

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS Y TECNOLOGÍAS DIGITALES: AGENDA DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLOS

Manuel Santos Trigo

Cinvestav-IPN. México

Resumen

La presencia y uso intenso que los individuos exhiben de tecnologías digitales ha estado influyendo en la forma y en el desarrollo de tareas y actividades tanto en el ámbito social como en el profesional. ¿Qué tecnologías resultan importantes en la construcción de conocimiento matemático del profesorado y alumnado? ¿Qué formas de razonamiento matemático se promueven en la resolución de problemas con tecnología? ¿Qué cambios en el currículum y en los escenarios de enseñanza son necesarios con el uso sistemático y coordinado de tecnologías digitales en el aprendizaje de las matemáticas? En la discusión de estas preguntas se abordan temas de una agenda de investigación y práctica que identifica a la resolución de problemas como una actividad esencial en el desarrollo del conocimiento matemático del profesorado y alumnado. Se distingue el uso de una bitácora digital, como herramienta para que los estudiantes registren sus experiencias de aprendizaje y compartan sus acercamientos de resolución de problemas con sus pares y reciban retroalimentación de sus profesores.

Abstract

Mathematical problem solving and the use of digital technologies: Research agenda and developments

What types of digital technologies are relevant for teachers to frame a learning scenario that fosters their students' problem-solving experiences? In this paper, a digital wall is introduced as a tool for students to register and monitor their learning experiences. To this end, the digital wall is framed within three intertwined components that include an inquiry or inquisitive approach to understand concepts and to solve problems, the systematic and coordinated use of digital technologies and a supported system to guide and help learners. An example that involves the construction of a rectangle is used to illustrate how the use of technology becomes important to think of different solution methods and to extend the initial domain of the problem.

Introducción

La resolución de problemas es una actividad esencial que sustenta, moldea y distingue el comportamiento de los individuos (Santos-Trigo, 2019, 2020). En algunos casos, la identificación o formulación y resolución de problemas involucra la aplicación de rutinas de solución establecidas como planear y realizar un viaje; y en otros, como el estudio de las disciplinas, demanda que el individuo defina, modele y active recursos y estrategias para resolverlos. Los desarrollos, avances continuos y el uso intenso de diversas tecnologías y desarrollos digitales están transformando notablemente las formas y el comportamiento de los individuos al enfrentar y resolver tareas cotidianas y profesionales (Mishra y Henriksen, 2018). En el ámbito educativo, las tecnologías están demandando cambios y ajustes no solo en los espacios de aprendizaje, en el concepto de institución o escuela, o en las formas de enseñanza; sino también en los procesos propios del aprendizaje. Es decir, están alterando los cimientos o fundamentos de los sistemas de educación (Edwards, B. I. et al., 2021).

Con una aplicación digital (activada con un teléfono o tableta), el individuo puede adquirir un producto, surtir la despensa, tener una consulta médica, estimar el tiempo para ir de un lugar a otro o seguir una rutina de ejercicio desde casa o cualquier lugar con acceso a Internet. En el ámbito profesional, las comunidades reconocen que el desarrollo del conocimiento disciplinario depende de las herramientas que un individuo o grupo de personas usa durante el proceso de comprender conceptos o formular y resolver problemas (Santos-Trigo et al., 2021). Con el uso de las herramientas digitales, los individuos tienen la oportunidad de ampliar o extender su sistema cognitivo que se expresa en términos del uso de la memoria, las operaciones y cálculos, la representación de las ideas, el uso de símbolos, etc.

Las tecnologías y algunas plataformas digitales permiten a los individuos extender las formas de abordar y resolver problemas disciplinarios. La búsqueda de información en línea sobre el tema, el intercambio de ideas con pares y la discusión de posibles caminos de solución de los problemas son actividades que se pueden llevar a cabo de manera continua y eficiente por medio del uso de tecnologías digitales (Santos-Trigo, 2020a).

El proceso de pensar las tareas en términos de las facilidades y posibilidades que ofrecen las herramientas incide directamente en las formas en que los individuos o estudiantes representan, exploran y resuelven los problemas o tareas (Engelbrecht et al., 2020). Aquí, el estudiante, al interactuar con la herramienta, se involucra en un proceso de apropiación de la tecnología que le permite conocer las permisiones que resultan importantes para afrontar la tarea o problema. También, en este proceso, el estudiante desarrolla experiencias y configuraciones cognitivas que permean y regulan su comportamiento alrededor de la resolución de los problemas (Santos-Trigo y Reyes-Martínez, 2019; Hollebrands y Okumus, 2018).

En el camino para transformar un artefacto tecnológico en una herramienta de resolución de problemas, el estudiante se involucra en distintas actividades (preguntar a otros directamente o usar foros para resolver dudas, consultar videos, o por ensayo y error, etc.) y varias de estas actividades y estrategias son las mismas que los maestros/as o expertos/as muestran en el estudio de las disciplinas. ¿Cómo conectar y explotar esas estrategias que los jóvenes muestran en el desarrollo de sus actividades con el estudio o la construcción de conocimiento disciplinario? Un concepto esencial en el estudio de las disciplinas es que los alumnos y alumnas conceptualicen la tarea de aprender y resolver problemas como un conjunto de dilemas que tienen que representar, explorar y resolver en términos de recursos y estrategias disciplinarias (Li y Schoenfeld, 2019).

El confinamiento social impuesto, como medida para reducir y controlar los contagios por el virus SARS-CoV-2, impulsó, en todos los niveles de la educación formal, el uso de aplicaciones digitales como un medio para continuar con las actividades escolares desde los lugares de aislamiento. A casi dos años del confinamiento, algunas instituciones ya han regresado a un modelo híbrido o combinado que contempla actividades en línea y presenciales; otras siguen privilegiando las actividades remotas. ¿Qué cambios se han producido en los ambientes de enseñanza y cómo han incidido en la formación académica de los estudiantes? ¿Qué retos y ajustes enfrentan los estudiantes en las formas de trabajar que los conducen hacia la comprensión de conceptos y resolución de problemas disciplinarios? ¿Cómo se monitoriza y evalúa el aprendizaje individual de los estudiantes y sus participaciones en grupos de discusión sobre la resolución de problemas? El concepto o la idea de que el estudiante debe inicialmente problematizar los contenidos disciplinarios puede ser el punto de partida para que desarrolle su interés y conecte y extienda sus ideas en el estudio de las disciplinas. Problematizar significa formular preguntas (Berger, 2014) y conceptualizar el estudio de las disciplinas como un conjunto de dilemas o problemas donde los contenidos disciplinarios son el vehículo para resolverlos. ¿Por qué? ¿Qué? ¿Dónde? ¿Cuándo? ¿Cómo?, etc., son interrogantes que desde muy temprano aparecen en el comportamiento de los niños y niñas y definen las bases y fundamentos en la construcción de conocimiento disciplinario y en la resolución de problemas.

En el proceso de cuestionar, los estudiantes plantean preguntas, desarrollan un lenguaje para expresarlas que los lleva a la comprensión del contenido y también a pensar en forma más crítica y creativa acerca del tema (Polya, 1945). En este contexto, el estudiante debe tener la oportunidad de problematizar lo que aprende (Schoenfeld, 2020). Es decir, la formulación de preguntas y la búsqueda de caminos para responderlas son actividades esenciales para que los estudiantes desarrollen un

aprendizaje profundo y amplio de contenidos fundamentales (Schoenfeld, 1985). Isidor [Rabi](#), quién obtuvo el premio Nobel en física en 1944, cuenta que su madre, al recibirlo cuando regresaba de la escuela, en lugar de preguntarle qué aprendiste hoy, le preguntaba: ¿planteaste alguna buena pregunta hoy? Entender y resolver diferencias entre trabajar un ambiente presencial con los estudiantes y diseñar e implementar tareas en línea resulta esencial no solo para guiar a los estudiantes en la construcción de conocimiento; sino también en el desarrollo de formas de evaluar el aprovechamiento académico de los estudiantes. Es decir, el diseño de actividades en línea también debe incluir formas claras y robustas de monitorizar y evaluar el conocimiento que los estudiantes aprenden y aplican en la resolución de problemas.

Muchos estudiantes reclaman que no tienen una conexión estable a una red de internet en casa y carecen de computadoras o tabletas para participar en las actividades en línea que su profesorado implementaba. También, una cantidad importante de padres y madres de familia se vio rebasada y angustiada al no poder ayudar y orientar a sus hijos/as, tanto en la parte técnica del manejo de las aplicaciones, como en las tareas que ahora tienen que resolver y enviar a través de algunas herramientas de comunicación. Esto evidenció que existen diferencias marcadas entre ser un usuario o consumidor digital y ser un estudiante digital que debe desarrollar y trabajar de manera diferente comparado con el modelo de enseñanza presencial.

Sobre la Bitácora Digital

¿Cómo pueden los estudiantes registrar y monitorizar sus acercamientos, ideas, dudas, y trabajo asociado con la comprensión de conceptos y el desarrollo de competencias para resolver problemas? En un escenario de aprendizaje digital se destaca el uso de videoconferencias, vía alguna aplicación que permite al profesorado explicar los contenidos, resolver problemas y analizar soluciones.

Además, algunos profesores y profesoras usan plataformas en línea para gestionar la asignación de tareas y monitorizar el tiempo que dedican los estudiantes a trabajar en las actividades del curso. Es común también que los estudiantes consulten desarrollos en línea como enciclopedias, o revisen plataformas como Khan Academy para complementar y extender lo que presenta el profesorado en una videoconferencia. La selección y uso de estos recursos debe abordarse directamente como parte de las sesiones de trabajo. La idea es que estos recursos y actividades contribuyan en el desarrollo de un pensamiento disciplinar robusto en los estudiantes. En un modelo de educación digital, el estudiante adquiere una responsabilidad y el compromiso de analizar y cuestionar el material que el profesorado presenta a través de las videoconferencias y desarrollar un método de trabajo que le permita compartir ideas con pares y extender el dominio del material que estudia. ¿Cómo orientar a los jóvenes en el desarrollo de un espíritu inquisitivo que le permita desarrollar formas robustas de pensar consistentes con el quehacer de las disciplinas? La bitácora digital (Santos-Trigo, Reyes-Martínez y Gómez-Arciga, en prensa) surge como un instrumento importante que permite al estudiante registrar y llevar un control de su propio proceso de comprensión de conceptos y resolución de problemas. ¿Cuál es la estructura y qué contenidos debe incluir la bitácora? En términos generales, ese cuaderno de notas o trabajo donde el estudiante reportaba sus experiencias de aprendizaje en escenarios presenciales; ahora se transforma en una bitácora digital que puede compartir por medio de una plataforma digital.

Existen aplicaciones como GeoGebra o Google Classroom que ofrecen plantillas prediseñadas que el estudiante puede ajustar y usar para organizar el contenido de la bitácora. Así, en la bitácora aparecerán los videos de las presentaciones del profesorado, las preguntas que planteen los estudiantes al analizar los videos, las respuestas y retroalimentación de los pares y profesorado, las ligas de los materiales consultados en línea. Además, el estudiante puede organizar el

contenido de la bitácora en episodios de resolución de problemas que incluyan fases relacionadas con la comprensión de conceptos o enunciados de problemas, las representaciones de los problemas incluyendo los modelos dinámicos, la implementación de un plan de solución, la extensión de los problemas y un análisis de los métodos y estrategias de solución.

En general, el contenido de la bitácora proporciona información sobre las experiencias propias de cada estudiante en el estudio de las disciplinas y en la resolución de problemas.



Figura 1: La bitácora digital como una herramienta para aprender y resolver problemas

La bitácora digital y el problema del rectángulo

En la educación básica, los alumnos y alumnas estudian propiedades y atributos (áreas, perímetros, longitudes, ángulos, etc.) de objetos o figuras

geométricas elementales como triángulos, rectángulos o cuadrados. Así, conocen que los rectángulos tienen 4 lados, pares de lados perpendiculares o paralelos, cuatro ángulos rectos, dos diagonales, un centro (intersección de las diagonales), y atributos como área y perímetro. Con estos elementos, se pueden plantear varias preguntas relacionadas con la construcción de un rectángulo. Por ejemplo: ¿Cómo construir un rectángulo si se conoce su perímetro y una diagonal? En la tarea de responder esta pregunta, se ilustran diferentes caminos de representar y explorar los conceptos involucrados en el problema. Se destaca el uso de GeoGebra en la construcción de un modelo dinámico que ilustra el uso de relaciones matemáticas que conectan diversas áreas de las matemáticas para resolver el problema.

A. Acercamiento algebraico. En la figura, se representan los lados con x e y , y la diagonal con d . Con esta información, se plantea un modelo algebraico del problema.

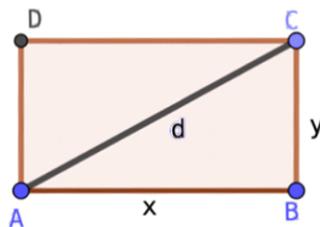


Figura 2: Un rectángulo con diagonal d y lados x e y .

Por el teorema de Pitágoras se tiene: $x^2 + y^2 = d^2$ y por la propiedad del perímetro se tiene que: $2(x + y) = P$. Resolviendo el sistema, se obtienen las soluciones de la figura 3A y su representación gráfica para $P = 14$ y $d = 5$ viene dada por la figura 3B.

Input:

$$\{x^2 + y^2 = d^2, 2(x + y) = P\}$$

Alternate forms:

$$\{d^2 = x^2 + y^2, P = 2(x + y)\}$$

$$\{y^2 = d^2 - x^2, y = \frac{P}{2} - x\}$$

Expanded forms:

$$\{-d^2 + x^2 + y^2 = 0, -P + 2x + 2y = 0\}$$

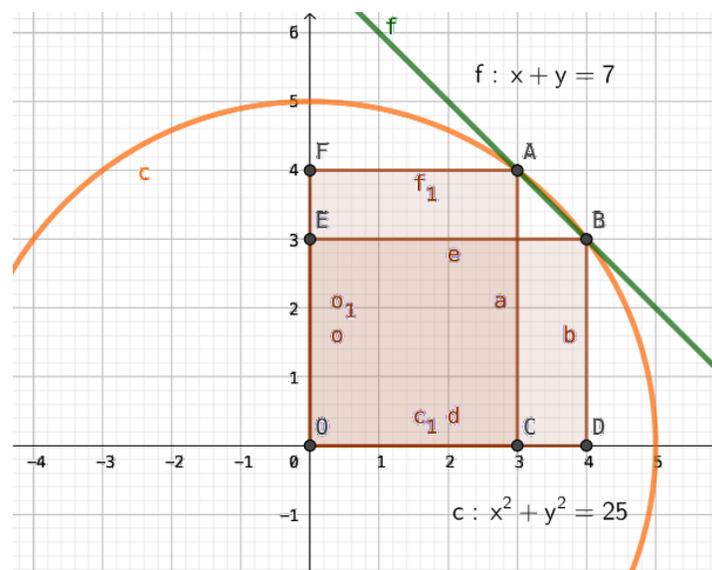
$$\{x^2 + y^2 = d^2, 2x + 2y = P\}$$

Solutions:

$$x = \frac{1}{4}(P - \sqrt{8d^2 - P^2}), \quad y = \frac{1}{4}(\sqrt{8d^2 - P^2} + P)$$

$$x = \frac{1}{4}(\sqrt{8d^2 - P^2} + P), \quad y = \frac{1}{4}(P - \sqrt{8d^2 - P^2})$$

Figura 3A. Resolución del sistema.

Figura 3B. Representación gráfica para $P = 14$ y $d = 5$ en GeoGebra.

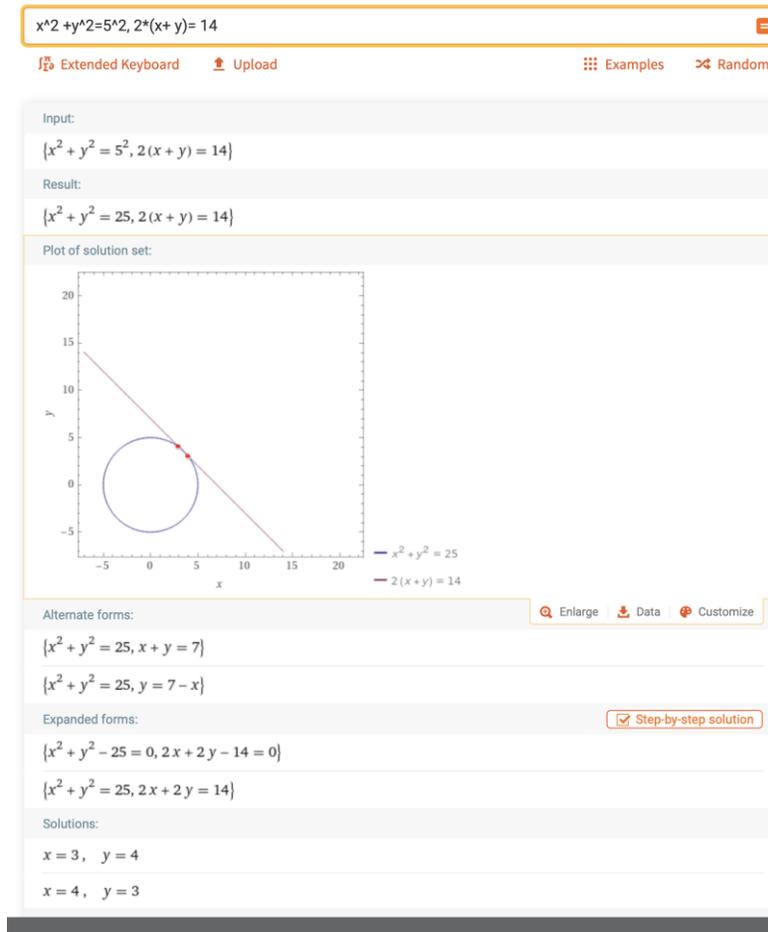


Figura 4: Solución gráfica obtenida con el uso de WolframAlpha.

B. Método de la elipse. Acercamiento que involucra una familia de triángulos con perímetro igual a la suma de los dos lados del rectángulo más la longitud de la diagonal. En la Figura 5, los segmentos AB y CD representan la diagonal y el semi-perímetro del rectángulo. E es un punto cualquiera sobre el segmento CD, se construyen dos círculos con centros en A y B y radios CE y DE, respectivamente. Estos círculos se cortan en los puntos F y G, el lugar geométrico que generan los puntos F y G al mover el punto E es una elipse con focos los puntos A y B. Al mover el punto E sobre el segmento CD se genera una familia de triángulos AGB y cuando el triángulo AGB sea rectángulo se obtiene la solución del problema. Así, los rectángulos ALBI y AJBK son la solución.

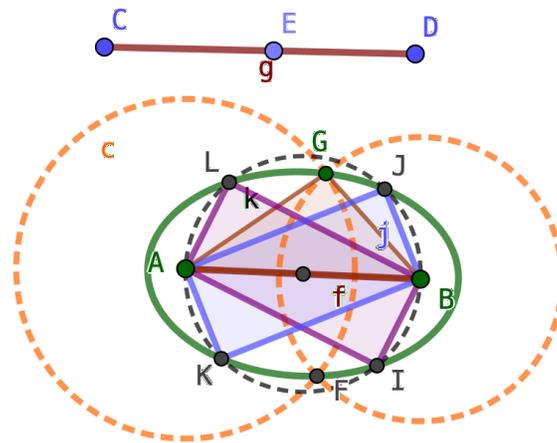


Figura 5: Al mover el punto E sobre el segmento CD se obtiene la [solución](#).

(<https://www.geogebra.org/m/t4ub5rud>)

C. Método que involucra una familia de rectángulos con perímetro fijo. En la Figura 6, los segmentos AB y CD representan el semi-perímetro y la diagonal del rectángulo que se quiere construir. El punto P está sobre el segmento AB, se sitúa el punto R sobre el eje Y tal que AR es congruente con el segmento PB. Así, el rectángulo APQR tiene como perímetro el doble de la longitud del segmento AB. Al mover el punto P sobre AB se genera una familia de rectángulos con perímetro fijo AB. El lugar geométrico del punto Q cuando se mueve P sobre AB es el segmento BF. Se traza una circunferencia con centro en A y radio, CD, la diagonal. Esta circunferencia corta al segmento BF en los puntos E y G. Así, los rectángulos ALEJ y AKGM tienen el perímetro dado (dos veces la longitud de AB) y la diagonal el segmento CD.

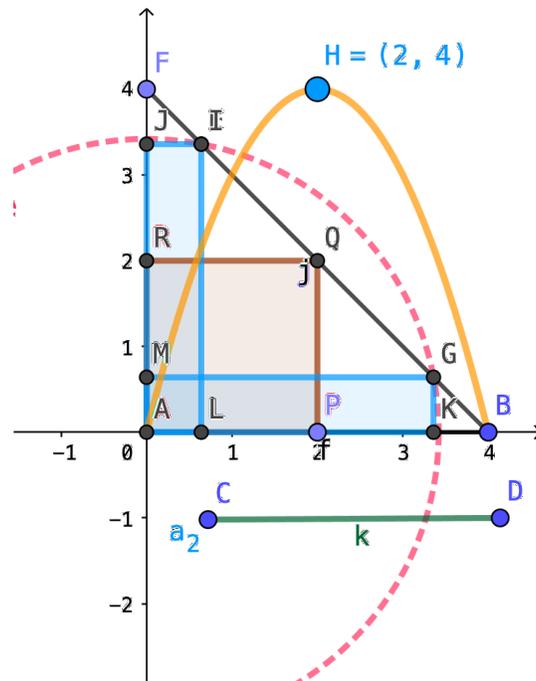


Figura 6: Construcción de los rectángulos a partir de una familia de rectángulos con perímetro fijo. (<https://www.geogebra.org/m/phs3gxuu>)

D. Sobre la variación del área de los rectángulos inscritos en el triángulo ABF.

En la misma figura se construye un punto H con coordenadas la abscisa del punto P y como la coordenada y, el valor del área del rectángulo APQR. El lugar geométrico del punto H cuando el punto P se mueve sobre AB es una parábola. Se observa que el valor máximo del área de la familia de rectángulos se obtiene cuando P se ubica en el punto medio del segmento AB, es decir, cuando el rectángulo es un cuadrado. La recta *s* es tangente a la parábola en el punto T y se observa que al mover el punto T sobre la parábola, el valor de la pendiente de la recta tangente varía. En un intervalo, la pendiente es positiva, en un punto es cero, y después el valor es negativo (Figura 7).

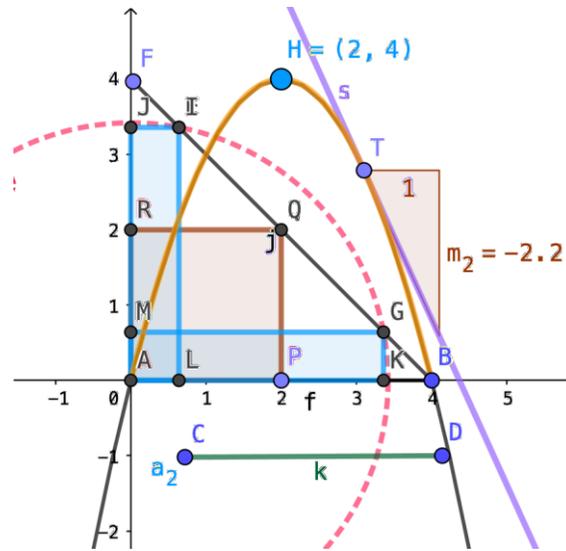


Figura 7: La recta tangente a la curva y el comportamiento del área.

(<https://www.geogebra.org/m/fnp45ga9>)

Comentario: El problema del rectángulo comienza con una pregunta simple sobre su posible construcción a partir de tener como datos su perímetro y el valor de la diagonal. Se destacan, en la discusión de esta pregunta, los diferentes acercamientos o caminos para responderla. Un primer acercamiento involucra el uso del álgebra para representar el problema. En esta dirección surge la aplicación del teorema de Pitágoras que relaciona la diagonal con los lados del rectángulo y la expresión que representa su perímetro. El uso de la aplicación Wolframalpha permite encontrar la solución general y la solución gráfica para valores particulares del perímetro y la diagonal. El segundo acercamiento incluye la construcción de una familia de triángulos con un lado fijo, la diagonal dada, y los otros dos lados teniendo como suma la mitad del perímetro dado. Así, en la Figura 5, el segmento CD representa el semi-perímetro del rectángulo y el punto E, móvil, define los dos lados del triángulo AGB ($CE = AG$, $DE = BG$). Con la herramienta, se traza el lugar geométrico del punto G cuando el punto E se mueve sobre CD. Ese lugar geométrico es una elipse y la solución, para la construcción del rectángulo se determina cuando la posición

de G hace que el ángulo AGB sea recto. El tercer método de solución parte de la construcción de una familia de rectángulos que comparten el mismo perímetro (fijo). Se observa, que estos rectángulos aparecen inscritos en el triángulo rectángulo ABF y la solución se obtiene cuando las diagonales AG y AE coinciden con el valor de la diagonal dada (CD).

La familia de rectángulos con perímetro fijo inspiró la exploración del comportamiento de sus áreas, la figura 7 muestra que la gráfica del comportamiento de las áreas de los rectángulos con perímetro fijo es una parábola. También se observa que el valor máximo del área de esa familia de rectángulos se alcanza cuando los lados del rectángulo son iguales (cuadrado).

Los contenidos matemáticos y las estrategias de solución del problema incluyen el teorema de Pitágoras, sistema de ecuaciones, familia de rectángulos con perímetro fijo, secciones cónicas (elipse y parábola), funciones, el concepto de pendiente y su relación con el concepto de derivada. Se ilustra, además, la importancia de que los estudiantes siempre consideren diferentes caminos para representar, explorar y resolver el problema. Aquí, el uso de GeoGebra es importante en la construcción y exploración de modelos dinámicos del problema que favorecen el estudio de relaciones y conceptos estudiados en diferentes áreas como el álgebra, geometría y cálculo.

En la figura 8 se ilustran los elementos importantes que estructuran el contenido de la bitácora digital al trabajar el problema de la construcción del rectángulo. El método inquisitivo, problematizar la tarea, aparece en las fases de resolución del problema e incluye preguntas relacionadas con la comprensión del problema, el significado geométrico de los conceptos, el plan de solución y los diferentes caminos de construcción del rectángulo.

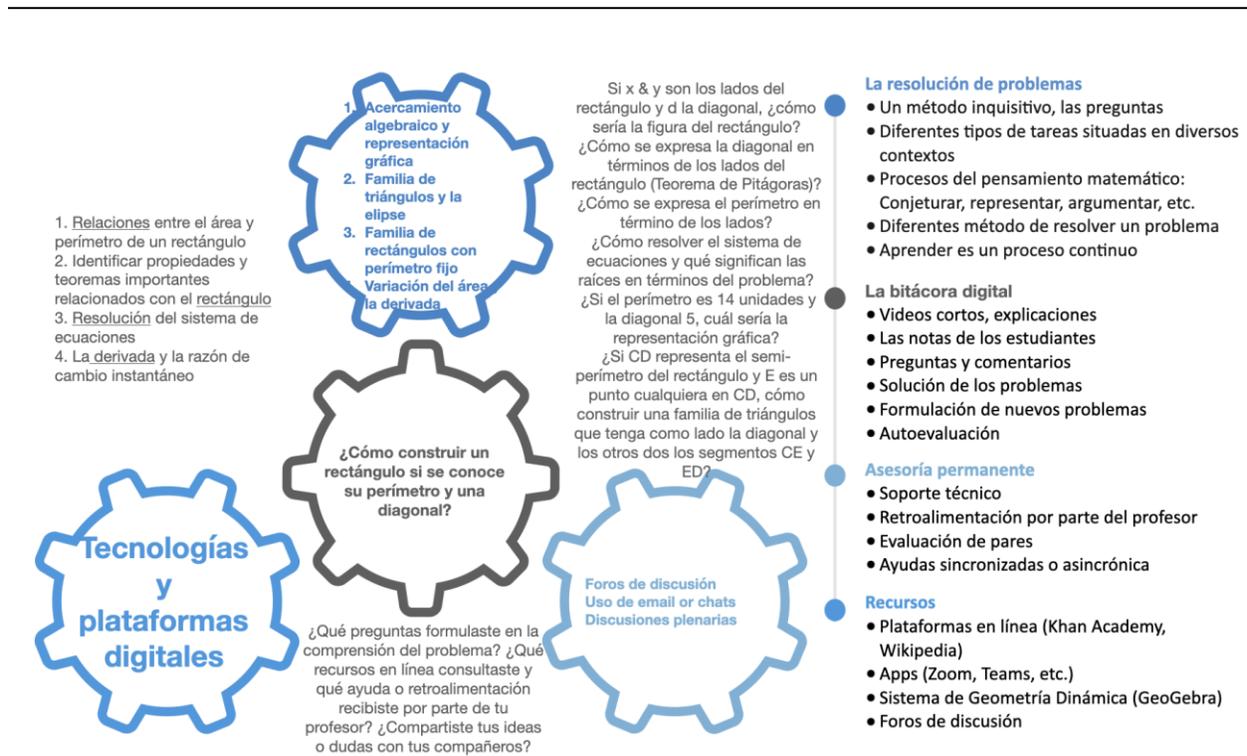


Figura 8: La bitácora digital y el problema del rectángulo.

Reflexiones y conclusiones

¿Cómo estructurar un ambiente de enseñanza remoto o en línea? ¿Qué ofrece el uso coordinado de tecnologías digitales a los estudiantes en términos de oportunidades para desarrollar un pensamiento matemático robusto? En la discusión de este tipo de preguntas, se plantea un marco conceptual que incluye tres componentes fundamentales relacionados: Un acercamiento inquisitivo de resolución de problemas que promueve la formulación de preguntas como un medio para que los estudiantes construyan conocimiento matemático; el uso coordinado de diversas tecnologías y desarrollos digitales para discutir, resolver, comunicar y compartir experiencias y resultados; y el uso de foros de discusión, participación sincrónica o asincrónica y retroalimentación de pares y profesorado.

Aquí, el uso de una bitácora digital surge como un instrumento que permite a los estudiantes no solo registrar y compartir sus acercamientos de resolución de

problemas y preguntas o dudas, sino también un vehículo para conocer y analizar otras ideas de sus pares y recibir retroalimentación de su profesorado. En el ejemplo que involucra la construcción de un rectángulo se resalta la importancia de que los estudiantes siempre busquen diferentes caminos para resolver un problema.

En particular, la representación o modelo dinámico del problema, que se construye con el uso de GeoGebra, ofrece diversas oportunidades a los estudiantes para observar el comportamiento de los objetos del modelo dinámico con la intención de buscar relaciones y formas de sustentarlas. En esta perspectiva, la exploración de familias de triángulos y rectángulos conecta conceptos que se estudian en diferentes dominios como la geometría analítica, las funciones y el cálculo diferencial.

Las aplicaciones de comunicación como Zoom o Teams resultan importantes en las interacciones entre los estudiantes y el profesorado durante el desarrollo de las actividades. Otras tecnologías, como GeoGebra, inciden directamente en las formas de representar y explorar los conceptos y problemas matemáticos. Así, el uso sistemático y coordinado de este tipo de herramientas promueve una ruta sobre cómo los estudiantes abordar, analizar, discutir y compartir sus experiencias y formas de razonar durante la resolución de problemas matemáticos.

Agradecimientos: Este trabajo ha sido financiado parcialmente por el Proyecto de Investigación del Plan Nacional del MICINN, con referencia EDU2017-84276-R.

Referencias bibliográficas

Berger, W. (2014). *A more beautiful question*. Bloomsbury Publishing. Kindle Edition.

- Edwards, B. I. et al. (Eds.) (2021), Emerging Technologies for Next Generation Learning Spaces, *Lecture Notes in Educational Technology*, https://doi.org/10.1007/978-981-16-3521-2_1
- Engelbrecht, J., Borba, M. C., Llinares, S. y Kaiser, G. (2020). Will 2020 be remembered as the year in which education was changed? *ZDM*, 52, pp: <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01185-3>
- Hollebrands, K. y Okumus, S. (2018). Secondary mathematics teachers' instrumental integration in technology-rich geometry classroom. *Journal of Mathematical Behavior*, 49, pp.82-94.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.10.003>
- Li, Y. y Schoenfeld, A. H. (2019). Problematizing teaching and learning mathematics as “given” in STEM education, *International Journal of STEM Education*, 6:44, pp: 1-13. <https://doi.org/10.1186/s40594-019-0197-9>
- Mishra, P. y Henriksen (2018). *Creativity, Technology y Education: Exploring their Convergence*, SpringerBriefs in Educational Communications and Technology, https://doi.org/10.1007/978-3-319-70275-9_2
- Polya, G. (1945). How to solve it. Princeton NJ: Princeton University.
- Santos-Trigo, M., Reyes-Martínez, I. and Gómez-Arciga, A. (En prensa). A conceptual framework to structure remote learning scenarios: a digital wall as a reflective tool for students to develop mathematics problem-solving competencies, *Int. J. Learning Technology*.
- Santos-Trigo, M., Barrera-Mora, F. y Camacho-Machín, M. (2021). Teachers' use of technology affordances to contextualize and dynamically enrich and extend mathematical problem-solving strategies. *Mathematics* 9, no. 8: 793. <https://doi.org/10.3390/math9080793>
- Santos-Trigo, M. (2020). Problem-solving in mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education*, pp. 686-693. Springer: Cham, Switzerland.
- Santos-Trigo, M. (2020a). Prospective and practicing teachers and the use of digital technologies in mathematical problem-solving approaches. In S. Llinares y O. Chapman (Eds.), *International handbook of mathematics teacher education: volume 2, tools and processes in mathematics teacher education*. Koninklijke Brill NV: Leiden, The Netherlands.
- Santos-Trigo, M. (2019). Mathematical Problem Solving and the use of digital technologies. In P. Liljedahl and M. Santos-Trigo (Eds.). *Mathematical Problem Solving. ICME 13 Monographs*, ISBN 978-3-030-10471-9, ISBN

978-3-030-10472-6 (eBook), Springer Nature Switzerland AG. Pp. 63-89
https://doi.org/10.1007/978-3-030-10472-6_4

Santos-Trigo, M. y Reyes-Martínez, I. (2019) High school prospective teachers' problem-solving reasoning that involves the coordinated use of digital technologies, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 50:2, 182-201, DOI:10.1080/0020739X.2018.1489075

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL: Academic Press.

Schoenfeld, A. H. (2020). Mathematical practices, in theory and practice. *ZDM*
<https://doi.org/10.1007/s11858-020-01162-w>