

ITERACIÓN FRACTAL DE COMPUTO IFS EN LOS MERCADOS FINANCIEROS

MARÍA- RAMOS ESCAMILLA

maria_ramos@my.unitec.edu.mx

Universidad Tecnológica de México/Departamento de Posgrado
Calz Ermita Iztapalapa 557 Granjas Esmeralda, Iztapalapa, 09810 Ciudad de México, Distrito Federal

MARIA JESUS- SEGOVIA VARGAS

mjsegovia@ccee.ucm.es

Universidad Complutense de Madrid /Departamento de Economía Financiera y Actuarial
Pabellón de Quinto Curso, Campus de Somosaguas 28223- Madrid

MARTA- MIRANDA GARCÍA

martamiranda@ccee.ucm.es

Universidad Complutense de Madrid /Departamento de Economía Financiera y Actuarial
Pabellón de Quinto Curso, Campus de Somosaguas 28223- Madrid

RESUMEN: En este artículo presentamos un análisis de precios fractal de las acciones emisoras que cotizan en el mercado de capitales, tomamos de herramienta matemática la modelación de sistemas de funciones iteradas, nuestro objetivo es la determinación de los cardiodes de Mandelbrot para la fijación de soportes y resistencias en las tendencias del rango de precios y sostener la hipótesis central que es la maximización del margen estocástico de los precios accionarios de la bolsa de valores en México con sus auto afines internacionales Frankfurt, Londres , Paris , Tokio y New York y representarlas con técnicas chartistas y de mapeo fractal en sus opciones de compra y venta.

Palabras clave: Fractal, media dorada, pivoteo, caos, mapeo de IFS.

ABSTRACT: In this paper we present a fractal analysis of prices of shares listed stations in the capital market, we take mathematical modeling tool iterated function systems, our goal is the determination of the Mandelbrot cardioid for setting support and resistance trends in the price range and support the central hypothesis that margin maximization is stochastic stock prices of the stock market in Mexico with international related self Frankfurt, London, Paris, Tokyo and New York and represent them with technical chartists and fractal mapping in their purchasing and selling.

Keywords: Fractal, golden mean, pivoting, chaos, IFS mapping.

Introducción.

Nuestro análisis de precios consistirá en describir y aplicar diversas técnicas fractales al mismo tiempo que establecemos las comparaciones pertinentes a los mercados de valores que son afines en cuanto número de emisoras de su actividad bursátil, tal es el caso de Frankfurt (*DAX30*), Londres (*TSE*), París (*CAC-40*), Tokio (*NIKKIE-225*) y New York (*Standar And Poor's*) respecto de México (*IPyC*). Para apreciar el valor y la diversidad del enfoque fractal-tridimensional, tomamos a [Mandelbrot, Benoit, 1982]: “Pienso que la difusión de la teoría del caos y la geometría fractal en las ciencias sociales es esencial para nuestra futura evolución, tal como el arte de contar fue esencial en los orígenes de nuestra cultura”¹. No existe una definición rigurosa que delimite con precisión matemática si un determinado conjunto es o no un fractal.

El desarrollo de este artículo presenta una alternativa de solución al problema de la determinación del costo y margen de las acciones emisoras respecto de su precio de mercado ahincando sobre el valor máximo del margen de operación estocástico, para eficientar la actividad bursátil de los inversionistas en la bolsa de valores por ello la importancia de la modelación fractal aplicada a los índices bursátiles internacionales respecto de México.

Por ello se acotan dos secciones en la primera se desarrollara la logística fractal de los mercado considerando la diversificación de su tipología en obtención de las memorias cortas y largas para las posibilidades de bifurcación del mercado accionario y en la segunda sección se aplicara el método fractal-tridimensional a las operaciones bursátiles de las acciones de los mercados internacionales, obtendremos los ruidos caóticos de la combinatoria de Mandelbrot y sus grados de anisotropía de iteración IFS Ex ante y Ex Post que parametrizan el cardiode principal además utilizaremos representaciones técnicas y chartistas para la modelación final vía matrices de complejidad del mapeo a los precios.

Finalmente las razones por las que utilizamos esta metodología es porque en el proceso de praxis de mercado, las tendencias no son lineales y las gráficas no representan la totalidad del movimiento de las acciones en teneduría como se ha venido estudiando tradicionalmente, por ello nos surge esta idea de análisis fractal para los índices de precios ya que esta modelación nos da otra alternativa de cambios absolutos y relativos para encapsular en tiempos recurrentes las tendencias de los soportes y resistencias lo que nos arroja una maximización del margen estocástico del precio de las acciones y nos ayuda a darle otra perspectiva al análisis cuantitativo del mercado de capitales.

¹ Mandelbrot, Benoit, mostró cómo los fractales pueden aparecer en ámbitos diferentes, tanto en matemáticas como en otros aspectos de la naturaleza y desarrolló no sólo nuevas ideas matemáticas, sino que también tuvo que desarrollar algunos de los primeros programas computacionales para imprimir gráficos.

1. Definición, tipología y logística fractal del mercado de capitales.

El término “fractal proviene del latín –fractus- que significa -fragmentado, fracturado, o simplemente roto o quebrado. Se aplica al conjunto de formas generadas normalmente por un proceso de repetición, se caracterizan por poseer similitud en toda escala, por no ser diferenciables y por exhibir dimensión fraccional de $\frac{3}{4}$.

El proceso de repetición al que se hace referencia, recibe el nombre de iteración. Para definir a los fractales, consideramos la original de Mandelbrot: Un objeto fractal tiene formas geométricas con una dimensión “fraccional” (*no entero*) con las siguientes características [Mandelbrot, B, 1982]:

- i) Es demasiado irregular para ser descrito en términos geométricos tradicionales.
- ii) Tiene autosimilaridad exacta, ya que posee detalle a cualquier escala de observación.
- iii) Su dimensión de Hausdorff-Besicovitch² no es entera ya que es estrictamente mayor que su Dimensión Topológica [Douketis, Constantine., Wang, Zhouhang., Haslett, Tom L., Moskovits, Martin: 1995].
- iv) Puede ser definido recursivamente, mediante los siguientes algoritmos:

IFS (Sistema de Funciones Iteradas): Unos conjuntos se reemplazan recursivamente por su imagen bajo un sistema de aplicaciones, ejemplos de esto son ; El conjunto de Cantor, la alfombra de Sierpinski, el triángulo de Sierpinski, la curva de Peano, la curva del Dragón, el copo de nieve de Koch o la esponja de Menger.

Fractales de tiempo de escape: Definidos por una relación de recurrencia en cada punto del espacio (*por ejemplo, el plano complejo*): El conjunto de Mandelbrot, conjunto de Julia, y el Fractal de Lyapunov.

Fractales aleatorios: Generados por procesos estocásticos, no deterministas; El movimiento Browniano, el vuelo de Lévy, los paisajes Fractales o los árboles Brownianos. Éstos últimos son producidos por procesos de agregación por difusión limitada.

En términos prácticos, un fractal es una estructura que está compuesta por

² Hausdorff-Besicovitch en 1914, usando el axioma de elección, obtuvo una descomposición "paradójica" de la 2-esfera como la unión disjunta de cuatro conjuntos A, B, C y Q, donde Q es numerable y los conjuntos A, B, C y BC son mutuamente congruentes. Esto inspiró más tarde la descomposición de la esfera en tres dimensiones de Banach-Tarski. Hausdorff introdujo asimismo los conceptos medida de Hausdorff y dimensión de Hausdorff, que son cruciales en el estudio de la teoría de fractales. En Análisis, resolvió lo que llamamos hoy problema del momento de Hausdorff.

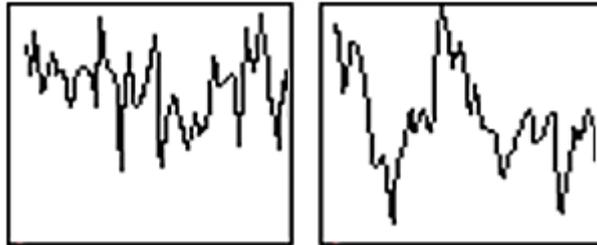
pequeñas partes, las cuales son parecidas a la Figura original, que se repiten en diferentes escalas, desde grandes (*macro*) hasta pequeñas (*micro*) [Matthieu ,W, Philippe B ,J, 2002].

El todo imita a las partes (*y viceversa*), el enfoque fractal revela que el microcosmos es similar al macrocosmos y se constituye en un nuevo campo de las matemáticas e interviene en el cambio de los paradigmas de las ciencias, en nuestro caso de la economía financiera. Las pequeñas diferencias en las condiciones iniciales pueden crecer en grandes cambios en los valores de las acciones en los mercados. Esta es la sensibilidad a las condiciones iniciales (del precio *Ex post*), es uno de los atributos del caos, su patrón es idéntico al producido por un IFS azar con ciertos pares de precios excluidos [Calvet, Laurent., Fisher, Adlai., Mandelbrot, Benoit: 1997]. Otros requieren combinaciones más excluidas (triples, cuádruples, etc.), el número de combinaciones es excluido de esta medida de la complejidad.

a) Memoria Larga

b) Memoria Corta

Figura 1: Mapa de logística fractal.



El mapa logístico está definido por una parábola, el mapa de la tienda por una línea quebrada, tanto simétrica respecto de $x = 1/2$. Para todas nuestras pruebas, utilizamos los puntos de juego del caos fijando los vértices $(0,0)$, $((\sqrt{3})/2, 1/2)$ y $(0,1)$ de un triángulo equilátero.

Las funciones de prueba para nuestra investigación de dinámica económica financiera son: el mapa de logística y el mapa de la tienda³. La altura da el parámetro del total de la actividad financiera (para nuestra investigación es el número de emisoras bursátiles que existan en el Mercado de Capitales).

³ Algoritmo de condiciones iniciales que generan un mapa de tienda en R3:

$$T^1(x,y) = (x/2, y/2)$$

$$T^2(x,y) = (x/2, y/2) + (0, 1/2)$$

$$T^3(x,y) = (x/2, y/2) + ((\sqrt{3})/4, 1/4)$$

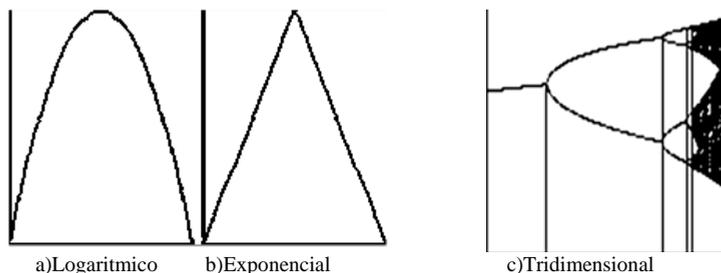


Figura 2: Parámetros de un fractal.

Para la iteración gráfica, los puntos fijos son considerados como las intersecciones de $y = f(x)$ y $y = x$.

Rompiendo el Mapa de la tienda en una función discontinua y la parte de flexión de la gráfica da un diagrama de bifurcación mucho más interesante. El lado izquierdo del diagrama se parece mucho a la de la hoja de tienda de campaña (*curva de Gauss*), pero el lado izquierdo muestra una secuencia de ventanas periódico se entretejen en el mismo orden que los discos conectado todo el cardioide del conjunto de Mandelbrot. La Iteración⁴ gráfica de un fractal se produce mediante la órbita de generación de los puntos (x_0, x) , (x_1, x_2) , (x_2, x_3) ,... en un sistema tridimensional:

$$(x, y, z) \tag{1}$$

Donde:

- x = Rango de precios máximos.
- y = Rango de precios mínimos.
- z = Logaritmo de acciones en circulación.

A partir de $x = x_0$, con una línea vertical de la gráfica $y = f(x)$ de la que se reiteramos la función, se cortan en $(x_0, f(x)) = (x_0, x_1)$, y volvemos a trazar la línea horizontal (*definiendo las fluctuaciones de mercado*) desde este punto hasta la línea diagonal (*definiendo la tendencia del mercado*) $y = x$, pues cortamos en (x_1, x_1) , para representar el precio real contra el precio logarítmico [Stewart, Ian: 2003].

El diagrama de bifurcación de mercado es un registro de los precios de las acciones de la órbita final (*trazado vertical-Prospectación del Precio*) para cada uno de una secuencia de valores de los parámetros (*trazado horizontal- Estado Ex ante del Precio*). El mapa de retorno es una gráfica de puntos (x_0, x_1) , (x_1, x_2) , (x_2, x_3) , (x_3, x_4) ,...

Para las órbitas de las funciones de $x_{i+1} = f(x_i)$, el mapa de retorno sólo produce los puntos de la gráfica $y = f(x)$. A medida que aumenta el precio mínimo de

⁴ Iteración real : $(V + i \cdot w) + (x + i \cdot y) = (v + x) + i \cdot (w + y)$
 Iteración compleja : $(v + i \cdot w) \cdot (x + i \cdot y) = (v \cdot x - w \cdot y) + i \cdot (v \cdot y + w \cdot x)$
 Iteración fractal : $(V + i \cdot w) \cdot (x + i \cdot y) = (v \cdot x - w \cdot y) + i \cdot (v \cdot y + w \cdot x)$

$f^n(x)$ disminuye hasta que toquen $y = x$, los puntos de formación de un nuevo ciclo (es decir su precio máximo). Así bifurcaciones tangente dar lugar a un par de ciclos, uno estable, la inestabilidad de otros, por esto la reivindicación de métodos Fractales.

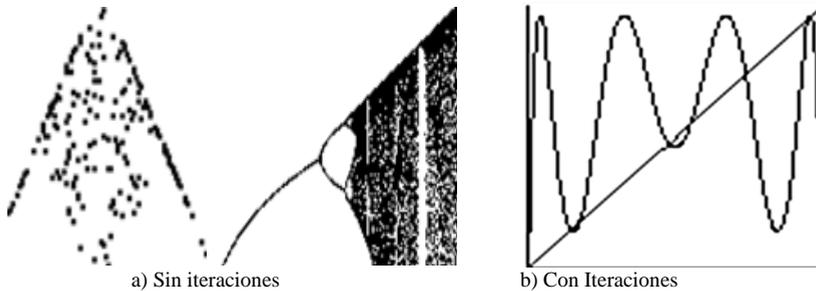


Figura 3: Diagrama de bifurcación.

El mapa de retorno es una gráfica de puntos $(x_0, x_1), (x_1, x_2), (x_2, x_3), (x_3, x_4)$, las órbitas de las funciones de $x_{i+1} = f(x_i)$ el mapa de retorno sólo produce los puntos de la gráfica $y = f(x)$.

Las distancias entre el periodo de duplicación de bifurcaciones sucesivas llevaron al descubrimiento de un nuevo tipo de escala, y una nueva constante matemática la media dorada de 0.618 para lo que surge en una gran clase de funciones de prospectación en precios de acciones.

Como un rango de precios (*máximo o mínimo*) del sistema es muy variado, la dinámica puede llegar a ser más complicada por periodo de duplicación en las bifurcaciones del logaritmo de las acciones. El precio en un N -ciclo se vuelve inestable, un $2N$ estable ciclo aparece: cada punto del ciclo da lugar a dos puntos de la $2N$ -ciclo. Como el precio sigue aumentando, el $2N$ -ciclo se vuelve inestable, y cada punto da lugar a dos puntos de un estable- $4N$ ciclo, y así sucesivamente (*en un plano bidimensional*).

2. Geometría de la naturaleza en los precios de las acciones.

Uno de los procedimientos para caracterizar e incluso para clasificar los objetos fractales consiste en atribuir a cada uno de ellos una cantidad numérica, la dimensión fractal [Braun, E: 1996]. Por medio de este índice matemático se puede cuantificar la geometría de los objetos o de los fenómenos fractales. Así, cuantificar fractales será definir, por algún procedimiento, la proporción del espacio físico que es llenado por ellos. Encontramos una diferencia fundamental con los objetos euclidianos: si magnificamos sucesivamente un objeto euclidiano “unidimensional”, observamos segmentos rectilíneos. Sin embargo, si magnificamos sucesivamente un objeto fractal, encontramos objetos con niveles de complicación comparables a los del conjunto de partida. El punto de partida es una información del mercado de capitales, se procesa y se obtiene una indexación. Éste se procesa de nuevo (*se itera*) y se obtiene otro rango de precios similar al anterior y se continúa haciendo lo mismo indefinidamente con cada

precio de las acciones.

La dimensión topológica, es la siguiente:

Tabla 1: Dimensión topológica.

Nivel de dimensión	Efecto dimensional
Inexistencia de dimensión	Un punto.
1° Dimensión	Una línea recta.
2° Dimensión	Un plano.
3° Dimensión	El espacio.
4° Dimensión	Un fractal.

El uso del caos para este fenómeno se busca en los bordes de los bordes hasta alcanzar la dimensión 0 (punto) hasta ir iterando y formar un fractal.

La transformación de similitud o escalamiento consiste en generar una copia similar de un precio de acción cualquiera en una escala diferente⁵. Para lograr esto, el precio *Ex ante* se debe afectar por un factor de proporcionalidad (*delta del precio = 3*), mismo que se denomina factor de escalamiento [Mantegna, R. N., Stanley, H. E: 1995]. De este modo, dos precios (*Ex ante* y *Ex post*) son similares si poseen la misma geometría, aunque tengan diferente valor nominal y número de acciones emitidas. Esto se puede expresar de una manera general, tal que si tenemos un precio y se elige modelarlo con logaritmos y se amplifica con un factor de escalamiento delta. Se observa una geometría idéntica al rango de precios (*precio máximo-precio mínimo*).

Si se toma este último rango y se amplifica nuevamente por el mismo factor de escalamiento, seguramente se obtendrá una geometría similar al precio *Ex ante*. Esta operación se puede repetir indefinidamente. La propiedad de autosimilitud en un fractal-tridimensional y se presenta en todo el intervalo de escalas. Se dice que el precio de una acción es autoafín cuando permanece invariante bajo una escala de transformación anisotrópica (*diferentes precios en todas las acciones*).

La combinatoria de Mandelbrot es el más conocido de los conjuntos fractales, y nosotros lo presentamos en \mathbb{R}^3 , definiéndolo así, en un plano complejo: Sea C un número complejo cualquiera, entonces se dice que C pertenece al conjunto de Mandelbrot, y si no, queda excluido del mismo. Por ejemplo, si $c = 1$ obtenemos la sucesión 0, 1, 2, 5, 26... que diverge. Como no está acotada, 1 no es un elemento del conjunto de Mandelbrot. En cambio, si $c = -1$ obtenemos la sucesión 0, -1, 0, -1,... que sí es acotada, y por tanto, -1 sí pertenece a la combinatoria de Mandelbrot. A menudo se

⁵ El escalamiento en \mathbb{R}^4 se obtiene con los siguientes pivoteos fractales:

$$\begin{aligned}
 1 &= 2 \cdot ((1/2)^d) + 2 \cdot ((1.4)^d) + 2 \cdot ((1/8)^d) + n \\
 &= 2 \cdot ((1/2)^d) + 2 \cdot (((1/2)^d) 2) + 2 \cdot (((1/2)^d) 3) + n \\
 &= 2 \cdot ((1/2)^d) \cdot (1 + (1/2)^d + ((1/2)^d) 2) + n
 \end{aligned}$$

representa la Combinatoria mediante el algoritmo de tiempo de escape [Ramos, María: 2010].

En ese caso, los colores de los puntos que no pertenecen al conjunto indican la velocidad con la que diverge (*tiende a 1000 iteraciones con media 0.618*) la sucesión correspondiente a tener un margen de operación en la acción que itera al precio de la acción en 50 fórmulas y genera 500,000 movimientos en el espacio al iterar 10,000 veces. A pesar de sus diferencias, en una escala de transformación, las direcciones no son completamente independientes. Si al hacer un zoom, uno de los ejes de coordenadas se transforma en un factor b , $x \rightarrow bx$, el resto de los ejes coordenados deben ser reescalados en un factor b^{α_i} , $x_i \rightarrow b^{\alpha_i}x_i$, con el objeto de preservar el conjunto invariante [Courtault, Jean Michel., Kabanov, Yuri., Bru, Bernard., Crépel, Pierre., Lebon and Arnaud Le Marchand, Isabelle :2000].

Los exponentes α_i son llamados exponentes de Hurst y nos indican cuál es el grado de anisotropía del conjunto. A este tipo de quebrados se les llama fracciones continuas.

Por lo tanto, la media dorada se obtiene también como una fracción continua [Guzmán, M., Martín, M. Ángel, Morán, M., Reyes, M: 1993], y su valor es de 0.618. Es decir, procesos matemáticos de creación de estructuras Fractales son iteraciones de reglas simples de objetos iniciales.

Pequeños cambios crean enorme variedad de patrones tanto a nivel micro como a nivel macro [Weick, K: 1979]. La creatividad de la naturaleza, según parece, viene de este procedimiento iterativo. Hay varias técnicas para determinar la dimensión Fractal-Tridimensional, las técnicas basadas en precios del mercado exhiben correlación temporal (*es decir, las acciones volátiles tienden a ocurrir con una determinada tendencia respecto de su precio*) con distribuciones de precios con cola ancha (*los rangos Ex post podrían ocurrir con mayor frecuencia que la descrita por una distribución normal*).

Por tal motivo, las técnicas tradicionales basadas en los modelos lineales no reflejan correctamente la volatilidad. A continuación detallaremos los mercados de capitales que son fuente de nuestro estudio en geometría de los precios de acciones.

Tabla 2: Perfil de los mercados de capitales.

Mercado de capitales	Índice bursátil	Número de emisoras
Bolsa de Frankfurt	DAX-30	235
Bolsa de Londres	TSE	247
Bolsa de Paris	CAC-40	138
Bolsa de Tokio	NIKKIE-225	104
Bolsa de New York	Standar And Poor's	76
Bolsa de México	IPyC	130

Estas bolsas de valores son auto afines y auto similares entre si por los valores de inscripción y mantenimiento bursátil.

Los sistemas complejos en estos mercados de capitales cumplen con la propiedad de mantener en bursatilidad procesos de precios y emisión de acciones con autocorrelación fractal y pueden ser diseñados en gran detalle, variaciones pequeñas o fluctuaciones pueden ser amplificadas mediante procesos iterativos y crean los cambios cualitativos en el nivel macro.

Una de las características más espectaculares de estos fractales, es que son no derivables en todos sus puntos. En lenguaje menos matemático: una curva cualquiera es no derivable en un punto cuando, aun existiendo ese punto, forma un pico o esquina, ya que cualquier otro punto más cercano o lejano, por la derecha o por la izquierda, sí es derivable con la Combinatoria de Mandelbrot ya que uno de nuestros objetivos va a ser modificar esas fórmulas para producir mutaciones que se ajusten a la correlación de precios.

El primer paso es considerar a $z =$ precio máximo (Ex ante y Ex post), a $c =$ precio mínimo (Ex ante y Ex post), y dar un enter a nuestro sistema para que nos arroje el resultado de las 500,000 iteraciones en el espacio.

Tabla 3: Iteraciones Ex ante de la emisora WALMEX.

Emisora	WALMEX	Z=	39.11	C=	38.56		
Z ₁ =	50.58513742	Z ₁₆ =	26.08760587	Z ₃₁ =	77.64347535	Z ₄₆ =	33.2479089
Z ₂ =	78.09506263	Z ₁₇ =	29.13950151	Z ₃₂ =	77.05041994	Z ₄₇ =	10.4805927
Z ₃ =	67.95983424	Z ₁₈ =	29.19674603	Z ₃₃ =	78.59983452	Z ₄₈ =	58.4629619
Z ₄ =	40.69433695	Z ₁₉ =	23.39856276	Z ₃₄ =	65.52795958	Z ₄₉ =	40.6411476
Z ₅ =	31.25345071	Z ₂₀ =	27.80470046	Z ₃₅ =	77.63413358	Z ₅₀ =	39.0734201
Z ₆ =	27.19941182	Z ₂₁ =	32.75610994	Z ₃₆ =	39.31394305		
Z ₇ =	45.89680474	Z ₂₂ =	45.04906488	Z ₃₇ =	40.66004884		
Z ₈ =	68.13814246	Z ₂₃ =	1.424980935	Z ₃₈ =	40.66004884		
Z ₉ =	40.69433695	Z ₂₄ =	33.13538462	Z ₃₉ =	35.69270353		
Z ₁₀ =	51.52711699	Z ₂₅ =	11.14210889	Z ₄₀ =	31.73136673		
Z ₁₁ =	79.02599595	Z ₂₆ =	30.30640645	Z ₄₁ =	13.74828976		
Z ₁₂ =	45.16280142	Z ₂₇ =	31.89019777	Z ₄₂ =	38.07663411		
Z ₁₃ =	23.40416147	Z ₂₈ =	33.01048779	Z ₄₃ =	32.90980464		
Z ₁₄ =	23.47771387	Z ₂₉ =	11.88943781	Z ₄₄ =	39.15057903		
Z ₁₅ =	38.06785611	Z ₃₀ =	40.69433695	Z ₄₅ =	12.10352767		

Posteriormente hay que determinar un rango ponderado de las iteraciones, en las 130 emisoras, para la bolsa de México:

$$P = (Z1 - Z50) / 50 \quad (2)$$

Promedio 1.08%

El resultado es 1.08%, lo que nos representa un margen positivo de 1.08-0.618 = 0.382% como utilidad del precio de la acción a nivel micro respecto de su función cognitiva, es decir solo en esta empresa, mientras que a nivel macro tenemos:

Promedio 1.66%

Tenemos 1.66%, lo que nos representa un margen positivo de 1.66-0.618 = 0.982% como utilidad del precio de la acción, pero en todo el mercado mexicano durante el periodo (2007-2010), acorde a su función de participación. Seguido de estos cálculos, vamos a representar a la combinatoria de Mandelbrot, con y sin iteraciones en el espacio, cabe destacar que la asociación con cada disco y cardioide.

Tabla 4: Cardioides y discos Ex ante de la emisora WALMEX.

1.66	Promedio
1.66^{*2}	3.32
1.66^{*3}	4.98
1.66^{*4}	6.64
1.66^{*5}	8.32
1.66^{*6}	9.96
1.66^{*7}	11.62
1.66^{*8}	13.28
1.66^{*9}	14.94

La media dorada son sus secuencias de orden jerárquico para que la relación entre el tamaño de las copias sucesivas se aproxima a un valor límite que represente los escapes en los precios de las acciones, para recorrer el proceso, escoja un precio máximo "z" complejo y un precio mínimo "c".

El límite de la combinatoria de Mandelbrot contiene infinitamente muchas copias del conjunto de Mandelbrot. De hecho, tan cerca cómo se mira a cualquier punto de la frontera, encontrará infinidad de Mandelbrots y su frontera es tan "difusa", que es 3-dimensional, supera la media dorada son sus secuencias de orden jerárquico para que la relación entre el tamaño de las copias sucesivas se aproxima a un valor límite que represente los escapes en los precios de las acciones [Kenneth ,Falconer: 1990], para recorrer el proceso, escoja un precio máximo "z" complejo y un precio mínimo "c". Luego de generar la secuencia de los números complejos z_1, z_2, z_3, \dots por:

$$\begin{aligned} z_1 &= z^{0-2} + c \\ z_2 &= z^{1-2} + c \\ z_3 &= z^{2-2} + c \end{aligned} \quad (3)$$

Y, en general:

$$z_{n+1} = z_n^2 + c \tag{4}$$

El análogo, se pueden definir para cualquier z ($n + c$), para cualquier entero $n > 0.618$. He aquí un ejemplo del efecto del precio máximo de iteraciones en la elaboración de la periferia de un halo de copias pequeñas de toda la combinatoria, cada uno de los cuales está rodeado por su propia aureola de ejemplares que se encuentran escape, y así sucesivamente, en las escalas más pequeñas, sin fin [Kenneth, Falconer: 1990]. Pese a las apariencias, estas pequeñas copias se adjuntan al cuerpo principal de la serie, a través de una secuencia de copias aún más pequeñas, ya que es conectado a los ciclos estables dentro de un comportamiento caótico y su restricción denota atención a sólo números reales.

El régimen de iteración Mandelbrot revela una interesante relación con el conocido esquema logístico mapa bifurcación.

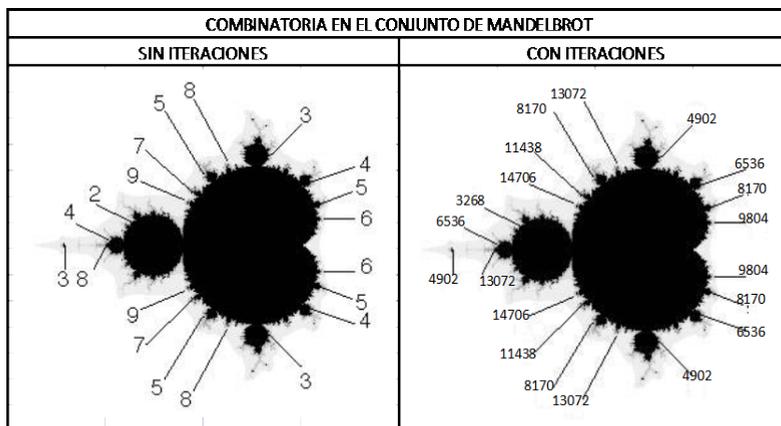


Figura 4: Escalas de la combinatoria de Mandelbrot Ex ante en bolsa mexicana.

Si $g(x)$ es una función par, $g(x)=g(-x)$, los términos b_i son nulos, si $g(x)$ es impar $g(x)=-g(-x)$, los coeficientes a_i son nulos, si $g(x)$ es alternada, $g(x+p)=-g(-x)$, la serie solamente consta de términos armónicos impares.

Las series principales del primer patrón de los ciclos de discos conectado a la cardioide principal de Mandelbrot secuencia de búsqueda de los ciclos de todos los discos de otras inherentes a la cardioide principal $\frac{1}{2}$ regla n un modelo para los tamaños de los discos adjunta a la cardioide principal, y un mapa de salida de este modelo en los ciclos de discos conectado a los discos y cardioides las normas de discos conectado a los discos y otros cardioides es lo mismo que las normas de discos conectado a la cardioide principal que corresponde a un 2 estable del ciclo, 4 ciclo, ciclo de 8, ..., y así sucesivamente. Se llama el período de duplicación en cascada para medir el diámetro de

los componentes con el fin de descubrir un patrón de cómo los componentes se encogen y sus límites de las proporciones de los diámetros de componentes sucesivas es un ejemplo de la ampliación de Feigenbaum.

El enfoque de fractal-tridimensional a esta extensión del método de Newton es difícil: la gráfica de una función compleja que es de cuatro (*real*) de objetos tridimensionales (x,y,z). Aquí la fórmula es útil, porque se puede aplicar a los números complejos, así como a los números reales.

Respecto del análisis técnico para modelación logarítmica de los precios, también llamado “chartismo”, es una técnica que trata de predecir la evolución de los precios basándose en el pasado, consideran que los cambios en la oferta y demanda pueden anticiparse observando las pautas en los movimientos de los precios de las acciones [Madan, Dilip B, Haluk Unal: 1998]. Conviene referir algunas reglas derivadas de este modelo, una básica es la regla del oscilador de la media móvil (>0.618) y la regla del filtrado. En la regla del oscilador de la media móvil, las señales de compra y venta se generan con dos medias móviles del índice, una a corto plazo (*Ex ante*) y otra a largo plazo (*Ex post*). Es decir, se recomienda comprar cuando el precio sube un tanto por ciento por encima del último pico y vender cuando baja un tanto por ciento por debajo del último mínimo. La representación de datos es la siguiente:

Tabla 5: Análisis técnico de las variaciones en el precio de CEMEX.

Variación	Máximo Ex post	Mínimo Ex post	Máximo Ex ante	Mínimo Ex ante
-0.73	14.13	13.6	33.06	5.79

Las estadísticas de operación son los rangos de los precios máximos y mínimos de teneduría e inscripción.

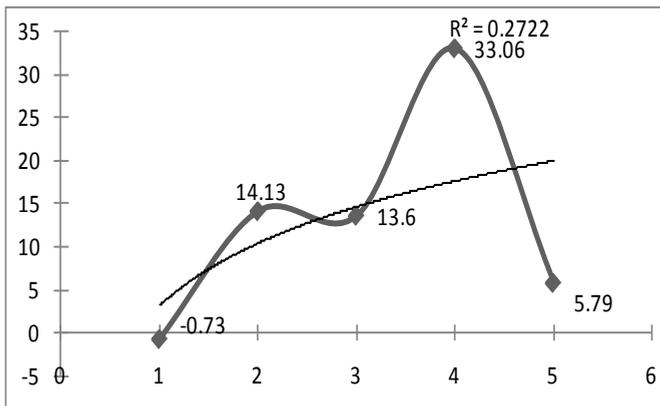
Realizamos la tendencia alcista o bajista real, es decir en términos nominales para después llevarlos al plano logarítmico, el cual nos arroja el costo o margen de aceptación, como lo mostramos en la siguiente tabla:

Tabla 6: Análisis de tendencias en el precio de CEMEX.

CEMEX	Real	Logarítmico
Variación	-0.73	-0.13667714
Máximo Ex post	14.13	1.150142162
Mínimo Ex ante	13.6	1.133538908
Máximo Ex ante	33.06	1.519302849
Mínimo Ex ante	5.79	0.762678564
Real	65.85	4.428985343
Logarítmico	Margen	8.89%

Para cada q de la ecuación $(1 p q) (r 1 \beta (q)) + \dots + (P N q) (r \beta N (q)) = 1$, si determinamos un único valor de $\beta (q)$, para cada q definir una función $g (\beta)$ por $g (\beta) = (p 1 q) (r 1 \beta) + \dots + (P N q) (r N \beta)$ ciertamente, $g (\beta)$ es una función continua.

Los valores siguen una pauta de comportamientos reconocibles, identificables y repetitivos en forma de patrones o Figuras [Rolf ,W., Banz, William., J. Breen: 1986]. Por esta razón tiene el valor de resultar predictivas y establecer la base matemática de la evolución del precio en una masa económica[Ramos, María: 2010] que pasa del optimismo al pesimismo en un determinado período de tiempo ya que el mercado sigue un determinado modelo que le permite describir pautas que son repetitivas en cuanto a su forma, pero no en cuanto a su tiempo y amplitud debido a sus movimientos en la dirección de la tendencia principal tienen una estructura de cinco ondas (*Variación, Máximo y Mínimo Ex ante al igual que Máximo y Mínimo Ex post*), como se muestra en la siguiente gráfica:



Gráfica 1: Análisis chartista con nivel de confianza al margen en el precio de CEMEX.

En la regla del oscilador de la media móvil, las señales de compra y venta se generan con dos medias móviles del índice, una a corto plazo (ex ante) y otra a largo plazo (ex post).

Los movimientos en contra de esa tendencia principal están compuestos por tres ondas, de esta forma podemos determinar cuál es la tendencia subyacente actual del precio. A su vez cada una de estas ondas se subdividen en cinco ondas de grado inferior, es decir, las ondas 1,3 y 5 están compuestas a su vez por cinco ondas 1(*variación*), 2(*máximo Ex post*), 3(*mínimo Ex post*), 4(*máximo Ex ante*) y 5(*mínimo Ex ante*). Las ondas 2 y 4 se denominan ondas correctivas, ya que son movimientos en contra de la tendencia principal. Se subdividen a su vez en tres ondas de grado inferior, denominadas x, y, z, en el método fractal-tridimensional.

4. Mapeo Fractal de las acciones en SIF'S con matices de Kelly y evidencias del MBF.⁶

Comenzamos, describiendo la relación de las variables económicas financieras que en este caso serán los precios de las acciones del mercado accionario mexicano, estos registros comprenden desde el Viernes 01 de Junio del 2007 al día Martes 01 de Junio del 2010 e incorporamos el término de perturbación de una observación no está asociado al término de perturbación asociado a otra observación:

$$E(u_i, u_j) = 0 \quad i \neq j \quad (5)$$

Mientras que la correlación fractal plantea la correlación de rezagos entre dos series diferentes (*una Ex ante y otra Ex post*):

$$(u^1, u^2, \dots, u^{10} \& v^1, v^2, \dots, v^{10}) \quad (6)$$

Cuando se traslada este concepto a precios fractales y con algún criterio geográfico, sus términos de error podrán también estar relacionados entre sí, encontrándonos entonces con el concepto de correlación espacial o autocorrelación espacial, para hablar de aquella correlación en el espacio en vez de la temporal.

Los SFI'S (*Sistemas de Información Fractal Espaciales*), identifican principalmente dos tipos de fenómenos en los precios de las acciones [Dacorogna, Michel M., Ramazan, Gencay., Müller, Ulrich., B.Olsen, Richard ., Pictet, Olivier V:2001], el primer paso es capturar los rangos de precios de las acciones (*Máximo y Mínimo*) del mercado de capitales a analizar (*considerando el mapeo Ex post o Ex ante*), dar el espacio en R^3 (*propiedad geométrica tridimensional*) y posteriormente en R^4 (*propiedad geométrica fractal*) y determinar para todos ejes geográficos la media dorada de 0.618 en x, y & z para que el programa nos arroje nuestra primer carta fractal a 10, 000 iteraciones con un mercado de 130 emisoras para el caso de la bolsa de México.

⁶ MBF es la señal o proceso con a espectro de la frecuencia tales que densidad espectral de la energía es proporcional al recíproco de la frecuencia. El ruido rosado tiene una cantidad igual de energía por octava. El nombre se presenta de ser intermedio en medio ruido blanco ($1/f_0$) y ruido rojo ($1/f_2$), conocido más comúnmente como Ruido browniano.

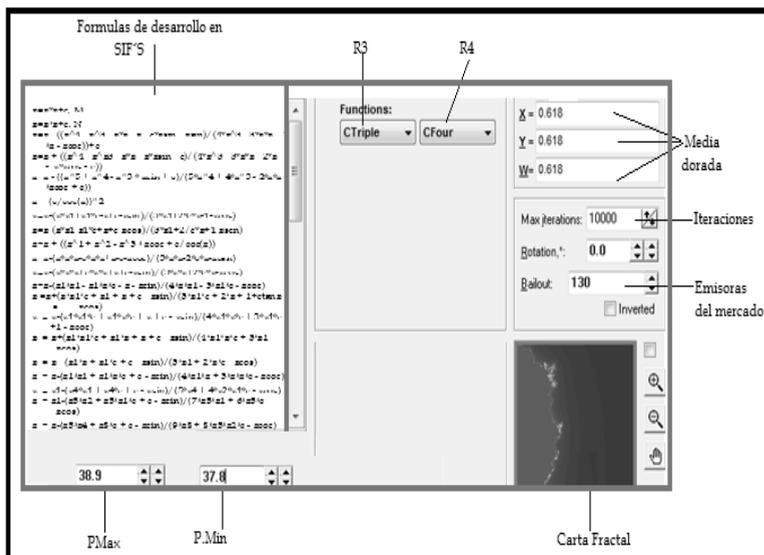


Figura 6: Construcción tecnológica de una Carta fractal de GCARSO.

Este es un prototipo de iteración de datos al software simula los precios máximos y mínimos en la función triple y cuarta en distribución de media dorada con 130 emisoras.

Guardamos la imagen para poder pintar al oleo fractal nuestro mapa, para ello tenemos que tener un esqueleto que nos sirve de guía en el vaciado de nuestras iteraciones fractales, a la que denominaremos matriz de complejidad⁷.

Tabla 7: Matriz de complejidad de 10*5 en el espacio de 50.

5-E-90'	3-E-56'	4-E-220'	6-N-145'	6-N-34'	3-N-180'	1-N-153'	9-E-45'	4-E-67'	2-E-89'
5-S-90'	3-S-56'	4-S-220'	6-S-145'	6-S-34'	3-S-180'	1-S-153'	9-S-45'	4-O-67'	2-O-89'
1-O-67'	4-O-45'	5-S-45'	7-S-24'	4-N-35'	6-N-67'	8-N-89'	9-E-41'	1-E-67'	4-N-45'
5-E-45'	7-N-90'	2-N-220'	1-E-91'	4-S-35'	6-S-67'	8-S-89'	9-O-41'	6-E-43'	8-E-32'
5-O-45'	7-O-90'	2-O-220'	1-O-91'	2-E-36'	6-E-192'	3-N-79'	9-N-169'	6-O-43'	8-O-32'

Un mapa fractal, en que cada pixel, corresponde a un valor del parámetro en precios.

Donde:

⁷ Para definir una matriz A m × n con cada entrada en la matriz A[i,j] llamada aij para todo 1 ≤ i ≤ m y 1 ≤ j ≤ n. Sin embargo, la convención del inicio de los índices i y j en 1 no es universal: algunos lenguajes de programación comienzan en cero, en cuál caso se tiene 0 ≤ i ≤ m - 1 y 0 ≤ j ≤ n - 1.

1,2,3,4,5,6,7,8,9,.....50,n	Indican el uso en espacio de la carta fractal en la Matriz.
45',25',37',280',.....360'	Indican el uso en grados de la carta fractal en la Matriz.
N	Indica desplazamiento hacia el Norte
S	Indica desplazamiento hacia el Sur
E	Indica desplazamiento hacia el Este
O	Indica desplazamiento hacia el Oeste

Se tendrá especial relevancia al quedar parametrizada en un Mapa Fractal, en que cada pixel, correspondiente a un valor del parámetro en precios, y se colorea de modo que refleje una propiedad básica del conjunto de Mandelbrot en el espacio [Barnsley, Michael: 1993].

Se ilustra el resultado de aplicar diversas transformaciones sobre la carta fractal⁸ representada en similitud con un factor de escala $r= 0.618$ y una transformación de afinidad con $r= 0.5$ y desplazamiento $x_n = x + h$, $y_n = y + k$ & $z_n = x+i$, como lo mostramos a continuación:

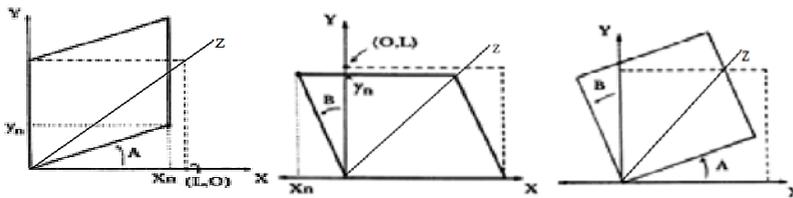


Figura 7: Movimiento estocástico de una carta fractal.

La ecuación funcional $s_1X^1+s_2X^2=sX$, junto con la relación subsidiaria. $(s1)a+(s2)a=sa$

Para ilustrarlo basta, por ejemplo, aplicar la receta anterior a las coordenadas de los cuatro vértices del cuadrado inicial:

$$\begin{aligned} (0,0) & \text{--->} (0.5*0, 0.5*0) \text{ --->} (0, 0) \\ (0,L) & \text{--->} (0.5*0, 0.5*L) \text{ --->} (0, L/2) \end{aligned}$$

⁸ El término Carta Fractal frecuentemente se considera que significa que los valores analíticos utilizados son de propiedad privada y, por lo tanto, no están a disposición del usuario o que los valores y códigos analíticos están más allá de la capacidad de comprensión del usuario y obedece a que las transformaciones o reacciones experimentadas por los Rangos de precios en su interior son desconocidos por su carácter de iterativo.

$$\begin{aligned}
 (L,0) & \rightarrow (0.5*L, 0.5*0) \rightarrow (L/2, 0) \\
 (L, L) & \rightarrow (0.5*L, 0.5*L) \rightarrow (L/2, L/2)
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

Se dice que la transformación⁹ de todos los índices auto afines con el de México han introducido un factor de escala r=0.618, si bien la estructura de reglas geométricas como éstas se enriquece si además de reescalar la figura permite trasladarla a otro sitio o rotarla para observarla a escalas de tiempo discreto.

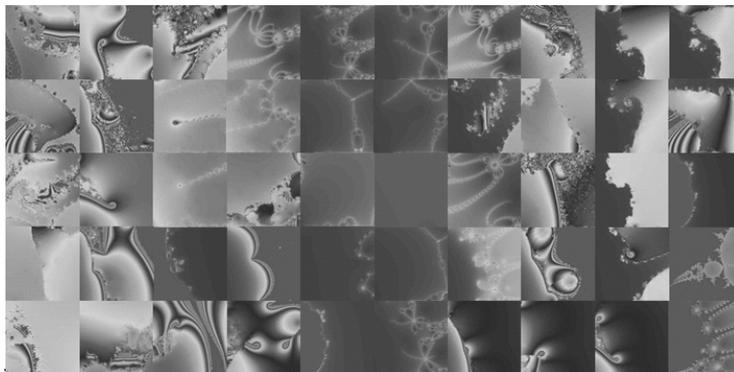


Figura 8: Mapa Fractal de GFINTER.

⁹ Realizando el mapeo de la transformación de todos las bolsas respecto al mercado de capitales mexicano, tenemos:

$$\begin{aligned}
 M_\beta &= \beta_0 + \beta_1(\text{DAX30}) + \beta_2(\text{TSE}) + \beta_3(\text{CAC40}) \\
 &\quad + \beta_4(\text{NIKKIE225}) + \beta_5(\text{S\&P}) + \xi^2 \\
 \partial M_\beta &= \beta_0 + \frac{\partial(\text{DAX30})}{\beta_1} + \frac{\partial(\text{TSE})}{\beta_2} + \frac{\partial(\text{CAC40})}{\beta_3} + \frac{\partial(\text{NIKKIE225})}{\beta_4} + \frac{\partial(\text{S\&P})}{\beta_5} \xi^2 \\
 dM &= d\beta_0 + \frac{d\beta_1(\text{DAX30})}{dx} + \frac{d\beta_2(\text{TSE})}{dx} + \frac{d\beta_3(\text{CAC40})}{dx} \\
 &\quad + \frac{d\beta_4(\text{NIKKIE225})}{dx} + \frac{d\beta_5(\text{S\&P})}{dx} + \frac{d\beta_6(\text{pc})}{dx} + \xi^2 \\
 M & \\
 M & \\
 M &= \int \begin{matrix} -1\beta_0^{360} & \left[\frac{\beta_2(\text{TSE})^{190}}{\beta_3(\text{CAC40})^{-1180}} \right] \\ -1\beta_1(\text{DAX30})^{270} & \left[\frac{\beta_6(\text{N})^{190}}{\beta_n(n)^{-1180}} \right] \\ -1\beta_4(\text{NIKKIE225})^{360} & \\ -1\beta_5(\text{S\&P})^{270} & \end{matrix}
 \end{aligned}$$

El mapa fractal es el resultado de iterar 10, 000 veces el precio de los rangos de acciones en la bolsa por emisora ejecutada en teneduría.

La trama Kelly [Coward, J: 1992] es un método de representación de datos inspirado por algunas de las pinturas de Ellsworth Kelly por el método de granulación gruesa, una secuencia de valores de datos se convierte en una secuencia de números. Y cada número se le asigna un color, que en nuestro caso el rosa-morado es un equilibrio browniano, el verde es un atractor de costos y el azul es un atractor de márgenes que nos ayudan a la construcción de una matriz cuadrada de unos cuadrados pequeños, una para cada punto de datos.

De acuerdo a nuestro mapa podemos observar que en corto plazo existen ganancias con tendencia de crecimiento y en el largo plazo existen igual ganancias pero sin crecimiento ya que pintan algunos costos en el Noroeste. Se dice en equilibrio browniano (*Ruido Kelly*) cuando los precios fijos señalan de previsibilidad a largo plazo. Si los precios del sistema hasta bastante cerca del precio Ex post, su comportamiento futuro es fácil de predecir: se acercará cada vez más cerca del precio Ex ante que en esencia de la estabilidad: las pequeñas perturbaciones desaparecen. Se dice atractor de costos (*Ruido verde*) cuando los precios fijos se comportan de la manera opuesta y situado exactamente en el rango de precios, allí se quedará. Pero pérdida en el mínimo cambio en precios (*rango*) de distancia y se sale rápidamente. Se dice atractor de márgenes (*Ruido azul*) cuando los precios fijos son los que ninguno de los casos anteriores, precios Ex post cercanos, o bien no se mueven en absoluto, o algunos se acercan, mientras que otros se mueven más lejos, asegurándonos un entorno de utilidad o ganancia absoluta. En lo que se refiere a movimientos y tendencias, el índice de una Bolsa de Valores muestra la sensibilidad, ya que refleja en gran medida lo que ocurre en el mundo económico, y es el parámetro más sensible de los hechos económicos: su sensibilidad los capta antes que sean visibles al público inversionista [Embrechts, Paul., Klüppelberg, Claudia., Mikosch, Thomas:1997].

Todos los índices son portafolios teóricos que pretenden capturar, con cierta representatividad, la evolución de un mercado específico, o lo que es lo mismo, como "benchmark" de un tipo de activo en un determinado mercado [Weick K.E: 1979]. Su fama es producto de la representatividad que tienen sobre el comportamiento de las acciones. Reflejan fielmente el comportamiento de cada acción y suelen ser los más estudiados.

3. Conclusiones.

Obtuvimos los resultados de las aplicaciones del método fractal-tridimensional y modelamos los precios con geometría fractal a escala logarítmica con \ln para las acciones que tenían peso muy grande, es decir un mayor número de emisoras en teneduría (Frankfurt y Londres) y con \log para la de peso pequeño, es decir un menor número de emisoras en teneduría (New York).

De acuerdo con la Tabla 3, el soporte quedo en 50.58% y la resistencia de los precios cerro en 39.07% por lo que la tendencia de los precios ira sobre 11.51% en nuestro método fractal-tridimensional, respecto de 10.95% del método chartista , y obtenemos un nivel de confianza aceptable de 0.56% por tanto se acepta esta tendencia para el estudio de los precios en los tiempos recurrentes de nuestro estudio pues tiene un margen de 0.06% de la media gaussiana tradicional.

Respecto de la correlación de funciones , obtuvimos que la función cognitiva (de la emisora hacia el mercado) , para todas las bolsas se mostró menor con un comportamiento del 1.08% , respecto de la función participativa (del mercado hacia la emisora) la cual obtuvo un comportamiento de 1.66% para definirse como un margen general , lo que nos demuestra que hay un sesgo de error del 0.58% y por ende que existen problemas de número de accionistas programas de mejora corporativa en su índice de actividad bursátil ó bien no tengan el porcentaje de acciones inscritas para poder participar en bolsa (resaltando , pues la amplia gama de instrumentos financieros , recordándoles que nuestro articulo solo es para mercado de capitales).

En la parte lógica definimos algunos algoritmos como los fractales de tiempo de escape, con nuestro conjunto de Mandelbrot para la fijación del soporte y la resistencia en el eje principal de la tendencia del mercado en el espacio en R^3 (*propiedad geométrica tridimensional*) y posteriormente en R^4 (*propiedad geométrica fractal*) pues los modelamos para todos ejes geográficos la media dorada de 0.618 en x, y & z que nos da el entorno perfecto de geometría no clásica en los fractales aleatorios con el movimiento browniano fraccional de ahí que no es de suma importancia el número de emisoras en el mercado , pues en la bolsa de Londres existe el mayor número de emisoras mientras que en la Bolsa de New York el mínimo de emisoras , que en representación de mercado la obtenemos en $c_n = \frac{\int_2^0 f(x)\phi_n(x)dx}{\int_2^0 \phi_n(x)dx}$, porque el Precio Ex ante está separado del Precio Ex post en el espacio libre (0.5) y nos representa otra posibilidad de maximización del margen estocástico del rango de precios según la tabla 4.

La emisora WALMEX que es la de precios más altos el promedio ponderado es de 9.13% y sigue representando otra opción más al margen sobre 10.95% de lo esperado con maximización de 1.82%.

Así mismo las Acciones en circulación de cualquier acción del mercado de capitales tiene una tendencia positiva h y con un ancho infinito se encuentra a una distancia d1 (14.3%-13.6%) Precio Ex ante y a d2 (33.06%-5.79%) Precio Ex post, otra ventaja más del método fractal-tridimensional pues para el tiempo A priori 2011-2012 tiene las diferencia al costo de 7.81% y al margen de 18.76% , lo que nos arroja como resultado la maximización del margen en 10.95%.

Ya en la tendencia la más fuerte de México la obtuvimos en la Emisora CEMEX , que se evalúa en la tabla 5 y 6 donde se arroja un margen de 8.89%. La volatilidad a la que viaja nuestro precio de la acción por arriba del promedio o rango a una distancia mayor de R^2 de 0.27% de aceptación fractal (en la gráfica 1), a 0.23% por

debajo del tradicional gaussiano de 0.5% en margen de operación.

Asumiendo que $h \ll d1$, $d2$ y $h \gg$ tendencia del Precio λ , entonces la diferencia entre la línea de tendencia y el camino difractado llamado precio prospectado (Δ), considerando en todo momento un margen de aceptación en nuestra operación bursátil, reivindicando que existe una evidencia fractal en los precios del mercado de capitales mexicano con autoafinidad y autosimilitud con el resto de las bolsas internacionales.

4. Bibliografía.

1. Alligood, Kathleen T., Sauer, Tom., Yorke, James. *Chaos, An Introduction to Dynamical Systems*. Springer, (1996).
2. Barnsley, Michael. *Fractals Everywhere*. San Diego: Academic Press. (1993)
3. Battena, Jonathan., Ellis, Craig. *Fractal structures and naive trading systems: Evidence from the spot US dollar/Japanese yen, Japan and the World Economy*, 8 (4), (1996). 411–421.
4. Braun, E. *Caos, fractales y cosas raras*. México. Colección la Ciencia en México. N° 150: Fondo de Cultura Económica. (1996).
5. Calvet, Laurent., Fisher, Adlai., Mandelbrot, Benoit. *Large deviations and the distribution of price changes*. *Cowles Foundation Discussion*. 1165.1(1), (1997). 237-253.
6. Courtault, Jean Michel., Kabanov, Yuri., Bru, Bernard., Crépel, Pierre., Lebon and Arnaud Le Marchand, Isabelle. *Louis Bachelier on the centenary of théorie de la speculation*. *Mathematical Finance*, 10(3), (2000). 341–353.
7. Cowart, J. *Method and motif: Ellsworth Kelly's Chance grids and his development of color panel painting by period: 1948-1951*, New York: Museum of Modern Art. (1992).
8. Dacorogna, Michel M., Ramazan, Gencay., Müller, Ulrich., B. Olsen, Richard., Pictet, Olivier V. *An Introduction to High-Frequency Finance*. San Diego, California: Academic Press. (2001)
9. Douketis, Constantine., Wang, Zhouhang., Haslett, Tom L., Moskovits, Martin. *Fractal character of cold-deposited silver films determined by low-temperature scanning tunneling microscopy*, *Physical Review*, 51 (16), (1995). 2-3.
10. Embrechts, Paul., Klüppelberg, Claudia., Mikosch, Thomas. *Modelling external events for insurance and finance*, New York: Springer-Verlag. (1997).

11. Falconer, Kenneth. *Fractal Geometry. Mathematical Foundations and Applications*. England: John Wiley & Sons Ltd. (1990).
12. Madan, Dilip B, Haluk Unal. "Pricing the Risks of Default", *Review of Derivatives Research*. (2), (1998).121-160.
13. Mandelbrot, Benoit. *La geometría fractal de la naturaleza*. San Francisco: WH Freeman. (1982)
14. Mantegna, R. N., Stanley, H. E.. *Scaling Behaviour in the Dynamics of an Economic Index*. *Nature* , 376, (1995). 46-49.
15. Ramos, María. *Dinámica Económica Actual*. México: ECORFAN. (2010).
16. Ramos, María. *DEFA (Dinámica Económica Financiera Actual)*, México: ECORFAN. (2010)
17. Ramos, María. *Invencción-Versión: 1.n -RNPC:03-2010-051112281100-01*, México: ECORFAN. (2010)
18. Rolf ,W., Banz, William., J. Breen. *Sample dependent results using accounting and market data some evidence*. *Journal of Finance*. 41 (4), (1986).779-793.
19. Sidney, Alexander. *Price movements in speculative markets: trends or random walks*, *Industrial Management Review*, 2 (2), (1961). 7-26.
20. Stewart, Ian. *From here to infinity: A guide to today's mathematics*. New York: Oxford University Press. (2003).
21. Weick K.E. *The social psychology of organization*. United States of America: Mc Graw-Hill, Inc. (1979).
22. Wyart , Matthieu ,Bouchaud ,Jean , Philippe. *Statistical Models for Company Growth*, *Service de Physique del Etat Condens* . [en línea] Recuperado el 16 de abril de 2012, de: <http://ssrn.com/abstract=391860> (2), (2002). 1-4.
23. <http://www.bmv.com.mx>
24. <http://www.worldfederationofexchanges.com>

