



uaim
10 Aniversario

RA XIMHAI ISSN-1665-0441

Volumen 9 Número 4 Edición Especial
Septiembre – Diciembre 2013

ESTIMACIÓN EN CÁLCULO ARITMÉTICO CON ESTUDIANTES EN FORMACIÓN DOCENTE DE LA ESPECIALIDAD EN MATEMÁTICAS

Orlando **Vázquez Pérez**¹

¹Instituto Superior de Ciencias de la Educación del Estado de México. Correo: kepler74@hotmail.com

Resumen

Aquí se presentan, algunos resultados preliminares de la primera fase de investigación del programa de doctorado de la generación 2010-2012 (en proceso), en el Instituto Superior de Ciencias de la Educación del Estado de México (ISCEEM). En este artículo se presentan evidencias de la aplicación de instrumentos diseñados para estudiar la estimación, tanto de tipo conceptual como en la aplicación de operaciones aritméticas a 17 estudiantes que cursaron el segundo semestre de la Licenciatura en Educación Secundaria con especialidad en matemáticas de la Escuela Normal Superior de México (ENSM). La estrategia de enseñanza puso de manifiesto la propuesta institucional (SEP, 1999; SEP, 2002). El tipo de respuestas otorgadas por los estudiantes sugieren la necesidad de incorporar a la estimación en currículo de las Escuelas Normales. Además, la estimación y su enseñanza por si mismas son necesarias por su utilidad práctica en casi todas las actividades que realiza el ser humano y porque completa la formación de los estudiantes de cualquier nivel educativo (Segovia y Castro, 2009, pág. 506). Las evidencias aquí expuestas sugieren hacer un seguimiento desde los niveles de educación básica hasta niveles superiores, esto con el fin, de advertir el desempeño de los estudiantes; para ello, conviene diseñar actividades de estimación específicas para que

los estudiantes desarrollen *estrategias propias y procesos de estimación* en cálculo. Se recomienda a la par, que estudien otras habilidades matemáticas, cómo cálculo mental, imaginación espacial, pues éstas y otras propiciarán en los alumnos que resuelvan problemas matemáticos con más facilidad (López, 2001; Vázquez, 2010, Segovia, et al. 1989).

Palabras Clave: Estimación, estudiantes, cálculo, enseñanza.

Introducción

El estudio de la aritmética en general, y el *sentido numérico* en particular, son de vital importancia en el currículo de matemáticas de educación básica y normal. El sentido numérico tiene estrecha relación con la *estimación*, pues las distintas definiciones que pudieran darse con respecto a éste, todas ellas incluyen o aluden a la estimación (Segovia y Castro, 2009, págs. 502-503). Por consiguiente, la enseñanza de la estimación es indispensable en el currículo de matemáticas debido a su aplicación en casi todas las actividades que realiza el hombre, pues desde hace tiempo, éste ha hecho estimaciones a ojo sobre superficies de tierras Kolmogorov (1976, págs. 22-23), todo ello, por motivos prácticos. Dada su reciente incorporación relativamente en el currículum en nuestro país (SEP, 1993), a la estimación no se le ha dado la importancia necesaria y poco se le ha investigado en México (Quintana, 2009). Aquí se presentan algunos resultados de la aplicación del primer instrumento de exploración de cómo *estiman* los estudiantes normalistas de la especialidad en matemáticas al realizar cálculos con las operaciones básicas de la aritmética.

Los objetivos fueron: Identificar los *procesos*, los *esquemas de representación* y posibles *estrategias* que utilizan los estudiantes al estimar en situaciones operatorias de carácter aritmético.

1. Elementos teóricos. Se consideran aspectos epistemológicos, sociales y cognitivos.

1.1. Epistemológicos. En este artículo se usará la definición otorgada por Segovia, Castro, Rico y Castro (1989, pág.18): “juicio sobre el valor del resultado de una operación numérica o de la medida de una cantidad, en función de circunstancias individuales del que lo emite”.

Adviértase que a partir de esta enunciación, pueden distinguirse dos tipos: en cálculo y medida (magnitudes discretas y continuas).

1.2. Elementos Sociales. La interacción en el aula. Steinbring (1991), señala que la epistemología del conocimiento matemático está determinada esencialmente por condiciones sociales; la participación del docente, las actividades que realiza el alumno y el conocimiento matemático determinan, en gran parte, el proceso de enseñanza y aprendizajes, en el cual interactúan los protagonistas principales: docente, el medio y estudiantes.

1.3. Cognitivos. Del procesamiento no consciente de la información a la conciencia. Desde una perspectiva cognitiva, Frawley (1999) considera al sujeto como un binomio: máquina-humano; pues señala que la parte interna y la externa de la mente humana confluyen simultáneamente. Frawley plantea que la *experiencia subjetiva* se presenta de tres formas: el procesamiento no consciente, la conciencia y la meta-conciencia. La primera de ellas ocurre cuando los estudiantes dan una respuesta de manera rápida (contestación automática), sin importar que ésta sea correcta o que se haya comprendido o no (Frawley, págs. 155-156). La segunda “ocurre cuando un sujeto parece estar interpretando sobre la experiencia” (op. cit. pág. 157). El tercer tipo de subjetividad se refiere a “la toma de conciencia y la organización deliberada de la experiencia” (pág. 157); es la conciencia de la experiencia; ésta cobra importancia pues establece el diálogo interno por medio del *habla privada o lenguaje para el pensamiento*.

Materiales y Métodos

2. Elementos de método. Esta investigación es cualitativa (Eisner, 1998, Carvalho, 2008).

2.1. Escenario de la investigación. Esta es una investigación en proceso (Vázquez, 2013), aquí se presentan algunos resultados de la primera fase

de la misma; ésta incluyó a un grupo de 17 estudiantes de la ENSM de segundo semestre que cursan la Licenciatura en Educación Secundaria con especialidad en matemáticas correspondiente al ciclo escolar: 2010-2011. Cabe aclarar al respecto, que en la aplicación del instrumento administrado, algunos de ellos omitieron respuestas. Aquí, sólo se presentaron de modo parcial algunos resultados para las operaciones de la adición y sustracción.

2.2. Caracterización de la enseñanza. Quien esto escribe propuso problemas a lo largo del ciclo escolar referido, con solicitud de justificación en cada uno de ellos.

2.3. Estrategia de enseñanza. En cada sesión de clase se plantearon problemas diversos de modo general, algunos de ellos, aludieron principalmente a: estimación, medición, imaginación espacial, comunicación e interpretación de datos. Se propició la participación del grupo considerando para ello que los estudiantes que resolvieran los problemas de manera individual, y una vez que éstos los resolvían, se les solicitaba a que pasaran a transcribirlos en el pizarrón para que *argumentaran* sus respuestas; de este modo, si el procedimiento utilizado por los estudiantes era distinto a la del investigador, éste mostraba la estrategia que había utilizado para llegar a la solución, esto, con la finalidad de que los estudiantes notaran y *comprendieran* los distintos procedimientos utilizados tanto por los estudiantes como los del investigador. A este respecto, Gardner (2000), señala que para llegar a la *comprensión* de un concepto o una nueva situación “lo importante es que los estudiantes exploren con profundidad suficiente *un número razonable de ejemplos* para que puedan ver cómo piensa y actúa un científico, un geómetra” (pág. 137).

2.4. Diseño del cuestionario. El instrumento, ha sido derivado de los referentes teóricos; éste incluyó las cuatro operaciones aritméticas. Para la resolución de cada operación se dio aproximadamente un minuto. Los ejercicios fueron mostrados en hojas tamaño carta, con el fin de que no tuvieran dificultades de visibilidad.

Los ejercicios propuestos según figura 1, fueron los siguientes:

Figura 1.- Primer instrumento de estimación en cálculo aritmético.

$$\begin{array}{r}
 1\ 587 \\
 + 2\ 631 \\
 \hline
 5\ 743 \\
 + 3\ 268 \\
 \hline
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 16\ 679 \\
 - 4\ 899 \\
 \hline
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 3\ 896 \\
 \times 729 \\
 \hline
 \end{array}
 \qquad
 11\ 879 \div 3\ 972 =$$

2.5. Criterios de análisis y técnicas para la recopilación de información.

Los criterios utilizados se asentaron en el análisis del *programa de estudios vigente* para la Educación Básica y Normal (SEP, 1999), en los *aspectos teóricos* de la estimación que propone Segovia, et al., (1989) y en las *etapas de subjetividad* indicadas por Frawley (1999).

2.6. Resultados en los procesos y estrategias de estimación para la adición y sustracción

En seguida, se presentan la frecuencia de los resultados obtenidos tanto para los *procesos de estimación*, así como de las *estrategias* seguidas por los estudiantes para realizar las estimaciones en cálculo aritmético con las operaciones básicas.

2.6.1. Resultados respecto a la adición

Se esperaba que las respuestas para los procesos de estimación (reformulación, traslación y compensación) en la adición, oscilaran entre 14 000 y 11 000, puesto que son los márgenes mayor y menor; sin embargo, los resultados encontrados fue que de los 17 estudiantes, 4 de ellos, sus respuestas fueron: 142 879; 16 029; 14 312; y 10 209. Lo cual quiere decir que están fuera de los márgenes señalados, esto evidencia que sus estimaciones no corresponden a los márgenes indicados.

En la siguiente tabla 1 se concentra el registro de las frecuencias de los datos proporcionados por los estudiantes.

Cuadro 1.- Frecuencias de los procesos y estrategias utilizadas para estimar en la adición.

Reformulación	14 000	I
Redondeo	13 230	I
Truncamiento	11 000	I
Traslación	13 210	
Compensación	12 000	
Otras estrategias	13 400	
Rango	14 000	
Fuera del rango	11 000	I
Respuesta correcta		

Como podemos advertir, en la tabla anterior, de los 17 estudiantes, sólo dos estudiantes se les ubica en el *proceso de Reformulación* (uno de ellos aludiendo al redondeo y el otro al truncamiento). Nueve estudiantes recurrieron a otro tipo de estrategias, de los cuales cinco de ellos dieron respuestas dentro del rango (válidas) y cuatro de ellos sus respuestas fueron fuera del rango (respuestas inválidas). El resto de los estudiantes (seis de ellos) sus respuestas fueron exactas, lo cual quiere decir, que su visión respecto de las matemáticas es que éstas son exactas; además, otro factor que contribuyó a que sus respuestas fueran correctas es que se les dio aproximadamente un minuto para contestar, lo cual es “mucho tiempo”, y una de las características de la estimación es que el cálculo debe ser en el *menor tiempo posible*.

2.6.2. Resultados respecto a la sustracción

Se esperaba que las respuestas para los procesos de estimación en la sustracción, oscilaran entre 16 000 y 6 000. Tres estudiantes utilizaron otras estrategias y sus respuestas estuvieron fuera de los márgenes de validez (1 780; 1 990; y 980) según tabla 2.

Tabla 2. Procesos y estrategias utilizadas para estimar en la sustracción.

Reformulación		
Redondeo	15 101	
Truncamiento	11 760	
Traslación	5 101	
Compensación	11 780	
Compensación	1 200	
Otras estrategias	1 200	
Rango	1 501	IIII III
Fuera del rango	11 780	III
Respuesta correcta		IIII

El concentrado de esta tabla informa que ningún estudiante contestó siguiendo algún *proceso de estimación*, lo cual revela la importancia de su inserción en el currículum de matemáticas, así como de la enseñanza de los mismos procesos de estimación en los estudiantes normalistas. Pues el desconocimiento de tales procesos, conlleva a dar *respuestas exactas*, lo cual es una característica en la enseñanza actual de las matemáticas.

El concentrado de frecuencias en las respuestas, también indica que la mayoría siguió estrategias para dar respuesta a los resultados de estimación, de los cuales 9 de ellos, dieron respuestas válidas, esto es, que estuvieron dentro del rango de estimación, lo cual quiere decir que sus respuestas fueron próximas al resultado correcto, por lo que sus estimaciones son válidas. Sin embargo, tres de ellos, sus respuestas estuvieron fuera del rango de proximidad.

De los 17 estudiantes, cinco de ellos, al igual que en el caso de la adición, sus respuestas fueron exactas, por lo que, aquí también, sale a relucir la visión que tienen los alumnos de que las matemáticas son exactas en todos los ámbitos, olvidándose de este modo, de que cuando conviene recurrir a datos exactos y cuando no.

2.6.3. Evidencias de los esquemas de representación y de las estrategias utilizadas para estimar en la adición y sustracción (figura 2).

Figura 2.- Respuestas exactas al estimar operaciones aritméticas (adición y sustracción).

A)
$$\begin{array}{r} 13229 \\ + 2631 \\ + 5743 \\ + 3268 \\ \hline 13229 \end{array}$$

Justificación.
La operación la resolví comúnmente de ~~izquierda~~ ~~de~~ derecha a izquierda normal, nadamás que tuve que ir memorizando los números.

B)
$$\begin{array}{r} 16679 \\ - 4899 \\ \hline 11780 \end{array}$$

Desde la cont y fui escribiendo número x número como si la resolviera en la mente pero sólo anotaba el número resultante.

El tipo de respuestas anteriores dan evidencia de que para los alumnos las matemáticas deben ser exactas, aun cuando se les pidió que estimaran la respuesta de ambos cálculos aritméticos (figura 3).

Figura 3.- Respuestas incorrectas, que están fuera del rango de los valores estimados en los procesos de estimación.

$$\begin{array}{r} 1587 \\ + 2631 \\ + 5743 \\ + 3268 \\ \hline 16029 \end{array}$$

0980

$$\begin{array}{r} 16679 \\ - 4899 \\ \hline \end{array}$$

Al querer hacer la operación como la anterior me perdí y no supe con que números tenía que trabajar.

Resultados

3.- Resultados en los criterios y técnicas para la recopilación de la información. Respecto al Programa de estudios vigente para la Educación Normal (SEP, 1999), si bien es cierto, que los estudiantes normalistas en formación inicial, han cursado niveles de educación precedentes al nivel superior, éstos tienen dificultades en la resolución de problemas en general (Vázquez, 2009, 2010), y de *estimación* de modo particular (Vázquez, en curso). Esto revela también, que se le ha dado importancia a la parte operatoria de los números, pero no así, a la *estimación*, por

consecuencia, esto también quiere decir, que no se ha enseñado la estimación con todo lo que esto conlleva, pues se requiere que se enseñen actividades específicas con el uso de *técnicas* y *procesos* para propiciar que los estudiantes generen sus propias *estrategias de estimación*. Esto a su vez, permitiría formar a docentes con otro perfil deseable (Bishop, 1999), pues se sabe que los estudiantes normalistas serán los próximos docentes que estarán a cargo de nuevas generaciones de alumnos. A este respecto, Segovia (1989) señala que la enseñanza de la estimación es necesaria por diversas razones, en principio por su *utilidad práctica* y porque permite complementar la formación de los estudiantes (Segovia, et al, 1989, pág. 58). Y porque además, el tipo de pensamiento que se desarrolla con la estimación potencia la utilización de estrategias personales de cada individuo en la *resolución de problemas* (Segovia, et al, 1989, pág. 59). Estas razones y otras, inducen a que la estimación esté presente en el currículo de matemáticas en los distintos niveles educativos, autores como Bishop (1999), señalan la importancia de incluir a la estimación en el currículo (pág. 134). Respecto a los *aspectos teóricos* relacionados con la estimación, se puede argumentar que los estudiantes no tienen dominio de las técnicas de *redondeo* y *truncamiento* de números, por lo que esto permite evidenciar también, la falta de *comprensión* de estos conceptos matemáticos, vitales para la estimación. Finalmente, de acuerdo con las *etapas de subjetividad*, se puede señalar que algunos estudiantes están la mayoría en el procesamiento no consciente.

Discusión

4. Alcances y limitaciones. Los alcances logrados en la primera fase fue que los estudiantes se dieran cuenta de que existen diversas estrategias para resolver problemas, lo cual implica que no existe un solo camino para ello, y que reflexionaran sobre sus deficiencias, porque se les hacía notar que pronto estarían enseñando a nuevas generaciones, por lo que se le invitó seguir estudiando de manera autónoma, bajo una situación de carácter remedial, puesto que en el currículo de las Escuelas Normales del país, no tiene inscrito en sus programas de estudio, el desarrollo de actividades que aludan de manera explícita a la estimación en particular.

Las *limitaciones* que se tuvieron con la primera fase, fue que no hubo tiempo para discutir el tipo de respuestas que los estudiantes dieron respecto a la aplicación del instrumento administrado.

Conclusiones

5. A modo de conclusiones. Es necesario que en los niveles de Educación Básica y Normal, se propongan actividades de manera explícita sobre la enseñanza de la estimación de manera gradual y sistemática. Pues no tendría sentido, realizar en el salón de clases, ejercicios de manera mecánica, pues, estos posiblemente, sólo entorpecerían los procesos y estrategias utilizadas por los estudiantes en situaciones cotidianas, tal como lo refieren algunos estudios (Carraher, Schliemann y Carraher, 2007). Finalmente, se recomienda que a lo largo de la formación de los futuros docentes con especialidad en matemáticas, se revisen a profundidad las características más importantes de la estimación.

Bibliografía

- Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática. La educación Matemática desde una perspectiva cultural*. España: Paidós.
- Carraher, T., Schliemann, A., y Carraher, D. (2007). *En la vida diez, en la escuela cero*. México: Siglo veintiuno Editores.
- Carvalho, M. y Loila, J. (2008). *Investigación cualitativa en educación matemática*. México: Limusa.
- Eisner, E. (1998). *El ojo ilustrado. Indagación cualitativa y mejora de la práctica educativa*. España: Paidós.
- Frawley, W. (1999). *Vygotsky y la ciencia cognitiva*. España: Paidós.
- Gardner, H. (2000). *La educación de la mente y el conocimiento de las*

disciplinas. España: Paidós.

Kolmogorov, A. (1976). *La Matemática: su contenido, método y significado*. Madrid: Alianza Universidad.

López, G. (2001). *Habilidades matemáticas en la educación básica y normal*. México: Grupo editorial Iberoamérica.

Quintana, A. (2009). *La estimación en la educación básica y sus vínculos con la aritmética*. Tesis de maestría. Cinvestav, México.

Segovia, I., Castro, E., Castro, E., y Rico, E. (1989). *Estimación en cálculo y medida*. Matemáticas: Cultura y aprendizaje. España: Editorial Síntesis.

Segovia, I., Castro, E. (2009). La estimación en el cálculo y en la medida: fundamentación curricular e investigaciones desarrolladas en el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*. ISSN. 1696-2095. No 17, Vol. 7 (1) 2009, pp: 499-536.

Steinbring, H. (1991). *The Concept of Chance in Everyday Teaching: Aspects of a Social Epistemology of Mathematical Knowledge*. *Educational Studies in Mathematics* 22, 503-522.

SEP (2002). *Introducción a la enseñanza de: Matemáticas. Programas y materiales de apoyo para el estudio. Licenciatura en Educación Secundaria. Segundo Semestre. Programa para la Transformación y el Fortalecimiento Académicos de las Escuelas Normales*.

SEP. (1993). *Plan y Programas de Estudio. Educación Básica. Secundaria. Dirección General de Desarrollo Curricular. Subsecretaría de Educación Básica y Normal de la Secretaría de Educación Pública*.

México.

SEP. (1999). Plan de estudios 1999. Documentos básicos. Licenciatura en educación secundaria. Programa para la Transformación y el Fortalecimiento Académicos de las Escuelas Normales.

Vázquez, O. 2009. *Estudio exploratorio sobre el desarrollo de habilidades matemáticas y niveles de razonamiento geométrico con docentes en formación inicial*. Ponencia presentada en el Primer Congreso Internacional de Matemáticas Aplicadas. Universidad Politécnica del Valle de Toluca.

Vázquez, O. (2010). *Desarrollo de habilidades matemáticas con docentes en formación inicial*. Ponencia presentada en el Segundo Congreso Internacional Sobre la Enseñanza de las Matemáticas. UNAM.

Orlando Vázquez Pérez

Instituto Superior de Ciencias de la Educación del Estado de México,
correo electrónico kepler74@hotmail.com.