

ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA Y LA PROBABILIDAD DE LOS 4 A LOS 8 AÑOS DE EDAD: UNA APROXIMACIÓN DESDE LOS PROCESOS MATEMÁTICOS EN LIBROS DE TEXTO CHILENOS

Claudia Vásquez, Claudia Coronata y Hernán Rivas

Se analiza la presencia de los procesos matemáticos en las tareas matemáticas propuestas en tres series de libros de texto de educación infantil y primaria chilenos que buscan promover el aprendizaje de la estadística y la probabilidad. En general, se observa un desbalance entre los distintos procesos matemáticos, con predominio de la resolución de problemas y la representación. Evidenciando la necesidad de avanzar en el diseño de trayectorias de enseñanza y aprendizaje que promuevan el desarrollo de la alfabetización estadística y probabilística a través de los distintos procesos desde las primeras edades.

Términos clave: Educación Infantil; Educación Primaria; Enseñanza de la Estadística y Probabilidad; Procesos Matemáticos

Teaching statistics and probability from 4 to 8 years of age: an approach from mathematical processes in Chilean textbooks

We analyse the presence of mathematical processes in the mathematical tasks proposed in three series of Chilean textbooks for pre-school and primary education that seek to promote the learning of Statistics and Probability. In general, an imbalance is observed between the different mathematical processes, with a predominance of problem solving and representation. This shows the need to advance in the design of teaching and learning trajectories that promote the development of statistical and probability literacy through different processes from the earliest ages.

Keywords: Early Childhood Education; Mathematical Processes; Primary Education; Teaching Statistics and Probability

Vásquez, C., Coronata, C. y Rivas, H. (2021). Enseñanza de la estadística y la probabilidad de los 4 a los 8 años de edad: una aproximación desde los procesos matemáticos en libros de texto chilenos. *PNA*, 15(4), 339-365.

Vivimos en una sociedad cada vez más compleja y altamente tecnificada que nos enfrenta a diario a la necesidad de contar con un pensamiento crítico, tanto para comprender y comunicar información en la que los fenómenos aleatorios están presentes, como para tomar decisiones y distinguir la información que es irrelevante o que no se ha comunicado adecuadamente. Un ejemplo de esto es la reciente situación que se presentó en un noticiario chileno, que ha causado controversia en la comunidad de profesores de matemática (figura 1).

Como se observa, el diagrama de anillo (figura 1) presenta errores que conducen a una errada interpretación respecto de la información que busca transmitir: el 13% se ve sobre dimensionado, dando la impresión de que se trata de un 25%, y lo mismo ocurre con el 78%, que da la impresión que se trata de apenas un poco más que un 50%. Este tipo de errores es grave, pues gran parte de las personas se dejan llevar por las representaciones visuales y no se fijan en las cantidades representadas, sino que se quedan con la imagen (representación gráfica), y si esta es errónea, induce a una opinión equivocada respecto a un determinado tema.

Situaciones como la anterior abundan en los medios de comunicación y no hacen más que reflejar la urgente necesidad de educar desde la primera infancia en el desarrollo de conocimientos y capacidades que permitan comprender e interpretar el mundo (Sharma, 2013; Boote, 2014). Hoy, más que nunca, es pues necesario promover la Educación Estocástica desde temprana edad, en especial si consideramos que las niñas y niños desde pequeños desarrollan su comprensión del mundo por medio de un razonamiento causal y estadístico como parte del desarrollo de sus conocimientos científicos, matemáticos y sociales (Yurovsky, Boyer, Smith y Yu, 2013). Cabe precisar que utilizamos el término de Educación Estocástica “para enfatizar la dependencia mutua del conocimiento y razonamiento sobre probabilidad y estadística, que están interconectadas y deben enseñarse conjuntamente” (Batanero, 2019, p. 2).



Figura 1. Gráfico aprobación presidencial (meganoticias.cl, 29-11-2020)

El desarrollo de la Educación Estocástica desde temprana edad allanará el camino para un desarrollo gradual de la alfabetización estadística y probabilística, entendida como la capacidad para interpretar, evaluar críticamente, y cuando sea pertinente, expresar opiniones respecto a la información estadística, y los argumentos relacionados con los datos, o fenómenos estocásticos (Gal, 2002, 2005, 2012). Esto debe ocurrir desde la Educación Infantil, pues no solo permitirá contar con ciudadanas y ciudadanos alfabetizados en estadística y probabilidad, sino que también contribuirá a que los países cuenten con una población alfabetizada en el análisis de datos, lo que a largo plazo les ayudará a competir de mejor manera en el mercado global y en la economía mundial (Franklin, Kader, Mewborn, Moreno, Peck, Perry y Scheaffer, 2007). Aún más, si consideramos que la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) reconoce la necesidad de avanzar en el desarrollo de habilidades y conocimientos que permitan formar ciudadanas y ciudadanos capaces de “extraer información significativa de los datos, comprender qué significan los datos, incluyendo cómo leerlos de manera apropiada, extraer conclusiones, así como reconocer cuándo se utilizan de manera engañosa o inapropiada” (OCDE, 2019, p. 5).

Esto, sin duda, constituye un desafío para el profesorado, especialmente para los que se desempeñan en la etapa de infantil y los primeros años de primaria. Esto se debe, por un lado, a la poca tradición que existe del estudio de estos temas en las primeras edades, y por otro, a que en muchos casos no se ha entregado al profesorado de estos niveles educativos las herramientas disciplinares y didácticas para enseñar estadística y probabilidad (Alsina, 2017; Vásquez, Díaz-Levicoy y Arteaga, 2020; Vásquez y Alsina, 2019). Estas lagunas pueden provocar inseguridad en el profesorado para abordar dichos temas pese a que otorgan gran valor, utilidad e importancia a su estudio desde temprana edad (Vásquez, Alvarado y Ruz, 2019; Vásquez, 2014).

En este escenario, los libros de texto se configuran como un recurso importante para el profesorado (Olsher y Even, 2014); y en muchos casos, corresponde al currículo potencialmente enseñado o implementado en las aulas (Valverde et al.,

2002). Pues los libros de texto “constituyen la fuente inmediata donde se acumula la experiencia práctica de los profesores, y en cierta medida, los resultados de investigación (Font y Godino, 2006, p. 68). Sin embargo, son escasos los estudios que analizan los contenidos de estadística y probabilidad en libros de texto de infantil (Vásquez et al., 2020; Astrid et al., en prensa), y más aún aquellos que analizan su articulación con los primeros años de Educación Primaria.

Por consiguiente, en este estudio, indagamos en los procesos matemáticos presentes en las tareas matemáticas propuestas en libros de texto chilenos para promover el aprendizaje de la estadística y la probabilidad entre los 4-8 años de edad. Nos centramos en los procesos matemáticos de resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, conexiones y representación (NCTM, 2000), puesto que son la clave para promover competencia matemática, es decir, para “gestionar el conocimiento, las habilidades y las emociones para conseguir un objetivo a menudo más cercano a situaciones funcionales y en contextos de vida cotidiana que a su uso académico” (Alsina, 2019, p. 17). Así, a través de este análisis se pretende entregar herramientas para desarrollar un pensamiento crítico desde la Educación Estocástica, y formar ciudadanas y ciudadanos alfabetizados en estadística y probabilidad.

LA ESTADÍSTICA Y LA PROBABILIDAD DE LOS 4 A LOS 8 AÑOS DE EDAD EN LAS ORIENTACIONES CURRICULARES

Alsina (2017) plantea tres argumentos para incorporar el estudio de la estadística y la probabilidad en el currículo de infantil: a) la importancia de garantizar una educación de alta calidad que se ajuste a los cambios sociales; b) la importancia de la estadística y probabilidad en el desarrollo integral de los niños; c) la importancia de la alfabetización estadística y probabilística desde las primeras edades. De acuerdo con estos planteamientos, Vásquez y Cabrera (en revisión) ponen de manifiesto que la enseñanza de la estadística y la probabilidad es un tema que se ha ido introduciendo en los currículos escolares de Educación Infantil y/o Primaria de diversos países, aunque no existe homogeneidad de criterio. Por ejemplo, en los currículos de Estados Unidos (NCTM, 2000; CCSSM, 2010) y Australia (ACARA, 2015), el estudio de la estadística se encuentra de manera explícita como un bloque de contenidos en Educación Infantil y Primaria. Mientras que en España (BOE, 2007; BOE 2014), Singapur (MOE, 2012a; MOE, 2012b), Nueva Zelanda (MOE, 2017), y Chile (MINEDUC, 2012; MINEDUC, 2018) su estudio solo es abordado explícitamente a partir de los primeros cursos de primaria. Por su parte, la presencia de la probabilidad en las orientaciones curriculares es bastante menor en comparación con la estadística, puesto que solo en el caso del currículo de Estados Unidos (NCTM, 2000) su estudio se aborda de manera continua a partir de los 3 años de edad. En tanto, en los currículos de España (BOE, 2014), Australia (ACARA, 2015), Nueva Zelanda (MOE, 2017) y Chile (MINEDUC, 2012) la

probabilidad es abordada desde los 6 años de edad. Mientras que en los currículos de Singapur y en aquellos estados de Estados Unidos que adhieren a los CCSSM (2010), la probabilidad es postergada hasta la Educación Secundaria.

En el caso particular de Chile, el currículo para la Educación Infantil (MINEDUC, 2018) no señala explícitamente contenidos vinculados a estadística y probabilidad. Sin embargo, en el núcleo de pensamiento matemático se identifican algunos que de una u otra manera sientan las bases para la construcción de nociones básicas (Vásquez et al., 2018). Por su parte, en el currículum para la Educación Primaria, este señala explícitamente la necesidad de que:

(...) los educandos desarrollen los conocimientos, habilidades y actitudes que les permitan: pensar en forma reflexiva, evaluando y utilizando información y conocimientos, de manera sistemática y metódica, para la formulación de proyectos y resolución de problemas; comprender y utilizar conceptos y procedimientos matemáticos básicos en la resolución de problemas cotidianos, y apreciar el aporte de la matemática para entender y actuar en el mundo (MINEDUC, 2009, p. 10).

Lo anterior, implica que el alumnado desarrolle un pensamiento crítico para llegar a ser consumidores bien informados, capaces de tomar decisiones a partir del análisis de datos y la probabilidad. Para esto, es fundamental poner énfasis en el desarrollo de habilidades, conceptos y procedimientos cada vez más complejos para que, al finalizar la etapa escolar, los estudiantes cuenten con conocimientos sólidos de estadística y probabilidad, que les permitan establecer conexiones con otras disciplinas, así como su aplicación a situaciones de la vida diaria.

LOS PROCESOS MATEMÁTICOS DE LOS 4-8 AÑOS DE EDAD

La matemática es una ciencia cuya razón de ser se encuentra en el saber hacer, por lo que el método debe predominar por sobre el contenido (De Guzmán, 2001). Por tanto, de acuerdo con Alsina (2014), los procesos matemáticos deben situarse en el centro de la Educación Matemática, con el fin de capacitar a los estudiantes para “usar de forma comprensiva y eficaz las matemáticas que se aprenden en la escuela en una variedad de contextos, además del escolar” (p. 6). En este sentido, es fundamental que en Educación Infantil se trabajen las matemáticas presentes en la vida cotidiana para así favorecer su observación, comprensión e interpretación. Para ello, es primordial abordar la enseñanza de las matemáticas desde lo cotidiano, desde una articulación entre contenidos y procesos matemáticos, para así garantizar el aprendizaje de los conocimientos necesarios que permitan a los estudiantes constituirse como ciudadanos matemáticamente competentes. Desde este prisma, a continuación, se describen, a nivel general, aspectos centrales vinculados a cada proceso matemático entre los 4 a los 8 años de edad.

La resolución de problemas

Se presenta de manera natural, producto de la curiosidad innata, inteligencia y flexibilidad al enfrentar situaciones nuevas. Es por ello, que entre los 4-8 años de edad se debería animar a los estudiantes a resolver situaciones que provengan de contextos diversos, que vayan desde rutinas diarias a situaciones matemáticas que surgen de juegos y cuentos, que les brinde oportunidades —según sus diferentes grados de conocimientos y destrezas— de usar, ampliar y construir nuevos conocimientos matemáticos (NCTM, 2000). En este sentido, el NCTM (2000) recomienda iniciar a las niñas y niños desde temprana edad en: construir nuevos conocimientos matemáticos a través de la resolución de problemas; resolver problemas que surjan de las matemáticas y de otros contextos; aplicar y adaptar una variedad de estrategias para resolver problemas; controlar el proceso de resolución de problemas matemáticos y reflexionar sobre él.

El razonamiento y prueba

Las niñas y niños, desde muy pequeños, comienzan a desarrollar su razonamiento lógico, siendo este modificado constantemente producto de las experiencias. Así poco a poco, a partir de actividades de clasificación, ordenación, relación y comparación que les llevan al reconocimiento de patrones, van desarrollando su razonamiento matemático. En esta línea el NCTM (2000), propone una enseñanza que estimule en: reconocer el razonamiento y la demostración como aspectos fundamentales de las matemáticas; formular e investigar conjeturas matemáticas; desarrollar y evaluar argumentos y demostraciones matemáticas; y elegir y utilizar varios tipos de razonamiento y métodos de demostración. Para ello, es esencial el planteamiento de buenas preguntas que conduzcan, a partir del uso de ejemplos y contraejemplos, a generalizar y comprobar tales generalizaciones (Carpenter y Levi, 1999).

La comunicación

Es un elemento clave a considerar de manera sistemática en la enseñanza y aprendizaje de la matemática, pues permite articular, organizar y consolidar el pensamiento matemático. Esta comunicación matemática comienza a manifestarse desde muy temprano (primeros meses de vida). Por tanto, ya en la etapa de infantil es necesario comenzar a ayudar a las niñas y niños que se expresen sobre matemáticas, que reflexionen sobre sus conocimientos y formas de resolver problemas. Para ello, el NCTM (2000), propone una enseñanza centrada en: la organización y consolidación del pensamiento matemático a través de la comunicación; comunicación del pensamiento matemático con coherencia y claridad a los demás estudiantes, profesorado y otras personas; análisis y evaluación de las estrategias y pensamiento matemático de los demás; y uso de lenguaje matemático para expresar ideas matemáticas con precisión.

Las conexiones

En lo que respecta al aprendizaje de las matemáticas, este surge a partir de conexiones entre ideas matemáticas intuitivas e informales que los estudiantes poseen desde pequeños. Por consiguiente, el proceso de enseñanza y aprendizaje en infantil debe conectar lo que las niñas y niños aprenden en la escuela con tales ideas intuitivas e informales. De acuerdo con Alsina (2014), es posible distinguir tres tipos de conexiones en infantil: conexiones entre los diferentes bloques de contenido matemático y entre contenidos y procesos matemáticos (conexiones intradisciplinarias); conexiones con otras áreas de conocimiento (conexiones interdisciplinarias); y conexiones con el entorno (enfoque globalizado). En esta dirección, y de acuerdo con el NCTM (2000), es importante un enfoque de enseñanza que favorezca un trabajo progresivo en torno a: reconocer y usar conexiones entre ideas matemáticas; comprender cómo las ideas matemáticas se interconectan y construyen unas sobre otras para producir un todo coherente; y, por último, reconocer y aplicar las matemáticas en contextos no matemáticos.

Las representaciones

Los objetos físicos, el lenguaje natural, gestos, dibujos, diagramas y símbolos inventados o convencionales; son un elemento clave, pues permiten acceder a la comprensión de las ideas matemáticas de los estudiantes. De acuerdo con Alsina (2014), las representaciones son “un proceso indispensable para poder aprender. Si no hay representación del conocimiento no hay aprendizaje” (p. 16). Desde este prisma, el NCTM (2000) plantea que desde temprana edad se debe promover de manera progresiva una enseñanza centrada en: crear y usar representaciones para organizar, registrar, y comunicar ideas matemáticas; seleccionar, aplicar y traducir representaciones matemáticas para resolver problemas; y usar representaciones para modelizar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos.

Estos procesos matemáticos complementan a los estándares de contenido, ofreciendo un conjunto de herramientas que facilitan la adquisición y uso de tales contenidos en los estudiantes, pues a partir de ellos se introducen en las formas de pensar propias de las matemáticas como: razonar, argumentar, descubrir, representar, modelizar, etc. (NCTM, 2000). Estos procesos permitirán construir nuevos conocimientos y otorgar aplicabilidad a los contenidos tratados, vinculándoles no solo con otros contenidos matemáticos y de otras disciplinas, sino también con problemáticas provenientes de diversos contextos (Alsina, 2012).

METODOLOGÍA

Dado que el propósito de este estudio es analizar los procesos matemáticos presentes en las tareas matemáticas propuestas en libros de texto para promover el aprendizaje de la estadística y la probabilidad entre los 4 a los 8 años de edad, se ha optado por realizar una investigación de tipo teórico y cualitativo (Cohen et al., 2013), empleando como técnica el análisis de contenido (Krippendorff, 2013).

Cabe señalar que, en este estudio, se entenderá por tarea matemática como aquellas actividades o experiencias de aprendizaje que se proponen en el libro de texto con el propósito de promover el aprendizaje de la estadística y/o probabilidad (Vásquez et al., 2019).

Muestra y unidades de análisis

La muestra fue intencionada y está conformada por tres series de libros de texto chilenos, todos vigentes a la fecha en que se realizó este estudio, y contemplan los niveles de Pre-Kínder (4-5 años de edad), Kínder (5-6 años de edad), 1° año de primaria (6-7 años de edad) y 2° año de primaria (7-8 años de edad) (tabla 1). Cabe señalar que las series 1 y 2 de libros de textos provienen de editoriales de reconocido prestigio a nivel nacional e internacional que son utilizados en Chile por centros educativos subvencionados y particulares pagados. Mientras que la serie 3 corresponde a los libros de textos que entrega gratuitamente el Ministerio de Educación chileno (MINEDUC) a establecimientos educativos públicos y subvencionados.

Tabla 1

Serie de libros de texto utilizados en el análisis

Serie	Código	Edad	Título	Autores	Editorial	Año
Serie 1	T1	4-5 años	Matemática	Ediciones SM	SM Chile S.A	2013
	T2	5-6 años				
	T3	6-7 años				
	T4	7-8 años				2012
Serie 2	T5	4-5 años	Matemática	Editorial Santillana	Santillana	2015
	T6	5-6 años				
	T7	6-7 años				
	T8	7-8 años				2013
Serie 3	T9	4-5 años	Cuaderno de Actividades del Nivel de Transición 1 de Educación Parvularia	Departamento de Estudios Pedagógicos	SM Chile S.A. Edición especial para MINEDUC	2019
	T10	5-6 años	Cuaderno de Actividades del Nivel de Transición 2 de Educación Parvularia	Equipo editorial Rau y Bodenburg.	Ediciones Rau y Bodenburg.	2020

Tabla 1
Serie de libros de texto utilizados en el análisis

T11	6-7 años	Sumo primero	Unidad de Currículum y Evaluación MINEDUC	MINEDUC	2020
T12	7-8 años				

En lo que respecta a las unidades de análisis, estas corresponden a las unidades y lecciones de cada texto, en las que se abordan contenidos ya sea de estadística y/o probabilidad. Cabe señalar que el propósito de este estudio no es realizar un análisis comparativo entre los distintos proyectos editoriales, sino de las tareas matemáticas propuestas.

Categorías de análisis

Para el análisis se consideraron las tareas matemáticas de cada lección vinculadas al estudio de la estadística y la probabilidad (ejercicios, actividades y/o problemas) dejando fuera las páginas especiales de entrada o desafíos. Dichas tareas fueron clasificadas de acuerdo con los indicadores propuestos por Alsina, Maurandi, Ferre, y Coronata (2020), de presencia/ausencia de procesos matemáticos. Estos indicadores fueron adaptados a las características de nuestro estudio, pues originalmente fueron diseñados para evaluar la presencia de los procesos matemáticos en prácticas de enseñanza del número (Coronata, 2014). Lo anterior, implicó redefinir y eliminar algunos de los indicadores iniciales, considerando finalmente los siguientes para nuestro análisis (tabla 2).

Tabla 2
Indicadores utilizados en el proceso de codificación de las tareas matemáticas presentes en los libros de texto

Proceso matemático	Código	Indicadores
Resolución de problemas	Rp1	Plantea situaciones problemáticas usando diferentes tipos de apoyo.
	Rp2	Presenta situaciones problemáticas contextualizadas a la vida cotidiana de los alumnos.
	Rp3	Propone situaciones problemáticas diversas.
	Rp4	Plantea preguntas que generan investigación y exploración para solucionar el problema.
	Rp5	Permite la utilización de material concreto y/o pictórico como un apoyo para la resolución de problemas.

Tabla 2
Indicadores utilizados en el proceso de codificación de las tareas matemáticas presentes en los libros de texto

	Rp6	Promueve discusión en torno a estrategias de resolución de problemas y resultados.
Razonamiento y prueba	Rz1	Invita a hacer conjeturas.
	Rz2	Permite que los alumnos descubran, analicen y propongan diversas vías de resolución.
	Rz3	Solicita a los alumnos que expliquen, justifiquen o argumenten las estrategias o técnicas que utilizaron durante la resolución.
	Rz4	Plantea interrogantes que llevan a que los alumnos argumenten sus respuestas.
	Rz5	Promueve que los alumnos comprueben conjeturas de la vida cotidiana.
	Rz6	Promueve el razonamiento matemático.
Comunicación	Co1	Favorece la interacción con otros para aprender y comprender ideas matemáticas.
	Co2	Impulsa el intercambio de ideas matemáticas a través del lenguaje oral, gesticular, gráfico, concreto y/o simbólico.
	Co3	Solicita al niño explicitar con lenguaje matemático adecuado sus estrategias y respuestas.
	Co4	Incentiva en el respeto por la forma de pensar y de exponer sus puntos de vista en torno al contenido matemático.
	Co5	Fomenta la escucha atenta de los puntos de vista de los demás.
Conexión	Cx1	Considera las experiencias matemáticas cotidianas de los alumnos para avanzar hacia unas matemáticas más formales.
	Cx2	Promueve la realización de conexiones entre diversos contenidos matemáticos.
	Cx3	Desarrolla actividades matemáticas vinculadas a contextos musicales.
	Cx4	Trabaja las matemáticas vinculándolas con la literatura infantil.
	Cx5	Relaciona las matemáticas con la expresión artística.

Tabla 2

Indicadores utilizados en el proceso de codificación de las tareas matemáticas presentes en los libros de texto

	Cx6	Genera conocimiento matemático a través de contextos vinculados a la psicomotricidad.
	Cx7	Promueve que los alumnos apliquen el conocimiento matemático a situaciones cotidianas.
Representación	Re1	Solicita a los niños que hablen, escuchen y reflexionen sobre las matemáticas para avanzar hacia la representación simbólica.
	Re2	Propone el uso de materiales concretos como recursos para representar ideas matemáticas.
	Re3	Utiliza modelos ejemplificadores para mostrar maneras de resolver situaciones problemáticas.
	Re4	Promueve uso de representaciones concretas.
	Re5	Promueve uso de representaciones pictóricas.
	Re6	Promueve uso de representaciones simbólicas.
	Re7	Potencia un trabajo bidireccional (de lo concreto a lo abstracto y viceversa).

Procedimiento de análisis

Primero, se identificaron y seleccionaron las unidades de análisis. Una vez seleccionadas, se codificaron de acuerdo con los indicadores (Cuadro 2). Se dicotomizaron los indicadores correspondientes a cada proceso matemático, asignando puntuaciones a cada indicador según su presencia (1) o ausencia (0) en cada una de las tareas matemáticas vinculadas al estudio de la estadística y/o probabilidad. Cabe señalar, que en una misma tarea pueden estar presentes varios de los indicadores considerados.

La codificación fue realizada por tres especialistas en Didáctica de la Matemática. Para garantizar la confiabilidad de las codificaciones, los codificadores pasaron por un proceso de calibración que consideró sesiones de codificación conjunta y discusión de los desacuerdos, para luego realizar un proceso de codificación individual. Para cuantificar el grado de concordancia entre las codificaciones, se determinó el índice *Kappa* de Fleiss cuyo valor fue 0.9037, por tanto, el grado de acuerdo es “casi perfecto” (Landis y Koch, 1977, p. 165).

RESULTADOS

En primer lugar, se da a conocer la distribución de las tareas matemáticas y, en segundo lugar, se analizan los procesos matemáticos ligados al estudio de la estadística y/o la probabilidad, presentes en los libros de texto.

Distribución de las tareas matemáticas de estadística y probabilidad

En total se analizaron 114 tareas matemáticas (tabla 3), de las cuales 97 (85,1%) corresponden a tareas vinculadas al estudio de la estadística y 17 (14,9%) al estudio de la probabilidad. Para establecer esta clasificación, se tomó por criterio el tema de la lección declarado en las páginas de desarrollo de contenidos en las cuales se enmarcan las tareas matemáticas analizadas.

Tabla 3
Distribución por nivel educativo

Serie	Libro de texto (edad)	N° tareas de estadística	N° tareas de probabilidad
Serie 1	T1 (4-5 años)	4 (100%)	0 (0%)
	T2 (5-6 años)	3 (100%)	0 (0%)
	T3 (6-7 años)	17 (100%)	0 (0%)
	T4 (7-8 años)	12 (57,1%)	9 (42,9%)
Serie 2	T5 (4-5 años)	2 (100%)	0 (0%)
	T6 (5-6 años)	4 (100%)	0 (0%)
	T7 (6-7 años)	26 (100%)	0 (0%)
	T8 (7-8 años)	23 (79,3%)	6 (20,7%)
Serie 3	T9 (4-5 años)	0 (0%)	0 (0%)
	T10 (5-6 años)	0 (0%)	0 (0%)
	T11 (6-7 años)	1 (100%)	0 (0%)
	T12 (7-8 años)	5 (71,4%)	2 (28,6%)

A partir de la tabla 3 se observa la distribución de dichas tareas según curso y serie de libro de texto analizado. Al igual que en estudios anteriores (Vásquez et al., 2019; Vásquez et al., 2020), se evidencia un predominio de aquellas tareas vinculadas a estadística por sobre las de probabilidad, que solo están presentes en los libros de texto orientados a los 7-8 años de edad. Otro aspecto que destacar es la ausencia de tareas de estadística y probabilidad para las edades de 4-6 años de edad en la serie 3 de libros de texto.

Procesos matemáticos

Se presentan los resultados del análisis de los procesos matemáticos presentes en las tareas matemáticas indicadas en la tabla 3. Para ello, en primer lugar, y a nivel general, se presenta la tabla 4 que muestra la presencia de los procesos matemáticos en las tareas analizadas. Es importante tener en cuenta que una misma tarea puede atender a uno o más procesos matemáticos.

Tabla 4

Presencia de los procesos matemáticos

Procesos matemáticos	(4-5 años de edad)			(5-6 años de edad)			(6-7 años de edad)			(7-8 años de edad)		
	T1 (n=4)	T5 (n=2)	T9 (n=0)	T2 (n=3)	T6 (n=4)	T10 (n=0)	T3 (n=17)	T7 (n=26)	T11 (n=1)	T4 (n=21)	T8 (n=29)	T12 (n=7)
Resolución de problemas	100%	100%	0%	100%	100%	0%	100%	100%	100%	85,7%	100%	85,7%
Razonamiento y prueba	25%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	46,2%	100%	9,5%	55,2%	42,9%
Comunicación	0%	0%	0%	0%	0%	0%	29,4%	7,7%	100%	33,3%	3,4%	42,9%
Conexiones	25%	100%	0%	100%	100%	0%	76,5%	100%	100%	95,2%	96,6%	57,1%
Representación	100%	100%	0%	100%	100%	0%	88,2%	96,2%	100%	80,9%	96,6%	100%

A nivel general, se observa en todos los niveles un fuerte predominio de la resolución de problemas, seguida de la representación y conexiones. Siendo los procesos matemáticos que presentan una menor presencia el razonamiento y prueba y la comunicación. Ahora bien, desde la perspectiva de los indicadores utilizados para caracterizar la presencia de cada uno de los procesos matemáticos en las tareas matemáticas (tabla 2), si miramos al interior de cada nivel, es posible observar cuáles son los indicadores que predominan en cada proceso matemático (tabla 5).

Tabla 5

Presencia de los indicadores en relación al total de tareas analizadas por curso

Indicadores (código)	Edad 4-5 años (n=6)	Edad 5-6 años (n=7)	Edad 6-7 años (n=44)	Edad 7-8 años (n=57)	
	Resolución de problemas	Rp1	0%	14,3%	0%
Rp2		66,7%	14,3%	77,3%	56,1%
Rp3		0%	0%	0%	0%
Rp4		0%	0%	6,8%	8,8%
Rp5		100%	100%	75%	80,7%

Tabla 5
Presencia de los indicadores en relación al total de tareas analizadas por curso

	Rp6	0%	0%	2,3%	10,5%
	Rz1	0%	0%	0%	33,3%
	Rz2	16,7%	0%	20,5%	8,8%
Razonamiento y prueba	Rz3	0%	0%	25%	14%
	Rz4	0%	0%	2,3%	21,1%
	Rz5	0%	0%	0%	0%
	Rz6	0%	0%	20,5%	19,3%
	Co1	0%	0%	11,4%	12,3%
	Co2	0%	0%	2,3%	5,3%
Comunicación	Co3	0%	0%	2,3%	0%
	Co4	0%	0%	4,5%	5,3%
	Co5	0%	0%	0%	0%
	Cx1	0%	0%	27,3%	0%
	Cx2	66,7%	85,7%	68,2%	66,7%
	Cx3	0%	0%	4,5%	3,5%
Conexiones	Cx4	0%	0%	0%	0%
	Cx5	0%	0%	0%	0%
	Cx6	0%	0%	0%	0%
	Cx7	16,7%	14,3%	63,6%	59,6%
	Re1	0%	0%	0%	0%
	Re2	0%	28,6%	11,4%	3,5%
	Re3	33,3%	14,3%	11,4%	12,3%
Representación	Re4	0%	14,3%	0%	0%
	Re5	83,3%	71,4%	81,8%	82,5%
	Re6	100%	71,4%	61,4%	57,9%
	Re7	0%	0%	0%	0%

En el caso de las tareas matemáticas dirigidas a niñas y niños de 4-5 años de edad, hay un claro predominio de la resolución de problemas y representaciones. Los indicadores que tienen mayor presencia, y que en este caso se encuentran en la totalidad de las tareas analizadas (100%), corresponden al indicador Rp5 y el indicador Re6. Mientras que el indicador que tiene una menor presencia (se

comunicación. Una tarea característica de este nivel se muestra a modo de ejemplo en la figura 3.

Organizo la información



		Tipos de ropa	
		Tamaño	
Ropa		☺	☺
			
			
			

Observa la cantidad de ropa que hay.
 Escribe en la tabla la cantidad de cada tipo de ropa.

Figura 3. Tarea matemática vinculada a estadística, 5-6 años de edad (T6, 2015 p. 19)

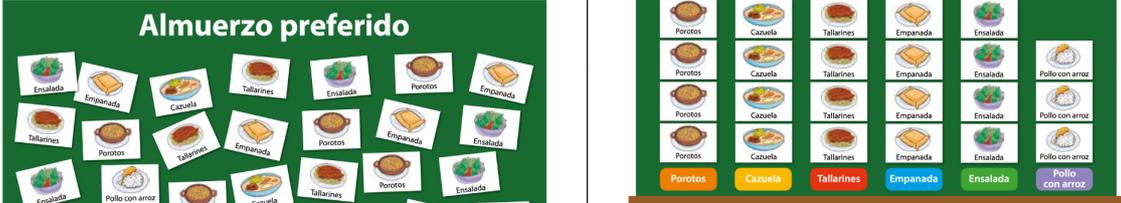
En la tarea de la figura 3 las niñas y niños deben observar la imagen y luego representar en la tabla de doble entrada la cantidad de ropa de cada tipo. La situación presenta un contexto conocido por los alumnos (prendas de vestir) a través de la ilustración de distintos tipos de prendas de distinto tamaño (Rp2). De igual manera, la tabla en la que se debe escribir la cantidad de cada tipo de ropa es un medio de apoyo para la resolución de la tarea, pues permite organizar la información según tipo de prenda (pantalón, camisa, calcetín) y tamaño (grande, pequeño) (Rp5). Por otro lado, para su resolución las niñas y niños deben discriminar y clasificar las prendas de vestir de la imagen según tipo y tamaño, por lo que estará conectando con el concepto de frecuencia, al organizar la información presente en una tabla de doble entrada, lo que facilitará la extracción de información en cada categoría. A raíz de lo anterior se observa la presencia del indicador Cx2. Finalmente, se evidencia el uso de representaciones simbólicas (Re6) para representar la cantidad (frecuencia) asociada a cada tipo de prenda, según el atributo indicado en la tabla de doble entrada.

En el caso de las tareas propuestas para las niñas y niños de 6-7 años de edad, destacan los procesos matemáticos de resolución de problemas y representación. Siendo los indicadores que presentan un mayor porcentaje de presencia Re5 (71,4%), Re6 (81,8%) y Rp2 (77,3%). Mientras que los procesos matemáticos que tienen una menor presencia corresponden a comunicación y razonamiento y prueba. Cabe destacar, que, a diferencia de los niveles anteriores, en las tareas analizadas para este nivel todos los procesos matemáticos se encuentran presentes con distintos grados de protagonismo. Un ejemplo del tipo de tarea matemática propuesta se muestra en la figura 4.

María preguntó a sus amigos qué almuerzo les gusta más.



Formaron columnas con las tarjetas en la pizarra.



1 Cada uno colocó la imagen de su almuerzo favorito en la pizarra.

- ¿A cuántas personas les gustó cada comida?

¿Cuál es la comida más popular?
¿Cuál es la segunda comida más popular?

Comenten lo que observan.

La comida menos popular es...



Figura 4. Tarea matemática vinculada a estadística, 6-7 años de edad (T11, 2020, pp. 88-89)

La tarea de la figura 4, busca que las niñas y niños ordenen y registren información a través de pictogramas que posteriormente interpretarán. En primer lugar, se presenta una situación de un contexto cercano, su comida favorita (Rp2), por medio de material pictórico que servirá de apoyo para la resolución de la situación planteada (Rp5). Por otro lado, al pedirles que comenten lo que observan a partir del pictograma se está promoviendo la discusión, justificación y argumentación en torno a los resultados y sus interpretaciones (Rp6 y Rz3). Este tipo de preguntas favorece la interacción y el intercambio de ideas con otros para aprender y comprender en este caso cómo ordenar y registrar información en pictogramas (Co1 y Co2). Por último, se promueve el uso de representaciones pictóricas (Re5) a través del uso de pictogramas para representar información, como un medio.

En el caso de las tareas dirigida a niñas y niños de 7-8 años de edad, a partir de la tabla 2 se observa el predominio de la representación y resolución de problemas. Mientras que los procesos que presentan una menor presencia son los de comunicación y razonamiento y prueba. Por otro lado, consideramos importante diferenciar entre aquellas tareas matemáticas vinculadas a estadística y las vinculadas a probabilidad, pues podrían predominar procesos matemáticos diferentes, dado el carácter más bien experimental de la probabilidad en dicho nivel. Por ello, en lo que sigue, se muestra cómo distribuyen los procesos matemáticos según se trata de tareas de estadística o probabilidad (tabla 6).

Tabla 6
Presencia de los procesos matemáticos

Procesos matemáticos	7-8 años de edad					
	T4		T8		T12	
	Estadística (n=12)	Probabilidad (n=9)	Estadística (n=23)	Probabilidad (n=6)	Estadística (n=5)	Probabilidad (n=2)
Resolución de problemas	91,7%	77,8%	95,7%	100%	80%	100%
Razonamiento y prueba	0%	16,7%	60,9%	33,3%	60%	50%
Comunicación	33,3%	33,3%	4,3%	0%	40%	50%
Conexiones	100%	88,9%	95,7%	100%	80%	0%
Representación	91,7%	33,3%	95,7%	100%	100%	100%

La tabla 5, muestra que en el caso de las tareas de estadística para los 7-8 años de edad, el predominio está en las representaciones, seguido de conexiones, resolución de problemas, razonamiento y prueba, y comunicación. Mientras que, en el caso de las tareas de probabilidad, predomina la resolución de problemas, seguida de la representación, conexiones, razonamiento y prueba y comunicación. Ejemplos de estos tipos de tareas se muestran en las figuras 5 y 6.

Observa y responde

Colación preferida por los estudiantes		
Colación	Conteo	Cantidad total
Fruta		
Cereal		
Yogur		
Sándwich		



- ¿Qué pregunta pudo haber realizado la encuestadora a los estudiantes?

- ¿Dónde registró la información la encuestadora?

- ¿Qué representa cada marca | del conteo?

- Completa con la cantidad de estudiantes que prefirieron estas colaciones.

Fruta
↓

Cereal
↓

Yogur
↓

Sándwich
↓

¿Sabías que...?

Mediante el Censo se puede conocer la cantidad de habitantes de una población. En Chile, se realiza cada 10 años y el último fue el Censo del año 2012.

Figura 5. Tarea matemática vinculada a estadística, 7-8 años de edad. (T8, 2013, p. 240)

1 Los niños jugaron a lanzar dos dados y encontrar la suma. Anotaron los resultados.

Suma de dados	Resultados	Total
2		1
3		2
4		4
5		4
6		5
7		5
8		5
9		4
10		4
11		2
12		2

a) ¿Cómo registramos los resultados?

¿Cuáles son los posibles resultados?

¿La suma podría ser ?

b) Usaron una tabla de conteo.

- ¿Cuál suma salió más? ¿Cuántas veces?
- ¿Cuál suma salió menos? ¿Cuántas veces?
- ¿Por qué algunos resultados salen más que otros?

Figura 6. Tarea matemática vinculada a probabilidad, 7-8 años de edad (T12, 2020, p. 76-77)

Tanto en las tareas de las figuras 5 y 6, se observa que para este nivel educativo se plantean preguntas que invitan a las niñas y niños a realizar conjeturas y a explicar sus estrategias. Tal es el caso de la tarea de la figura 6 en que se pregunta sobre ¿qué pregunta pudo haber realizado la encuestadora a los estudiantes? O la pregunta ¿por qué algunos resultados salen más que otros? Son preguntas que invitan a desarrollar el razonamiento, preguntas que comienzan a ganar presencia a partir de este nivel educativo.

CONSIDERACIONES FINALES

En este estudio se han analizado los procesos matemáticos de resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, conexiones y representación (NCTM, 2000) presentes en las tareas de estadística y probabilidad propuestas en 12 libros de texto chilenos para estudiantes entre los 4 a los 8 años de edad.

A partir de dicho análisis se evidencia una ausencia de tareas matemáticas vinculadas al estudio de la probabilidad entre los 4-7 años de edad, confirmándose los resultados de Vásquez, Díaz-Levicoy y Arteaga (2020). Este dato va en desmedro de un adecuado desarrollo de la alfabetización estadística y probabilística desde temprana edad, que brinde oportunidades de aprendizaje enriquecedoras, y que permitan iniciar y educar a las niñas y niños en estos temas desde la Educación Infantil (e.g., NAEYC, 2002; NCTM, 2000).

Asimismo, en relación con la presencia de los procesos matemáticos, a partir del análisis de las 114 tareas matemáticas vinculadas a estadística y probabilidad, se observa un predominio de la resolución de problemas y la representación. Esto puede deberse al tipo de soporte que se ha analizado, pues no debemos olvidar que los libros de texto se basan en un soporte pictórico y se proponen como una herramienta para el desempeño individual de las niñas y niños e invitan a responder en forma directa. No obstante, las tareas matemáticas que se presentan son problemas que aún se encuentran en un nivel muy inicial, dado que en su gran mayoría no cumplen a cabalidad con los rasgos que caracterizarían a una tarea matemática como un buen problema (e.g. NCTM, 2000; Van De Walle, 2003; Piñeiro y Vásquez, 2019). Por otro lado, se centran preferentemente en situaciones gráficas con muy pocas oportunidades de respuesta oral y menos aún con desafíos que impliquen el contexto real del alumnado. Es necesario, pues, que en estos niveles educativos se planteen buenos problemas pues los libros de texto (en uso o de otras ediciones/editoriales) son una herramienta poderosa, y son uno de los recursos más utilizados por el profesorado al momento de seleccionar problemas para sus estudiantes (Piñeiro y Vásquez, 2019). En este sentido, se deben considerar tareas matemáticas que involucren una variedad de contextos cercanos a los estudiantes, por ejemplo, plantear problemas en los que deban proponer preguntas y recoger datos relativos a ellos y su entorno, representar y describir los datos; o bien resolver situaciones a partir de la información estadística obtenida de tablas y/o gráficos. En definitiva, se trata de brindar oportunidades para que vinculen los conocimientos de estadística y probabilidad con otros conocimientos tanto de la misma matemática como de otras disciplinas. De manera tal que sean capaces de aplicar sus conocimientos a la resolución de problemas que les sean significativos, de manera similar a como lo hacen los estadísticos, siguiendo (de acuerdo con su edad) los pasos de un ciclo de investigación estadística (Wild y Pfannkuch, 1999).

Respecto del proceso matemático representación, es relevante mencionar que si bien las niñas y niños utilizan representaciones diversas, en los libros de texto analizados, este se desarrolla preferentemente desde lo pictórico y simbólico, pero no aborda las diversas formas de representación, siendo el gran ausente el material concreto, tan necesario que el alumnado de estas edades manipulen para construir conocimiento matemático e ir avanzando, en los cursos posteriores, hacia una matemática más abstracta. Desde esta perspectiva, Romero y Castro (2008) proponen que una forma idónea para trabajar la representación en estos niveles educativos es a través de buenos problemas, que provengan de contextos de aprendizajes significativos y atractivos para los estudiantes. Aún más si consideramos que de acuerdo con Skemp (1980) las representaciones desempeñan un papel importante al momento de integrar nuevos conocimientos, asimilar nuevas nociones y reflexionar sobre los propios esquemas conceptuales. De igual manera, en la Educación Estocástica la representación es una de las ideas estadísticas fundamentales que se deben abordar en estos niveles educativos

(Vásquez y Cabrera, en revisión), al estar en directa relación con la transnumeración (Pfannkuch y Wild, 2004), componente del razonamiento estadístico, que consiste en obtener nueva información respecto de las características de un conjunto de datos a partir del uso de diferentes gráficos o representaciones que permitan identificar diferentes aspectos de los mismos datos. Este proceso implica una transformación de los datos recolectados en diversas representaciones con el fin de promover la comprensión de una situación real.

En tercer lugar, a partir de nuestro análisis se observa que los procesos matemáticos menos frecuentes son las conexiones, el razonamiento y prueba y la comunicación. En relación con esto, es importante tener presente que al no conectar entre los distintos contenidos matemáticos entre sí o con otras disciplinas, no solo se limita la comprensión integral y funcional de la estadística y probabilidad, sino también de las conexiones entre aquellos conocimientos intuitivos e informales que traen las niñas y niños desde sus propias experiencias y en cómo tales conocimientos se pueden conectar con los conocimientos que aprenden en el aula. Por su parte, al limitar aquellas experiencias de aprendizaje que permitan poner en juego el razonamiento y prueba, se debilita la toma de conciencia de la utilidad que ofrece la estadística y la probabilidad para explicar distintos acontecimientos o situaciones cotidianas. Por tanto, es importante brindar experiencias que permitan a los estudiantes explicar con sus propias palabras lo que entienden y lo que piensan respecto de un determinado tema o situaciones, por ejemplo, utilizar lenguaje probabilístico sencillo al identificar posibilidades de ocurrencia de hechos provenientes de un contexto real y cercano. Finalmente, al brindar menores oportunidades de comunicación entre pares se limita la interacción para reflexionar y discutir en torno a ideas estadísticas y probabilísticas, pues no hay que olvidar que la comunicación permite observar el pensamiento matemático y a la vez organizar y esclarecer las ideas (NCTM, 2000), aspecto imprescindible a la hora de interpretar y argumentar a partir de la información estadística presente, por ejemplo, en tablas y gráficos estadísticos.

Por consiguiente, a partir de los resultados obtenidos, concluimos que es necesario enriquecer la enseñanza de la estadística y la probabilidad en estos niveles educativos, a través de tareas matemáticas que permitan a las niñas y niños adquirir progresivamente herramientas que les permitan comprender y dar respuesta a problemas provenientes de contextos diversos en los que se requiere de comprensión y análisis de datos y probabilidad. En sintonía con Batanero (2013), es importante “que los niños pueden adquirir nociones probabilísticas, al introducirlas mediante actividades basadas en juegos de azar, que favorecen su adquisición intuitiva” (p. 11). Para ello, es fundamental en la etapa de infantil iniciar el desarrollo de la alfabetización estadística y probabilística a través de un trabajo articulado y progresivo que incorpore a los procesos matemáticos (NCTM, 2000), ya que de esta manera se puede asegurar un desarrollo competencial.

Se trata, en definitiva, de promover desde temprana edad una enseñanza de la estadística y la probabilidad a través de los procesos matemáticos (NCTM, 2000;

Alsina, 2012, 2017; Vásquez y Alsina, 2019), que permita a las niñas y niños dar respuesta a los requerimientos del mundo actual, el cual requiere de manera urgente contar con ciudadanas y ciudadanos alfabetizados en estadística y probabilidad. En este sentido, será necesario otorgar al profesorado tanto en formación como en ejercicio los conocimientos didácticos y disciplinares necesarios para promover desde temprana edad dicha alfabetización; conocimientos que les permitan gestionar, por ejemplo, un adecuado uso de los libros de textos, además de cuestionarse sobre ¿cómo debería ser la enseñanza de la estadística y la probabilidad en estos niveles educativos? de manera tal, que puedan identificar a los procesos matemáticos como una herramienta para el diseño de posibles trayectorias para el desarrollo de la alfabetización estadística y probabilística desde las primeras edades. Pues, como es sabido, las niñas y niños pasan por distintas etapas en su desarrollo, en su aprendizaje y crecimiento. En el aprendizaje de las matemáticas sucede de manera similar, poco a poco van adquiriendo ideas y habilidades que irán evolucionando con el pasar de los años y producto de sus experiencias y del proceso de enseñanza tanto en la escuela como en casa (Clements y Sarama, 2015).

En esta línea, Alsina (2015) propone que es necesario garantizar la adquisición de conocimientos matemáticos desde el primer ciclo de Educación Infantil, pues “la competencia matemática se va conformando desde las primeras edades, ya que las capacidades matemáticas tienen una génesis y van evolucionando hacia una mayor complejidad a medida que avanza el desarrollo cognitivo” (p. 25).

Desde este prisma, en este estudio evidenciamos que, de acuerdo con el tipo de tareas matemáticas propuestas en los libros de texto de infantil y primaria analizados, además de la presencia de los procesos matemáticos antes señalados, se observa un cierto grado de desarticulación en cuanto a la manera de abordar la estadística y la probabilidad en estos niveles educativos. Por tanto, es necesario que el profesorado ofrezca los andamios adecuados para la adquisición de conocimientos y el desarrollo de actitudes que permitan a los estudiantes reconocer la utilidad y el rol de la estadística y la probabilidad en el mundo, como una herramienta para comprender adecuadamente información estadística, y afrontar los desafíos actuales y futuros de un mundo complejo y cambiante. Por esta razón, resulta crucial abordar la enseñanza de la estadística y la probabilidad a partir de contextos cercanos “algunos de los cuales son planteados por el profesor y otros escogidos libremente por los alumnos. En lugar de introducir los conceptos y técnicas descontextualizadas, o aplicadas únicamente a problemas tipo, difíciles de encontrar en la vida real” (Batanero y Díaz, 2011, p. 13). De acuerdo con este planteamiento, se propone abordar el trabajo con pequeñas investigaciones o proyectos en estocástica, pues estos permitirían no tan solo mejorar la comprensión de los contenidos involucrados en el estudio de la estadística y la probabilidad a través de un aprendizaje más motivador y dotado de sentido, sino que también permitirían favorecer el desarrollo de la alfabetización estadística y probabilística, al mejorar la percepción hacia la utilidad de probabilidad y la estadística, además

de fomentar una actitud positiva hacia el estudio de éstas (Wild y Pfannkuch, 1999; Batanero y Díaz, 2011).

Por consiguiente, en futuros estudios será necesario aportar nuevos datos que contribuyan al diseño de trayectorias de enseñanza y aprendizaje que consideren los distintos procesos matemáticos, con la finalidad de promover el desarrollo progresivo de la alfabetización estadística y probabilística desde las primeras edades.

AGRADECIMIENTOS

Trabajo realizado en el marco del proyecto FONDECYT N° 1200356 financiado por la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo del Gobierno de Chile.

REFERENCIAS

- ACARA (2015). *The Australian Curriculum: Mathematics*. <https://www.australiancurriculum.edu.au/f-10-curriculum/mathematics/>
- Alsina, Á. (2012). La estadística y la probabilidad en educación infantil: conocimientos disciplinares, didácticos y experienciales. *Didácticas Específicas*, 7, 4-22.
- Alsina, Á. (2014). Procesos matemáticos en Educación Infantil: 50 ideas clave. *Números*, 86, 5-28.
- Alsina, Á. (2015). *Matemáticas intuitivas e informales de 0 a 3 años. Elementos para empezar bien*. Narcea.
- Alsina, Á. (2017). Contextos y propuestas para la enseñanza de la estadística y la probabilidad en educación infantil: un itinerario didáctico. *Revista Epsilon*, 34(95), 25-48.
- Alsina, Á. (2019). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas (6-12 años)*. Editorial Graó.
- Alsina, Á. y Vásquez, C. (2016). De la competencia matemática a la alfabetización probabilística en el aula: elementos para su caracterización y desarrollo. *UNION, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 48, 41-58.
- Alsina, Á. y Vásquez, C. (2017). Hacia una enseñanza eficaz de la estadística y la probabilidad en las primeras edades. *Revista Didasc@lia: Didáctica y Educación*, 8(4), 199-212.
- Alsina, Á., Maurandi, A., Ferre, E., y Coronata, C. (2020). Validating an Instrument to Evaluate the Teaching of Mathematics Through Processes. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 19, 559-577. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10064-y>
- Astrid, M., Espina, E., Alsina, Á y Novo, M. L. (2021). La educación estadística y probabilística en proyectos editoriales de Educación Infantil. *BOLEMA*, 35(69), 389-412. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v35n69a18>

- Batanero, C. (2013). La comprensión de la probabilidad en los niños: ¿qué podemos aprender de la investigación? En J. A. Fernandes, P. F. Correia, M. H. Martinho, y F. Viseu, (Eds.). *Atas do iii encontro de probabilidades e estatística na escola*. Centro de investigação em educação da Universidade do Minho.
- Batanero, C. (2019). Treinta años de investigación en educación estocástica: Reflexiones y desafíos. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. Disponible en: www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html
- Batanero, C. y Díaz, C. (2011). *Estadística con proyectos*. Departamento de Didáctica de la Matemática.
- BOE (2007). *Orden ECI/3960/2007, de 19 de diciembre, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la educación infantil*. Gobierno de España.
- BOE (2014). *Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria*, 52(14), 19349-19420. Gobierno de España.
- Boote, S. K. (2014). Assessing and Understanding Line Graph Interpretations Using a Scoring Rubric of Organized Cited Factors. *Journal of Science Teacher Education*, 25(3), 333-354.
- Carpenter, T.P. & Levi, L. (1999). *Developing Conceptions of Algebraic Reasoning in the Primary Grades*. University of Wisconsin-Madison.
- CCSSM (2010). *Common Core State Standards Initiative*. http://www.corestandards.org/wp-content/uploads/Math_Standards1.pdf
- Clements, D. y Sarama, J. (2015). *El aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas a temprana edad. El enfoque de las Trayectorias de aprendizaje*. Learning Tools LLC.
- Cohen, L., Manion, L. y Morrison, L. (2013). *Research methods in education*. Routledge.
- Coronata, C. (2014). *Presencia de los procesos matemáticos en la enseñanza del número de 4 a 8 años. Transición entre la Educación Infantil y Elemental*. Tesis doctoral. Universidad de Girona.
- De Guzmán, M. (2001). Tendencias actuales de la educación matemática. *Sigma*, 19, 5-25.
- Font, V. y Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educação Matemática Pesquisa*, 1(8), 67-98.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M. y Scheaffer, R. (2007). *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education (GAISE) Report: A Pre-K–12 Curriculum Framework*. American Statistical Association.

- Gal, I. (2002). Adults' Statistical literacy: meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70, 1-25.
- Gal, I. (2005). Towards 'Probability Literacy' for all Citizens. En G. Jones (ed.), *Exploring Probability in School: Challenges for Teaching and Learning* (pp. 43-71). Kluwer Academic Publishers.
- Gal, I. (2012). Developing Probability Literacy: Needs and Pressures Steaming from Frameworks of Adult Competencies and Mathematics Curricula. In S. J. Cho (Ed.), *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 1-7). Springer.
- Krippendorff, K. (2013). *Metodología de análisis de contenido. Teoría y práctica*. Paidós.
- Landis, J. R. y Koch, G. G. (1977). The measurement of observer agreement for categorical data. *Biometrics*, 33(1), 159-174.
- MINEDUC (2009). *Ley General de Educación*. Unidad de Currículum y Evaluación.
- MINEDUC (2012). *Bases Curriculares 2012: Educación Básica Matemática*. Unidad de Currículum y Evaluación.
- MINEDUC (2018). *Bases Curriculares para la Educación Parvularia*. Unidad de Currículum y Evaluación.
- MOE (2012a). *Nurturing Early Learners: A Curriculum for Kindergartens in Singapore: Numeracy: Volume 6*. Ministry of Education of Singapur.
- MOE (2012b). *Mathematics Syllabus: Primary on to six. Curriculum Planning and Development Division*. Ministry of Education of Singapur.
- NAEYC (2002). *Early childhood mathematics: Promoting good beginnings. A joint position statement*.
<http://www.naeyc.org/files/naeyc/file/positions/psmath.pdf>
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. The National Council of Teachers of Mathematics.
- OCDE. (2019). *OECD Future of Education and Skills 2030: OECD Learning Compass 2030*. OECD. http://www.oecd.org/education/2030-project/teaching-and-learning/learning/core-foundations/Core_Foundations_for_2030_concept_note.pdf
- Olsher, S. y Even, R. (2014). Teachers Editing Textbooks: Changes Suggested by Teachers to the Math Textbook They Use in Class. En K. Jones, C. Bokhove, G. Howson y L. Fan (Eds.). *Proceedings of the International Conference on Mathematics Textbook Research and Development, ICMT-2014* (pp. 43-48). University of Southampton.
- Pfannkuch, M. y Wild, C. (2004). Towards an Understanding of Statistical Thinking. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.). *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking* (pp. 17-46). Kluwer Academic Publishers.

- Piñeiro, J. L. y Vásquez, C. (2019). Un estudio exploratorio a las tensiones en los criterios de selección de problemas en profesores de educación primaria. *Educación em Revista*, 35(78), 65-84.
- Romero, S. y Castro, F. (2008). Modelización matemática en secundaria desde un punto de vista superior: el problema de Dobogókó. *Modelling in Science Education and Learning*, 1(2), 11-23.
- Sharma, S. (2013). Assessing Students' Understanding of Tables and Graphs: Implications for Teaching and Research. *International Journal of Educational Research and Technology*, 4, 51-70.
- Skemp, R. (1980). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Editorial Morata.
- Valverde, G., Bianchi, L. J., Wolfe, R., Schmidt, W. H. y Houang, R. T. (2002). *According to the Book: Using TIMSS to Investigate the Translation of Policy into Practice through the World of Textbooks*. Springer.
- Van De Walle, J. A. (2003). Designing and selecting problem-based task. En F. K. Lester y R. I. Charles. *Teaching Mathematics Through Problem Solving: Prekindergarten-Grade 6* (pp. 67-80). NCTM
- Vásquez, C. (2014). *Evaluación de los conocimientos didáctico-matemáticos para la enseñanza de la probabilidad de los profesores de Educación Primaria en activo*. Tesis Doctoral. Universidad de Girona.
- Vásquez, C. (2018). Surgimiento del lenguaje probabilístico en el aula de educación primaria. *REnCiMa*, 9(2), 374-389.
- Vásquez, C. y Alsina, Á. (2017). Lenguaje probabilístico: un camino para el desarrollo de la alfabetización probabilística. Un estudio de caso en el aula de Educación Primaria. *Bolema*, 31(57), 454-478. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a22>
- Vásquez, C. y Alsina, Á. (2019). Intuitive ideas about chance and probability in children from 4 to 6 years old. *Revista Acta Scientiae*, 21(3), 131-154. <http://dx.doi.org/10.17648/acta.scientiae.v21iss3id5215>
- Vásquez, C. y Cabrera, G. (en revisión). La enseñanza de estadística y probabilidad en Educación Infantil y Primaria: reflexiones desde una perspectiva internacional.
- Vásquez, C., Alvarado, H., y Ruz, F. (2019). Actitudes de futuras maestras de Educación Infantil hacia la estadística, la probabilidad y su enseñanza. *Revista Educación Matemática*, 31(3), 177-202. <http://dx.doi.org/10.24844/EM3103.0>
- Vásquez, C., Díaz-Levicoy, D., Coronata, C. y Alsina, Á. (2018). Alfabetización estadística y probabilística: primeros pasos para su desarrollo desde la Educación Infantil. *Cadernos Cenpec*, 8(1), 54-179.
- Vásquez, C., Díaz-Levicoy, D. y Arteaga, P. (2020). Objetos matemáticos ligados a la estadística y la probabilidad en Educación Infantil: un análisis desde los libros de texto. *Bolema*, 34(67), 480-500.
- Vásquez, C., Pincheira, N., Piñeiro, J. L. y Díaz-Levicoy, D. (2019). ¿Cómo se promueve el aprendizaje de la estadística y la probabilidad? Un análisis desde

- los libros de texto para la Educación Primaria. *Bolema*, 33(65), 1133-1154
DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n65a08>
- Wild, C. J., y Pfannkuch, M. (1999). Statistical Thinking in Empirical Enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-248.
<http://dx.doi.org/10.1111/j.1751-5823.1999.tb00442.x>
- Yurovsky, D., Boyer, T., Smith, L. B. y Yu, C. (2013). Probabilistic cue combination: Less is more. *Developmental Science*, 16(2), 149-158.

Claudia Vásquez Ortiz
Pontificia Universidad Católica de
Chile
cavasque@uc.cl

Claudia Coronata
Pontificia Universidad Católica de
Chile
ccoronata@uc.cl

Hernán Rivas
Universidad Católica de Temuco,
Chile
hrivas@uct.cl

Recibido: Diciembre de 2020. Aceptado: Marzo de 2021
doi: 10.30827/pna.v15i4.22512



ISSN: 1887-3987