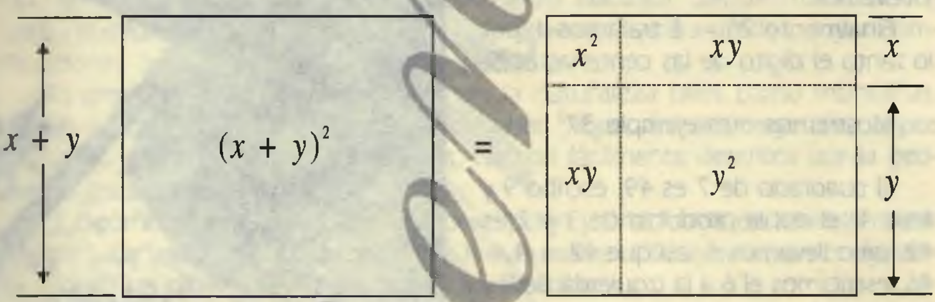
Aplicación de algún producto notable

RICARDO CEDEÑO TOVAR *

El profesor de matemáticas nos enseña que el binomio $x+y$ elevado al cuadrado es igual al cuadrado del primero más el doble producto del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo, es decir:

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 \qquad (1)$$

Si se profundiza un poco, el profesor nos muestra el cuadrado de lado $x+y$ descompuesto en: dos cuadrados, uno de ellos de lado x y el otro de lado y más dos rectángulos, cada uno de ellos de lados x y y. Es decir:



Aunque esta presentación es la usual y se presenta en la mayoría de los casos, debido al grado de abstracción no se entiende.

Presentaré un asidero más concreto y que permite que esto se aprehenda como se aprehenden las tablas de la suma o las tablas de multiplicar.

Si necesitamos saber el resultado de 23^2 podríamos aprovechar lo aprendido en clase, de la siguiente manera. $23 = 20 + 3$, así que tengo un binomio, donde: los términos son 20 y 3. En virtud de (1) tenemos que:

$$23^2 = (20+3)^2 = 20^2 + 2.20.3^2 = 400 + 120 + 9 = 529 \qquad (2)$$

---

* Profesor Titular – Universidad Surcolombiana. Programa de Matemáticas y Física.

Aquí podemos observar que:

1. 20 multiplicado por cualquier otro número, el resultado termina en 0, es decir que el dígito que corresponde a las unidades es cero

2. 20^2 termina 00, es decir que los dígitos de las decenas y las unidades son cero cero.

Esto nos permite pensar que en cualquiera de los casos al multiplicar un número por 20 obtengo un espacio, el producido por 0 y que 20^2 genera dos espacios, los producidos por 00.

Así que trataremos de hacer el mismo proceso pero elevando primero el 3. Por lo tanto el dígito de las unidades de 23^2 es 9, para obtener el dígito de las decenas multiplicamos 2 x 2 x 3 y obtenemos 12, así que el dígito es 2 y llevamos 1.

Finalmente $2^2 = 4$ traíamos 1 por lo tanto el dígito de las centenas es 5.

Mostremos otro ejemplo 37^2

El cuadrado de 7 es 49, escribo 9 y llevo 4; el doble producto de 3 y 7 es 42, pero llevamos 4, así que 42 + 4 = 46, escribimos el 6 a la izquierda de 9 y llevamos 4.

El cuadrado de 3 más lo que llevamos son 13. Así que escribimos este resultado a la izquierda de 69 y nos da 1369.

A manera de conclusión volvamos a mirar lo que hemos hecho. Si N es un número de 2 cifras entonces $N = 10a + b$, con a un entero entre 1 y 9. Por tanto:

$$N^2 = (10a + b)^2 = (10a)^2 + 2.(10a).b + b^2 = 100a^2 + 20ab + b^2 \quad (3)$$

Aquí no estoy proponiendo que este sea el método de enseñar y visualizar los productos notables, pero si puede ser un método alternativo; tampoco estoy en contra del uso de la calculadora pero sí de que el estudiante tenga en cuenta del porque los resultados.

Esto me parece que son competencias y si queremos profundizar un poco más podríamos pedirle a nuestros estudiantes que propongan un método similar para el caso en que el número sea de tres dígitos.