

## Relaciones alométricas para predecir variables dasométricas de chacteviga (*Caesalpinia platyloba* S. Watson) en Quintana Roo, México

### Allometric relations to predict dasometrics variables of chacteviga (*Caesalpinia platyloba* S. Watson) in Quintana Roo, México

Xavier García-Cuevas<sup>1</sup> ,  
Juan Ángel Mendoza-Muñoz<sup>2</sup> ,  
Jonathan Hernández-Ramos<sup>1\*</sup> ,  
J. Jesús García-Magaña<sup>3</sup> ,  
Adrián Hernández Ramos<sup>4</sup> 

<sup>1</sup>Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias. Campo Experimental Chetumal, Km 25 carretera Chetumal-Bacalar, CP. 77000. Xulha, Quintana Roo, México.

<sup>2</sup>Secretaría del Medio Ambiente. Av Efraín Aguilar 418, Campestre, CP. 77030. Chetumal, Quintana Roo, México.

<sup>3</sup>Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Facultad de Agrociología "Presidente Juárez". Avenida Revolución esquina con Berlín s/n, Colonia Viveros, CP. 60170. Uruapan, Michoacán, México.

<sup>4</sup>Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias. Campo Experimental Saltillo. Saltillo, Carretera Saltillo - Zacatecas km. 342+119 #9515 Hacienda de Buena Vista. CP. 25315. Coahuila, México.

\* Autor de correspondencia:  
hernandez.jonathan@inifap.gob.mx

#### Artículo científico

Recibido: 27 de marzo 2020

Aceptado: 02 de diciembre 2020

**Como citar:** García-Cuevas X, Mendoza-Muñoz JA, Hernández-Ramos J, García-Magaña JJ, Hernández Ramos A (2020) Relaciones alométricas para predecir variables dasométricas de chacteviga (*Caesalpinia platyloba* S. Watson) en Quintana Roo, México. *Ecosistemas y Recursos Agropecuarios* 7(3): e2539. DOI: 10.19136/era.a7n3.2539

**RESUMEN.** La madera de chacteviga (*Caesalpinia platyloba* S. Watson) tiene gran valor comercial para la industria del aserrio. Las relaciones alométricas describen en forma cuantitativa los cambios de dimensión relativa de dos variables de un mismo individuo. El objetivo del estudio, fue ajustar relaciones alométricas para predecir variables de interés comercial como el diámetro normal (d), altura total (h), diámetro de copa (dc) y volumen (v) en función del diámetro del tocón (dt) y d de chacteviga en el centro y sur del estado de Quintana Roo. Los datos dasométricos de 316 árboles se ajustaron por el método de máxima verosimilitud con Proc Model en SAS<sup>®</sup> a 14 modelos que predicen variables en función del dt y d. Para seleccionar los modelos, se verificaron los indicadores de bondad de ajuste de la raíz del cuadrado medio del error y el coeficiente de determinación ajustado, nivel de confiabilidad de los estimadores ( $p = 0.05$ ), supuestos de normalidad, heterosedasticidad y autocorrelación de los residuos con la prueba de Shapiro Wilk, de manera grafica en la distribución de residuales y el indicador de Durbin Watson, respectivamente. Los modelos de tipo potencial y Schumacher explicaron entre 50.9 y 99.0% del d, h, dc y v. Los valores en los sesgos y la diferencia agregada en porcentaje mostraron que las ecuaciones son confiables y pueden utilizarse para la cuantificación y evaluación de talas ilegales, afectaciones en caso de desastres naturales, apoyo en los inventarios forestales, elaboración de planes de manejo forestal y evaluación de tratamientos.

**Palabras clave:** Bosque tropical, cortas clandestinas, ecuaciones de predicción, evaluación de huracanes, manejo forestal.

**ABSTRACT.** Chacteviga wood (*Caesalpinia platyloba* S. Watson) is of great commercial value to the sawmill industry. Allometric relationships quantitatively describe the changes in the relative dimension of two variables of the same individual. The objective of this study was to adjust allometric relationships to predict variables of commercial interest such as normal diameter (d), total height (h), crown diameter (dc) and volume (v) as a function of stump diameter (dt) and d from chacteviga in the center and south of Quintana Roo. Dasometric data from 316 trees were adjusted using the maximum likelihood method with Proc Model in SAS<sup>®</sup> to 14 models that predict variables based on dt and d. For the selection of the models, the indicators of goodness of fit of the root of the mean square of the error and the adjusted coefficient of determination, the level of reliability of the estimators ( $p = 0.05$ ), assumptions of normality, heterosedasticity and autocorrelation of the residuals were verified with the Shapiro test. Wilk, graphically in the distribution of residuals and the Durbin Watson indicator, respectively. The potential type and Schumacher models explained between 50.9 and 99.0% of the d, h, dc and v. The values in the biases and the added difference in percentage showed that the equations are reliable and can be used for the quantification and evaluation of illegal logging, effects in the event of natural disasters, support in forest inventories, preparation of forest management plans and evaluation of treatments.

**Key words:** Tropical forest, illegal logging, Prediction equations, assessment of hurricanes, forest management.

## INTRODUCCIÓN

En el estado de Quintana Roo hay 5 084 300 ha de superficie total, de las cuales el 93.1% se consideran forestales y el 9.5% cuentan con manejo forestal permanente (SEMARNAT 2013). De la superficie bajo manejo, se obtienen alrededor de 51 947 m<sup>3</sup> de madera en rollo (m<sup>3</sup> r) divididos en dos grupos de especies; preciosas con 4 807 m<sup>3</sup> r, en donde se encuentra la caoba (*Swietenia macrophylla* King), y comunes tropicales con 47 139 m<sup>3</sup>r, donde se ubica el chacteviga (*Caesalpinia platyloba* S. Watson) (SEMARNAT 2017). En las áreas con manejo forestal u otras áreas con presencia de estas especies, las cortas clandestinas con fines de uso doméstico o comercial son comunes, por lo que, para la cuantificación del claudestineaje, arbolado muerto por incendios, desastres naturales como huracanes o revisiones en áreas bajo manejo, es necesario conocer el diámetro normal (d), altura (h) o el volumen (v), para caracterizar la estructura del arbolado original y estimar los volúmenes extraídos (López *et al.* 2003, Pompa-García *et al.* 2011). Lo anterior, se logra con el empleo de modelos alométricos que estiman el d y h en función del diámetro del tocón (dt) y una tarifa de volumen que dependa del d, dt o d y h (Diéguez *et al.* 2003).

Un modelo es la representación abstracta de algún aspecto de la realidad (Regalado 2008). En la ciencia forestal y en general en el área ecológica, el ajuste y aplicación de modelos que predicen variables de árboles individuales son utilizados cada vez más, ya que pueden reconstruir las relaciones funcionales, dinámica de crecimiento o rendimiento por medio de cualquier otra variable de un mismo individuo (Hernández-Ramos 2019). Las proporciones entre el d o dt con la h o altura de fuste limpio (hfl), diámetro de copa (dc), v y biomasa (b), obedecen a una regla de proporcionalidad que es la misma para todos los árboles que viven en condiciones iguales (Archibald y Bond 2003, Bohlman y O'Brien 2006). Esto es un principio alométrico que permite predecir una medida de un árbol difícil de medir en función de otra de fácil medición, Por lo que, es una expresión que formaliza de forma cuantitativa dicha relación (Gayon 2000).

Para chacteviga, no se conocen estudios cuantitativos relacionados con la generación de modelos para describir la proporción entre las variables de un individuo, aun cuando la especie tiene importancia dentro del manejo forestal, aplicación de la normatividad y conservación del ecosistema tropical, en donde, para la especie solo se reporta el trabajo realizado por García-Cuevas *et al.* (2017), sobre la predicción del d, h y v a partir del dt de ocho especies tropicales de Quintana Roo, México. Debido a ello y que la información generada contribuirá a la planeación, administración y toma de decisiones de los bosques tropicales del estado de Quintana Roo, en la cuantificación de variables forestales de interés comercial de chacteviga para la elaboración de programas de manejo con mayor confiabilidad, el objetivo de la investigación fue ajustar relaciones alométricas para predecir variables de interés comercial como el d, h, dc y v en función del dt y d de chacteviga en el centro y sur de Quintana Roo, México.

## MATERIALES Y MÉTODOS

El área de estudio se ubica en el centro y sur del estado de Quintana Roo, en los ejidos de Bacalar, Caobas, Chacchoben, Laguna Om, Noh-bec, Nuevo Plan de la Noria, Petcacab y 18 de Marzo (Figura 1), localizados en los municipios de Bacalar, Felipe Carrillo Puerto y Othón P. Blanco, en selvas medianas subperennifolias y medianas subcaducifolia (Pennington y Sarukhán 2016). De acuerdo con la clasificación de Köppen, modificada por García (2004), el área se ubica dentro del clima cálido subhúmedo con temperatura media anual de 26 °C de clave Aw (x')i (INEGI 2016) con precipitación media de 1 300 mm (SEMARNAT-CONAFOR 2014). En general, el terreno es plano con lomeríos y donde predominan los suelos de tipo Luvisol, Rendzina y Lep-tosol (IUSS 2007) o Ya'ax hoom, Pus-lum y T'zekel, según la terminología maya (INEGI 2016), la región cuenta con una altitud promedio de 10 m (Bautista *et al.* 2012).

En 2016, se recolectó una muestra de 316 árboles de chacteviga, en los árboles en pie la medición se realizó en diámetros y alturas a diferentes

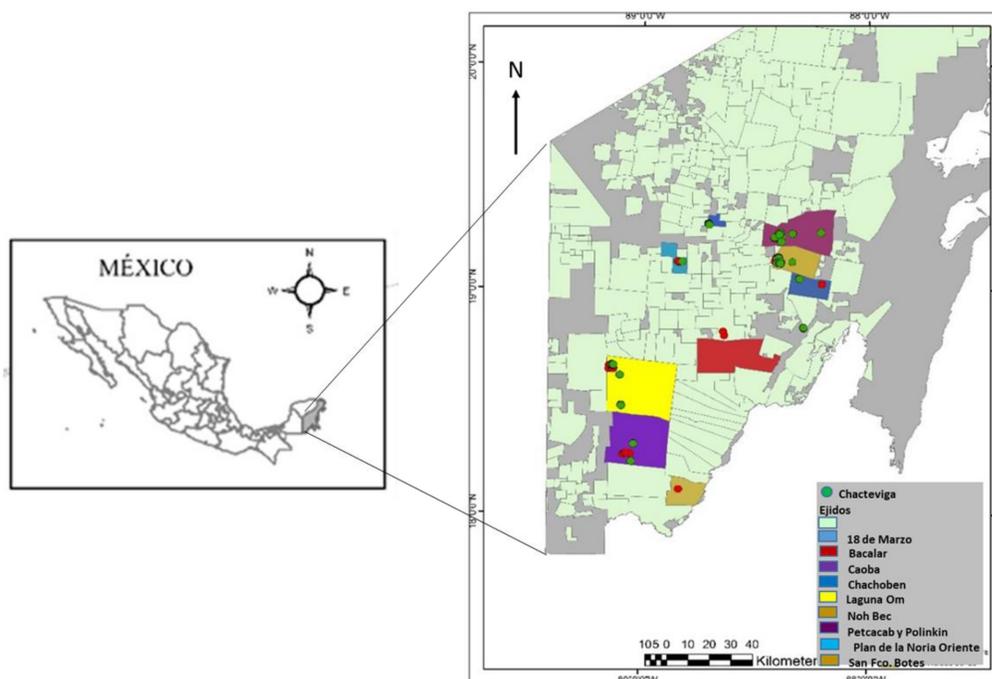


Figura 1. Localización del área de estudio donde se levanto la información dasométrica de *Caesalpinia platyloba* S. Watson (chacteviga) en Quintana Roo, México.

secciones sobre el fuste (dm y hm) de forma indirecta con un dendrómetro RD1000<sup>®</sup>, en tanto que, para el dt, d y diámetros (dm) a las alturas sobre el fuste de 0.3 m, 0.60 m, 0.90 m, 1.3 m y 2.5 m, se realizó con una cinta diamétrica para cuantificar las dimensiones de cada árbol. La selección de los árboles se realizó por categoría diamétrica, con la finalidad de representar un intervalo amplio de diámetros normales y alturas totales. Como subproductos para la elaboración de leña y para estimar el volumen total árbol, se midieron las ramas con diámetro de la base mayor de 5 cm y a partir de ahí, secciones de 2.5 m de longitud hasta la punta. El volumen de cada sección, se calculó con la fórmula de Smalian y la punta se cubió como un cono, el volumen de fuste limpio (vfl) se determinó al considerar la suma de todas las secciones del árbol hasta la altura de la primera rama viva, el volumen de fuste total (vft) del árbol como la suma de todas las secciones del árbol hasta el ápice (García-Cuevas et al. 2017) y el volumen total árbol (vta) se obtuvo al agregar al vft la sumatoria del volumen las ramas registradas, como se indica a continuación:

$$V_{trozas} = \left(\frac{g_0 + g_1}{2} * l_1\right) + \left(\frac{g_1 + g_2}{2} * l_2\right) + \dots + \left(\frac{g_{n-1} + g_n}{2} * l_n\right) \text{ y } V_{punta} = \left(\frac{g_n + l_n}{3}\right)$$

Dónde:  $V_{trozas}$  = Volumen de las trozas (m<sup>3</sup>),  $V_{punta}$  = Volumen de la punta (m<sup>3</sup>),  $g_0$  = Área basal del diámetro mayor de la troza (m<sup>2</sup>),  $g_1$  = Área basal del diámetro menor de la troza (m<sup>2</sup>),  $g_n$  = Área basal del diámetro de la punta (m<sup>2</sup>) y  $l$  = Longitud de la troza (m). Posterior a ello, se realizó un análisis gráfico mediante un diagrama de dispersión para identificar y excluir los datos atípicos que se ubican fuera de la tendencia general de la información, los cuales podrían ser un error de medición, registro o un árbol con características distintas a la población evaluada.

En el análisis de datos, se probaron modelos lineales y no lineales (Tabla 1) usados en estudios de biometría forestal que han demostrado resultados adecuados para predecir variables de interés forestal como lo son el d, h o v (Prodan et al. 1997, Pompa-García et al. 2011, Quiñonez et al. 2012, García-Cuevas et al. 2016, García-Cuevas et al. 2017). Se utilizó el método de Máxima Verosimilitud con información completa (fiml) para generar los valores de los estimadores y que estos fueran consistentes,

**Tabla 1.** Modelos predictivos del diámetro normal (dn), diámetro de copa (dc), altura total (h) y volumen del fuste (v) en función del diámetro del tocón (dt) y diámetro normal (d) para *Caesalpinia platyloba* S. Watson (chacteviga).

Relación	Identificador	Tipo	Modelo
d-dt	1	Lineal	$d = \beta_0 + \beta_1 dt$
	2	Cuadrático	$d = \beta_0 + \beta_1 dt^2$
	3	Potencial modificado	$d = \beta_0 dt \left(\frac{1.3}{dt}\right)^{\beta_1}$
	4	Polinómico de segundo orden	$d = \beta_0 + \beta_1 dt + \beta_2 dt^2$
h-dt	5	Schumacher no lineal	$h = \beta_0 e^{-\beta_1/dt}$
	6	Schumacher modificado	$h = 1.3 + \beta_0 e^{-\beta_1/dt}$
	7	Alométrico o potencial con intercepto	$h = \beta_0 + \beta_1 dt^{\beta_2}$
dc-dt	8	Alométrico o potencial	$dc = \beta_0 dt^{\beta_1}$
	9	Schumacher no lineal	$v = \beta_0 e^{-\beta_1/dt}$
v-dt	10	Alométrico o potencial	$v = \beta_0 dt^{\beta_1}$
	11	Exponencial	$v = \beta_0 e^{\beta_1/dt}$
	12	Alométrico o potencial	$v = \beta_0 d^{\beta_1}$
	13	Cuadrático	$v = \beta_0 + \beta_1 d^2$
v-d	14	Polinómico de segundo orden	$d = \beta_0 + \beta_1 d + \beta_2 d^2$
	15	Schumacher	$v = \beta_0 e^{-\beta_1/d}$

Dónde: d: diámetro normal (cm), dt: diámetro del tocón, dc: diámetro de copa, ht: altura del tocón, h: altura total (m), v: volumen total (m<sup>3</sup>), y  $\beta$ 's: parámetros a estimar, e: base de los logaritmos neperianos.

invariantes e insesgados, por lo que tienen la probabilidad más alta de ser cercanos a las cantidades que estimamos (Van-Trees 2002), mediante el procedimiento Model del paquete SAS 9.3<sup>®</sup> (SAS 2015).

Las ecuaciones se seleccionaron con base en los criterios de bondad de ajuste de la raíz del cuadrado medio del error (RCME), nivel de probabilidad en contra de la hipótesis nula de los estimadores ( $Pr > |t|$ ) y el coeficiente de determinación ajustado por el número de parámetros ( $R_{adj}^2$ ). Además, de verificar el cumplimiento de los supuestos de regresión de normalidad de los errores con la prueba de Shapiro-Wilk (SW) en donde valores cercanos a la unidad indican una distribución normal de la frecuencia de la información (Balzarini *et al.* 2008) y de forma gráfica para verificar la distribución de los residuales en donde no debe de aumentar de manera consistente el valor de los residuales a medida que la variable estimada incrementa sus dimensiones (SAS 2015).

En el caso del volumen, a medida que incrementa el d del árbol, también incrementa el v y la varianza de los residuales, por lo que, para corregir la heterocedasticidad fue incluido en los modelos una función potencial que pondera la varianza de los residuales (Álvarez-González *et al.* 2007):  $\sigma_i^2 = x_i^k$ .

El valor del exponente k fue determinado de acuerdo al método propuesto por Harvey (1976), el cual consiste en usar los residuales obtenidos del modelo sin ponderar ( $\hat{e}_i$ ) como variable dependiente en el modelo de varianza potencial de los residuos: ( $\hat{e}_i^2$ ) =  $x_i^k$ , por lo que se usó el  $\log(\hat{e}_i) = \alpha + k \log(x_i)$ . En este proceso, la variable independiente ( $x_i$ ) usada fue  $1/\sqrt{dt}$  y  $1/\sqrt{d}$ , mientras que, el factor de ponderación para lograr la igualdad de la varianza del error se incluyó en el ajuste mediante:  $\hat{e}^i = \hat{e}^j / \sqrt{x_i^k}$  (Álvarez-González *et al.* 2007, Crecente *et al.* 2010, Santiago-García *et al.* 2020). Una vez realizado el procedimiento, la evaluación de la presencia o ausencia de heterocedasticidad se evaluó con la prueba de Breusch-Pagan bajo la hipótesis nula ( $H_0 = \sigma_i^2 = \sigma^2$ ) de que los residuos son homoscedásticos (Breusch y Pagan 1979; Stankova y Dieguez-Aranda *et al.* 2013), donde si el valor de p-value de la prueba Breusch-Pagan es tan grande como 0.05, entonces la homogeneidad de varianza de los residuales se cumple (SAS 2015). Además, se hizo la comparación gráfica de la distribución de los residuos con y sin corrección. La autocorrelación de los errores se verificó con la prueba de Durbin Watson, donde el estadístico de la prueba indica que si el valor es cercano a 2 no hay autocorrelación (Durbin y Watson 1951, SAS 2015).

El error de predicción de los modelos, se verificó mediante el Sesgo promedio por estimación ( $\bar{E}$ ) y la diferencia Agregada en porcentaje (DA%) para la muestra (Dieguez-Aranda *et al.* 2003, Barrio *et al.* 2004, Trincado y Leal 2006). Para la validación, se usaron datos de 315 arboles tomados de inventarios forestales de tres ejidos y se compararon los promedios de los datos estimados y los predichos como dos poblaciones independientes, usando los métodos de Pooled y Satterthwaite que se basan en la verificación de variaciones de muestra, probando la hipótesis  $H_0: \mu_x \neq \mu_y$ , donde  $\mu_x$  es el promedio de los datos de estimados y  $\mu_y$  es el promedio de los datos predichos con las ecuaciones ajustadas para cada variable estudiada, en donde un valor  $Pr > t$  más pequeño proporciona una evidencia más fuerte en contra de la hipótesis nula (SAS 2015).

## RESULTADOS

En la Figura 2, se observan las tendencias de tipo lineal de la relación entre  $d$  y  $dc$  con el  $dt$ , cóncava para la  $h$  con el  $dt$ , y de tipo exponencial de los volúmenes en función del  $d$  y  $dt$ , donde se incluyeron las variables  $d$ ,  $h$ ,  $v$ ,  $dc$ ,  $vfl$ ,  $vft$  y  $vta$  en función de  $dt$ , y  $vfl$  y  $vta$  en función de  $d$ .

La estimación de los parámetros en los mejores modelos, así como los criterios de bondad de ajuste se muestran en el Tabla 2. De los modelos probados, los mejores ajustes se obtuvieron con el modelo 3 para predecir el  $d$ , en el caso de la  $h$  fue el de tipo Schumacher y para el  $dc$  el modelo potencial. Con base en el nivel de probabilidad en contra de la hipótesis nula de los estimadores ( $\alpha = < 0.0001$ ), en todos los casos se observa que los modelos son confiables, además, de que se minimiza la raíz del cuadrado medio del error, y se puede inferir que las ecuaciones predicen en forma insesgada las variables de estudio en función del  $dt$  (Tabla 2). Otro criterio para comprobar la bondad de ajuste de los modelos es el valor del  $R^2_{adj}$ , en estos casos, el valor para el  $d$  se considera alto, ya que el modelo explica el 99% de la variación de los datos, en cuestión de  $h$  y  $dc$ , las ecuaciones solo describen el 71.3 y 69.3% de la variación, respectivamente.

Los mejores modelos obtenidos fueron:

$$d = 0.9779dt \left( \frac{1.3}{ht} \right)^{-0.1008}, h = 1.3 + 21.6931e^{-9.15097/dt} \text{ y } dc = 0.343191dt^{0.822983}$$

De acuerdo con la prueba de SW (Tabla 3) en los tres casos el valor es cercano a 1 (0.97, 0.96 y 0.95), por lo cual, se puede asumir normalidad de los datos. La prueba de Breusch Pagan indica homocedasticidad de varianzas (Tabla 3 y Figura 3a, 3b y 3c), pero a su vez, el test de DW indica autocorrelación entre el  $d$ ,  $h$  y  $dc$  con el  $dt$ , aunque no se trata de variables que provienen de remediciones, información longitudinal o de una misma unidad experimental.

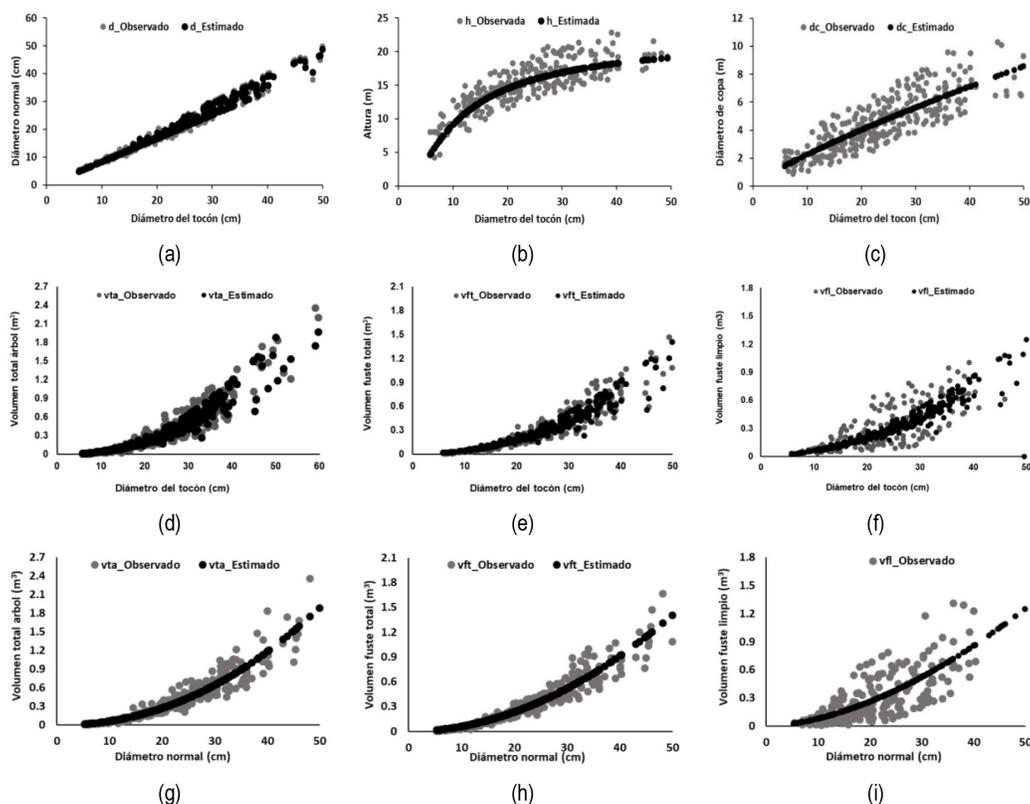
La desviación promedio de los valores predichos por el modelo respecto a los valores observados ( $\bar{E}$ ) es baja, ya que para árboles individuales se tiene una subestimación de 0.064 cm en  $d$ , 0.474 m en  $h$  y una sobrestimación de -0.004 m en  $dc$  al tomar de referencia el  $dt$ , y se observa una DA de 0.29, 3.12 y 0.09% para  $d$ ,  $h$  y  $dc$ , respectivamente (Tabla 3). Estos valores concuerdan con las Figuras 2a, 2b y 2c, donde se observa que la línea de los valores predichos se ajusta a los datos observados.

En los tres casos, los mejores modelos son de tipo potencial, el valor de los parámetros es significativo al 99% de confiabilidad ( $\alpha = < 0.01$ ), se minimiza el valor de la RCME y explican el 90.0, 89.6 y 50.9% para las variables  $vta$ ,  $vft$  y  $vfl$ , respectivamente en función del  $dt$  (Tabla 2). Los modelos adoptan la formas siguientes:

$$vta = 0.000178dt^{2.346894}, vft = 0.000417dt^{2.036367} \text{ y } vfl = 0.00114dt^{1.745548}$$

También la prueba de SW, indica que la distribución de residuales es normal para  $vta$ ,  $vft$  y  $vfl$  (SW = 0.92, 0.90 y 0.97); además, en los análisis de la prueba de Breusch Pagan y el gráfico de los residuales indiquen homogeneidad de varianzas una vez corregidos (Tabla 3). En las Figuras 4a, 4b y 4c, se observan los residuales sin corregir y en las Figuras 4d, 4e y 4f se identifican los residuales corregidos, los cuales tienen una escala menor y se apegan más alrededor de cero. Por su parte, los valores del indicador de Durbin Watson indican que no hay autocorrelación de los errores.

La medida de desviación en las estimaciones muestra un  $\bar{E}$  bajo y a nivel de árboles individuales



**Figura 2.** Dispersión de datos observados en función de dt para el d (a), h (b), dc (c), vfl (d), vft (e), vta (f), y en función del d para vfl (g), vft (h) y vta (i) para *Caesalpinia platyloba* S. Watson (chacteviga).

**Tabla 2.** Resumen del análisis de varianza de los modelos de mejor ajuste para predecir diámetro normal (dn), diámetro de copa (dc), altura total (h) y volumen del fuste (v) en función del diámetro del tocón (dt) y diámetro normal (d) en función del diámetro del tocón (dt) y diámetro normal (d) para *Caesalpinia platyloba* S. Watson (chacteviga).

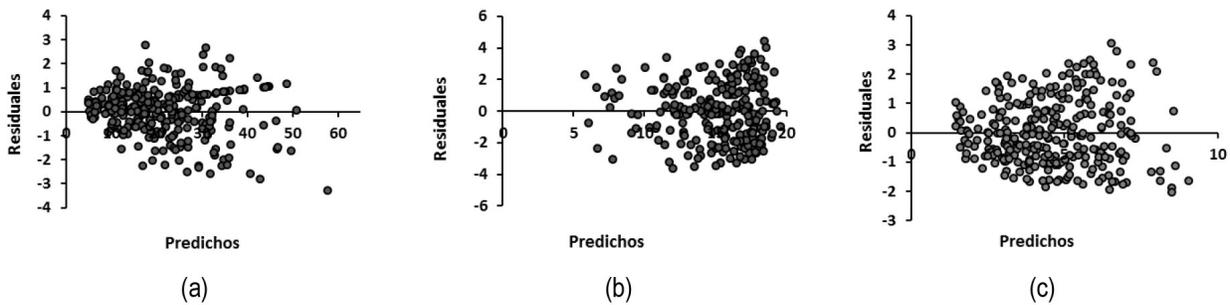
Función	Modelo	Parámetro	Estimador	Pr >  t	RCME	R <sup>2</sup> <sub>adj</sub>
d-dt	Potencial modificado	$\beta_1$	0.97690	< 0.0001	0.987	0.99
		$\beta_2$	-0.10080	< 0.0001		
h-dt	Schumacher modificado	$\beta_1$	21.69316	< 0.0001	1.820	0.71
		$\beta_2$	-9.15098	< 0.0001		
dc-dt		$\beta_1$	0.343191	< 0.0001	1.105	0.69
		$\beta_2$	0.822983	< 0.0001		
vfl-dt		$\beta_1$	0.00114	0.0231	0.191	0.50
		$\beta_2$	1.745548	< 0.0001		
vft-dt		$\beta_1$	0.000417	< 0.0001	0.096	0.89
		$\beta_2$	2.036367	< 0.0001		
vta-dt	Potencial modificado	$\beta_1$	0.000178	< 0.0001	0.088	0.90
		$\beta_2$	2.346894	< 0.0001		
vfl-d		$\beta_1$	0.000415	0.0177	0.0847	0.90
		$\beta_2$	2.063917	< 0.0001		
vft-d		$\beta_1$	0.000708	< 0.0001	0.091	0.91
		$\beta_2$	1.942492	< 0.0001		
vta-d		$\beta_1$	0.000493	< 0.0001	0.121	0.90
		$\beta_2$	2.110259	< 0.0001		

Pr>|t|: probabilidad de t, RCME: raíz del cuadrado medio del error, R<sup>2</sup><sub>adj</sub>: coeficiente de determinación ajustado.

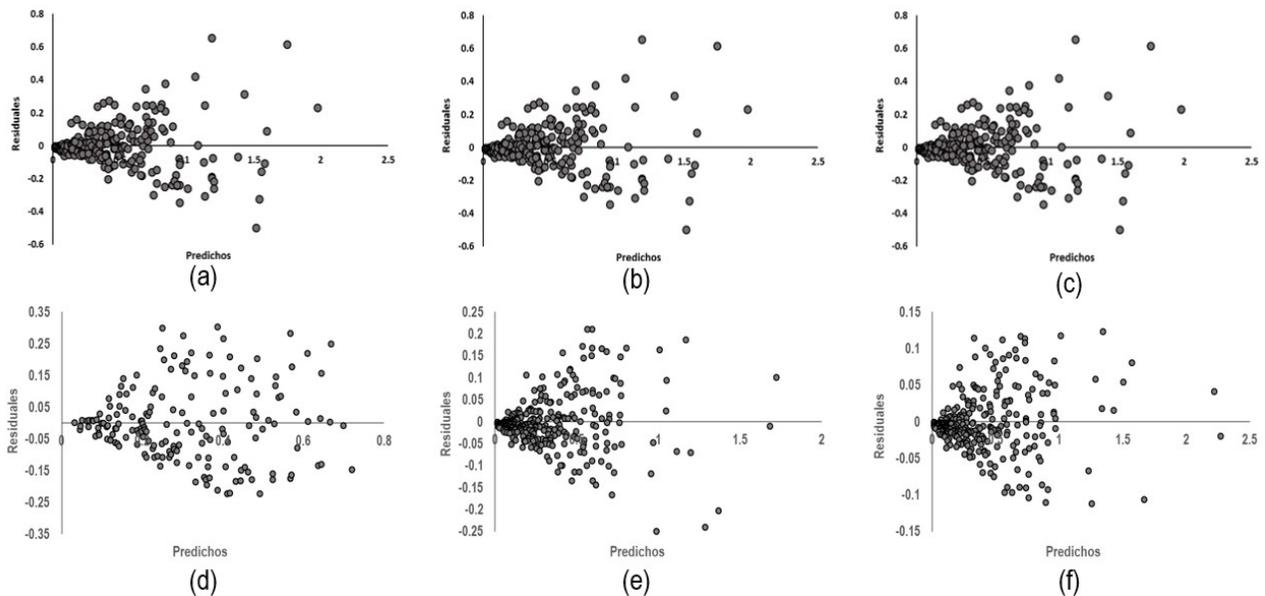
**Tabla 3.** Estadísticos de evaluación de la capacidad predictiva de los modelos de mejor ajuste para predecir diámetro normal (dn), diámetro de copa (dc), altura total (h) y volumen del fuste (v) en función del diámetro del tocón (dt) y diámetro normal (d) en función del diámetro del tocón (dt) y diámetro normal (d) para *Caesalpinia platyloba* S. Watson (chactevisa).

Función	Modelo	Normalidad		Heterocedasticidad		Autocorrelación DW	Ē	DA%
		SW	Prob	BP	Pr > ChiSq			
d-dt	Potencial modificado	0.97	< 0.0001	136.9	< 0.0001	1.1904	0.064	0.29
h-dt	Schumacher modificado	0.96	< 0.0001	229.4	< 0.0001	0.8191	0.474	3.12
dc-dt		0.95	< 0.0001	45.91	< 0.0001	1.2833	-0.004	0.09
vfl-dt		0.96	< 0.0001	37.85	< 0.0001	2.3243	0.000	1.36
vft-dt		0.89	< 0.0001	178.2	< 0.0001	1.7670	-0.010	3.27
vta-dt	Potencial modificado	0.89	< 0.0001	106.5	< 0.0001	1.8868	-0.002	0.62
vfl-d		0.88	< 0.0001	115.6	< 0.0001	2.0020	-0.002	0.88
vft-d		0.90	< 0.0001	113.1	< 0.0001	2.0943	-0.012	1.70
vta-d		0.92	< 0.0001	107.5	< 0.0001	2.0164	-0.014	3.76

SW: Shapiro Wilk; Prob: probabilidad; BP: Breusch-Pagan; Autoc: autocorrelación; DW: Durbin Watson; Ē: sesgo; DA%: diferencia agregada;



**Figura 3.** Dispersión de residuales para el d (a), h (b), dc (c) en función del dt para chactevisa.



**Figura 4.** Dispersión de residuales sin corregir vfl (a), vft (b), vta (c) y corregidos vfl (d), vft (e), vta (f) en función de dt para chactevisa.

subestima  $0.00082 \text{ m}^3$  para  $v_t$  y sobreestima en  $-0.01063$  y  $-0.00212 \text{ m}^3$  en el  $v_{ft}$  y  $v_{fl}$ , respectivamente, mientras que, la desviación agregada para la muestra es de 0.62, 3.27 y 1.36% para las variables de estudio (Tabla 3). En las figuras 2d, 2e y 2f, se observa la fidelidad de las predicciones a los datos observados. Lo que indica que estos modelos son válidos para predecir las variables analizadas en función del  $dt$  con un alto grado de confiabilidad.

El modelo potencial fue mejor para predecir las variables de estudio en función del  $d$ , ya que, muestra todos sus parámetros significativos al 99% de confiabilidad ( $\alpha = < 0.01$ ), minimiza el valor de la RCME y explica la variabilidad de la información utilizada con 89.8, 90.6 y 90.2% al estimar  $v_t$ ,  $v_{ft}$  y  $v_{fl}$  en función del  $d$  para chacteviga en Quintana Roo, México. Además, no se observaron violaciones en los supuestos de regresión de normalidad con la prueba de Shapiro Wilk, con valores de 0.89, 0.89 y 0.88, para  $v_t$ ,  $v_{ft}$  y  $v_{fl}$ , respectivamente. La prueba de Breusch Pagan y los gráficos para verificar la heterocedasticidad de los residuales corregidos no indican problemas de heterocedasticidad (Tabla 3), ya que las Figuras 5a, 5b y 5c en donde se observan los residuales sin corregir, con respecto a la distribución de los residuales corregidos por la variable de ponderación (Figuras 5d, 5e y 5f), se observan a una mayor escala y amplitud con respecto a cero. Los modelos por variable se presentan a continuación:

$$v_t = 0.000493d^{2.110259}, v_{ft} = 0.000708d^{1.942492} \text{ y } v_{fl} = 0.000415d^{2.063917}$$

En la Tabla 3, se presentan las medidas de desviación de las estimaciones, donde el sesgo indica que existe una sobreestimación del modelo de forma individual en el  $v_t$ ,  $v_{ft}$  y  $v_{fl}$  de  $-0.00204 \text{ m}^3$ ,  $-0.001286 \text{ m}^3$  y  $-0.00204 \text{ m}^3$ , respectivamente, y una DA de 3.76, 1.70 y 0.88% para la muestra (Tabla 3). Esta situación se ratifica en las figuras 2g, 2h y 2i, donde se observa que los valores predichos se ajustan a los datos observados.

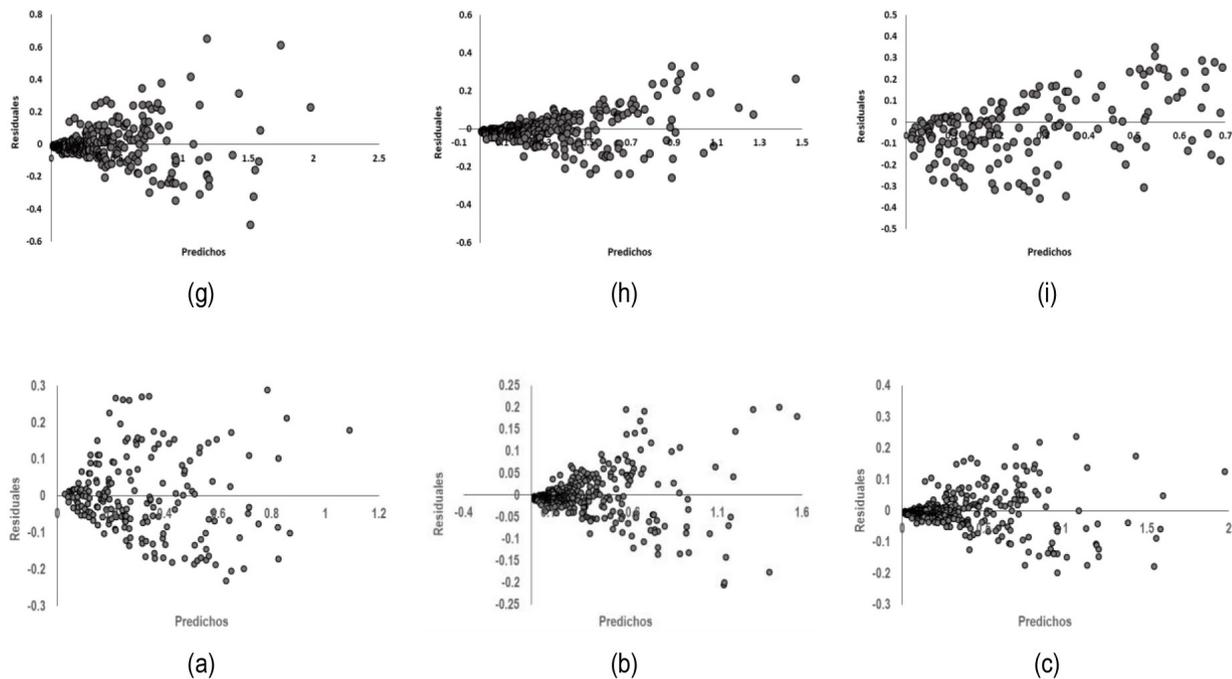
En la Tabla 4, se observan los resultados de las pruebas de  $t$  de la comparación de los promedios de los datos estimados y los predichos. De acuerdo a los resultados, en todos los casos los promedios no son diferentes entre sí, por lo que las ecuaciones son

válidas para realizar las predicciones de las variables de estudio.

## DISCUSIÓN

Con las ecuaciones obtenidas fue posible predecir con cierto nivel de confiabilidad las variables dasométricas de *Caesalpinia platyloba* S. Watson (chacteviga) dentro de un rango de categorías diamétricas de 5 a 50 cm y alturas de 5 a 25 m, aun cuando las relaciones alométricas de  $d$ ,  $h$  y  $dc$  en función del  $dt$  presentaron valores en la prueba de DW alrededor de 1, lo cual se puede interpretar como producto de la presencia de autocorrelación entre variables ajustadas producto de la inferencia de factores externos que no se controlan en este tipo de estudios, las cuales son determinantes para obtener varores inferiores a 1.5 en este estadístico, además de que existen una zona de indefinición de la presencia de autocorrelación para valores en este estadístico cercanos a la unidad para este tipo de información (Fuentes et al. 2001a y 2001b).

Los resultados del modelo potencial fueron mejores para estimar el  $d$  y  $dc$  en función del  $dt$ , lo cual coincide con lo reportado por Pompa-García et al. (2011) al proponer el modelo potencial para la estimación del  $d$  a partir de la inclusión de las dimensiones del tocón en *Pinus durangensis* Ehren. en el estado de Durango, misma expresión utilizada por García-Cuevas et al. (2016) para *Abies religiosa* (Kunt) Schldl. et. Cham. en Michoacán y por García-Cuevas et al. (2017) para ocho especies tropicales de Quintana Roo, en donde para todos los casos se explico más del 92% de la variabilidad de la información utilizada. De acuerdo a los descrito por Pompa-García et al. (2011) al derivar y explicar este modelo y con base en los valores obtenidos en los parámetros podemos observar que el  $d$  y  $dc$  incrementan en 0.98 y 34.32 cm por cada centímetro registrado en el  $dt$ . Mientras que, el modelo de Schumacher modificado que incluye una interceptada de 1.3, la que significa que la  $h$  será igual a 1.3 m cuando el  $d$  sea igual a cero y un parámetro asintótico o altura máxima posible representado por el primer parámetro (Hernández-Ramos et al. 2019), fue el mejor para



**Figura 5.** Dispersión de residuales sin corregir vfl (a), vft (b) y vta (c) y corregidos para vfl (d), vft (e) y vta (f) en función del d para chacteviga.

**Tabla 4.** Estadísticos de validación para los modelos de mejor ajuste para predecir diámetro normal (dn), diámetro de copa (dc), altura total (h) y volumen del fuste (v) en función del diámetro del tocón (dt) y diámetro normal (d) en función del diámetro del tocón (dt) y diámetro normal (d) para *Caesalpinia platyloba* S. Watson (chacteviga).

Variable	Media	Límites de confianza		Error Stdr	Método	Varianzas	GL	Valor t	Pr >  t
		LI	LS						
d-dt	25.60	24.04	27.16	0.7936	Pooled	Equal	628	3.49	0.0005
d-dt	21.99	20.68	23.29	0.663	Satterthwaite	Unequal	609	3.49	0.0005
h-dt	11.93	11.59	12.28	0.176	Pooled	Equal	628	-6.25	< 0.0001
h-dt	13.64	13.23	14.04	0.207	Satterthwaite	Unequal	612	-6.25	< 0.0001
vfl-dt	0.445	0.397	0.494	0.024	Pooled	Equal	628	4.14	< 0.0001
vfl-dt	0.321	0.287	0.355	0.017	Satterthwaite	Unequal	565	4.14	< 0.0001
vfl-dt	0.468	0.412	0.52	0.028	Pooled	Equal	628	1.95	0.0515
vfl-dt	0.401	0.363	0.43	0.019	Satterthwaite	Unequal	547	1.95	0.0515
vft-d	0.674	0.593	0.75	0.040	Pooled	Equal	628	3.78	0.0002
vft-d	0.491	0.440	0.542	0.025	Satterthwaite	Unequal	531	3.78	0.0002
vft-dt	0.6744	0.5939	0.755	0.0409	Pooled	Equal	628	5.54	< 0.0001
vft-dt	0.4165	0.3727	0.4602	0.0222	Satterthwaite	Unequal	484	5.54	< 0.0001
vta-d	0.8094	0.7128	0.9061	0.0491	Pooled	Equal	628	3.04	0.0025
vta-d	0.6261	0.5573	0.6949	0.035	Satterthwaite	Unequal	567	3.04	0.0025
vta-dt	0.8094	0.7128	0.9061	0.0491	Pooled	Equal	628	4.44	< 0.0001
vta-dt	0.5484	0.4849	0.612	0.0323	Satterthwaite	Unequal	543	4.44	< 0.0001

LI: límite inferior; LS: límite superior; Stdr: estándar; GL: grados de libertad; t: t se Student; Pr > |t|: nivel de probabilidad en contra de la hipótesis nula.

predecir la h en función del dt. Lo que concuerda con los resultados que reporta García-Cuevas et al. (2017) al ajustar modelos que predicen el d, h y v función del dt para ocho especies tropicales y por Hernández-Ramos et al. (2019) al modelar la h en

función del d para *Bucida buceras* L., ambos en Quintana Roo, México con sesgos menores a 0.50 m en cada estimación.

En las ecuaciones para la predicción de h y dc, se obtuvieron ajustes más bajos en compara-

ción con los valores obtenidos para otras variables. Pero los resultados son similares a los obtenidos por Quiñonez *et al.* (2012), quienes reportan coeficientes de determinación con valores de entre 0.44 a 0.77 al ajustar un modelo de tipo lineal para especies de los generos *Pinus* y *Quercus*. Mientras que, Diéguez *et al.* (2003) señalan que existen limitaciones para ajustar este tipo de modelos alométricos para las mismas variables en *Pinus pinaster* Aiton., *Pinus radiata* D. Don y *Pinus sylvestris* L. en Galicia, España. De igual manera, el valor del coeficiente de determinación que se reporta en el modelo propuesto para estimar el dc en función del d de *Casuarina equisetifolia* L. por Benítez-Naranjo *et al.* (2003), quienes reportan que la expresión explica el 85% de la variación de los datos. Lo que indica que, específicamente para estas variables, es difícil ajustar un modelo con el que se obtengan resultados satisfactorios.

Para el volumen, se observó que a medida que incrementaba el d de los árboles, también incrementa el v y la varianza de los residuales, por lo que se tuvo que aplicar una ponderación de la varianza de los residuales de acuerdo al método propuesto por Harvey (1976), como lo hicieron Álvarez-González *et al.* (2007), Crecente *et al.* (2010) y Santiago-García *et al.* (2020). De esta forma, se pudo corregir la heterocedasticidad en los modelos, la cual se evaluó con la prueba de Breusch-Pagan (Breusch y Pagan 1979, Stankova y Dieguez-Aranda *et al.* 2013). Además, la comparación gráfica de la distribución de los residuos con y sin corrección, indica que los residuos disminuyeron su valor y se distribuyen mejor alrededor de cero, situación que concuerda con lo reportado al emplear este mismo procedimiento por Hernández-Ramos *et al.* (2017) al ajustar modelos alométricos basados en las dimensiones del d y h para estimar la biomasa aérea en *Eucalyptus urophylla* S. T. Blake.

Los valores obtenidos en el coeficiente de determinación ajustado para las ecuaciones de volúmenes estimados en función del dt y d, cumplen con lo expresado por Gujarati y Porter (2010), quien planteó que en este tipo de estudios un modelo es satisfactorio cuando el valor del coeficiente es de aproximadamente 0.80 o lo propuesto por Alder

(1980) quien menciona que una ecuación aceptable tiende a presentar valores mayores de 0.70. Por lo que los resultados concuerdan con lo reportado por Benítez-Naranjo *et al.* (2003) quienes utilizan este tipo de expresiones en plantaciones forestales con coeficientes alrededor de 0.90, y con Ramírez *et al.* (2016) quienes obtuvieron un valor de ajuste superior a 0.97 en *Pinus ayacahuite* Ehrenb. ex Schldtl. en bosques bajo manejo.

De forma general, las desviaciones promedio obtenidas a nivel de árbol son menores que las reportadas por García-Cuevas *et al.* (2017), quienes al utilizar los mismos modelos para ocho especies que crecen en condiciones semejantes a donde se desarrolla la especie estudiada, obtuvieron valores en la RCME superiores en el ajuste de las relaciones alométricas entre de d-dt, h-dt y v-dt, de 2.10 cm, 2.18 m y 0.16 m<sup>3</sup>, respectivamente. Mientras que, García-Cuevas *et al.* (2016) para *Abies religiosa* reportan un sesgo de 1.1 cm al estimar el d en función del dt; pero son superiores a los valores del sesgo promedio por estimación reportados por Quiñonez *et al.* (2012) para -dt, h-dt y v-dt en cinco especies del género *Pinus*.

## CONCLUSIONES

El modelo de alométrico modificado permitió predecir la relación funcional entre el diámetro normal a partir del diámetro del tocón y la altura del tocón, el mejor modelo para predecir la altura total fue el de Schumacher modificado con un intercepto. Mientras que la predicción del diámetro de copa y volumen de los árboles tuvo los mejores resultados con el modelo alométrico para *Caesalpinia platyloba* S. Watson (chacteviga) en el estado de Quintana Roo, México. Las ecuaciones pueden ser usadas para la cuantificación y evaluación de recursos en áreas donde se han realizado cortas clandestinas, incendios forestales o zonas afectadas por huracanes, además pueden ser empleadas como apoyo en los inventarios y en la elaboración de planes de manejo forestal.

## AGRADECIMIENTOS

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo en la Convocatoria CO1-2013 del Fondo Sectorial para la Investigación, el Desarrollo y la Innovación Tecnológica Forestal. Al Instituto Tecnológico de el Salto (ITS) por el financiamiento del proyecto “Desarrollo de un sistema biométrico para la planeación del manejo forestal de los ecosistemas con potencial maderable en México”.

Al ITS que con base en el Convenio de Colaboración y Asignación de Recursos celebrado con el Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias (INIFAP), financió la etapa de la toma de datos de campo del proyecto “Desarrollo de un sistema biométrico para la planeación del manejo forestal de los ecosistemas con potencial maderable en México”. Al Dr. Gilbert Herrera Cool del INIFAP, Campo Experimental Chetumal por realizar la traducción del resumen al inglés.

## LITERATURA CITADA

- Alder D (1980) Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento con referencia especial en los trópicos: predicción del rendimiento. FAO Montes Estudio 22/2. Vol. 2. Roma Italia. 118p.
- Álvarez-González JG, Rodríguez-Soalleiro R, Rojo-Alboreca A (2007) Resolución de problemas del ajuste simultáneo de sistemas de ecuaciones: heterocedasticidad y variables dependientes con distinto número de observaciones. Cuadernos de la Sociedad Española de Ciencias Forestales 23: 35-42.
- Archibald S, Bond W J (2003) Growing tall vs growing wide: tree architecture and allometry of *Acacia karroo* in forest, savanna, and arid environments. *Oikos* 102: 3-14.
- Balzarini MG, González L, Tablada M, Casanoves F, Di Rienzo JA, Robledo C W (2008) Infostat: Manual del Usuario. Editorial Brujas, Córdoba, Argentina. 336p.
- Barrio AM, Álvarez G JG, Díaz-Maroto HIJ (2004) Elaboración de una tarifa con clasificación de productos para *Quercus rubur* L. en Galicia, basada en un modelo de volumen porcentual. *Investigación Agraria. Sistemas y Recursos Forestales* 13: 506-517.
- Bautista F, Maldonado D, Zinck JA (2012) La clasificación maya de suelos. *Ciencia y Desarrollo* 38: 64-79
- Benítez-Naranjo JY, Rivero-Vega M, Vidal-Corona A, Rodríguez-Rodríguez J, Álvarez Rivera RC (2003) Estimación del diámetro normal a partir del diámetro del tocón en plantaciones de *Casuarina equisetifolia* Forst. en la provincia Camaquëy, Cuba. *Investigación Agraria. Sistemas y Recursos Forestales* 12: 37-51.
- Bohlman S, O'Brien S (2006) Allometry, adult stature and regeneration requirement of 65 tree species on Barro Colorado Island, Panama. *Journal of Tropical Ecology* 22: 123-136.
- Breusch TS, Pagan AR (1979) A simple test for heteroscedasticity and random coefficient variation. *Econometrica* 47: 1287-1294.
- Crecente CF, Tomé M, Soares P, Diéguez-Aranda U (2010) A generalized nonlinear mixed-effects height-diameter model for *Eucalyptus globulus* L. in northwestern Spain. *Forestry Ecology and Management* 259: 943-952.
- Diéguez AU, Barrio AM, Castedo DF, Balboa MM (2003) Estimación del diámetro normal y del volumen del tronco a partir de las dimensiones del tocón para seis especies forestales comerciales de Galicia. *Invest. Investigación Agraria. Sistemas y Recursos Forestales* 12: 131-139.
- Durbin J, Watson GS (1951) Testing for serial correlation in least squares regression II. *Biometrika* 38: 159-177.
- Fuentes ED, Troncoso JJ, Bonilla CA (2001a) Operaciones forestales y concentración de sedimentos en cauces naturales I: Formulación de un modelo matemático. *Bosque* 22: 15-24.

- Fuentes ED, Troncoso JJ, Bonilla CA (2001b) Operaciones forestales y concentración de sedimentos en cauces naturales II: Análisis de sensibilidad y comparación con otros modelos. *Bosque* 22: 25-27
- García E (2004) Modificaciones al sistema de clasificación climática de Köppen. 5<sup>a</sup> Ed. Instituto de Geografía. UNAM. 217p.
- García-Cuevas X, Herrera-Ávila V, Hernández-Ramos J, García-Magaña JJ, Hernández-Ramos A (2016) Ecuaciones para predecir el diámetro normal en función del diámetro del tocón para *Abies religiosa* (Kunt) Schldl. et. Cham. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 7: 95-103.
- García-Cuevas X, Hernández-Ramos J, Hernández-Ramos A, Quiñonez-Barraza G, Tamarit-Urias JC, García-Espinoza GG (2017) Predicción del diámetro normal, altura y volumen a partir del diámetro del tocón de especies tropicales. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 8: 90-116.
- Gayon J (2000) History of the concept of allometry. *American Zoologist* 40: 748-758.
- Gujarati DN, Porter DC (2010) *Econometría*. Quinta edición. Mc Graw Hill. 921 p.
- Harvey AC (1976) Estimating regression models with multiplicative heteroscedasticity. *Econometrica* 44: 461-465.
- Hernández-Ramos J, De los Santos-Posadas HM, Valdez-Lazalde JR, Tamarit-Urias JC, Ángeles-Pérez G, Hernández-Ramos A, Peduzzi A, Carrero O (2017) Biomasa aérea y factores de expansión en plantaciones forestales comerciales de *Eucalyptus urophylla* S. T. Blake. *Agrociencia* 51: 921-938.
- Hernández-Ramos J, Tamarit-Urias JC, García-Cuevas X, Hernández-Ramos A, Reynoso-Santos R, Reyes-Hernández V (2019) Modelos alométricos altura-diámetro para *Bucida buceras* (pukté) en Quintana Roo, México. *Bosque (Valdivia)* 40: 267-276.
- INEGI (2016) Anuario estadístico y geográfico de Quintana Roo 2016. Instituto Nacional de Estadística; Geografía e Informática. Gobierno del estado de Quintana Roo. México. 407p.
- IUSS (2007) Base referencial mundial del recurso suelo: Primera actualización. IUSS Grupo de trabajo WRB. Informe sobre los recursos mundiales de suelos No. 103. FAO. Roma. 117p.
- López SCA, Gorgoso VJ, Castedo DF, Rojo AA, Rodríguez SR, Álvarez GJG, Sánchez RF (2003) A height-diameter model for *Pinus radiata* D. Don in Galicia (Northwest Spain). *Annals of Forest Science* 60: 237-245.
- Pennington TD, Sarukhán KJ (2016) Árboles tropicales de México. Manual para la identificación de las principales especies. Ediciones científicas universitarias-Fondo de Cultura Económica. Ciudad de México. 523p.
- Pompa-García M, De los Santos-Posadas HM, Zepeda-Bautista ME, Corral-Rivas JJ (2011) Un modelo dendrométrico para estimación del diámetro normal a partir de las dimensiones del tocón. *Agrociencia* 45: 379-387.
- Prodan M, Peters R, Cox F, Real P (1997) *Mensura forestal*. Serie de investigación y evaluación en desarrollo sostenible. Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura (IICA), GTZ. San José, Costa Rica. 561p.
- Quiñonez B G, Cruz C F, Vargas L B, Hernández FJ (2012) Estimación del diámetro, altura y volumen a partir del tocón para especies forestales de Durango. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 3: 23-39.
- Ramírez-Martínez A, Santiago-García W, Quiñonez-Barraza G, Ruíz-Aquino F, Martínez-Antúnez P (2016) Modelos de volumen fustal para *Pinus ayacahuite* Ehren. *Revista Mexicana de Agroecosistemas* 3: 61-74.

- Regalado M, Peralta R AE, González R CA (2008) Cómo hacer un modelo matemático. *Temas de Ciencia y Tecnología* 12: 1-18.
- Santiago-García W, Jacinto-Salinas AH, Rodríguez-Ortiz G, Nava-Nava A, Santiago-García E, Ángeles-Pérez G, Enríquez-del Valle JR (2020) Generalized height-diameter models for five pine species at Southern Mexico. *Forest Science and Technology* 16: 49-55.
- SAS (2015) SAS/STAT® 14.1 User's Guide. SAS Institute Inc. Cary, NC: <https://support.sas.com/documentation/onlinedoc/stat/141/nlmixed.pdf>. Fecha de consulta: 5 de marzo de 2019.
- SEMARNAT (2013) Anuario estadístico de la producción forestal 2012. Primera edición 2014. Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales. México. 236p.
- SEMARNAT-CONAFOR (2014) Inventario Estatal Forestal y de Suelos - Quintana Roo 2013. Colección de inventarios estatales forestales y de suelos 2013-2014. Jalisco, México: Editorial Prometeo. 125p.
- SEMARNAT (2017) Anuario estadístico de la producción forestal 2016. Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales. Ciudad de México. 228p.
- Stankova TV, Diéguez-Aranda U (2013) Height-diameter relationships for Scots pine plantations in Bulgaria: optimal combination of model type and application. *Annals of Forest Research* 56 (1): 149-163.
- Trincado G, Leal DC (2006) Ecuaciones locales y generalizadas de altura-diámetro para pino radiata (*Pinus radiata*). *Bosque* 27: 23-34.
- Van-Trees HL (2002) Optimum array procesing. Part IV of detection, estimation, and Modulation Theory. John Wiley & sons, Inc. Primera Edición. New York. 1443p.