

Modelagem Matemática e Resolução de Problemas na Educação: um panorama de pesquisas recentes

Mathematical Modeling and Problem Solving in Education: a panorama of recent research

Carlson Guerreiro de Almeida

Larissa Pinca Sarro Gomes

Zulma Elizabete de Freitas Madruga

Resumo: Analisamos como a Modelagem Matemática (MM) associada à Resolução de Problemas (RP) se apresenta nas pesquisas acadêmicas que as utilizam em conjunto. Como abordagem metodológica, utilizamos os procedimentos do Mapeamento na Pesquisa Educacional. Os dados foram constituídos a partir da seleção de doze pesquisas publicadas no Banco de Teses da CAPES e Google Acadêmico. Para análise, estabelecemos cinco categorias: a) referenciais teóricos das pesquisas; b) os problemas investigados/interesses de pesquisa; c) metodologias utilizadas nas pesquisas; d) principais resultados das pesquisas; e e) perspectivas de continuidade. O estudo permitiu identificar aproximações teóricas e metodológicas entre os trabalhos analisados e evidencia que o foco das pesquisas é centrado nas reflexões, percepções e ações dos estudantes e professores durante o processo de Modelagem Matemática e Resolução de Problemas. Apontou, ainda, que, quando os estudantes desenvolvem atividades desse tipo, ampliam suas competências matemáticas, tornando-se hábeis na resolução de problemas.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Resolução de Problemas. Educação Matemática. Mapeamento na Pesquisa Educacional.

Abstract: We analyze how Mathematical Modeling (MM) associated with Problem Solving (PR) presents itself in academic research that uses them together. As a methodological approach, we use the procedures of Mapping in Educational Research. The data were constituted from the selection of 12 surveys published in the CAPES Thesis Catalog and Google Scholar. For analysis, we established five categories: a) theoretical references of research; b) the problems investigated / research interests; c) methodologies used in research; d) main research results; and e) prospects for continuity. The study allowed the identification of theoretical and methodological approaches between the analyzed works and shows that the focus of the research is centered on the reflections, perceptions and actions of students and teachers during the process of Mathematical Modeling and Problem Solving. And he also pointed out that when students develop activities of this type, they expand their mathematical skills, becoming skilled in solving problems.

Keywords: Mathematical Modeling. Problem solving. Mathematical Education. Mapping in Educational Research.

Carlson Guerreiro de Almeida
Mestrando em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC). Bahia, Brasil.

 orcid.org/0000-0002-5620-0568

✉ cassinho.ga@gmail.com

Larissa Pinca Sarro Gomes
Doutora em Educação. Professora do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC). Bahia, Brasil.

 orcid.org/0000-0001-6839-6927

✉ lpsgomes@uesc.br

Zulma Elizabete de Freitas Madruga
Doutora em Educação em Ciências e Matemática. Professora da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB). Professora Colaboradora no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC). Bahia, Brasil.

 orcid.org/0000-0003-1674-0479

✉ betemadruga@ufrb.edu.br

Recebido em 21/04/2019

Aceito em 25/05/2019

Publicado em 20/06/2020

1 Introdução

A Modelagem Matemática (MM) e a Resolução de Problemas (RP) são duas tendências do campo da Educação Matemática que têm contribuído para o debate de novas perspectivas teóricas e metodológicas destinadas ao ensino e aprendizagem da Matemática escolar.

Nos últimos anos há uma grande preocupação com a Matemática e a forma que ela é ensinada em sala de aula; um dos desafios dos educadores matemáticos está em estabelecer conexões entre a Matemática e a realidade social dos estudantes, para que esses consigam compreender a importância dos conteúdos matemáticos e relacioná-los a questões que são abordadas no ambiente escolar e em suas vidas. Para isto, a utilização da MM e da RP como estratégias metodológicas de ensino tem sido objeto de estudo de educadores há mais de quatro décadas (BIEMBENGUT, 2016; ONUCHIC, 2013), por exemplo, sem a intenção de estabelecer uma relação entre ambas. No entanto, a Modelagem Matemática aliada à Resolução de Problemas, já vem sendo discutida em diversas pesquisas, consideradas conjuntamente como estratégias de ensino e de aprendizagem, como uma maneira de trazer para sala de aula o cotidiano dos estudantes, estabelecendo relações com os saberes matemáticos.

De acordo com Biembengut (2016, p. 98), a “Modelagem (matemática) é um método para solucionar alguma situação-problema ou para compreender um fenômeno utilizando-se de alguma teoria (matemática)”; a Modelagem se configura como um método de ensino com pesquisa, e esse processo acontece no ambiente escolar, em qualquer disciplina e qualquer ano escolar, da Educação Básica à Educação Superior.

Segundo Onuchic (1999, p. 208), “quando os professores ensinam matemática através da resolução de problemas, eles estão dando a seus alunos um meio poderoso e muito importante de desenvolver sua própria compreensão”. A autora ainda afirma que as habilidades dos alunos para resolver problema aumentam quando a sua compreensão se torna mais rica e profunda.

Nesta perspectiva, realiza-se um mapeamento de pesquisas acadêmicas voltadas para Educação Matemática com intuito de analisar as que apresentam a MM e a RP como pressupostos teóricos utilizados em suas construções, e como essas duas tendências, de forma associada, se apresentam em relação à sua utilização como estratégias para o ensino e a aprendizagem de Matemática na Educação. Para tanto, procura-se responder a seguinte questão de pesquisa: como a Modelagem Matemática (MM) associada à Resolução de Problemas (RP) se apresenta nas pesquisas acadêmicas que as utilizam em conjunto? Dessa forma, é apresentada uma retomada

teórica sobre a MM e a RP, os procedimentos metodológicos utilizados, os resultados das pesquisas analisadas e as considerações finais acerca deste estudo.

2 Aporte teórico

A Matemática faz parte do cotidiano de todos, e cada indivíduo traz consigo conhecimentos matemáticos que adquirem no meio social onde vivem. Mas, mesmo assim, pode ser observado o desinteresse de alguns estudantes em relação à Matemática, que é formalizada em sala de aula. Daí a necessidade de contextualizar aquilo que vivenciam em seu cotidiano, trazer a realidade do estudante para os conteúdos que fazem parte do currículo da escola, para que estes passem a ter significado.

Segundo Rosa e Orey (2009), a Educação Matemática tradicional objetiva ao ensino e à transmissão de técnicas que são utilizadas em situações artificiais, e que na maioria das vezes são apresentadas como problemas que são formulados com a utilização de técnicas operatórias que favorecem a memorização de procedimentos matemáticos pelos alunos.

Ainda segundo Rosa e Orey (2012), várias pesquisas vêm sendo feitas no que diz respeito ao ensino de Matemática, as quais apontam que a Matemática ensinada em sala de aula não tem acompanhado a evolução social e tecnológica demandadas pela sociedade atual. Espera-se que as tendências de ensino em Educação Matemática proponham a criação de ambientes de aprendizagem onde o professor atue como orientador e mediador das atividades propostas, e que os alunos tenham liberdade de propor, desenvolver, criar, elaborar e modelar as ideias que são necessárias para a construção do próprio conhecimento matemático.

De acordo com Bassanezi (2014), a MM consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos. Para o autor, a MM alia teoria e prática, e motiva o estudante na procura do entendimento de sua realidade e na busca de meios para que possa agir sobre essa realidade e transformá-la.

Segundo Biembengut e Hein (2011), na concepção de MM voltada à Educação Matemática, ela pode ser definida como estratégia de ensino e de aprendizagem, partindo de uma situação vivenciada pelo estudante, na qual é desenvolvida questões que serão resolvidas com o uso dos conceitos matemáticos e de pesquisas sobre o tema.

Nesse método de ensino, os problemas surgem a partir das inquietações dos próprios

estudantes, possibilitando a identificação de um tema e dos conteúdos a serem abordados. O estudante está inserido como parte do processo de ensino e de aprendizagem, não figura como mero ouvinte e o professor assume o papel de orientador e mediador, não sendo apenas transmissor do conhecimento.

Assim como a Modelagem Matemática, a Resolução de Problemas passou a ser pesquisada e muito utilizada nos processos de ensino e de aprendizagem. Segundo Onuchic (1999, p. 210), “na abordagem de Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino, o aluno tanto aprende matemática resolvendo problemas como aprende matemática para resolver problemas.” Ainda segundo Onuchic (2013), o ensino e a aprendizagem devem acontecer durante a construção do conhecimento, de forma simultânea, tendo o professor como guia e os estudantes como os responsáveis pela construção do conhecimento.

Allevato e Onuchic (2014) entendem que um problema se configura na relação com o resolvidor, ou seja, se o estudante já conhece ou tem memorizado um método para sua resolução, ou ainda, se não está interessado na atividade, então não será para ele um problema.

Tanto a Modelagem Matemática quanto a Resolução de Problemas desenvolvem no estudante a capacidade de investigar, argumentar, levantar hipóteses, tentar, compreender, raciocinar e desenvolver seu senso crítico e reflexivo. Para potencializar essas capacidades, os professores devem entender o mundo no qual seus estudantes estão inseridos, e auxiliá-los em sua formação como cidadãos plenos, autônomos e críticos.

3 Procedimentos metodológicos

Este estudo apresenta uma abordagem qualitativa (BOGDAN e BIKLEN, 2010) e busca analisar como a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas apresentam-se nas pesquisas que discutem esses temas, conjuntamente, com foco na Educação. Para alcançar o objetivo utilizou-se como princípio metodológico o Mapeamento na Pesquisa Educacional que, segundo Biembengut (2008), trata-se de um conjunto de ações que começa com a identificação dos dados do problema a ser pesquisado; a seguir é realizado o levantamento, a classificação e a organização desses dados, para que as questões pesquisadas fiquem mais aparentes. Logo após, é realizado o reconhecimento de padrões, traços comuns ou peculiares, ou ainda características que indique relações genéricas, tendo como referência o espaço geométrico, o tempo, a cultura, valores, crenças e ideias dos entes envolvidos e, por fim, a análise.

Para a organização do mapeamento (MADRUGA e BREDA, 2017), os dados foram obtidos a partir de busca realizada no Google Acadêmico e no Portal de Periódicos e Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Ao realizar a busca no Google Acadêmico, utilizando a expressão *Modelagem Matemática e Resolução de Problemas*, foram localizadas um total de 174 pesquisas. Após aplicar um primeiro filtro, em relação a um período entre os anos de 2008 e 2020, restaram 145 pesquisas. Ao analisar as 145 pesquisas, selecionamos somente aquelas que tratavam dos temas que eram objeto deste artigo — a Modelagem Matemática e a Resolução de Problemas, utilizadas conjuntamente. Ao final dessa análise, obtivemos dez pesquisas e, dentre essas, duas foram excluídas por não ter sido encontrado o texto completo, sendo localizado apenas os seus resumos, o que diminuiu para oito pesquisas, as quais compõem o *corpus* de análise do mapeamento.

Realizamos também uma busca no Portal de Periódicos da CAPES, usando a mesma expressão, sendo localizado um total de 219 periódicos. Aplicamos um primeiro filtro somente para artigos e obtivemos 195 resultados. Realizamos um segundo filtro, limitando o período de publicação entre os anos de 2008 e 2020, o qual obtivemos 191 artigos. Ao analisarmos os 191 artigos, nenhum deles foi selecionado, pois não discutiam de maneira articulada a MM e a RP. Os artigos referiam-se ou a MM ou a RP, não constando nenhum que utilizasse as duas estratégias conjuntamente.

Realizamos, também, uma busca no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, com o termo exato *Modelagem Matemática e Resolução de Problemas*, e obtivemos como resposta duas pesquisas. Os resultados obtidos nestas buscas estão expressos no Quadro 1.

Quadro 1: Fonte de buscas e pesquisas encontradas

	Modelagem Matemática e Resolução de Problemas
Google Acadêmico	10
Portal de Periódicos CAPES (Artigos)	0
Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES	2
Total de Produções	12

Fonte: Dados da Pesquisa

Das pesquisas encontradas no Google Acadêmico, seis delas são Artigos, uma era Dissertação de Mestrado e, as outras três, Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC) realizados para graduação em Licenciatura em Matemática. Das pesquisas encontradas no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, as duas são dissertações de mestrado.

Após a leitura de cada pesquisa, foram selecionadas sete para a realização desse estudo. Pois, das 12 selecionadas anteriormente, duas não apresentava o texto completo, somente os resumos; uma pesquisa não abordava a Resolução de Problemas como um metodologia de ensino; uma não atendia ao ano de publicação que tomamos como referência para análise; e uma pesquisa era voltada para o Ensino de Física, o que não atende ao objetivo desta investigação. Logo, foram excluídas do mapa final. O Quadro 2 apresenta as pesquisas que fazem parte do *corpus* de análise deste estudo.

Quadro 2: Pesquisas sobre Modelagem Matemática (MM) e Resolução de Problemas (RP) na Educação

P1	CARMO, MATOS e RESENDE (2013)	Trabalho publicado em anais de evento
P2	SANTOS (2014)	Trabalho de Conclusão de Curso
P3	BASTOS (2015)	Trabalho de Conclusão de Curso
P4	VERGARA (2015)	Trabalho de Conclusão de Curso
P5	AQUINO (2016)	Dissertação
P6	GONZAGA (2019)	Dissertação
P7	DOMINGOS (2016)	Dissertação

Fonte: Dados da Pesquisa

Após a seleção e o estudo das pesquisas, foi feita a análise do material de acordo com os procedimentos do Mapeamento — Mapa Análise (BIEMBENGUT, 2008), no qual a autora diz que para fazer a análise da pesquisa, é preciso ter uma percepção apurada dos diversos dados envolvidos, identificando a estrutura e os traços dos dados pesquisados, julgando o que é relevante e organizando os dados, de forma que um mapa seja delineado e satisfaça as exigências da pesquisa.

Com base em Madruga e Breda (2017), foram estabelecidas cinco categorias de análise para estudo das pesquisas, de forma que tornasse possível a compreensão de como a MM e a RP se apresentam nas pesquisas, e suas contribuições para a área da Educação Matemática.

Essas categorias foram definidas *a priori* da seguinte forma: a) referenciais teóricos das pesquisas; b) os problemas investigados/interesse de pesquisa; c) metodologias utilizadas nas pesquisas; d) principais resultados das pesquisas e e) perspectivas de continuidade. Os principais pontos emergentes desta análise são descritos a seguir.

4 Resultados e discussão

Nesta etapa da pesquisa, reúnem-se os resultados obtidos em cada pesquisa com a produção teórica pertinente a cada categoria.

4.1 Referenciais teóricos das pesquisas

A MM e a RP são áreas de pesquisas em crescimento, o que faz com que vários pesquisadores desenvolvam trabalhos com enfoque nessas duas áreas. Existem diferentes concepções dessas duas áreas no cenário brasileiro.

Quanto à **Modelagem Matemática**, não há um consenso no meio acadêmico sobre a definição de MM; alguns pesquisadores entendem que esta pode ser apresentada sob diferentes concepções. As pesquisas selecionadas para serem analisadas neste artigo, trazem algumas dessas concepções e seus respectivos aportes teóricos.

Observamos nas pesquisas P1, P2, P3, P5, P6 e P7 que os autores compreendem a MM como um método de pesquisa aplicado à Educação, baseados principalmente em Bassanezi (2014), que define a MM como a arte de usar situações do cotidiano dos estudantes para ensinar Matemática. Ainda, Burak (1992) apresenta a MM como um conjunto de procedimentos que tem como objetivo estabelecer um paralelo para explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano.

Segundo Biembengut e Hein (2011), a MM é utilizada para formular, resolver e elaborar expressões que não só vale para uma solução particular, mas também serve como suporte para outras aplicações e teorias. Para esses autores, a MM é apresentada mediante a construção de um modelo, seguindo cinco passos: diagnóstico da realidade e interesses do aluno; escolha do tema ou modelo matemático; desenvolvimento do conteúdo programático; orientação de modelagem; e avaliação do processo.

Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) apresentam a MM de forma que torne a existência do problema real significativo para os estudantes. E ainda, Gazzeta (1989) apresenta a MM como uma relação existente entre a realidade e a ação. A partir da realidade, o indivíduo codifica uma determinada informação, que acaba gerando uma ação, e dessa forma, a MM deve ser utilizada como uma ferramenta auxiliar na busca do novo conhecimento matemático.

Nas pesquisas P2, P3, P4, P5 e P7, observamos que os autores compreendem a MM como uma alternativa ou estratégia de ensino, Barbosa (2001), por exemplo, apresenta a MM como um ambiente de aprendizagem, onde os alunos investigam as situações da realidade, por meio da matemática.

Outros autores como Almeida e Dias (2004) afirmam que a MM pode proporcionar aos estudantes oportunidades de identificar e estudar situações-problema de sua realidade, despertando maior interesse e desenvolvendo um conhecimento mais crítico e reflexivo em relação aos conteúdos matemáticos.

Nessa mesma concepção, Almeida, Silva e Vertuan (2013) sugerem que a MM seja uma alternativa pedagógica na qual se pode fazer uma abordagem, por meio da Matemática, de uma situação problema que não envolve necessariamente um conteúdo matemático.

No trabalho de Oliveira (2010), a autora apresenta a MM como potencializadora da aprendizagem por meio da utilização de problemas cotidianos, além de favorecer o surgimento das discussões éticas e permitir uma participação efetiva dos estudantes nas aulas. Por fim, Araújo (2007) afirma que trabalhar a MM na Educação Matemática pode promover a discussão de questões como o uso da Matemática na sociedade, a ideologia da certeza e o poder formatado da Matemática, contribuindo para a educação de uma sociedade com mais justiça social.

Sobre **Resolução de Problemas**, alguns pesquisadores entendem que a RP se encaminha para uma teoria pedagógica de aprendizagem na Educação Matemática e defendem o uso da RP como metodologia de ensino da Matemática. As pesquisas selecionadas para serem analisadas neste artigo, trazem alguns destes pesquisadores em seu aporte teórico.

Polya (2006) apresenta a RP como uma descoberta para resolver um problema e enfatiza a participação do aluno em todo o processo. Segundo Pozo (1998), para falar da existência de um problema, a pessoa que está resolvendo essa tarefa, precisa encontrar alguma dificuldade que a obrigue a questionar-se sobre qual seria o caminho que precisaria seguir para encontrar a meta.

Na concepção de Onuchic (1999), a RP é uma forma de aplicar a Matemática ao mundo real, resolvendo questões que aplicam as fronteiras das próprias ciências matemáticas. Para Onuchic e Allevalo (2014), quando se considera a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da RP, o problema é o ponto de partida e, na sala de aula, por meio da resolução de problemas, os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática. As autoras apresentam três caminhos diferentes de abordar a RP: teorizar sobre RP, ensinar e resolver problemas; e ensinar Matemática por meio da RP.

Para Ribeiro (2008), a RP se apresenta como um caminho significativo para ser utilizado nas aulas de Matemática, considerando as novas tendências em Educação Matemática. Com esse mesmo entendimento, Lopes *et al.* (2005) propõem que a RP deve despertar a curiosidade do indivíduo, e ressaltam que um problema é matemático quando envolve conhecimento dos conceitos, técnicas e algoritmos matemáticos para a sua resolução.

Segundo Kilpatrick (2014), os problemas são como o coração da Matemática. Para o autor, formular e resolver problemas são, não apenas o motor que impulsiona a Matemática, mas igualmente, o principal meio de ensino e de aprendizagem dela. Com esse mesmo entendimento, Van de Walle (1999) avalia que a RP é uma possibilidade de ponto de partida para as aprendizagens dos estudantes, os quais solicitam novas orientações do professor, enquanto discutem ideias, defendem suas soluções e avaliam as soluções dos outros colegas.

Nas pesquisas analisadas, a intenção foi identificar os aportes teóricos utilizados nos estudos de MM e RP. Com a análise, verificamos que essas pesquisas utilizam a MM como fundamentação teórica e a RP como uma metodologia de validação da MM. Os autores baseiam a sua fundamentação nas diferentes concepções apresentadas sobre a MM, e se respaldam na metodologia da RP para validar suas pesquisas. Pôde ser observado que a pesquisa P1 não fez uso de nenhum referencial teórico para a RP, apesar de utilizá-la como objeto de estudo em suas pesquisas.

4.2 Os problemas investigados/Interesses de pesquisa

No que diz respeito às pesquisas selecionadas, todas apresentam uma inquietação ou uma motivação para investigar a respeito de como a MM e a RP podem auxiliar no processo de ensino da Matemática na Educação Básica.

Em P1, os autores observaram um nível alto de erros dos estudantes, no que diz respeito às operações básicas da Matemática. Com isso, surgiu o interesse dos professores em trazer a realidade do estudante para a sala de aula, como maneira de despertar seu interesse e, conseqüentemente, melhor resultado na aprendizagem. Daí a ideia de aplicar o método da MM nas aulas e a RP para solução do modelo obtido.

Em P2, o autor utilizou sua própria experiência, de quando era estudante do Ensino Médio e observava a dificuldade de seus professores para o ensino de conteúdos matemáticos na disciplina de Física. Então, apresenta com proposta o uso da MM e RP numa seqüência de ensino para os estudantes do Ensino Médio, durante o seu estágio na graduação. Durante as aulas de Física, ele aplicou a MM, definindo alguns conteúdos matemáticos a serem trabalhados e, após a criação de um modelo matemático e a definição dos conteúdos a serem abordados, os estudantes utilizariam a RP para mobilizar os conhecimentos adquiridos na seqüência de ensino.

Na pesquisa P3, o autor levanta algumas indagações a respeito da utilização da MM e da RP como alternativas metodológicas para o ensino e a aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Foi observado que a MM aproxima o cotidiano dos estudantes da sala de aula e que proporciona maneiras de trabalhar os conteúdos, de forma que haja um maior envolvimento por parte dos estudantes. Também observou que a RP possibilita o alcance dos objetivos de aprendizagem.

Na pesquisa P4 o autor possui um determinado problema e utiliza a MM como meio para alcançar a resolução dos seus questionamentos. Seu principal objetivo é discutir o processo de MM e as principais estratégias dos estudantes para a resolução do problema proposto, suas facilidades e, também, dificuldades, além os tipos de solução que desenvolveram na resolução do problema.

Na pesquisa P5 o autor propõe o uso das de MM e RP nas seqüências de ensino. Busca argumentações que comprovem as vantagens do ensino da Matemática por meio de aplicações práticas dos conteúdos ensinados em sala de aula. Sugere relacionar os conteúdos matemáticos a situações que fazem parte do cotidiano dos estudantes, mostrando exemplos reais para que eles participem mais ativamente do processo de aprendizagem, criando estratégias para solucionar situações-problema.

Em P6, o autor mostra o interesse em pesquisar o desenvolvimento das pesquisas em MM e RP no Brasil por meio da percepção de como essas duas estratégias metodológicas se manifestam nos principais programas de pós-graduação em Educação e Ensino de Matemática.

Também foi seu interesse avaliar como essas estratégias estão presentes em disciplinas ou mesmo inclusas em ementas de disciplinas de Educação Matemática. Também teve por propósito verificar como MM e RP estão inseridas na formação dos futuros professores de Matemática, seja como aspectos históricos ou como instrumentos metodológicos de recursos didáticos para o desenvolvimento dos processos de ensino e de aprendizagem.

Na pesquisa P7 o autor buscou identificar e compreender como os licenciandos em Física e em Matemática desenvolvem suas habilidades e atitudes para a prática da sala de aula no contexto da MM, por meio da *Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da RP*.

Em todas as pesquisas busca-se analisar as reflexões, impressões e ações de estudantes e professores sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática por meio da Modelagem Matemática e da Resolução de Problemas, apresentando, assim, suas concepções e abordagens.

4.3 Metodologias utilizadas nas pesquisas

Observamos que na maioria das pesquisas os autores assumem uma abordagem qualitativa. Esse tipo de pesquisa é comum entre investigações no âmbito da Educação Matemática.

A opção pela abordagem qualitativa nas pesquisas permitiu identificar a presença de características formuladas por Bogdan e Biklen (2010), como o fato do ambiente natural ser a fonte direta dos dados, o que constitui o investigador como o instrumento principal. Os investigadores se interessam mais pelo processo do que pelos resultados, e tendem a analisar seus dados de forma indutiva. O significado é de considerável importância na abordagem qualitativa.

Ainda conforme Bogdan e Biklen (2010), a pesquisa qualitativa está relacionada ao levantamento de dados, compreensão e interpretação de comportamentos de um grupo. Este tipo de pesquisa não prioriza resultados numéricos, mas o aprofundamento da compreensão de um grupo social, entre outros.

Na maioria das pesquisas selecionadas, os pesquisadores estavam em seu próprio ambiente de pesquisa, fazendo do espaço escolar seu espaço empírico, exceto em P6 e P7, nas quais pode ser observado que o ambiente da pesquisa não faz parte do local de trabalho dos pesquisadores.

Em relação aos instrumentos de constituição de dados, percebeu-se que eles são adequados para os estudos realizados. A observação de práticas aparece em todas as pesquisas analisadas. Na pesquisa qualitativa, a observação direta e/ou participante é uma eficaz fonte de coleta de dados.

Após realizar as análises de cada pesquisa, apresentamos no Quadro 3 as metodologias utilizadas.

Quadro 3: Tipos de Pesquisas utilizadas

	Tipo de Pesquisa
P1	Estudo de Caso
P2	Estudo de Caso
P3	Pesquisa de Campo
P4	Estudo de Caso
P5	Pesquisa Bibliográfica
P6	Pesquisa Bibliográfica
P7	Pesquisa de Campo

Fonte: Dados da Pesquisa

Após analisarmos as metodologias utilizadas por cada pesquisador, fizemos também uma análise dos principais resultados encontrados em cada pesquisa, relatados pelos autores.

4.4 Principais resultados das pesquisas

A análise dos trabalhos selecionados, em geral, apresenta uma diversificação de contribuições que a MM e a RP proporcionam aos envolvidos no processo de ensino. O uso da MM e da RP no processo de ensino facilitou a aprendizagem dos estudantes. Apresentaremos, a seguir, as principais considerações dos autores.

Em P1, os autores afirmam que os estudantes conseguiram praticar o conteúdo matemático desejado, e aprimoraram conhecimentos que vão além de uma sala de aula. Os estudantes envolvidos declararam que foi produtivo, satisfatório e interessante, desde o início até o final de todo processo.

Em P2, o autor afirma que pode verificar a eficácia da MM na compreensão dos conceitos matemáticos que faziam parte do objeto de estudo. Em particular, ressaltou que a construção do conhecimento matemático do estudante foi facilitada quando partia da aplicação para o enunciado, tornando o aluno parte atuante dos processos de ensino e de aprendizagem. A RP foi utilizada para complementar a MM, com a intenção de fortalecer os conteúdos trabalhados com os estudantes. Concluiu que essas duas estratégias de ensino podem ser trabalhadas em conjunto de forma satisfatória.

O autor de P3 conclui que o uso da MM e da RP foi pertinente para o campo do ensino de Matemática e para Educação Matemática. Ainda segundo o autor, havia variáveis que poderiam interferir na realização, como: deficiências do sistema de ensino, problemas relacionados ao grupo de alunos, e problemas particulares de cada um deles. Mas os resultados, de modo geral, foram favoráveis.

Em P4, o autor explicou que o objetivo principal da pesquisa foi cumprido, porém faz algumas ressalvas quanto ao tempo dispensado para a realização do processo. Pontua o envolvimento e o interesse dos estudantes durante o processo e as diversas formas de modelagem que eles utilizaram para a resolução do problema proposto.

Em P5, o autor conclui que cada turma possui uma realidade diferente, mas que a utilização de estratégias metodológicas diferenciadas de ensino, como a MM e a RP, contribui satisfatoriamente para a aprendizagem dos estudantes. Considera, ainda, que o que vai determinar a escolha dessas estratégias é o conhecimento do meio que o estudante está inserido, as suas expectativas em relação aos estudos, as dificuldades que apresentam e o ritmo de aprendizado. Por fim, conclui que o ensino da Matemática com aplicações práticas dos conteúdos é uma estratégia que ajuda o professor no exercício de suas funções.

O autor de P6, após a aplicação de um questionário, constatou que os licenciandos possuem uma percepção fragmentada em relação aos sentidos de RP e MM. As apreensões e tentativas de definições conceituais sobre a RP foram redundantes à medida que não estendiam seu desenvolvimento às suas questões motivadoras, e em alguns casos, a delimitavam como atividades de exercícios. Em relação à MM, sinalizaram um distanciamento de sua formação com as propostas da prática da MM; alguns relataram nunca ter ouvido falar de MM, o que indica uma lacuna entre o que é produzido nos programas de pós-graduação em relação aos cursos de licenciatura.

De acordo com P7, após a análise de um questionário respondido pelos estudantes e os dez encontros que ocorreram durante a aplicação das atividades, o autor afirma estar convencido de que os licenciandos em Física e em Matemática, com o uso da RP no contexto da MM, desenvolveram habilidades, vivenciaram momentos de criatividade e de participação ativa no processo de construção de um novo conhecimento, além de algumas atitudes que mostrou a utilização da teoria e da prática na sala de aula.

Por fim, as pesquisas selecionadas apresentam, em suas considerações, que a MM e a RP para o ensino e a aprendizagem, auxiliam os estudantes na forma que estes pensam e aprendem os conteúdos. Para os pesquisadores, quando os estudantes desenvolvem atividades utilizando a MM na Educação Básica, eles ampliam suas competências matemáticas, tornando-se hábeis na RP, além de serem mais propensos a desenvolver outras atividades pautadas em situações reais.

4.5 Perspectivas de continuidade

Em uma pesquisa acadêmica, a indicativa de continuidade supõe que o tema ainda pode ser explorado pelo autor ou por outros pesquisadores, tanto na mesma temática como por meio de outras vertentes. Das sete pesquisas apresentadas apenas P4, P5, P6 e P7 suscitou outros aspectos merecedores de pesquisa. Nas pesquisas P1, P2 e P3 não houve indicações para continuidade dos estudos.

O autor de P4 sugere novos estudos demandando mais tempo para a realização dos processos propostos e um olhar mais criterioso para os conteúdos matemáticos que foram aparecendo durante o processo de MM. O autor sugere uma continuidade da pesquisa, para a qual propõe aos grupos envolvidos a elaboração de uma situação-problema, no mesmo contexto, a fim de motivá-los a criar, ponderar resultados e repensar cenários.

O autor de P5 sugere que a metodologia proposta pode ser utilizada em outros anos do Ensino Fundamental, uma vez que ele realizou o processo com estudantes do 8º ano e, também, com turmas do Ensino Médio e Superior.

O autor de P6 indica a necessidade de aprofundamento de estudos nas correlações entre RP e MM como campos de pesquisa, bem como dar continuidade à pesquisa quanto às percepções dos licenciandos nesses campos e fazer uma análise mais profunda das atividades

de MM e RP nos cursos de licenciatura.

O autor da P7 sugere que o estudo realizado seja ponto de partida para novas pesquisas, com outras perspectivas, com outros desdobramentos proporcionados pela ideologia de uma metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da RP no contexto da MM como geradora de novos caminhos e como uma possibilidade promissora para o ensino e a aprendizagem de Matemática.

5 Considerações

Esta pesquisa teve como objetivo verificar como a MM e a RP se apresentam nas pesquisas que discutem estas temáticas no âmbito da Educação. Para tal, sob a ótica do Mapeamento na Pesquisa Educacional (BIEMBENGUT, 2008), foram selecionados e estudados oito trabalhos, entre eles artigos, TCC e dissertações de mestrado.

As pesquisas selecionadas apresentam diversas concepções de MM e RP e os autores posicionam-se em relação à concepção assumida no estudo. Entre os principais nomes da MM no Brasil, estão Bassanezi (2010) e Biembengut (2016), que abordam a Modelagem como processo no qual os estudantes, por meio de uma situação do cotidiano, desenvolvem um modelo matemático, e se tornam responsáveis pelo próprio processo de aprendizagem; o professor assume o papel de mediador desse conhecimento. Com relação à RP, Onuchic (1999) a apresenta como uma forma de aplicar a Matemática ao mundo real, resolvendo questões que aplicam as fronteiras das próprias ciências matemáticas.

Nas pesquisas selecionadas, os participantes eram estudantes do Ensino Fundamental, do Ensino Médio e do Ensino Superior. O uso da MM e da RP facilitou a aprendizagem deles e o envolvimento com o processo de ensino, uma vez que a MM tem como proposta trazer a realidade para dentro da sala de aula.

Em todas as pesquisas selecionadas para a análise, a MM foi a estratégia metodológica utilizada para que os estudantes participassem das atividades propostas. Os autores usaram situações do cotidiano desses estudantes para que eles manifestassem interesse e comprometimento com o processo proposto; os conteúdos matemáticos foram abordados mediante a necessidade dos estudantes em compreender a presença deles durante o processo. Aliado a MM, usou-se a metodologia de RP como validação do conhecimento construído durante

o processo e como uma forma de os estudantes solucionar os modelos matemáticos que foram construídos por eles. Os estudantes atuaram como participantes ativos durante todo o processo, o que levou a utilizar o conhecimento que possuíam e construir novos.

A partir da análise dos trabalhos selecionados, constatou-se que há poucas pesquisas que consideram simultaneamente a MM e a RP no âmbito da Educação Matemática, carecendo de mais investigações. Em relação às perspectivas de continuidade, destacam-se as necessidades de compreender a dinâmica interna dos cursos de formação continuada, gerar dados empíricos referentes às produções discursivas de professores e estudantes durante o processo de MM e RP, e divulgar a MM e a RP nos sistemas escolares, em todos os níveis de formação.

Referências

- ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática: por que através da resolução de problemas. In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes; NOGUTI, Fabiane Cristina Höpner; JUSTULIN, Andresa Maria. (Org.). *Resolução de Problemas: teoria e prática*. Jundiaí: Paco Editorial, 2014, p. 35-52.
- ALMEIDA, Lourdes Marai Werle; DIAS, Michele Regiane. [Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem](#). *Bolema*, Rio Claro, v. 17, n. 22, p. 19-35, set. 2004.
- ALMEIDA, Lourdes Marai Werle; SILVA, Karian Pêsoa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. *Modelagem Matemática na Educação Básica*. São Paulo: Editora Contexto, 2013.
- AQUINO, Denis dos Santos. [O ensino de Matemática com auxílio de aplicações práticas dos conteúdos](#). 2016. 62f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) — Instituto de Ciências Exatas e Naturais. Universidade Federal do Pará. Belém.
- ARAÚJO, Jussara de Loiola. Relação entre Matemática e realidade em algumas perspectivas de modelagem matemática na Educação Matemática. In: BARBOSA, Jonei Cerqueira; CALDEIRA, Ademir Donizeti; ARAÚJO, Jussara de Loiola. (Org.) *Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais*. Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007, p. 17-32.
- BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: 24ª REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 2001, Caxambu. Anais da 24ª REUNIÃO ANUAL DA ANPED. Rio de Janeiro: ANPED, 2001, p. 1-12.
- BASSANEZI, Rodney Carlos. *Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática*. São Paulo: Editora Contexto, 2014.

BASTOS, Ligia Sousa. *Resolução de Problemas e Modelagem Matemática: um contexto diferente para a abordagem do estudo de funções*. 2015. 66f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) — Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas. Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia. Vitória da Conquista.

BIEMBENGUT, Maria Salett. *Mapeamento na Pesquisa Educacional*. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2008.

BIEMBENGUT, Maria Salett. *Modelagem na Educação Matemática e na Ciência*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. *Modelagem Matemática no ensino*. São Paulo: Editora Contexto, 2011.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari Knopp. *Investigação qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Tradução de Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Lisboa: Porto Editora, 2010.

BURAK, Dionisio. *Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino e aprendizagem*. 1992. 460f. Tese (Doutorado em Educação) — Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas. Campinas.

CARMO, Vitor Martins do; MATOS, Fabiana Fiorezi de; RESENDE, Milena Abreu. *Modelagem na Educação Matemática e Resolução de Problemas: modelando os planos de operadoras telefônicas*. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA, V, Canoas, 2013. Anais do V CIEM. Canoas: ULBRA, 2013, p. 1-9.

DOMINGOS, Ronero Marcio Cordeiro. *Resolução de Problemas e Modelagem Matemática: uma experiência na formação inicial de professores de Física e Matemática*. 2016. 193f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) — Centro de Ciências e Tecnologia. Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande.

GAZZETTA, Marineusa. *A Modelagem como estratégia de aprendizagem da Matemática em cursos de aperfeiçoamento de professores*. 1989. 150f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) — Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista. Rio Claro.

GONZAGA, Mauro Fernandes Neves. *Um estudo sobre Resolução de Problemas e Modelagem Matemática*. 2019. 105f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) — Universidade do Grande Rio. Duque de Caxias.

KILPATRICK, Jeremy. *Como vamos de Resolução de Problemas? Uma conversa com Jeremy Kilpatrick*. *Educação e Matemática*, Lisboa, n. 130, p. 3-9, nov./dez. 2014.

LOPES, Ana Vieira, BERNARDES, Antonio, LOUREIRO, Cristina, VARANDAS, José Manuel, OLIVEIRA, Maria José C. de, DELGADO, M. José, BASTOS, Rita, e GRAÇA, Teresa. *Actividades Matemáticas na sala de aula*. 4. ed. 2. reimp. Lisboa: Texto Editores, 2005.

MADRUGA, Zulma Elizabete de Freitas; BREDA, Adriana. [Mapeamento de produções recentes sobre Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental](#). *REMAT*, Bento Gonçalves, v. 3, n. 1, p. 67-81, jul. 2017.

MEYER, Joao Frederico da Costa Azevedo; CALDEIRA, Ademir Donizeti; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. *Modelagem em Educação Matemática*. Editora Autêntica, 2011.

OLIVEIRA, Andreia Maria Pereira de. [Modelagem Matemática e as tensões nos discursos dos professores](#). 2010. 200f. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) — Universidade Estadual de Feira de Santana; Universidade Federal da Bahia. Feira de Santana; Salvador.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. [A resolução de problemas na Educação Matemática: onde estamos? E para onde iremos?](#) *Espaço Pedagógico*, Passo Fundo, v. 20, n. 1, p. 88-104, jan./jun. 2013.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. (Org.) *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: EdUNESP, 1999, p. 199-218.

POLYA, George. *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático*. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2006.

POZO, Juan Ignácio. (Org.). *A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender*. Tradução de Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artmed, 1998.

RIBEIRO, Flavia Dias. *Metodologia do ensino de Matemática e Física: jogos e modelagem na Educação Matemática*. Curitiba: Ibpex, 2008.

ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. [A Modelagem como um ambiente de aprendizagem para a conversão do conhecimento matemático](#). *Bolema*, Rio Claro, v. 26, n. 42A, p. 261-290, abr. 2012.

ROSA, Milton; OREY, Daniel Clark. [Educação Matemática: algumas considerações e desafios na perspectiva etnomatemática](#). *Educação Popular*, Uberlândia, v. 8, n. 1, p. 55-63, jan./dez. 2009.

SANTOS, Dioger dos. [A Modelagem Matemática e Resolução de Problemas no ensino interdisciplinar de Matemática e Física](#). 2014. 56f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) — Instituto de Matemática e Estatística. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2014.

VAN DE WALLE, Jonh A. *Matemática no Ensino Fundamental*. Tradução de Paulo Henrique Colonese. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VERGARA, Clarissa Fernandes Perativo. [Estratégias de resolução de um problema em uma prática interdisciplinar com abordagem pedagógica em Modelagem Matemática](#). 2015. 57f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) — Instituto de Matemática e Estatística. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre.