



Análisis numérico de la dispersión de un contaminante a través de un medio poroso simplificado

Numerical analysis of the dispersion of a contaminant through a simplified porous medium

Morales-Arévalo Lucia A. ¹, Sanjuan-Galindo René ¹, Ramos-Delgado Norma Alicia ², Morales-Contreras Oscar Adrián ³, Mendoza-Rosas Ana Teresa ⁴, Alonzo-García Alejandro ²

¹Centro de Investigación e Innovación Tecnológica-Instituto Tecnológico de Nuevo León-Tecnológico Nacional de México, Av. De la Alianza No. 507, interior del Parque de Investigación e Innovación Tecnológica (PIIT).

Km. 10 de la Autopista al Aeropuerto Internacional Mariano Escobedo. Apodaca, Nuevo León C.P. 66629

²CONACyT-Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Nuevo León-Centro de Investigación e innovación Tecnológica. Av. De la Alianza No. 507, Parque de Investigación e Innovación Tecnológica,

Autopista al Aeropuerto Internacional Mariano Escobedo Km. 10, Apodaca Nuevo León. C.P. 66629, México

³Universidad Autónoma de Baja California, Blvd. Universitario no. 1000 C.P. 21500, Unidad valle de las Palmas, Tijuana, Baja California, México

⁴CONACYT - Instituto de Investigaciones en Ciencias de la Tierra, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Santiago Tapia 403, 58000, Morelia, Michoacán, México.

Autor de correspondencia: Alejandro Alonzo García, CONACyT-Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Nuevo León-Centro de Investigación e innovación Tecnológica. Av. De la Alianza No. 507, Parque de Investigación e Innovación Tecnológica, Autopista al Aeropuerto Internacional Mariano Escobedo Km. 10, Apodaca Nuevo León. C.P. 66629, México. E-mail: alejandro.ag@nuevoleon.tecnm.mx, ORCID: 0000-0002-0911-1626.

Recibido: 07 de Junio del 2021

Aceptado: 17 de Junio del 2021

Publicado: 29 de Junio del 2021

Resumen. – Se presenta el análisis numérico de la dispersión de un contaminante gaseoso en un medio poroso infinito formado de un arreglo ordenado de partículas con diferentes razones de diámetros (DR). El intervalo cubierto fue $0.2 < DR < 0.8$, el cual corresponde a variaciones sistemáticas en el grado de expansión-contracción de las trayectorias de poro, no incluidos en modelos convencionales. Las porosidades (ϕ) correspondientes a los DR , cubrieron el intervalo $0.27 < \phi < 0.72$. El número de Reynolds de poro (Re) fue igual a 50×10^3 , correspondiendo a un flujo turbulento completamente desarrollado. Los resultados mostraron que para el caso de $DR=0.2$ y $\phi=0.27$, se forman estructuras de flujo recirculantes y elongadas, las cuales cubren los espacios intersticiales en los poros, provocando una intensificación de la dispersión del trazador y un menor tiempo de homogeneización. En los modelos de mayor DR y menor ϕ , aunque las velocidades locales fueron mayores, las estructuras rotacionales fueron inhibidas y el tiempo de homogeneización aumentó. Considerando que los modelos de mayor ϕ contienen menor cantidad de fase sólida, dicho efecto, puede ser considerado para optimizar el funcionamiento de dispositivos ingenieriles tales como aletas de enfriamiento, arreglos de tubos en intercambiadores de calor y mezcladores estáticos entre otros.

Palabras clave: Medio poroso; Flujo turbulento; Dispersión de contaminante.



Abstract. - *It is presented the numerical analysis of the pollutant dispersion in porous media composed of infinite arrays of particles with different diameter ratios (DR). The DR ranged from 0.2 to 0.8, representing several degrees of expansion-contraction of the pore paths, not included in previous models. The corresponding porosities (ϕ) covered the interval $0.27 < \phi < 0.72$, and the pore Reynolds number was set to 50×10^3 which represented fully developed turbulent conditions. Results showed that for the case of $DR=0.2$ and $\phi=0.27$, the wake structures behind the smaller particles are elongated along the gap spaces between particles, enhancing hence, the tracer dispersion. Oppositely, for the highest DR case, the porosity is lower and although the local velocities are high, the wake behind smaller particles are disrupted, and the homogeneity time increased drastically. Thus, eddy structures inside pore domains plays a key role in the dispersion of a tracer. Taking into account that domains with large ϕ contain less solid phase, this effect could be considered in the optimization of several engineering devices as cooling fins, arrays of tubes in heat exchangers and static mixers to mention a few.*

Keywords: Porous media; Turbulent flow; Pollutant dispersion.

1. Introducción

El análisis de los patrones de flujo turbulento es importante en diversos dispositivos de ingeniería. Esto es debido a que potencian los fenómenos de transferencia de calor, mezclado, promueven las reacciones químicas, etc. En relación con la ingeniería ambiental, muchos fenómenos de flujo turbulento ocurren en el seno de un medio poroso. Ejemplos de esto son: catálisis, transporte de contaminantes en suelo, transporte de contaminantes en medios urbanos, mezcladores estáticos e intercambiadores de calor. Existen diferentes técnicas experimentales útiles para medir las velocidades medias y fluctuantes propias del régimen turbulento. Sin embargo, en un medio poroso, la implementación de dichas técnicas es complicada y costosa debido a la presencia de las paredes sólidas del medio. Un ejemplo de lo anterior es la anemometría de hilo caliente, la cual consiste en medir indirectamente las velocidades de acuerdo al enfriamiento de un pequeño filamento en el cual se regula ya sea el voltaje o la corriente. El posicionamiento de esta técnica en un medio poroso es complicado siendo el instrumento intrusivo para el medio. En relación a técnicas como la velocimetría de imágenes de partículas, o la velocimetría por láser Doppler, ambas técnicas requieren de paredes y fluidos con el

mismo índice de reflexión [1], [2]. Por tales razones, la dinámica de fluidos computacionales (DFC) resulta una alternativa útil para tratar de entender el flujo turbulento en un medio poroso. Entre las opciones viables que la herramienta DFC ofrece, la simulación numérica directa resulta la técnica más poderosa para modelar el flujo turbulento. De acuerdo con esta técnica, es capaz de resolver la mayor parte del espectro existente de los modelos turbulentos, tanto espacial como temporalmente. Sin embargo, dado a que las escalas de disipación más pequeñas exigen una alta resolución espacial y temporal, los estudios de simulación numérica directa se basan en el uso de supercomputadoras y se han centrado en el rango inferior del régimen turbulento ($Re > 5000$) [3].

Otra alternativa relativamente menos costosa es la Simulación de Grandes Remolinos (LES, por sus siglas en inglés). Esta técnica, resuelve los remolinos más grandes de forma directa, asumiendo que estos poseen la mayor cantidad de la energía cinética de flujo siendo que los más pequeños son modelados mediante cierto modelo a escala de submalla, usualmente bajo consideraciones de turbulencia isotrópica [4]. Sin embargo, para estudios que involucran múltiples casos, los requerimientos computacionales de la técnica LES siguen siendo muy grandes y son



poco viables. Por ejemplo, una simulación puede llevar 3 semanas ininterrumpidas y, adicionalmente se requiere un post-procesamiento las cantidades instantáneas para proporcionar valores promedio. En este sentido los modelos de Navier-Stokes promediados por Reynolds (RANS) se han aplicado en estudios paramétricos de medios porosos y han mostrado concordancia razonable con resultados obtenidos mediante DNS y LES [5]–[7], pero sin la necesidad de grandes recursos computacionales. Este enfoque contabiliza la turbulencia de manera promedio mediante la aplicación de dos ecuaciones de transporte adicionales en las ecuaciones de Navier-Stokes, una para la producción de energía cinética turbulenta (k) y otra para su disipación (ε), los cuales son conocidos como los modelos k - ε y sus variantes. Al utilizar este procedimiento de promediado temporal, los términos de velocidad fluctuante son usados para obtener el tensor de esfuerzos de Reynolds, el cual luego es modelado utilizando una formulación de viscosidad de remolino [8].

En medios porosos, comúnmente se espera que estos modelos arrojen resultados insatisfactorios en las regiones cercanas a las paredes debido a que sus formulaciones no consideran la rápida atenuación de la velocidad en las zonas cercanas a la subcapa viscosa [9]. Para remediar esta deficiencia, se corrigen los modelos RANS originales aplicando funciones de amortiguación a los términos de producción y destrucción de la ecuación de transporte, así como en la viscosidad turbulenta. Dichas versiones modificadas son conocidas como modelos de turbulencia de bajo número de Reynolds (LRN). Para desarrollar modelos de turbulencia macroscópica de medios porosos repetitivos, por practicidad, las ecuaciones son resueltas en elementos representativos de volumen (ERV), discretizados cuidadosamente y bajo condiciones de periodicidad. La viabilidad de la simulación de la turbulencia al usar este enfoque ya ha sido confirmada en trabajos orientados a estructuras

porosas compuestas de arreglos repetitivos de elementos tales como cilindros cuadrados, fibras, lechos empacados, partículas esféricas, etcétera [10]–[13]. En estos trabajos, se han reportado diversas correlaciones entre el gradiente de presión macroscópico (MPG), k y ε como funciones de la porosidad y la geometría de las partículas en dominios porosos homogéneos compuestos de partículas de mismo diámetro.

Sin embargo, es bien sabido que un gran número de medios porosos con interés ingenieril no están siempre formados por elementos sólidos con la misma escala de longitud, sino por el contrario, éstos suelen estar formados por partículas de diferentes tamaños y posicionadas en diferentes configuraciones de dispositivo. Al respecto, recientemente se reportó una discusión de las velocidades, vorticidades y parámetros turbulentos para partículas de diferentes razones de diámetro [14]. Ahí se exploró el efecto de la relación de diámetro en el intervalo $0.2 < DR < 0.8$ y la porosidad $0.3 < \phi < 0.8$ en un amplio intervalo del régimen turbulento ($500 < Re < 500 \times 10^3$). Aunque de manera intuitiva se reconoce que la dispersión de un trazador en un medio poroso depende tanto de las velocidades como de los patrones de flujo formados en las redes de fluido interconectadas, dicho parámetro no ha sido cuantificado de manera sistemática en modelos simples de medios porosos con diferentes DRs. En base a lo anterior, el objetivo principal de este trabajo es estudiar las capacidades de dispersión de cuatro modelos distintivos de poros, en los cuales se variaron tanto las ϕ como las DR . Lo anterior busca cuantificar las capacidades de mezclado en dichas geometrías simplificadas, en el cual los tamaños de partícula representan variaciones controladas en la expansión-contracción de los canales de poro. Considerando que las reacciones químicas, efectos de transferencia de calor y otros fenómenos dependientes de la difusión, pueden ser optimizados, este conocimiento puede servir para mejorar el juicio ingenieril en dispositivos tales



como intercambiadores de calor, mezcladores estáticos, reactores químicos, entre otros.

2. Método numérico

2.1 Modelos de poro y ERV

El medio poroso es modelado como un conjunto infinito, repetitivo y simétrico de cilindros cuadrados grandes rodeados de cilindros cuadrados más pequeños, como es ilustrado en la

Fig. 1. La altura del ERV (H) fue igual a la unidad, y los diámetros de los cilindros grandes (D) y pequeños (d) tuvieron una relación de 0.2, 0.4, 0.6 y 0.8. Los valores correspondientes de ϕ para dichos DR fueron de 0.72, 0.63, 0.48 y 0.27, respectivamente, los cuales se calcularon utilizando la ecuación $\phi=1-(D^2+3d^2)/H^2$. Un esquema de la configuración geométrica de los medios porosos se muestra en la Fig. 2.

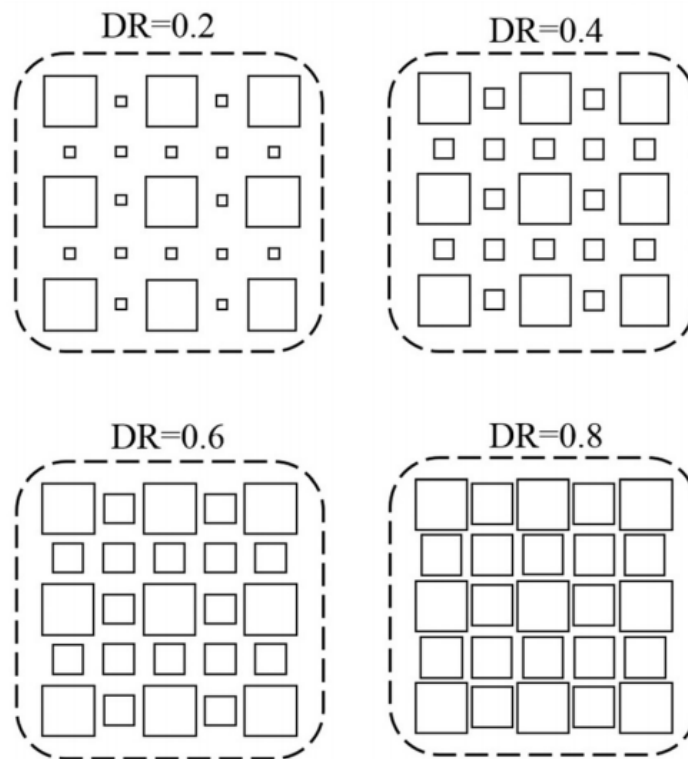


Figura 1. Representación esquemática de las matrices porosas en función de la relación de diámetro, adaptada de Ref. [14].

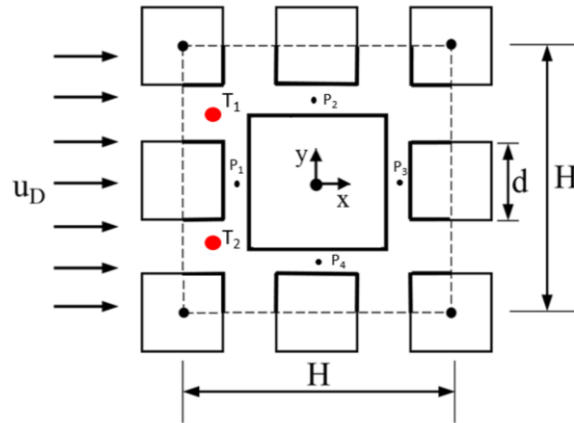


Figura 2. Representación geométrica del medio poroso y posicionamiento de los trazadores y puntos de muestreo, adaptada de Ref. [14].

2.2 Ecuación de transporte del contaminante

Para calcular la mecánica de homogeneización del contaminante, se resolvió la ecuación de

transporte de un trazador de acuerdo a la Ecuación (1):

$$\frac{\partial \rho C}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} C) = \nabla \cdot (\rho D_m \nabla C - \frac{\mu_t}{\sigma_t} \nabla C) \quad (1)$$

En esta ecuación C es la fracción de masa del contaminante, \mathbf{U} es el vector de velocidad promedio obtenida mediante la resolución del modelo RANS $k-\varepsilon$, ρ es la densidad del fluido, D_m es la difusividad molecular, μ se refiere a viscosidad turbulenta μ_t y σ_t es el número de Schmidt turbulento. Los valores del campo de velocidades locales \mathbf{U} , fueron obtenidas de casos resueltos con anterioridad, descritos en la Ref. [14], para el caso $Re = \rho u_D / \mu = 50 \times 10^3$, siendo u_D la velocidad de Darcy del medio poroso. Los valores de las constantes aplicados en la ecuación del transporte del trazador son las mostradas en la Tabla 1.

Tabla 1: Propiedades del trazador.

Parámetro	Unidades
ρ	1.225 kg/m ³
D_m	1.7551e-05 m ² /s
μ	1.72e-05 kg/(m·s)
σ_t	0.8

2.3 Inyección del contaminante, sus propiedades y cálculo del paso temporal

Para calcular los tiempos de homogeneización, fue necesario establecer 4 puntos de monitoreo, los cuales fueron colocados partiendo del eje central del dominio, posicionados de forma simétrica e inmersas en puntos donde se generan altos gradientes de velocidad y/o presión. Las coordenadas donde se localizaron dichos puntos de monitoreo son mostradas en la Tabla 2.



Tabla 2: Ubicación de puntos de monitoreo para cada DR.

<i>DR</i>	ϕ	P_1	P_2	P_3	P_4
0.2	0.72	(-0.35, 0)	(0, 0.35)	(-0.35, 0)	(0, -0.35)
0.4	0.63	(-0.325, 0)	(0, 0.325)	(0.325, 0)	(0, -0.325)
0.6	0.48	(-0.3, 0)	(0, 0.3)	(0.3, 0)	(0., -0.3)
0.8	0.27	(-0.275, 0),	(0, 0.275),	(0.275, 0)	(0, -0.275)

Con el propósito de simular la dispersión del contaminante, se colocaron dos parches circulares T_1 y T_2 de radio igual a $0.0125D$ y con una concentración volumétrica igual a 1.0 . Estos parches, se posicionaron a $0.1H$ a partir de la entrada izquierda del dominio. Un esquema ilustrativo de estos puntos es mostrado en la Fig. 2. Las propiedades del contaminante fueron ajustadas de tal manera que se obtuviera un número de Schmidt de 0.8 para todos los casos, el cual es cercano al valor 0.84 reconocido para el monóxido de carbono (CO).

2.4 Análisis de la influencia del paso temporal

La ecuación diferencial del transporte del trazador (Ecuación 1) es dependiente del tiempo, por lo cual fue necesario determinar un paso temporal (Δt) óptimo que permitiera reproducir la

evolución temporal del trazador. Con la finalidad de encontrar dicho valor, se probaron diferentes números de secuencias temporales $D_t=100, 200, 400$ y 800 en cada tiempo de residencia (H/u_D) como lo muestra la Ecuación (2).

$$\Delta t = H / (D \cdot u_D) \quad (2)$$

El modelo seleccionado para este análisis fue el de $DR=0.8$, puesto que es el punto que tiene mayores magnitudes de velocidades y pérdidas de flujo por caída de presión y fricción de acuerdo a lo reportado en la Ref. [14]. La Fig. 3, muestra la evolución temporal del trazador obtenida en el punto de monitoreo P_2 para las diferentes D_t evaluados. Se puede apreciar que exceptuando para el valor $D_t=100$, los otros casos presentaron un comportamiento bastante similar

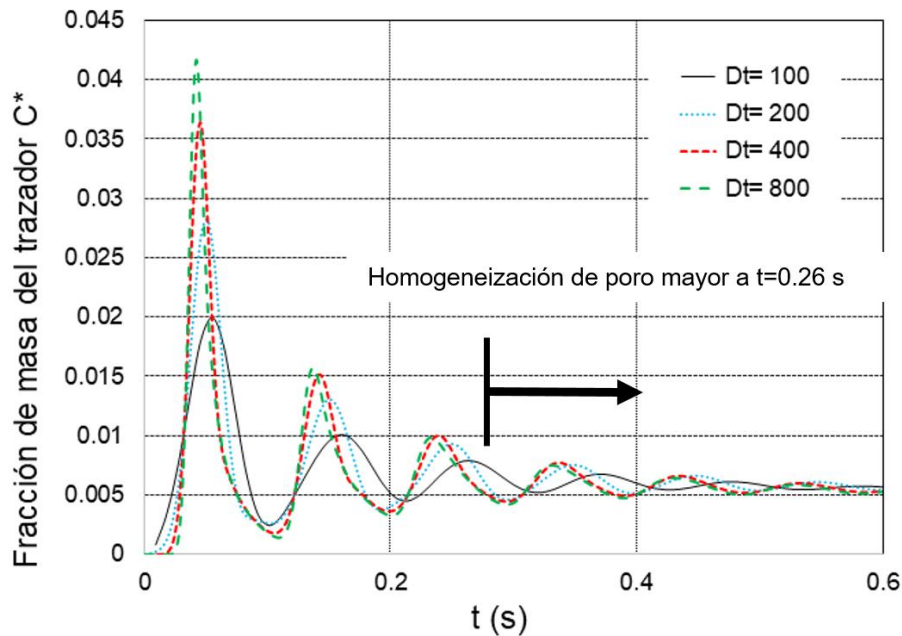


Figura 3. Evolución temporal del trazador en el punto de monitoreo P2 para diferentes valores de número de pasos temporales por tiempo de residencia.

La desviación máxima porcentual entre $D_t=400$ y $D_t=800$ fue de aproximadamente 13.5 % para $t=0.044$ s. Este error disminuyó al 5% en $t=0.14$ s alcanzando un mínimo de menos del 1 % en $t=0.26$ s. Considerando que la homogeneización del trazador dentro del poro se lleva a cabo en instantes posteriores a $t > 0.26$ s y considerando que entre $D_t=400$ y $D_t=800$ los pasos temporales requeridos son el doble, se eligió el valor $D_t=400$. Lo anterior permitió optimizar el recurso de cómputo aplicado en el resto de las simulaciones de una manera relativamente conservadora.

2.5 Cálculo de la uniformidad y el tiempo de homogeneización de poro

Se normalizaron los datos recopilados por cada punto de monitoreo de acuerdo a la Ecuación (3).

$$c^*(t) = \frac{w_t(t)}{w_t(t_\infty)} \quad (3)$$

En esta relación, $c^*(t)$ representa la concentración adimensional en el tiempo t ; $w_t(t)$ es la fracción de masa de trazador en función del tiempo; y $w_t(t_\infty)$ es la fracción de masa del trazador final de la simulación. El cálculo de la uniformidad de dispersión de los poros fue obtenido con base en la Ecuación (4).

$$U = 1 - \frac{\sigma_{c^*(t)}}{c^*(t)} \quad (4)$$

Aquí, $\sigma_{c^*(t)}$ es la desviación estándar de la curva de concentración promedio normalizada (obtenida de los cuatro puntos) y $c^*(t)$ es la media de la concentración normalizada de la misma curva. En base a la uniformidad, el tiempo de homogeneización fue estimado como el tiempo en el cual la uniformidad alcanzada fue mayor a 0.95, esto es, los modelos de poro alcanzaron un 95 % de uniformidad.



3. Resultados

Las curvas promedio de los cuatro puntos de monitoreo para los casos resueltos son mostrados en la Fig. 4. Se aprecia que el máximo valor de c^* fue dado por el caso de $DR= 0.8$, y alcanzo aproximadamente 5 unidades adimensionales en $t=0.125$ s. A medida en que el contaminante se dispersa en el poro, este valor se redujo drásticamente a $c^*=0.6$ en $t=0.75$ s. Para los otros

modelos, los picos de máxima concentración de c^* se atenuan y sus decaimientos se retardan a instantes posteriores, dado a la influencia de la DR. Estos cambios en el las curvas de dispersión son consecuencia de las diferencias geométricas en las zonas de expansión contracción, así como de las velocidades y contenidos de fluido de los modelos.

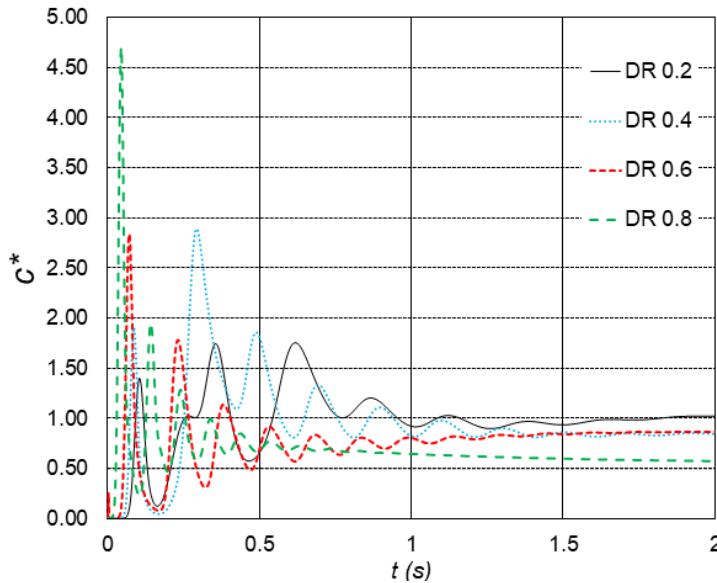


Figura 4. Concentración adimensional promedio obtenida para los diferentes casos resueltos.

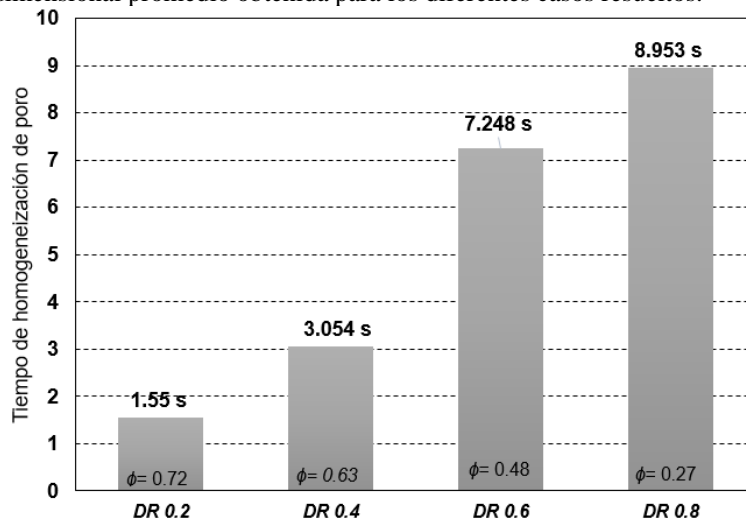


Figura 5. Tiempos de homogeneización.



Los tiempos de homogeneización de poro obtenidos para los casos evaluados son mostrados en la Fig. 5. En ellas se aprecia que los menores tiempos fueron obtenidos por el modelo de poro $DR=0.2$ el cual tiene una porosidad de $\phi=0.72$. Esto es consecuencia de su configuración geométrica, la cual induce la

formación de estelas en las hileras superiores e inferiores de partículas las cuales aumentan la vorticidad y por ende el mezclado. Lo anterior se representa en los círculos sombreados de la Fig. 6.

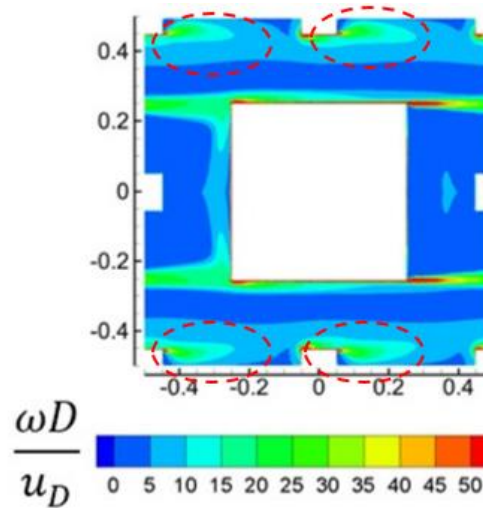


Figura 6. Zonas de recirculación para el modelo $DR=0.2$, adaptada de Ref. [14].

A medida que la porosidad aumenta para los casos $DR=0.4$ y $DR=0.6$, las estructuras de recirculación disminuyen y los tiempos de homogeneización aumentan. Para el caso puntual de $DR=0.8$, la porosidad es la mínima y el

modelo careció de regiones recirculantes en medio de la partículas, lo cual fue contraproducente en el proceso de dispersión del trazador, ocasionando un retardo en el tiempo de uniformidad (véase Fig. 7).

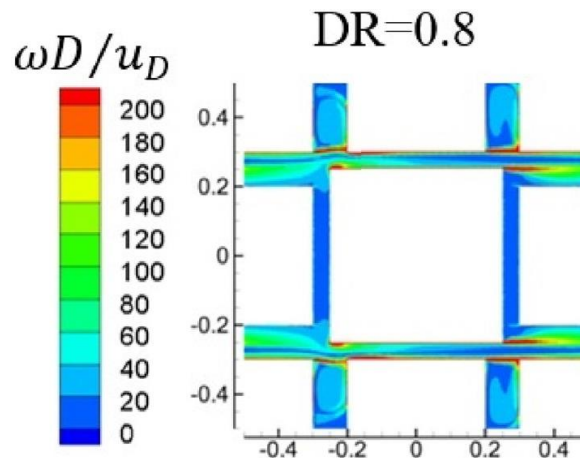


Figura 7. Vorticidades promedio para $DR=0.8$ y $\phi=0.72$ [14].



Con la finalidad de explicar el comportamiento integral del mezclado (porqué un modelo de poro mezcla mejor que otro), la Fig. 8 muestra la evolución temporal de la dispersión del trazador obtenida para los modelos representativos $DR=0.2$ y $DR=0.8$. Para el caso de $DR=0.2$, la dispersión fue más rápida debido a estructuras de alta recirculación en las corrientes de alta velocidad, siendo esto benéfico para la disminución de tiempo de homogeneización del

poro. Para el caso del $DR=0.8$, se puede observar como las altas concentraciones solamente ocurren sobre los canales de flujo superiores e inferiores que delimitan las hileras de los cilindros más pequeños. En las posiciones intermedias entre partículas, no se observó una buena dispersión del trazador debido a la ausencia de estructuras de recirculación con velocidades significativas.

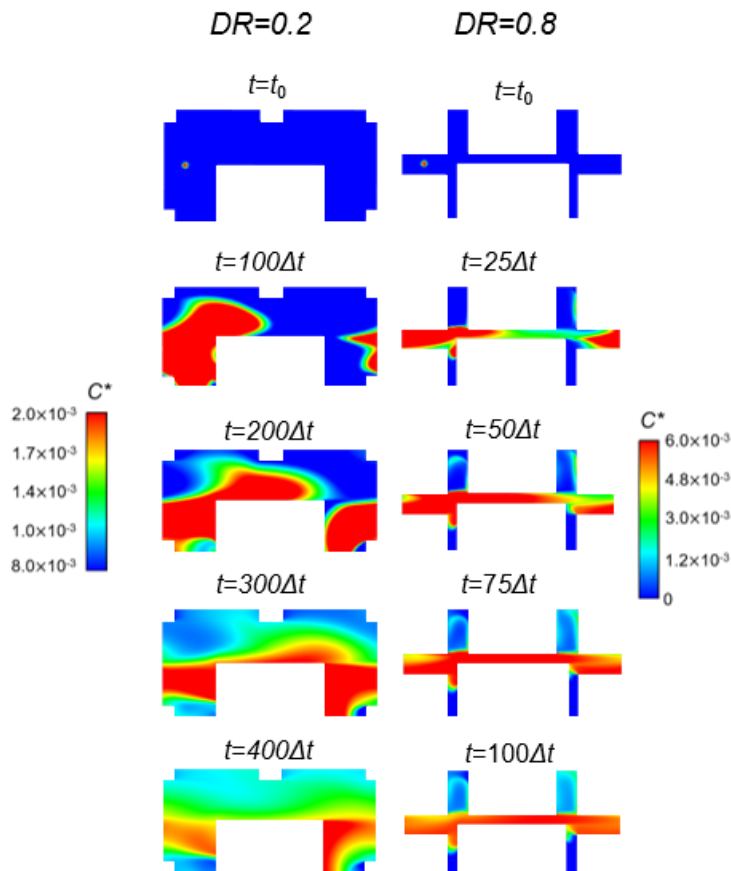


Figura 8. Evolución temporal de la dispersión del trazador para $DR=0.2$ y $DR=0.8$.

4. Conclusiones

Contrario a lo que se hubiera esperado respecto a la velocidad de homogeneización dentro de un poro de menor tamaño, que por consiguiente tiene un menor volumen de fluido, se manifestó la importancia de otros factores que influyen en el proceso de difusión. Aquí la generación de

estructuras de recirculación toma un papel significativo respecto a la dispersión del trazador. En este caso, el modelo de $DR=0.2$ y $\phi=0.72$ presentó el menor tiempo de homogeneización.

El estudio de este efecto en medios porosos es importante, dado a que futuros rediseños pueden ser ideados en cuanto a la capacidad de generar



estructuras recirculantes, los cuales asimismo requieran menos cantidad de material sólido para su funcionamiento. En futuros trabajos, se estudiarán modelos simplificados en tres dimensiones, los cuales serán evaluados con técnicas más poderosas como el LES.

5. Agradecimientos

El Dr. Alejandro Alonzo García agradece el apoyo brindado por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología a través del proyecto Ciencia de Frontera 139005.

6. Reconocimiento de autoría

Morales-Arévalo Lucia A.: *Conceptualización, Metodología, Validación, Análisis Formal, Escritura de borrador original, Sanjuan Galindo René:* *Supervisión, Metodología, Análisis formal, Revisión y edición de escritura.*
Ramos-Delgado Norma Alicia: *Supervisión, Metodología, Análisis formal, Revisión y edición de escritura.*
Morales-Contreras Oscar Adrián: *Supervisión, Metodología, Análisis formal, Revisión y edición de escritura,*
Mendoza-Rosas Ana Teresa: *Supervisión, Metodología, Análisis formal, Revisión y edición de escritura,*
Alejandro Alonzo-García: *Conceptualización, Metodología, Validación, Análisis Formal, Escritura de borrador original.*

Referencias

[1] A. Dybbs and R. V. Edwards, *Fundamentals of Transport Phenomena in Porous Media*. 1984.

[2] J. S. Weitzman, L. C. Samuel, A. E. Craig, R. B. Zeller, and S. G. Monismith, "On the use of refractive - index - matched hydrogel for fluid velocity measurement within and around geometrically complex solid obstructions," *Exp. Fluids*, vol. 55, no. November, pp. 1-12, 2014.
<https://doi.org/10.1007/s00348-014-1862-x>.

[3] Y. Jin, M. F. Uth, A. V. Kuznetsov, and H. Herwig, "Numerical investigation of the possibility of macroscopic turbulence in porous media: A direct numerical simulation study," *J. Fluid Mech.*, vol. 766, pp. 76-103, 2015.
<https://doi.org/10.1017/jfm.2015.9>.

[4] A. Rasam, G. Brethouwer, P. Schlatter, Q. Li, and A. V. Johansson, "Effects of modelling, resolution and anisotropy of subgrid-scales on large eddy simulations of channel flow," *J. Turbul.*, vol. 12, no. December, pp. 1-20, 2011.
<https://doi.org/10.1080/14685248.2010.541920>

[5] C. Hrenya, S. Miller, T. Mallo, and J. Sinclair, "Comparison of low Reynolds number k- ϵ turbulence models in predicting heat transfer rates for pipe flow," *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 41, no. 11, pp. 1543-1547, 1998.
[https://doi.org/10.1016/S0017-9310\(97\)00208-1](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(97)00208-1).

[6] F. Kuwahara, T. Yamane, and A. Nakayama, "Large eddy simulation of turbulent flow in porous media," *Int. Commun. Heat Mass Transf.*, vol. 33, no. 4, pp. 411-418, 2006.
<https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2005.12.011>.

[7] P. Kundu, V. Kumar, Y. Hoarau, and I. M. Mishra, "Numerical simulation and analysis of fluid flow hydrodynamics through a structured array of circular cylinders forming porous medium," *Appl. Math. Model.*, vol. 40, no. 23-24, pp. 9848-9871, 2016.
<https://doi.org/10.1016/j.apm.2016.06.043>.

[8] J. Tu, G.-H. Yeoh, and C. Liu, *Computational Fluid Dynamics, A Practical Approach*, Second. Massachusetts: Butterworth-Heinemann, 2009.

[9] D. C. Wilcox, *Turbulence Modeling for CFD*, First ed. California: DCW Industries, 1993.



[10] M. H. J. Pedras and M. J. S. de Lemos, "Macroscopic turbulence modeling for incompressible flow through undeformable porous media," *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 44, no. 6, pp. 1081-1093, 2001. [https://doi.org/10.1016/S0017-9310\(00\)00202-7](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(00)00202-7).

[11] A. Nakayama and F. Kuwahara, "A macroscopic turbulence model for flow in a porous medium," *J. Fluids Eng.*, vol. 121, no. June 1999, pp. 427-433, 1999. <https://doi.org/10.1115/1.2822227>.

[12] A. Nakayama and F. Kuwahara, "A General Macroscopic Turbulence Model for Flows in Packed Beds, Channels, Pipes, and Rod Bundles," *J. Fluids Eng.*, vol. 130, no. 10, p. 101205, 2008. <https://doi.org/10.1115/1.2969461>.

[13] J. Yang, M. Zhou, S. Y. Li, S. S. Bu, and Q. W. Wang, "Three-dimensional numerical analysis of turbulent flow in porous media formed by periodic arrays of cubic, spherical, or ellipsoidal particles," *J. Fluids Eng. Trans. ASME*, vol. 136, no. 1, p. 011102, 2014. <https://doi.org/10.1115/1.4025365>.

[14] A. Alonzo-Garcia, A. T. Mendoza-Rosas, M. A. Díaz-Viera, S. A. Martínez-Delgadillo, and E. Martínez-Mendoza, "Assessment of Low-Re turbulence models and analysis of turbulent flow in porous media consisting of square cylinders with different diameter ratios," *J. Fluids Eng.*, vol. 143, no. 1, p. 18, 2020. <https://doi.org/10.1115/1.4048284>.



Este texto está protegido por una licencia [Creative Commons 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Usted es libre para Compartir —copiar y redistribuir el material en cualquier medio o formato— y Adaptar el documento —remezclar, transformar y crear a partir del material— para cualquier propósito, incluso para fines comerciales, siempre que cumpla la condición de:

Atribución: Usted debe dar crédito a la obra original de manera adecuada, proporcionar un enlace a la licencia, e indicar si se han realizado cambios. Puede hacerlo en cualquier forma razonable, pero no de forma tal que sugiera que tiene el apoyo del licenciante o lo recibe por el uso que hace de la obra.

[Resumen de licencia - Texto completo de la licencia](#)