

LAS AMBIGÜEDADES DE FREGE. UNA NUEVA MIRADA A LA RESEÑA DE FILOSOFÍA DE LA ARITMÉTICA DE E. HUSSERL

THE FREGE'S VAGUENESS. A NEW LOOK ON REVIEW OF E. HUSSERL'S *PHILOSOPHY OF ARITHMETIC*

Luis Alberto CANELA MORALES

El Colegio de Veracruz/ FFyL-UNAM México

luisanela25@gmail.com

ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-3740-5234>

RESUMEN: La publicación de *Filosofía de la aritmética* (1891) trajo consigo un notable avance en las investigaciones fenomenológicas de E. Husserl, a la vez que se abrió paso entre las indagaciones ya existentes sobre la fundamentación de las matemáticas. Fue precisamente dentro de esta constelación de publicaciones donde se originó una de las polémicas filosóficas más interesantes de las postrimerías del siglo XIX: la recensión de *Filosofía de la aritmética* hecha por Frege en 1894. Lo que ofreceré en este texto son algunas claves de interpretación que permitirán hacer una revisión juiciosa de aquellos aspectos filosóficos no vistos por Frege en su crítica. Todo ello a través del intercambio epistolar entre ambos, de la exposición de la reseña de 1894 y de las recensiones de *Filosofía de la aritmética* que han permanecido desconocidas hasta ahora.

PALABRAS CLAVE: Filosofía de la aritmética, Fenomenología, Filosofía analítica, Husserl, Frege

ABSTRACT: In his first book, *Philosophy of Arithmetic*, Edmund Husserl presents a careful examination of his early phenomenological analyses in order to explain what a concept of number is. Certainly, *Philosophy of Arithmetic* soon made its way among existing inquiries on the foundation of mathematics. It was precisely inside this group of publications that one of the most important philosophical controversies begun: the review of *Philosophy of Arithmetic*, made by Frege in 1894. The aim of this article is to show that Frege's reading of Husserl in review of *Philosophy of Arithmetic* contains a series of mistakes and confusions. In order to achieve this goal, we will present the aspects of Husserl's doctrine of number not considered by Frege.

KEYWORD: Philosophy of Arithmetic, Phenomenology, Analytic Philosophy, Husserl, Frege

1. Introducción y breve estado de la cuestión

La publicación de *Filosofía de la aritmética* (1891)¹ trajo consigo un notable avance en las incipientes investigaciones fenomenológicas del joven Edmund Husserl. Con un propósito bien definido, *Filosofía de la aritmética* se convirtió en una referencia particular y controversial entre las indagaciones ya existentes sobre la fundamentación de las matemáticas. Justo al interior de esta constelación de publicaciones es donde se originó una de las polémicas filosóficas más interesante de las postrimerías del siglo XIX: la reseña de *Filosofía de la aritmética* hecha por Frege (de ahora en adelante “la reseña de 1894”). La importancia de esta reseña es que en ella parecen apoyarse dos interpretaciones filosóficas diametralmente opuestas. Por un lado, aquellos que señalan que *Filosofía de la aritmética* es una obra encallada dentro de un psicologismo que solo Frege pudo develar (Føllesdal, 1958; H. Dreyfus y Hall, 1987; M. Dummet, 1981) y, por otro lado, aquellos que creen encontrar en *Filosofía de la aritmética* cierto enfoque pre-fenomenológico que, con independencia de Frege, evidenciaría una ruta filosófica ininterrumpida hasta la primera edición de las *Investigaciones lógicas* (Smith y McIntyre, 1984).

Estas dos interpretaciones filosóficas sobre la relación entre Husserl y Frege han tenido un efecto considerable en la lectura que se tiene tanto de *Filosofía de la aritmética* como de la siguiente obra de Husserl: las *Investigaciones lógicas*. De hecho, el número de artículos, libros, tesis de grados y artículos de divulgación que se han dedicado a explorar dicha relación es bastante voluminoso. Enseguida enlisto una muestra representativa de estos escritos:

¹ Las referencias a la obra de Husserl se harán conforme a la siguiente edición: *Husserliana—Gesammelte Werke*, publicada originalmente por Martinus Nijhoff, luego por Kluwer Academic Publishers y actualmente por Springer. Para citar dicha edición emplearé la sigla “Hua”, seguida del tomo en números romanos y las páginas en números arábigos (p.ej. Hua X, 56). La correspondencia de Husserl se citará de siguiente manera: “Hua Dok III”, seguida de las páginas en números arábigos (p.ej. Hua Dok III, p. 115). En algunas ocasiones también se citan las obras correspondientes a *Husserliana Materialien*, estas se citarán como “Hua Mat”, seguida del tomo en números romanos y las páginas en números arábigos (p.ej. Hua Mat I, 55).

Año	Autor	Título
1934	Andrew Osborn	The Philosophy of Edmund Husserl
1958	Dagfinn Follesdal	Husserl und Frege: Ein Beitrag zur Beleuchtung der Entstehung der phänomenologischen Philosophie
1967	E. Pivcevic	Husserl versus Frege
1967	Henry Pietersma	Husserl and Frege
1972	Robert C. Solomon	Sense and Essence: Frege and Husserl
1975	David Smith y Ronald McIntyre	Husserl and intentionality: A study of mind, meaning, and language
1977	J. N. Mohanty	Husserl and Frege: A new look at their relationship
1978	Barry Smith	Frege and Husserl: The ontology of reference
1982	H.L. Dreyfus	Husserl, Intentionality and Cognitive Science
1985	J.J. Drummond	Frege and Husserl: Another look at the issue of influence
1987	R. Sokolowski	Husserl and Frege
1987	Donn Welton	Frege and Husserl on Sense
1988	Leila Haaparanta	Analysis as the Method of logical discovery: Some Remarks on Frege and Husserl
1989	Diana Maffia	Analogía entre el noema y el sentido fregeano
1989	Ignacio Angelelli	Husserl-Frege: filosofía del número
1994	Richard Tieszen	The Philosophy of Arithmetic: Frege and Husserl
1996	Francois Rivenc	Husserl, with and against Frege
2000	Guillermo Rosado Haddock y Claire Ortiz Hill	Husserl or Frege. Meaning, Objectivity, and Mathematics
2010	Mario Ariel González Porta	Psicologismo e idealismo en Frege y Husserl
2013	Stefania Centrone	Aspekte des Psychologismus-Streits: Husserl und Frege über Anzahlen und logische Gesetze
2017	Christian Beyer	Husserl and Frege on Sense

Puesto que no es mi interés asumir alguna de las dos interpretaciones filosóficas antes mencionadas, sino ofrecer una presentación juiciosa de aspectos y matices no vistos por Frege en su reseña tomando en consideración todas aquellas recensiones que recibió *Filosofía de la aritmética* y que han permanecido desconocidas hasta ahora, habré de presentar, primero, una brevísima exposición del intercambio epistolar entre Husserl y Frege; después describiré en líneas generales “la reseña de 1894”, seguida de un resumen de dichas recensiones para, finalmente, esbozar una serie de aclaraciones a las críticas de Frege. En esto es donde reside la originalidad de mi trabajo.

2. El intercambio epistolar entre Husserl y Frege

Es bien sabido que Husserl y Frege coincidieron, aunque no de modo personal, en dos momentos: en 1891 en Halle y en 1906 en Gotinga. Antes y después de la “decisiva” reseña de 1894. A partir de 1916-1918, el distanciamiento fue mayor dado que Husserl se trasladó a Friburgo y Frege se quedó en Jena. Según algunas de las periodizaciones históricas, para 1918 Husserl ya tenía un programa filosófico bastante definido (Sokolowski, 1964; Spiegelberg, 1982, Mohanty, 2008); mientras que Frege, para esas fechas, volvía a sus viejos apuntes para trabajar en lo que sería su obra cumbre: las *Investigaciones lógicas* (1919-1923). Lo anterior se puede resumir en la siguiente tabla (Angelelli, 1997: 31).

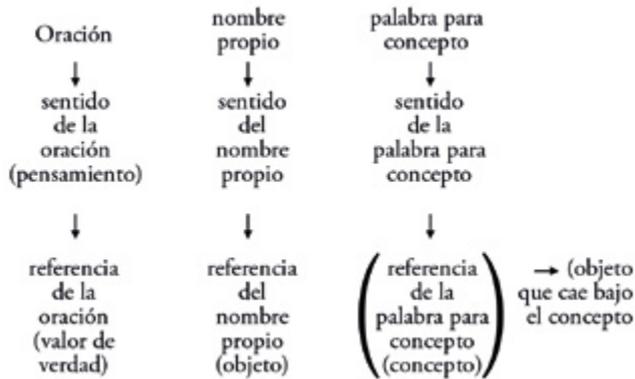
Fecha	Frege	Husserl
1884	<i>Fundamentos de la aritmética</i>	
1891		<i>Filosofía de la aritmética.</i>
Mayo de 1891	Carta a Husserl	Sección “El intento de Frege”
Julio de 1891		Carta a Frege
No antes de 1892	Versiones sobre Sentido y referencia de Frege	
1893		Respuesta a Frege
1894	Reseña de <i>Filosofía de la aritmética</i> de Husserl	
1900-1901		<i>Investigaciones lógicas</i>

Fecha	Frege	Husserl
1903-1904		Informe sobre escritos lógicos alemanes III, V
1906	Dos cartas a Husserl	Tres cartas a Frege
1936		Carta a Scholtz

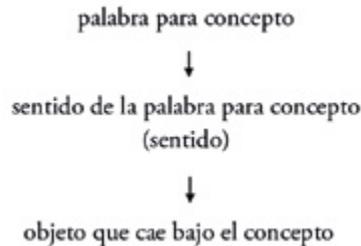
Como puede notarse, en la tabla se incluyen, además de la reseña de 1894, una serie de referencias y “simples” menciones entre ambos autores, intercambio de trabajos filosóficos y cartas. Comenzaré con la correspondencia² y con el intercambio de sus escritos.

En una carta a Scholtz del 19 de febrero de 1936, Husserl confiesa no recordar qué propició o motivó su intercambio epistolar con Frege. Lo que sí recuerda es que Frege, aunque agudo, no era muy fructífero ni como matemático ni como filósofo (Hua-Dok III/VI, p. 379). Lo que también se sabe es que en 1891 Husserl envió un ejemplar de *Filosofía de la aritmética* a Frege y ese mismo año Frege envió su *Conceptografía* a Husserl.. La primera carta entre ambos, del 24 de mayo de ese año, da prueba de este intercambio (Frege, 1980, p. 61). En esta carta también se deja en claro que Husserl, además de leer la *Conceptografía* y los *Fundamentos de la aritmética*, conocía los ensayos “Sobre concepto y objeto” y “Sobre función y concepto”. Frege, por su parte, además de estudiar *Filosofía de la aritmética*, también conoció los siguientes escritos de Husserl, “El cálculo inferencial y la lógica de contenidos” y la reseña del libro de Schröder, *Lecciones sobre el álgebra de la lógica* (ambos editados en Hua XXII). Del contenido filosófico de dicha carta sobresalen dos puntos: el primero se refiere a los dos esquemas que Frege esboza a fin de comprender la (difícil exposición y) relación entre un *concepto* y su *objeto* expuesta en *Filosofía de la aritmética*. El segundo punto alude al señalamiento de Frege de que en “[...] los *Fundamentos* aún no había ensayado la distinción entre sentido y referencia” (1980: 63). Analicemos únicamente la primera cuestión a la luz de los diagramas que Frege presenta en su carta:

² En Ortiz Hill (2013) puede encontrarse una presentación más detallada sobre la “historia” de las cartas entre Husserl y Frege.



Frege



Husserl

En el esquema que pertenece a Frege se puede observar la correlación permanente entre el sentido y *Bedeutung*, y el papel analógico de las oraciones, los nombres propios y las palabras conceptuales (o palabras para concepto). Dicho de otro modo: “el sentido de una oración es un pensamiento y su *Bedeutung* es un valor de verdad; para un nombre propio, el sentido se correlaciona con un objeto, que es la *Bedeutung* de dicho nombre; la *Bedeutung* de una palabra para concepto es el concepto en sí mismo a diferencia de su extensión [...]” (Benis-Sinaceur, 2015: 45). Lo anterior parece no tener lugar en el esquema que Frege hace de Husserl. De hecho, visto desde su perspectiva, en la propuesta de Husserl “tendrían que darse el mismo número de pasos para pasar de nombres propios a objetos que desde palabras para conceptos” (Frege, 1998:83), es decir, se supondría que se puede transitar de la *percepción de un objeto* a su *representación en un concepto* sin la mediación del *nombre propio*.

En la segunda carta, el 18 de julio de 1891, Husserl envía a Frege una suerte de reconocimiento y felicitación por lo logrado con sus *Fundamentos de la aritmética*. Asimismo, agradece el envío de los ensayos “Sobre las teorías formales de la aritmética” y “Sobre el propósito de la *Conceptografía*” (1980: 64-65). En esta carta, Husserl no profundiza en ningún tema de lógica o matemáticas en particular, solo se limita a señalar que no está del todo de acuerdo con lo expresado por Frege en sus *Fundamentos de la aritmética* —estos desacuerdos ya habían sido expuestos en los capítulos VI, VII y VIII de *Filosofía de la aritmética*— aunque reconoce la brillantez con que marca la diferencia entre el lenguaje y el cálculo, así como el rechazo de la aritmética formal como *una teoría* de la aritmética.

Con motivo del envío por parte de Husserl a Frege del quinto de sus “Reportes sobre escritos alemanes de lógica de los años 1895-1899” (Hua XXII), la tercera carta del 30 de octubre/1 de noviembre de 1906 contiene una serie de apuntes que dejan ver cierto reverdecimiento de la amistad filosófica entre ambos luego de casi quince años de la publicación de *Filosofía de la aritmética* y doce de la publicación de la reseña de 1894. Del contenido filosófico de esta carta sobresale el hecho de que Frege comience destacando la objetividad del pensamiento (*Gedanke*) ejemplificándolo con el conocido teorema de Pitágoras que se expresa como *un mismo* pensamiento para todos los hombres. A diferencia de las representaciones subjetivas, agrega Frege, los pensamientos están sujetos a leyes lógicas que nos permiten hacer uso de distinciones conceptuales relevantes.

Finalmente, la última carta, del 9 de diciembre de 1906, recoge algunos puntos de una carta anterior que Husserl habría enviado a Frege. Frege comienza intentando responder a una pregunta pendiente: ¿cómo sabemos que dos proposiciones expresan el mismo pensamiento? Según las cartas anteriores, el criterio lógico para responder a lo anterior debe fundarse en un tipo de inferencia que no nos haga aceptar otras proposiciones salvo las que sean verdaderas sin más (o que puedan ser reconocidas como evidentes). En resumen, el criterio que Frege ofrece es que dos proposiciones expresan el mismo pensamiento si y solo si afirman una misma verdad (en términos objetivos).

Hasta aquí la presentación de la correspondencia entre ambos autores. En lo que sigue expondré las principales críticas de Frege a Husserl.

3. La reseña de Frege a *Filosofía de la aritmética*

Gottlob Frege publicó su reseña sobre *Filosofía de la aritmética* en 1894. Publicada originalmente en el volumen 103 de la *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik*, la reseña es, en realidad, una respuesta a la exposición sobre sus *Fundamentos de la aritmética*, incluida en la sección “El intento de Frege”³ de *Filosofía de la aritmética*.

Lo dicho en la reseña parece de lectura simple, aunque en realidad es muy compleja y presenta ciertas dificultades para su interpretación. En ella se presentan al menos una docena de críticas; comento las más conocidas:

1. Ambigüedad definicional. Pluralidad (*Vielheit*), multiplicidad (*Mehrheit*), colección (*Inbegriff-Sammlung*), agregado (*Aggregat*) y conjunto (*Menge*) son todos sinónimos en *Filosofía de la aritmética* (Frege, 1990: 179).

La advertencia de Frege es que no podemos tomar por equivalentes los conceptos antes mencionados. Ya en los *Fundamentos de la aritmética* (1884, §§28, 29, 38 y 40) Frege había desacreditado el método que define el concepto de número a partir de su relación con los conceptos de “pluralidad”, “conjunto” y “agregado” precisamente por la exclusión del 0 y el 1. A juicio de Frege, *Filosofía de la aritmética* presenta un riesgo similar pues asume que son los conjuntos o pluralidades o agregados el origen del concepto de número.

2. Husserl no establece la distinción entre un concepto y la extensión de un concepto. De hecho, “el asunto sería eventualmente más claro si se estableciera una mejor distinción entre el caer bajo un concepto y la subordinación (*Unterordnung*)” (p. 179-180).

Según Frege, la correspondencia biunívoca no está presente en la obra de Husserl y, por tanto, imposibilita la aparición de una relación puramente lógica del tipo F es equinúmero (*gleichzählig*) a G . Hay que entender que para Frege

³ En ese apartado Husserl abiertamente señala que en los *Fundamentos de la aritmética* no existe un análisis lógico adecuado del concepto de número en términos de equinumerosidad. Según Husserl, la caracterización de Frege del concepto de número cardinal, en estrecha conexión con la noción de correspondencia uno-a-uno, es errónea. Esta imprecisión deja ver que Husserl tampoco interpretó correctamente el trabajo de Frege. En Canela Morales (2021) me encargo de explicitar lo anterior.

lo anterior, además de asegurar la existencia de una relación de equivalencia entre *F* y *lo que cae bajo F*, confirma que el conjunto de *componentes determinantes*, que describen las *propiedades* de los *objetos* que caen bajo él, fija un tipo de entidades que se identifica según su referencia lógica.

3. El enlace colectivo es una relación “mental” o un acto psíquico (p.180).

En la introducción a los *Fundamentos*, Frege presenta un requisito elemental que debe cumplir toda investigación acerca de la naturaleza de la aritmética: “se debe distinguir claramente lo lógico de lo psicológico, lo subjetivo de lo objetivo” (1884: p. x). Según Frege, esta condición no se cumple en *Filosofía de la aritmética* en cuanto al enlace colectivo se refiere, pues “[...] de acuerdo con la opinión del autor, [el enlace colectivo] es también una relación psíquica [...]” (p. 180). Así, de acuerdo con Frege, Husserl consideraría a la aritmética como una ciencia cuyos objetos de estudios son la intuición y la imaginación.

4. La interpretación husserliana del concepto de número es ingenua. Un enunciado numérico sólo se predica sobre un concepto o la extensión de un concepto, no sobre un conjunto como meros “algos” (p.180).

Frege dirige sus críticas al posicionamiento husserliano suponiendo que este parte de un emplazamiento naturalista, es decir, desde una postura que pretende alcanzar verdades aritméticas a través de proposiciones empíricas obtenidas por inducción. De manera particular, Frege rechaza que el número sea una idea o algo subjetivo, pues si el número es una idea da lo mismo decir que es una imagen y si es una imagen entonces la génesis de la representación sería una génesis subjetiva del número y, en consecuencia, el número no poseería una existencia objetiva.

5. No existe una clara diferencia entre una representación (objetiva) y una representación subjetiva (p.182).

Según Frege, el concepto de representación (*Vorstellung*) puede ser entendido de dos modos: (1) equívoco o subjetivo (representaciones psicológicas asociativas) y (2) objetivo (representación lógica). Si tenemos en cuenta esta particularidad, las expresiones del tipo: “*los objetos aritméticos se encuentran en la vida de conciencia*” o “*los objetos de orden superior tiene como base una representación*” parecerían fundadas sobre un andamiaje subjetivo o psicofísico. Según Frege, *Filosofía de la aritmética* parece admitir este tipo de compromisos psicológicos borrando con

ello “la diferencia entre representación y concepto, entre representar y pensar” (1990: 182).

6. La equinumerosidad y el concepto unívoco de uno-a-uno husserliano no supone una relación biyectiva, sino una relación falaz (p.183)

El análisis fregeano exige definir el número a partir de su propia biyectabilidad. Dicho de otro modo, se debe probar que la equinumerosidad de los conceptos F y G es condición materialmente necesaria y suficiente de la *igualdad* de los números asociados con F y G . A juicio de Frege, Husserl no explica qué se entiende por igualdad numérica y, por tanto, no define de manera lógica el número correspondiente a cada concepto.

7. El término sincategoremático “y”, en la cuenta por uno (uno y uno y uno...) no agrega nada a las oraciones numéricas. Además “[...] es notable que esta forma de enunciado numérico casi no ocurre en la vida ordinaria y, cuando ocurre, no se emite con la intención de que sea un enunciado numérico” (p.184-185).

De acuerdo con Frege, Husserl hace referencia al concepto de totalidad mediante los enunciados numéricos del tipo “algo y algo y algo” haciendo de la conjunción (“y”) una forma sintagmática que define la cardinalidad de un conjunto. En cierto sentido, Frege piensa que este tipo de procedimientos traduce un problema ontológico en uno lingüístico, esto es, en sentencias de la forma: “ $N = a$ y b y c y... x ” pasando por alto que en este tipo de enunciados no se dice, por ejemplo, que a y b y c sean *tres* entidades distintas, bien podría ocurrir que a y b y c sean la *misma* entidad, y con ello no contar nada.

8. Es imposible formar una “colección” o un “conjunto” sin que sus elementos tengan alguna relación (p.185-186)

Husserl pasa por alto que el concepto de número necesita de la representación unitaria de sus elementos contados. Dicho de otra manera: si bien la “y” de la expresión “algo y algo y algo” es relacional, esto no implica que sea conjuntiva, es decir, no implica (ni explica) la conexión de los elementos de una totalidad. Por ejemplo, no se puede representar la rojez, la Luna y Napoleón sin un tipo de unión.

9. Los números son resultado de procesos o actividades mentales (p.190).

Según Frege, Husserl mezcla nociones elementales que hacen de *Filosofía de la aritmética* un fracaso psicologista; conceptos como representación (*Vorstellung*) y concepto (*Begriff*) son tomados por igual y confundidos en cuanto a su aplicación se refiere.

10. La definición del número en términos de conjuntos, multiplicidades o pluralidades de unidades deja al 0 y al 1 fuera del dominio de los números.

Frege cree que para Husserl “cero” y “uno” son únicamente respuestas negativas a preguntas como: ¿qué hay? (nada); ¿cuántos hay? (ninguno, nada, no tantos); ¿cuándo? (nunca, jamás) y ¿dónde? (en ningún lado o parte). Esto indica, por un lado, que debido a la equívocidad con que se predica el término “multiplicidad” no habría razones suficientes para considerar que se tiene una multiplicidad a partir de la cuenta de dos unidades y, por otro lado, no habría nada negativo en respuestas como “cero” o “uno” (Stisman, 2016).

4. Las reseñas “olvidadas” de *Filosofía de la aritmética*

La reseña de 1894 obtuvo un reconocimiento casi inmediato en el horizonte de las exploraciones filosóficas posteriores. Sin embargo, esta no fue la única reseña que tuvo esta obra. Se sabe que *Filosofía de la aritmética* recibió al menos quince reseñas, todas publicadas entre 1891 y 1895.⁴ Incluso el propio Husserl las resguardó entre sus manuscritos (Ierna, 2012), resulta sorprendente que ninguna de ellas haya sido tomada en cuenta para matizar la presentación fregeana de *Filosofía de la aritmética*, y lo es aún más porque desde 1958 ya se sabía de la existencia de las reseñas de Franz Hildebrand y A. Elsas (Follesdal, 1958:9). Enlisto de inmediato todas las reseñas consignadas.

⁴ Usaré la edición y compilación hecha por Carlo Ierna (2012). Debo advertir que resumir todas las reseñas conlleva una dificultad: la brevedad en la explicación. Por esta razón, dejo abierta esta línea de trabajo para una posible disertación o trabajo de grado.

1. Carl Theodor Michaëlis, Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik XXIII/1 (1891), pp. 58–59.
2. Anónimo, Literarisches Centralblatt für Deutschland 8 (1892), pp. 238–239.
3. Jules Tannery, Bulletin des science mathematiques XVI (1892), pp. 239–245.
4. Frank Thilly, The Philosophical Review 1(3) (1892), pp. 327–330.
5. Paul Carus, The Monist II (1892), pp. 627–629.
6. Anónimo, Mind 1(4) (1892), pp. 565–566.
7. Ernest Lindenthal, Zeitschrift für das Realschulwesen (1893), pp. 104–107.
8. Heinrich Schotten, Zeitschrift für Mathematik und Physik (Historischliterarische Abtheilung) 38 (1893), pp. 88–90.
9. Franz Hillebrand, Göttingische gelehrte Anzeigen 4 (1893), pp. 175–180.
10. Albino Nagy, Rivista Italiana di Filosofia VIII/II (1893), pp. 243–245.
11. Alois Höfler, Zeitschrift für Psychologie und Physiologie der Sinnesorgane VI (1894), pp. 49–56.
12. Adolf Elsas, Philosophische Monatshefte 30 (1894), pp. 437–440.
13. Michael Glossner, Jahrbuch für Philosophie und spekulative Theologie (1894), pp. 235–239.
14. Friedrich Pietzker, Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht XXVI (1895), pp. 512–517.
15. Władysław Heinrich, Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie (1895), pp. 436–439.

Es verdad que no todas las reseñas presentan estudios completos o profundos. Por ejemplo, hay revisiones muy superficiales;⁵ meras paráfrasis a menudo sin referencias;⁶ meros listados de temas tomados del índice de contenido;⁷ resúmenes apenas aceptables;⁸ reseñas que exigen una presentación “más matemática y menos filosófica”⁹ y otras que ponen más atención a la relación (y ruptura) de Husserl con la Escuela de Brentano.¹⁰ Por encima de estos resúmenes, hay al menos siete recensiones muy significativas que se involucran profundamente con los temas y problemas que Husserl aborda en *Filosofía de la aritmética*. Cabe destacar que casi todos los críticos comentan el hecho de que este texto es sólo el primer volumen de un trabajo de mayor envergadura —algo que Frege ni siquiera toma en cuenta— y asumen, por tanto, que este primer trabajo allana el camino para un segundo volumen cuyos temas centrales serían la aritmética y la teoría general del signo. Desde estos “nuevos puntos de vista”, demostraré, en la última parte de este escrito, que es posible establecer un balance más objetivo del primer trabajo de Husserl. Presento un resumen de cada reseña.

1. Frank Thilly, *The Philosophical Review* 1(3) (1892), p. 327–330

A juicio de este autor, *Filosofía de la aritmética* muestra un compromiso significativo a propósito de un programa genuino sobre los fundamentos de la aritmética. Además, considera que su publicación sobresale entre los escasos recuentos sobre la filosofía de las ciencias hasta entonces conocidos. Asimismo, a Thylli le parece que el uso de una terminología no especializada hace que las páginas de *Filosofía de la aritmética* sean accesibles tanto para los matemáticos como para los filósofos (p. 206-207). En lo que se refiere a la metodología usada, Thylli no tiene ningún reparo en el hecho de que Husserl haya aceptado los resultados de la psicología descriptiva de Brentano. Asimismo, en cuanto al concepto de “enlace colectivo”, él reconoce que esta explicación le parece mucho más satisfactoria que la teoría de la abstracción usada por Bain y Mill. Finalmente, explica con detalle los últimos capítulos de *Filosofía de la aritmética* tomando muy en cuenta el papel que juegan las representaciones simbólicas, en

⁵ Las reseñas publicadas en la *Literarisches Centralblatt*, en *Mind* y *Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie*.

⁶ La reseña de Michael Glossner.

⁷ La reseña de H. Schotten.

⁸ La reseña de C. T. Michaëlis.

⁹ La reseña de Adolf Elsas.

¹⁰ La reseña de Albino Nagy.

tanto medios artificiales, para superar las imperfecciones de un intelecto finito. (p. 207-208).

2. Paul Carus, *The Monist* II (1892), p. 627–629

Paul Carus fue de los primeros en señalar que el primer volumen de *Filosofía de la aritmética* intentaba preparar, en una serie de investigaciones psicológicas y lógicas posteriores, la base científica para una futura construcción de esta disciplina que tendría igual valor tanto para el matemático como para el filósofo (p. 208). En la revisión de la primera parte, Carus pone atención a las ideas de pluralidad, unidad y número en la medida en que se dan directamente y no en simbolización (indirecta). En la segunda parte considera las representaciones simbólicas de la pluralidad y el número. Finalmente, considera que la crítica que hace Husserl de la teoría de Frege, a propósito de la dificultad de definir conceptos como calidad, intensidad, lugar, tiempo, etc., no debe pasarse por alto (p. 209).

3. Ernest Lindenthal, *Zeitschrift für das Realschulwesen* (1893), p.104–107

Lindenthal también pone atención en el hecho de que el trabajo de Husserl preparaba los fundamentos de una ciencia filosófica de la aritmética. De igual manera, de la primera parte de *Filosofía de la aritmética* destaca el origen del concepto de pluralidad por medio del enlace colectivo; los diversos intentos de explicar la esencia del número; la noción de equinumerosidad y los conceptos de unidad y multiplicidad. Discute, también, la segunda parte dedicada a los conceptos simbólicos de número y las fuentes lógicas de la aritmética. Lindenthal elogia el hecho de que los desarrollos críticos de la primera parte de *Filosofía de la aritmética* hayan sido sometidos a un escrutinio riguroso y coincide con Husserl en el rechazo de los intentos nominalistas de Kronecker y Helmholtz. Por último, señala que el paralelismo que Husserl establece entre el sistema de conceptos numéricos y el sistema de signos es extraordinariamente útil a la hora de calcular. Lindenthal termina su reseña advirtiendo que el libro de Husserl, tomado en su conjunto, es un excelente logro en el área fronteriza de la filosofía y la aritmética.

4. Franz Hillebrand, *Göttingische gelehrte Anzeigen* 4 (1893), p. 175–80

El análisis de este autor pone de manifiesto la importancia de un estudio sobre el origen psicológico del concepto de pluralidad, así como la reflexión sobre

la forma peculiar de unificación de contenidos en cada pluralidad concreta. En oposición a los demás revisores de la obra de Husserl, Hillebrand es el único que pondera el papel de la idealización como un acto psíquico de orden superior necesario para la comprensión de un dominio dado. Del mismo modo, vuelve a poner sobre la mesa de discusión el concepto de igualdad y su no-identidad en la correlación uno-a-uno de miembros individuales. Otro de sus apuntes críticos se dirige a la investigación de los conceptos numéricos simbólicos y su origen en los llamados “momentos figurales”. De hecho, es interesante que Hillebrand haya sido el único en poner atención a la relación entre Husserl, von Ehrenfels y las *cualidades-Gestalt* (sic). Sobre la base de este resultado, Hillebrand describe brevemente la aparición de los números sistemáticos y los no-sistemáticos (p.218). Al final, describe la propuesta de Husserl sobre las fuentes lógicas de la aritmética y la derivación simbólica de los números a partir de las operaciones basadas en reglas con signos.

5. Alois Höfler, *Zeitschrift für Psychologie und Physiologie der Sinnesorgane* VI (1894), p. 49–56

De entrada, la reseña de Höfler presenta el trabajo de Husserl como una obra que testimonia el influjo de la obra de Kerry (p. 222) y remarca, también, que este es sólo el primer volumen.¹¹ Así como los anteriores revisores, Höfler analiza en dos partes *Filosofía de la aritmética*: la primera parte trata de las cuestiones psicológicas involucradas en los conceptos de pluralidad, unidad y número, mientras que la segunda parte trata con las presentaciones simbólicas de la pluralidad y el número, mostrando cómo el hecho de que estamos casi totalmente limitados a conceptos numéricos simbólicos determina el sentido y el propósito de la aritmética de los signos.

6. Friedrich Pietzker, *Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht* XXVI (1895), p. 512–517

Para Pietzker la mayoría de las críticas que Husserl realiza son justificadas, aunque en ocasiones algunas de las afirmaciones atribuidas a algunos autores no sean del todo explícitas (p. 237). En el contexto de la polémica contra Frege, Pietzker está de acuerdo con los argumentos de Husserl sobre la invalidez de la teoría de equivalencia y la equinumerosidad. Asimismo, enfatiza que por

¹¹ El propio Höfler señala que Husserl le avisó por carta, “hace no mucho tiempo”, que la preparación se retrasaría hasta después de 1893 (Hua-Dok III/1, 63-64).

igualdad nunca se debe entender una concordancia completa y que no es aceptable ninguna definición de número que no se ajuste a cero y a uno. En ese sentido, según Pietzker, que Husserl no considere al cero y al uno como números propios, porque no encajan con su propuesta de conexión colectiva (sic), no resulta del todo claro (p. 238-239). Finalmente, agrega Pietzker, estas discusiones son la antesala para el segundo volumen del libro sobre la teoría general de las operaciones.

7. Jules Tannery, *Bulletin des science mathematiques* XVI (1892), p. 239–245. Reimpresa en *Science et philosophie*, Paris (1912), p. 79-87

Esta fue una de las primeras revisiones de *Filosofía de la aritmética*. Si bien fue publicada en el *Bulletin des sciences mathematiques*, el texto de Tannery tuvo el acierto de enfocarse en los aspectos filosóficos del texto de Husserl. Para Tannery, la segunda parte de *Filosofía de la aritmética* es la más rica en información; en ella, las opiniones de filósofos y matemáticos son desarrollados con amplitud ayudando a que el lector siga la lectura con mayor detenimiento. Tannery, como los anteriores revisores, describe brevemente la idea de abstracción, el enlace colectivo y la idea de “algo en general”, todo a la luz de un análisis psicológico descriptivo.

8. Władysław Heinrich, *Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie* (1895), p. 436–439

Esta revisión se centra en cuestiones metodológicas. Desde su punto de vista, los conceptos desarrollados en *Filosofía de la aritmética* son estudiados de una manera doble: (1) incorporando diferentes niveles de desarrollo para aclarar el valor y el alcance de una investigación de este tipo, y (2) describiendo su etapa actual de desarrollo. Ahora bien, según Heinrich, Husserl, al describir la estructura estática del concepto de número, no pudo expresar la construcción compleja y dinámica del contar por lo que le recomienda una investigación genética. Asimismo, a este autor le parece interesante la diferenciación que presenta Husserl entre un símbolo y un concepto numérico. Sin embargo, enfatiza que el tipo de conteo al que se refiere Husserl, en la primera parte de *Filosofía de la aritmética*, se limita solo a algunas partes de la aritmética, pero no se puede aplicar a las matemáticas en general (Płotka, 2017).

5. Balance crítico y reconstructivo

A partir de estas reseñas se puede afirmar, en una suerte de análisis panorámico, que *Filosofía de la aritmética* fue un texto discutido con mucho rigor académico. Lo interesante en cada una de estas recensiones es que en ninguna se hace mención del “psicologismo” practicado por Husserl o de su falta de seriedad al momento de definir el concepto de número o, peor aún, de la ausencia de un aparato crítico y/o metodológico. Este punto es interesantísimo, pues resulta sorprendente como la mayoría de los revisores logran distinguir que la postura psicológica de la que se habla en *Filosofía de la aritmética* es brentaniana y no naturalista. Más aún, asumen que este volumen es un primer episodio o ladrillo en la construcción de una auténtica teoría de la aritmética. Pero no sólo eso, ninguno da por hecho que *Filosofía de la aritmética* sea un trabajo poco cuidado o útil. En realidad, estas reseñas, muestran aspectos bastante interesantes que sí están plasmados en la obra de Husserl y que son ampliamente ignorados por Frege. Por momentos se tiene la impresión de que después de haber visto en Husserl una serie de declaraciones psicológicamente problemáticas, Frege aprovechó la oportunidad para “devolverle el favor” a Husserl a expensas de una interpretación muy endeble. Es verdad que algunas de las críticas de Frege son exactas, pero también es verdad que muchas no lo son. En lo que sigue intentaré presentar algunas respuestas a la reseña de 1894 usando elementos expuestos en las recensiones antes expuestas.

Comencemos por los términos pluralidad, colección, agregado, conjunto y variedad. Es verdad que todos ellos presentan cierto parentesco al ser, coloquialmente hablando, agrupaciones de cosas. Sin embargo —al menos desde mi interpretación— a nivel estructural ellos tienen matices destacables, p. ej., cuando Husserl habla de *colección*, se refiere a la manera en que los contenidos coligados se juntan en uno (*In-eins-zusammenbegreifen*) (Hua XII, 95). En el caso de los conceptos de *pluralidad* y *conjunto* estos casi siempre designan a una “agrupación” (no necesariamente acotada) de objetos; mientras que por variedad se entiende el sistema formal que se define a través de sus relaciones ordenadas e interrelacionadas.

De igual manera, la caracterización fregeana del enlace colectivo, en tanto *relación mental*, pasa por alto que el acento de Husserl no está en la abstracción de los objetos que una pluralidad agrupa, sino en una síntesis originaria, *relacional* (aspecto que sí fue comprendido por los intérpretes aquí “reseñados”). Ahora bien, en lo relativo al concepto de *representación*, el problema es que, por

un lado, es difícil identificar por qué la subjetividad resulta ser problemática y, por otro, por qué Frege supuso que el concepto de representación usado en *Filosofía de la aritmética* tenía una carga semántica y epistémica similar a una “idea mental” o imagen subjetiva. Desde luego, resulta curioso que los autores aquí consignados no hayan reparado en esta distinción y que, por el contrario, sí hayan comprendido que una crítica de este tipo no tiene validez alguna una vez situados en la segunda parte *Filosofía de la aritmética* (que es donde ocurre el paso a los aspectos puramente simbólicos y signitivos).

La objeción fregeana (7) es bastante interesante, la expondré en forma de pregunta: ¿existe alguna diferencia entre lo denotado por cada uno de los siguientes términos singulares, “el verde *en tanto* algo”, “el Sol *en tanto* algo” y “Juan *en tanto* algo”? ¿O entre lo denotado por cada uno de los tres “unos” en “uno y uno y uno”? Lo que Frege objeta aquí es que si la denotación es la misma no se podría distinguir entre, por ejemplo, el resultado de la abstracción de una pluralidad compuesta por tres elementos de la abstracción de una pluralidad compuesta por cinco, igual que no se puede distinguir entre decir veinte veces París y decirlo diecinueve veces, en ambos casos lo denotado es la capital de Francia. No obstante, la respuesta a este argumento se encuentra en el concepto de abstracción. La abstracción es para Husserl aquello que permite el tránsito de una pluralidad dada a un número particular, p. ej., pasar de los dedos de mi mano al número 5. Ella posee dos momentos esenciales: *retener algo* y *dejar de lado algo*. Se debe tener cuidado de no interpretar este proceso como aquel que borra las diferencias entre los elementos de una pluralidad para quedarnos con las propiedades comunes a dichos elementos. La propuesta de Husserl es más radical. Para Husserl “hay que abstraer *todas* las propiedades de los elementos, incluso de las que estos elementos tienen en común, *excepto* ciertas propiedades muy rarefactas [...] por ej. el ser *Etwas* (algo) o *Eins* (uno)” (Angelelli, 2013, p. 64-65). Así, de la pluralidad de los dedos de mi mano o de las palomas de mi jardín sólo quedan “alcos” o “*alcos* en tanto que *alcos*”. Esta forma abstracta de “lo uno y uno y uno...” es un tipo de estructura que da por resultado un numeral junto con su extensión. Así, la predicación numérica sólo será posible sobre conjuntos de objetos porque estos están compuestos de partes numerables.

Finalmente, en el capítulo VIII de *Filosofía de la aritmética*, Husserl señala que la introducción de 0 y 1 en la aritmética ha hecho posible la solución de algoritmos aritméticos, por tanto, no podemos eliminarlos así sin más. Pero ¿cómo justifica Husserl el tratamiento de 0 y 1 como números? De nueva

cuenta, permítaseme exponer una breve crítica que parte de algunas ideas expuestas en las reseñas aquí mostradas. La solución que Husserl presenta en *Filosofía de la aritmética* es considerar que 0 y 1 pertenecen a la aritmética únicamente sobre la base de sus relaciones externas o puramente formales con los números propiamente dichos. Así, la pregunta sobre la determinación de “cuántos” no exige una respuesta que involucre *muchos, pocos* o *nulos* elementos, sino simplemente demanda la representación de una pluralidad o multiplicidad de objetos. Repito, Husserl señala que sólo aquello que posee una forma de pluralidad posibilita la tematización de los números en su carácter primario, es decir, en su carácter de conteo, en sentido estricto, el cero no cuenta “nada”. La particularidad con que el conjunto entero de las partes, una pluralidad, se encuentre reunido o enlazado, es el modo preciso en que tiene lugar la numerosidad. Lo que se quiere decir es que la predicación numérica parte del encuentro de *un todo* en el que se reúnen *colectivamente n* partes o *n* partes coleccionadas o vinculadas en un conjunto global. En consecuencia, la manera en que el 0 y el 1 pertenecen a la serie de números sólo es en términos de relaciones elementales y operacionales (Hua XII, 132 y ss.) es decir, son necesarios en relación al ámbito calculista de la aritmética o de la elaboración de los algoritmos.

6. Conclusiones

Tomando en cuenta todo lo anterior, se hace evidente el motivo por el cual se ha ubicado de modo impreciso el lugar que debería ocupar la reseña de 1894 en el desarrollo del programa husserliano. Por un lado, es evidente que Frege tiene un “plus” por sobre los psicologistas lógicos, pero trae un “menos” en relación con el proyecto de la fenomenología. Subrayar unilateralmente uno u otro aspecto nos lleva a un error de perspectiva en el que o bien se sobredimensiona o bien se subdimensiona la contribución de Frege a la dirección que tomaría la fenomenología husserliana. Por otro lado, aunque la crítica de Frege fue reconocida por Husserl como cierta,¹² en algún sentido, esta **no fue la responsable** de la **reorientación** y **revisión** crítica del análisis de la lógica hecha en los *Prolegómenos a la lógica pura*.¹³ Desde luego, tampoco se puede decir así sin más que los análisis

¹² Mucho tiempo después, refiriéndose a la crítica de Frege sobre su propia posición, Husserl le confió a W.R. Boyce Gibson que la crítica de Frege había acertado en algunos aspectos, *cf.* Spiegelberg (1971: 66)

¹³ Dicho sea de paso, ya desde 1896, en las *Logik. Vorlesung* (Hua Mat I), Husserl advertía que gran parte del desarrollo del psicologismo, en lo tocante a sus fines, métodos y principios

conceptuales de Frege no abonaron al trabajo de Husserl. En este punto coincido plenamente con González Porta cuando señala que “Husserl vio problemas en Frege que objetivamente estaban apuntados en él y fue la toma de conciencia de estos problemas lo que lo lleva a la revisión del legado brentaniano precisamente en la dirección [...] apuntada por el propio Frege” (, 2000:108). Claro está, sin perder de vista que “Frege está en primera línea preocupado con fundar la posibilidad de una esfera de objetividad; Husserl, por el contrario, en asegurar nuestro acceso a esta esfera” (p. 111). Finalmente, lo que resta por decir es que en ambos pensadores se encuentran proyectos lógicos, matemáticos y filosóficos con una riqueza conceptual comprensible si no asumimos posturas unilaterales que nos hagan decidir entre uno u otro.

BIBLIOGRAFIA

Husserliana

[Hua XII] *Philosophie der Arithmetik. Mit ergänzenden Texten (1890-1901)*. Hrsg. Lothar Eley, The Hague, Martinus Nijhoff, 1970.

[Hua XXII] *Aufsätze und Rezensionen (1890-1910)*. Hrsg. Bernhard Rang, The Hague, Martinus Nijhoff, 1979.

Husserliana Dokumente

HUSSERL, Edmund (1994). *Briefwechsel*. Hrsg. Karl Schuhmann in Verbindung mit Elisabeth Schuhmann. The Hague, Kluwer Academic Publishers.

Band III: Die Göttinger Schule.

Band V: Die Neukantianer.

Band VI: Philosophenbriefe.

esenciales, no reflejaba una definición auténtica de la lógica en tanto ciencia. Esto mismo es reiterado en una carta a Paul Natorp del 14-15 de marzo de 1897 (Band V: Die Neukantianer).

Bibliografía consultada y citada

- ANGELELLI, Ignacio (1997). “The Topics of the ‘Frege-Husserl’ texts”, *Phenomenological Inquiry*, 27, pp. 29–51.
- , (2013). “Abstracción en la *Philosophie der Arithmetik* de Husserl”, *Escritos de filosofía*. Segunda serie (1), pp. 59-74.
- BENIS-SINACEUR, Hourya (2015). “Is Dedekind a Logician? Why Does Such a Question Arise?” en Hourya Benis-Sinaceur, Marco Panza and Gabriel Sandu (Eds.) *Functions and Generality of Logic Reflections on Dedekind’s and Frege’s Logics* (pp. 1-57). Dordrecht: Springer.
- CANELA MORALES, Luis A. (2021) “Conteo, cardinalidad, y equinumerosidad. Motivos para una revisión crítica de las objeciones de Husserl a Frege en *Filosofía de la aritmética*” en *Filosofía Unisinos*, 22(3), pp. 1-13|e22310. doi: 10.4013/fsu.2021.223.10).
- DREYFUS, H. y Hall (Eds.) (1987). *Husserl, Intentionality and Cognitive Science*. Massachusetts: MIT Press.
- DUMMET, Michael (1981). *The Interpretation of Frege’s Philosophy*. Cambridge /Massachusetts: Harvard University Press.
- FØLLESDAL, D. (1958). *Husserl und Frege, ein Beitrag zur Beleuchtung der Entstehung der phänomenologischen Philosophie*. Oslo: Aschehoug und Co.
- FREGE, G. (1884). *Grundlagen der Arithmetik. Eine logischmathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl*. Breslavia: Koebner.
- , (1980). *Philosophical and Mathematical Correspondence*. Oxford: Basil Blackwell. (Trad.) Hans Kaal.
- , (1990). “Rezensión von: E.G. Husserls, Philosophie der Arithmetik I” en *Kleine Schriften* (pp. 179-192). Hildesheim/Zürich/New York: Georg Olms Verlag. (Ed.) Ignacio Angelelli.
- , (1998) *Ensayos de semántica y filosofía de la lógica*, Tecnos: Madrid. Ed., intr., trad., y notas de Luis Manuel Valdés Villanueva.
- GONZÁLEZ PORTA, Mario Ariel (2000). “La cuestión noética en Frege, su concepto de intencionalidad y su influencia sobre Husserl”, *Thémata. Revista de Filosofía* (24), pp. 83-114.
- , (2012). “La evolución de la crítica fregueana al psicologismo”, *Veritas*, Vol. 57, No. 2, p. 99-122.
- IERNA, Carlo (2012). Edmund Husserl’s *Philosophy of Arithmetic* in Reviews, *The New Yearbook for Phenomenology and Phenomenological Philosophy XII* (pp. 198–242) Kentucky: Routledge/Taylor & Francis Group.

- MOHANTY, J.N. (2008). *The Philosophy of Edmund Husserl: A Historical Development*, Yale University Press: New Haven.
- ORTIZ HILL, Claire (2013). “Frege’s Letters” en Ortiz Hill, Claire y Jairo José da Silva, *The Road not Taken. On Husserl’s Philosophy of Logic and Mathematics* (pp. 151-170). United Kingdom: College/Lighting Source/ Milton Keynes.
- PLÓTKA, Witold (2017). “Early Phenomenology in Poland (1895–1945): Origins, Development, and Breakdown”, *Stud. East Eur Thought* (69), pp. 79–91.
- SMITH, David W. y RONALD McIntyre (1975). *Husserl and intentionality: A study of mind, meaning, and language*, Springer, Netherlands.
- SOKOLOWSKI, Robert (1964). *The Formation of Husserl’s Concept of Constitution*. The Hague: Martinus-Nijhoff.
- SPIEGELBERG, Herbert (1982). *The Phenomenological Movement*. The Hague/Boston/ London: Martinus-Nijhoff.
- , (1971) (Ed.) “From Husserl to Heidegger. Excerpts from a 1928 Freiburg Diary by W.R. Boyce Gibson”, *Journal of the British Society for Phenomenology*, 2 (1), pp. 58-83.
- STISMAN, Andrés Fernando (2016). “La crítica de Frege a las ideas aritméticas de Locke”, *Pensamiento. Papeles de filosofía*, Nueva época, año 2, número 3, pp. 31-61.

Recibido: 15/09/2021

Aceptado: 11/11/2021