trazador en el punto del vertimiento.

Se utiliza la ecuación (4) para calcular  $A_0$ , teniendo en cuenta los valores específicos para este caso.

$$A_0 = A(t = 8596) e^{(2.97 \times 10^{-6})t}$$

$$A_0 = 378540 \times 1.0259 = 388329(\mu Ci)$$

Ahora, se calcula la masa del trazador mediante la ecuación (19) teniendo en cuenta los valores específicos para el oro y que el Cloro no es la especie radioactiva (en el tricloruro de oro):

$$M = \frac{M_a \times A \times T}{6.023 \times 10^{23} \times 0.693} \times 3.7 \times 10^{10}$$

$$M \approx \frac{198 \times 0.388329 \times 233270}{6.023 \times 10^{23} \times 0.693} \times 3.7 \times 10^{10} = 1.6 \times 10^{-6}$$

Por lo tanto la masa de isótopo radiactivo Au 198 fue de aproximadamente: 1.6  $\mu$ gramos, como el Cloro contribuye a la masa se debe multiplicar esta cifra por 1.54 para tener la masa total de trazador, 2.5  $\mu$ gramos. Por otro lado hay que tener en cuenta que en el punto de vertimiento se inyecta al cauce una actividad aproximada de 0.37 Curios y que en el punto de medición se miden  $\mu$ Curios por unidad de volumen, lo que demuestra que este trazador es muy específico,

o sea con una gran capacidad de detectabilidad por los instrumentos.

## CONCLUSIONES

- 1.- Se presenta un nuevo método de análisis de transporte de trazador en el cual el modelo teórico resultante se acopla bien a las curvas experimentales. Este desarrollo se basa en una ecuación para la velocidad media del flujo partiendo de una función que relaciona la velocidad de dispersión del trazador y la velocidad advectiva del flujo.
- 2.- Se examina el carácter Gaussiano de la dispersión. Esta magnitud a pesar de tener un carácter esencialmente diferente de la difusión turbulenta viene definida por una expresión similar a esta toda vez que el mecanismo básico de desperdigamiento es Browniano y se tiene que el desplazamiento característico es proporcional a la raíz cuadrada del tiempo característico.
- 3.- Este método compatibiliza las observaciones sobre la evolución de la pluma de trazador que diferentes observadores inerciales hacen mediante la definición del coeficiente de transporte como función del tiempo.
- 4.- Aplicado el nuevo modelo a un experimento clásico de trazadores radiactivos documentado extensamente por H.B. Fischer en los Estados Unidos se encontró que la actividad radiactiva calculada por el modelo propuesto y la calculada por el método clásico son convergentes con una aproximación mejor al 1%, siendo equivalentes para todo efecto práctico.
- 5.- Así mismo este método es apropiado para calcular la masa de trazador vertido. Se demuestra como es de específico en tanto se aplica una cantidad insignificante (traza) y es perfectamente detectado aguas abajo.
- 6.- Este método puede ser aplicado con gran ventaja en los estudios de calidad de aguas mediante trazadores por su gran generalidad, facilidad de interpretación y precisión de los resultados.

Además este método obvia la utilización de procedimientos matemáticos complejos como es el caso de los métodos corrientes de modelación de dispersión [11]

## AGRADECIMIENTOS

Se expresa gratitud al Ing. Oscar Agredo de la Universidad Autónoma de Occidente de Cali por facilitar la documentación técnica correspondiente.

## REFERENCIAS

- [1] Jobson, H.E., Prediction of travel time and longitudinal dispersion in rivers and streams. USGS Water resource investigations Report pp. 96-4013. 1996.
- [2] Fisher, H.B., Dispersion predictions in natural streams, Journal of the Sanitary Engineering Division, ASCE, Vol. 94, SA5, Proc. Paper 6169, Oct., 1968
- [3] Ward, P.R.B., y Wurzel, P., The measurement of river flow with radioactive isotopes with particular reference to the method and time of sampling. Int Ass. Sci. Hydrol. Bull., 13.40-8 Feb.1968
- [4] Stein, J., Isótopos Radioactivos, Editorial Alhambra, Madrid. 1973.
- [5] Fischer, H.B., Report KHR-12, [PhD thesis], Caltech. Pasadena. June 1966
- [6] Taylor, G.I., The dispersion of matter in turbulent flow through a pipe. Proceedings of Royal Society of London. Series A, Vol. 223, pp 446-468. 1954.
- [7] Constain, A. y Carvajal, J., An accurate method to measure discharge using conservative tracers, FLUCOME 07, Tallahassee. September 2007.
- [8] Constain, A., Carvajal, J., Lemos, R. y Carvajal, A., Nuevo método para determinación de la Longitud de mezcla en cauces naturales con trazadores conservativos. *Revista Ingeniería del Agua*, Vol 13 (3), España. 2006 a
- [9] Constain, A., Lemos, R. y Carvajal, J., Determinación Teórica del Coeficiente de tiempos  $\beta$  para una ecuación de velocidad de flujo no uniforme en cauces naturales. COCIM 2006. Curico, Chile. Noviembre 2006b.
- [10] French, R., Open Channel Hydraulics, Mc Graw-Hill, New York. 1968
- [11] Poveda, G., Uso y desuso de las matemáticas en ingeniería. Revista DYNA No 128, diciembre 1999.