

ISSN 1390-6712

# MASKAY



Vol. 9, No. 1

## **Revista MASKAY**

Departamento de Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones  
Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE

### DIRECTOR DEL DEEE

Mayo. de COM. Carlos Enrique González Mantilla

### EDITOR GENERAL

Diego Arcos Avilés

### CONSEJO EDITORIAL

Enrique V. Carrera (ESPE)  
Carlos Julio Tierra (UFRJ)  
Diego Benítez (USFQ)  
Lauro Ojeda (UMICH)  
Ana Guamán (ESPE)  
Juan Pablo Robelly (R&S)  
Vinicius Petrucci (UFBA)  
José Luis Rojo (URJC)  
Daniel Ochoa (ESPOL)  
Alexis Tinoco (ESPE)  
Martha Cecilia Paredes (EPN)

### INFORMACIÓN DE CONTACTO

Revista MASKAY  
Departamento de Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones  
Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE

Av. Gral. Rumiñahui (S/N)  
P. O. Box 17-15-243B  
Sangolquí, Pichincha, Ecuador  
Telf. +593 2 3989400 ext 1867

El contenido de los artículos aquí publicados es responsabilidad exclusiva de sus correspondientes autores. Mayor información en <https://journal.espe.edu.ec/ojs/index.php/maskay/index>.

# Presentación

El Departamento de Eléctrica y Electrónica de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, consciente de su gran responsabilidad con la sociedad, busca proponer e impulsar iniciativas tendientes a fomentar el desarrollo integral de la ingeniería eléctrica y electrónica en el Ecuador. Como resultado de este compromiso, nace en el año 2011 la revista Maskay. Esta revista sintetiza de una forma documentada los esfuerzos en investigación y desarrollo que desarrollan los docentes/investigadores y estudiantes de la región.

En la actualidad, la revista MASKAY se encuentra indexada en diversas bases de datos: **SciELO-Ecuador**, **Latindex**, **LatAm-Studies** Estudios Latinoamericanos, **RootIndexing**, **MIAR** (Matriz de Información para el análisis de Revistas), **DOAJ** (Directory of Open Access Journals), **DRJI** Directory of Research Journals Indexing) y **REDIB** (Red Iberoamericana de Innovación y Conocimiento Científico), con el objetivo de difundir a nivel internacional las publicaciones realizadas en esta revista. Además, para que exista una mejor divulgación de sus contenidos, la revista MASKAY cuenta con número **DOI (Digital Object Identifier)** legítimamente registrado y validado por **Crossref**, lo que permite una fácil localización de sus contenidos en la web.

En este primer número de la novena edición, la revista MASKAY pone a consideración de la comunidad científica tres trabajos de investigación realizados por investigadores de centros de educación superior de Latinoamérica y Asia

*Diego Arcos Avilés*  
Editor General

# Contenido

**A passive fault-tolerant control strategy for a non-linear system: An application to the two tank conical non-interacting level control system**

DOI: 10.24133/maskay.v9i1.1094

*Himanshukumar R. Patel, Vipul A. Shah*.....1

**Red de alimentación en tecnología SIW para redes de antenas en banda milimétrica**

DOI: 10.24133/maskay.v9i1.1062

*Fabricio Santacruz, Fausto Cabrera, Jefferson Ribadeneira, Diego Veloz*..... 9

**Modelamiento y simulación de un quadrotor mediante la integración de Simulink y SolidWorks**

DOI: 10.24133/maskay.v9i1.1043

*Fabio Alfonso Gonzalez, M. E. Afanador Cristancho, E. F. Niño López*..... 15

## Comité Técnico

Omar Aguirre  
Paúl Ayala  
Ana Cabrera  
Eddie Galarza  
Luis Orozco  
Gustavo Scaglia  
Alexis Tinoco

Daniel Altamirano  
Paúl Bernall  
William Chamorro  
Roman Lara  
Addison Ríos  
Danny Sotomayor  
Walter Tupacyupanqui

# A passive fault-tolerant control strategy for a non-linear system: An application to the two tank conical non-interacting level control system

## *Estrategia de control pasivo tolerante a fallas par un Sistema no lineal: Aplicación a un sistema de control de nivel sin interacción de dos tanques cónicos*

Himanshukumar R. Patel, Vipul A. Shah

**Abstract**—In practical engineering systems, unknown actuator, sensor or system component faults frequently occur, which results from component and interconnection failures, degrade control performance, system stability, and profitability, and even arise hazardous situation. To avoid abnormal activity like faults and maintain system control performance subject to faults occurring into the system, the Fault-tolerant Control (FTC) is a realistic approach to address the unwanted situation. The two-tank conical system is widely used in chemical and food process industries because of its greater advantages. The non-interacting configuration of the two-tank conical system is highly nonlinear due to its shape and varying area of the tank thought the height of the tank, as a consequence level control of this system is extremely difficult. The paper attributes to design a Passive Fault-tolerant Control Strategy (PFTCS) for a Two-tank conical Non Interacting Level Control System (TTCNILCS) subject to the major system (leak), sensor, and actuator faults with external process disturbances. PFTC will increase system control performance and system stability acceptable level in the presence of sensor, system, and actuator faults. The simulation results demonstrate the proposed PFTC strategy has definite fault tolerant ability against the system and actuator faults also it has good disturbance rejection capability. To verify the efficacy of the proposed PFTC strategy Mean Square Error (MSE) and Root Mean Square Error (RMSE) Integral Absolute Error (IAE) indices are used.

**Index Terms**—Actuator fault, process disturbance, non-interacting system, nonlinear, neural network, passive fault-tolerant control, sensor fault, system fault

**Resumen**—En los sistemas de ingeniería práctica, con frecuencia ocurren fallas desconocidas en el actuador, sensor o componente del sistema, que resultan de fallas de componentes e interconexión, degradan el rendimiento del control, la estabilidad

Himanshukumar R. Patel is currently working as an Assistant Professor in Instrumentation and Control Engineering Department, Faculty of Technology, Dharmsinh Desai University, Nadiad-387001, Gujarat, INDIA (e-mail: himanshupatel.ic@ddu.ac.in).

Vipul A. Shah is a Professor and Head of Instrumentation and Control Engineering Department, Faculty of Technology, Dharmsinh Desai University, Nadiad-387001, Gujarat, INDIA (e-mail: vashah.ic@ddu.ac.in).

del sistema y la rentabilidad, e incluso surgen situaciones peligrosas. Para evitar actividades anormales como fallas y mantener el rendimiento del control del sistema sujeto a fallas que ocurren en el sistema, el Control tolerante a fallas (FTC) es un enfoque realista para abordar la situación no deseada. El sistema de dos tanques cónicos se usa ampliamente en las industrias químicas y de procesos alimentarios debido a sus mayores ventajas. La configuración no interactiva del sistema de dos tanques cónicos es altamente no lineal debido a su forma y al área variable del tanque a través de la altura del tanque, por lo que el control de nivel de este sistema es extremadamente difícil. Este trabajo se lo realiza para diseñar una estrategia de control tolerante a fallas pasivas (PFTCS) para un sistema de control de nivel sin interacción de dos tanques cónicos (TTCNILCS) sujeto al sistema principal (fugas), fallas del actuador con perturbaciones externas del proceso. PFTC aumentará el rendimiento del control del sistema y la estabilidad del sistema en un nivel aceptable en presencia de fallas del sistema y del actuador. Los resultados de la simulación demuestran que la estrategia PFTC propuesta tiene una capacidad de tolerancia a fallas definida contra las fallas del sistema y del actuador, y también tiene una buena capacidad de rechazo de perturbaciones. Para verificar la eficacia de la estrategia de PFTC propuesta, se utilizan los índices de Error absoluto cuadrático medio (MSE) y Error cuadrático medio (RMSE).

**Palabras Claves**—Fallo del actuador, perturbación del proceso, sistema no lineal, red neuronal, control pasivo tolerante a fallos.

### I. INTRODUCTION

FOR any feedback control systems, actuator/sensor and system faults may degrade control performance or even destroy the stability of the overall systems [1]. It is, therefore, significant to enhance the system reliability not only by improving reliability of individual components but by designing state-of-the-art control strategy to compensate the effects of faults to the overall system as well. Thus, the development of the Fault-tolerant Control (FTC) has received considerable attention during the last two decades [2]-[4]. Recent attention has turned to methods of handling nonlinearity in FTC considering specific system structure [5],

[6]. To handle nonlinear system dynamics soft computing techniques can be used to the control such a system [7]-[9].

Existing FTC approaches based on soft computing techniques may be either passive or active approaches. The passive approach takes care of the faults as system uncertainty using robust control, in contradictory the active methods work on estimate fault magnitudes and use to compensate the fault effects with the closed-loop control system using Fault Diagnosis and Identification (FDI) algorithm. Although PFTC might achieve acceptable control performance [5], [6], [11] and [12] it cannot obtain local fault magnitude information and type of faults.

The traditional active FTC approach works on FDI that generates information about the occurrence and severity of the fault which could be used to reconfiguration of a close-loop system based on analytical redundancy [13]. However, to obtain correct fault information one important goal is to achieve a suitable fault tolerance and an acceptable control performance.

The liquid level is a crucial process parameter for any chemical industries. Conical tank system is widely used in food processing industries, cement, and concrete process industries, wastewater treatment plant. Therefore, controlling liquid level parameter in the conical shape tank is major parameter. Control the level of liquid in a conical tank presents a challenging problem due to its constantly changing cross-section that results in non linear behavior of the system. Hence, control of liquid level is an important and challenging task in different industries.

To handle the problem of nonlinear system with actuator and system faults, in recent years, many FTC approaches have been developed, see example [14]-[18] and reference therein. The authors design FTC for SISO and MIMO nonlinear system subject to actuator and sensor faults using soft computing techniques as well as strict feedback control method. To design FTC strategy for nonlinear system artificial intelligence techniques have been used in the past decade, for instance [7], [8] and [10]. In [19]-[21] investigate the FTC scheme for large-scale nonlinear system to tolerate the multiple additives and intermittent fault nature.

To improve the system reliability and profitability of the plant, significant research has been done to developed FTC strategy in recent years for interacting and non-interacting level control system. In [22] author has designed a passive fault tolerant algorithm for a single-tank non-interacting level control system using fuzzy logic subject to system fault and process disturbances, also it has been verified on the experimental setup. In [23] due to the highly nonlinear behavior of the three-tank in series interconnected system Non-linear Model Predictive Control (NMPC) is implemented to achieve the servo plus disturbance rejection and regulatory control in presence of changing valve position which serves as the disturbance input. In [9] authors has designed fault-tolerant algorithm for a DTS200 three-tank interacting system considering fault sources, (process disturbances, input conditions, and disturbances through inter-tank connections) are experimentally verified. Authors of [24] have used Model

Predictive Control (MPC) and fuzzy logic to design a fault tolerant control (FTC) scheme for a three-tank benchmark system to accommodate two faults. In [25] distributed fault tolerant scheme is implemented on two-tank benchmark system with faults.

In recent years, artificial intelligence (i.e. fuzzy logic, neural network, etc.) based control techniques has been developed for controlling the level of multi-tank system, successively implemented and discussed in literature [28]-[33]. The fuzzy adaptive smith predictor is used to control three-tank system with delay in [28], fuzzy adaptive PID improves the resisting ability and adaptive ability of the system to random disturbances, and smiths predict control overcomes the delay characteristic of the control object. The fuzzy logic control approach is implemented on three-tank level control system in which Look-up decisions tables methods are used with fuzzy control and is practically validated in [29]. Also in [30] model based predictive control algorithm design for the class of nonlinear system is presented. In [31]-[33] intelligent level control techniques are investigated for multi-tank system using fuzzy logic, in [31] interval type-2 fuzzy logic approach design for removing system uncertainty is presented, whereas in [33] a novel approach is developed using aggregation of fuzzy controllers for multivariable system.

The remainder of this paper is organized as follows. In Section II, the problem statement and preliminaries are described. Passive FTCS design is explained in Section III. Subsequently, the simulation of passive FTC approach is evaluated in Section IV. Finally, the discussion and conclusions are drawn in Section V and VI, correspondingly.

## II. PROBLEM STATEMENT AND PRELIMINARIES

### A. Conical tank level control system

Fig. 1 presents a conical tank level control system (non-interacting) in which the main objective is to maintain level ( $h_1$ ) in the conical shape tank by controlling the manipulated variable inlet flow rate  $F_{in}$ .

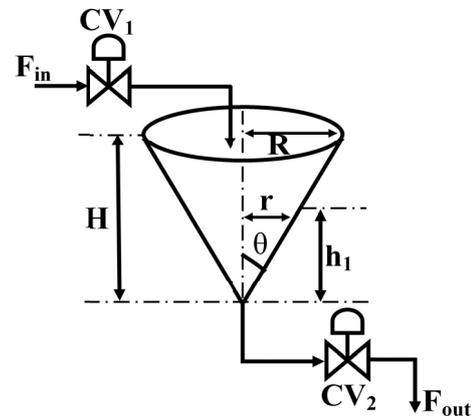


Fig. 1. Conical tank level control system.

where,  $F_{in}$  is the inlet flow rate of the tank,  $F_{out}$  is the outlet flow rate of the tank,  $R$  is the maximum radius of the conical

tank,  $r$  is the radius of the conical tank at steady state,  $H$  is the maximum height of the conical tank,  $h_1$  is the height of the conical tank at steady state, and  $A$  is the area of the conical tank.

### B. Two-Tank Conical Non-Interacting Level Control System (TTCNILCS)

The TTCNILCS contains two identical conical shape tank connected in series. The prototype structure of TTCNILCS is depicted in Fig. 2. The conical tank level control system is widely used in food processing, chemical, and metallurgy industries due to its shape; also it is used for practical demonstration as well as to developed control algorithms for research purpose due to its nonlinear behavior.

The TTCNILCS process described as, the liquid inflow  $F_{in}$  is delivered into the Tank 1 via a pump and outlet flow  $F_{out}$  from Tank 1 is inlet flow to the Tank 2 and outlet flow of Tank 2 is  $F_o$  through the two control valves  $V_1$  and  $V_2$ , respectively. The two conical tanks under consideration have the same cross-sectional area. The main objective in mathematical modeling is to find the transfer function for the system that is a relation between output variable  $h_2(s)$  (liquid height in Tank 2) and input variable  $F_{in}(s)$  (inlet flow to Tank 1). In this case, the manipulated variable is  $F_{in}$  and controlled variable is  $h_2$ .

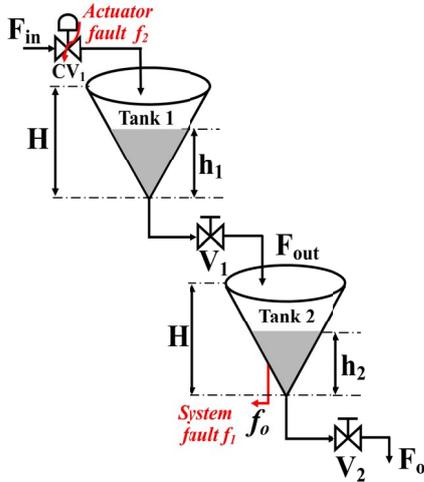


Fig. 2. Prototype structure of TTCNILCS system.

### C. TTCNILCS prototype model

The mathematical model is derived separately for both conical tanks as follows.

$$A = \pi \cdot r^2 \quad (1)$$

From Fig. 1:

$$\tan \theta = \frac{R}{H} \quad (2)$$

At any height ( $h_1$ ) of Tank 1:

$$\tan \theta = \frac{r}{h_1} = \frac{R}{H} \quad (3)$$

For Tank 1 the mass balance equation is given by following relation [26]:

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{\left[ F_{in} - (1/3) \cdot h_1 \cdot \frac{dA(h_1)}{dt} - \beta_1 \cdot \sqrt{h_1} \right]}{(1/3) \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \frac{h_1^2}{H^2}} \quad (4)$$

The area of the conical Tank 1 at height ( $h_1$ ) and Tank 2 at any height ( $h_2$ ) are given as follows:

$$A_1 = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot h_1^2}{H^2} \quad A_2 = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot h_2^2}{H^2} \quad (5)$$

Similarly, for Tank 2 the mass balance equation is given by following relation [26]:

$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{\left[ \beta_1 \cdot \sqrt{h_1} - (1/3) \cdot h_2 \cdot \frac{dA(h_2)}{dt} - \beta_2 \cdot \sqrt{h_2} \right]}{(1/3) \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \frac{h_2^2}{H^2}} \quad (6)$$

Where, outlets flow of Tank 1 and Tank 2 are given by:

$$F_{out} = \beta_1 \cdot \sqrt{h_1} \quad (7)$$

$$F_o = \beta_2 \cdot \sqrt{h_2}$$

Now solving and linearizing (4) and (6) at a given operating point using Taylor's series expansion, the standard mathematical model for the TTCNILCS can be obtained as follows:

$$G_p(TTCNILCS) = \frac{k_1 \cdot k_2}{(\tau_1 \cdot s + 1)(\tau_2 \cdot s + 1)} \quad (8)$$

TABLE I  
SYSTEM PARAMETER OF TTCNILCS

Parameter	Symbol	Value
Total Height of the tank	$H$	90 cm
Top Radius of the Tank	$R$	15 cm
Inlet flow rate of Tank 1	$F_{in}$	0.00278 cm <sup>3</sup> /s
$V_1$ Valve Co-efficient	$\beta_1$	5 cm <sup>2</sup> /s
$V_2$ Valve Co-efficient	$\beta_2$	4.25 cm <sup>2</sup> /s
Steady state tank 1	$h_1$	45 cm
Steady state tank 2	$h_2$	32 cm
Gravitational constant	$g$	9.82 m/s <sup>2</sup>
Process Delay	$\tau_d$	0 s

By considering the above operating process parameters, the linearized model of the proposed system is expressed as follows:

$$G_p(TTCNILCS) = \frac{1.2393}{44138.51 \cdot s^2 + 1135.1 \cdot s + 1} \quad (9)$$

From the model of TTCNILCS, PFTC is designed and simulation is carried out subject to actuator and system faults.

### D. Fault scenarios considering in TTCNILCS

In this paper, system (leak) fault represents situations where the tank-level is drastically reduced in tank 2 and control valve

is unable to intercept the faulty situation and hence control performance is degraded. The second actuator fault represents a situation where the control valve (CV1) facing the problem of loss of effectiveness and hence (CV1) is not opening as per controller signal. Also, process disturbances are required to be considered in TTCNILCS as these circumstances may lead to performance deterioration.

### III. PFTC DESIGN FOR TTCNILCS

For designing PFTCS, soft computing methods are used. Neural Network (NN) and PID controller are used to design robust controller structure to tolerate the system /actuator fault and process disturbances. PFTCS gives remarkable results in the occurrence of system and actuator faults in the system. The PFTCS scheme is presented in Fig. 3 [27].

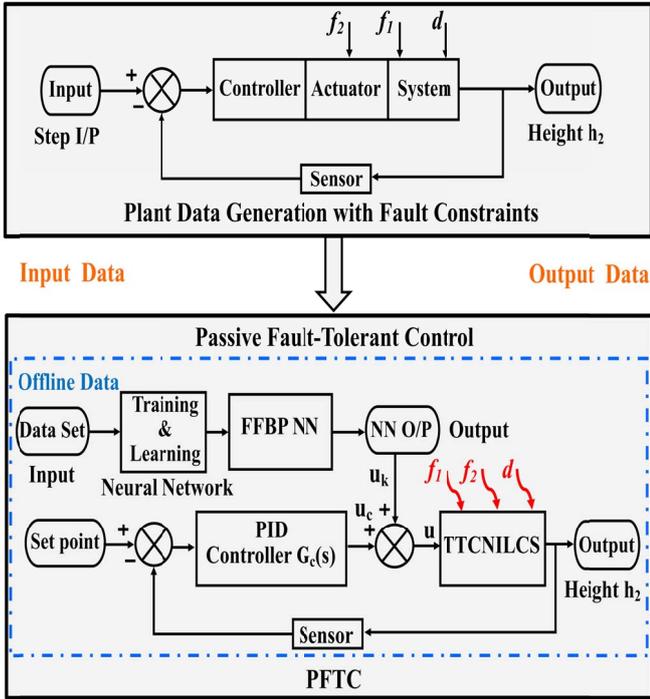


Fig. 3. PFTC design for TTCNILCS system subject to system and actuator faults.

PID controller transfer function is given as follows:

$$G_c = K_p \cdot \left( 1 + \frac{1}{\tau_i \cdot s} + \tau_d \cdot s \right) \quad (10)$$

where  $G_c$  is PID controller transfer function,  $K_p$  is proportional controller gain,  $K_i$  is integral controller gain,  $\tau_i$  is integral time, and  $\tau_d$  is derivative time.

$$K_i = \frac{1}{\tau_i} \quad K_d = \tau_d \quad (11)$$

The PID controller parameters; proportional gain  $K_p$ , Integral gain  $K_i$ , and derivative gain  $K_d$  are identified using manual tuning method. The constants for the PID controller are given as  $K_p = 36.59$ ,  $K_i = 0.1450$ , and  $K_d = 1512.19$ .

Performance of the system with PFTCS and without PFTCS is summarized in terms of Mean Square Error (MSE), Root Mean Square Error (RMSE), and Integral Absolute Error (IAE), which are defined as follows:

$$MSE = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (\hat{X}_i - X_i)^2 \quad (12)$$

$$RMSE = \left[ \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (\hat{X}_i - X_i)^2 \right]^{1/2} \quad (13)$$

$$IAE = \int |e| dt \quad (14)$$

where  $\hat{X}_i$  is the vector denoting values of  $n$  number of predictions,  $X_i$  is a vector representing  $n$  number of true values,  $n$  is the number of samples, and  $e$  is an error.

### IV. SIMULATION RESULTS

#### A. Simulation results with an abrupt fault in nature

To validate the proposed PFTC scheme subject to system/actuator fault and process disturbance multiple simulation done with different fault magnitudes and abrupt nature. The results are tabulated in Table II and Table III. The error indices MSE, RMSE, and IAE defined from (13) to (15), which indicate the performance degradation as the number of pre-considered faults increases. The simulation is carried out in sequential (i.e., single fault, two fault at same time), the comparative results are presented from Fig. 4 to Fig. 10. The resulting figures are clearly showing that proposed PFTC scheme gives better control performance and system stability as compared to a system without PFTC. The PFTC scheme gives acceptable regulatory control performance subject to two faults and process disturbances. Fig. 4 to Fig. 9 show the PFTCS responses of TTCNILCS considering the system (leak) actuator faults and process disturbances in different combinations.

The comparative error result is shown in Table II in terms of MSE, RMSE, and IAE errors, which clearly indicates that the implemented passive FTCS is better when a fault occurs in the system as compared to a system without implementing a passive FTCS. For verifying the robust nature of the passive FTCS in simulation, two faults are applied into the system at the same time, the response of passive FTCS for this condition is shown in Fig. 10 and the error results are given in Table III.

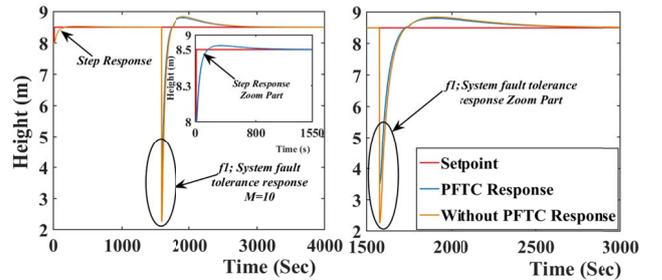


Fig. 4. PFTC performance comparison with system (leak) fault (abrupt in nature).

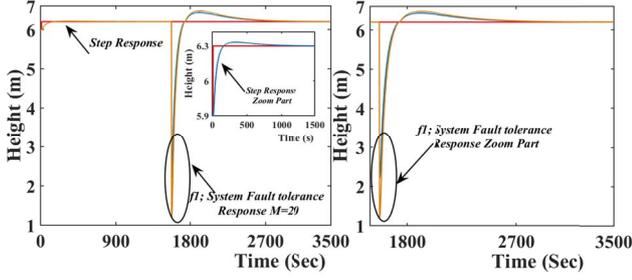


Fig. 5. PFTC performance comparison with system (leak) fault (abrupt in nature).

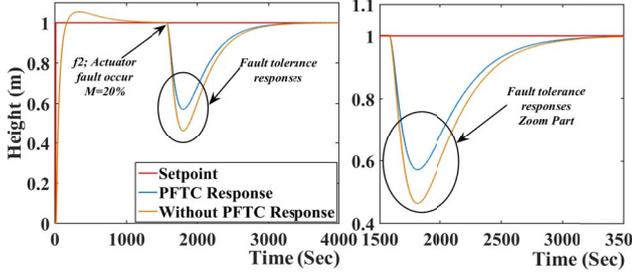


Fig. 6. PFTC performance comparison with actuator fault (abrupt in nature).

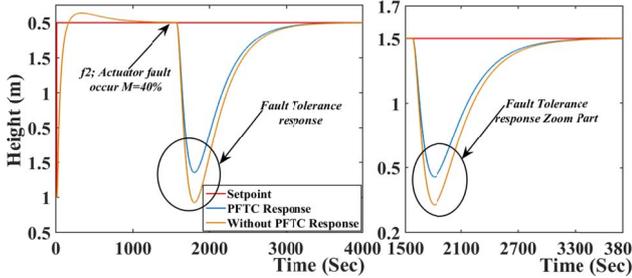


Fig. 7. PFTC performance comparison with actuator fault (abrupt in nature).

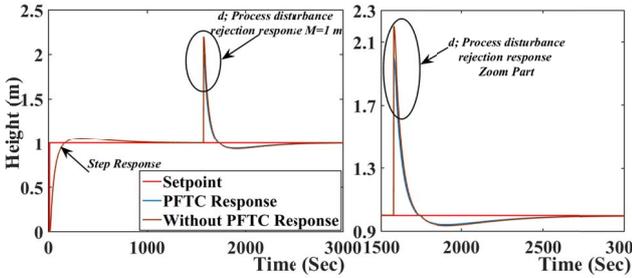


Fig. 8. PFTC performance comparison with process disturbances.

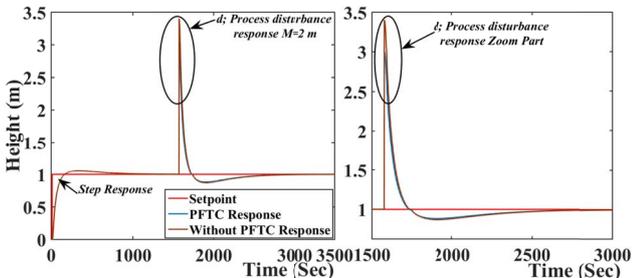


Fig. 9. PFTC performance comparison with process disturbances.

TABLE II  
ERROR COMPARISON RESULTS FOR PASSIVE FTCS SUBJECT TO ABRUPT FAULT NATURE

Sr. No.	Control Structure	$f_1$	$f_2$	$d$	MSE	RMSE	IAE
1.	PFTC				1.5675	1.2520	446.8
	Without PFTC	10	-	-	1.8800	1.3711	529.5
2.	PFTC				3.3643	1.8342	839.1
	Without PFTC	20	-	-	4.7046	2.1690	1020
3.	PFTC				0.8218	0.9065	176.7
	Without PFTC	-	20%	-	0.8384	0.9156	211.1
4.	PFTC				0.8831	0.9397	314.5
	Without PFTC	-	40%	-	0.9019	0.9497	369.7
5.	PFTC				1.0087	1.0043	79.25
	Without PFTC	-	-	1	1.0139	1.0069	86.06
6.	PFTC				1.0333	1.0165	119.5
	Without PFTC	-	-	2	1.0491	1.0243	133.1

\* $f_1$  denotes system fault,  $f_2$  denotes actuator fault and  $d$  denotes process disturbances.

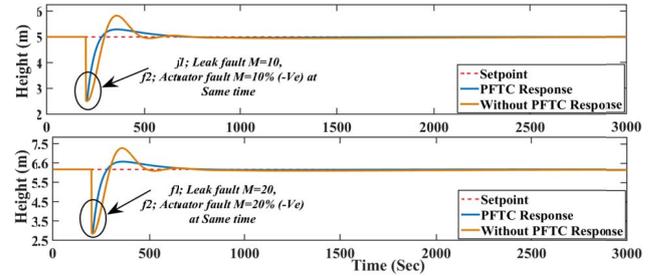


Fig. 10. PFTC performance comparison with system (leak) and actuator faults occurs (abrupt in nature) at same time.

TABLE III  
ERROR COMPARISON RESULTS FOR PASSIVE FTCS SUBJECT TO ABRUPT FAULT NATURE

Sr. No.	Control Structure	$f_1$	$f_2$	$d$	MSE	RMSE	IAE
1.	PFTC				2.8425	1.6805	180.6
	Without PFTC	1	20%	-	3.9001	1.9748	219.4
2.	PFTC				4.8312	2.1979	322.5
	Without PFTC	2	40%	-	5.8829	2.4254	383.5

\* $f_1$  denotes system fault,  $f_2$  denotes actuator fault and  $d$  denotes process disturbances.

System control performance with passive FTCS and without passive FTCS are shown in Table II and Table III, respectively, which clearly shows that passive FTCS gives the better response as compared to a system without passive FTCS. TTCNILCS performance is abruptly degraded when the magnitude of different faults is drastically increased without implementation of passive FTCS scheme. The system/actuator fault considered as abrupt in nature. The simulation is carried out for different cases such as single fault, two faults, and when a process disturbance occurs in the system. In Fig. 10 a comparative response of PFTC and without PFTC scheme is presented when the system and actuator fault occur in the system at same time instance.

Thereafter the PFTC control performance is shown in Table III using different error indices. The proposed passive FTCS scheme is capable to accommodate two faults with process disturbances. The main advantage of the proposed scheme is incorporating soft computing technique (i.e., Artificial Neural Network) to design the controller, hence there is no need to find out fault knowledge (i.e., type of fault and magnitude) also the computation time is less as compare to AFTC.

### B. Simulation results with incipient fault in nature

Proposed PFTC strategy is tested and verified on TTCNILCS for incipient nature of the system (leak fault) and actuator faults. Fig. 11 establishes the comparison between PFTC and without PFTC scheme subject to system fault  $f_1$  in different fault magnitudes with incipient in nature, which clearly shows the effectiveness of the proposed PFTC strategy.

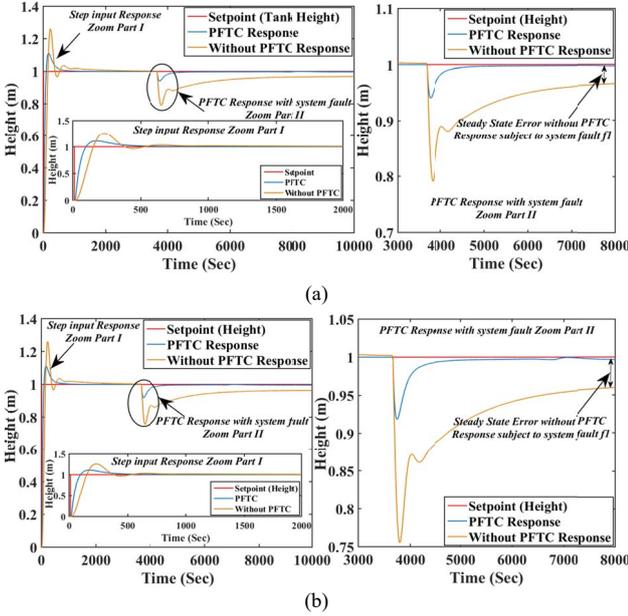


Fig. 11. PFTC performance comparison subject to system (leak) fault occurs (incipient nature): (a) at low magnitude slop (b) at high magnitude slop.

Fig. 12 demonstrates the comparative FTC results between PFTC and without PFTC scheme subject to actuator fault  $f_2$  (Final control element ( $CV_1$ ) partial failure or choke up) occurs with incipient in nature, PFTC scheme gives superior response as compared to without PFTC scheme considering the steady-state and transient response. The comparative error results with different indices are presents in Table IV for incipient nature of system and actuator faults.

### C. Simulation results with incipient fault in nature

The proposed approach implemented in TTCNILCS subject to (-ve) sensor bias fault. In Fig. 13, responses when abrupt nature sensor bias faults introduce in TTCNILCS with two different magnitudes. Two controller approaches are compared and error calculation is illustrated in Table V. The proposed controller is tested with abrupt faults occurrence (sudden change).

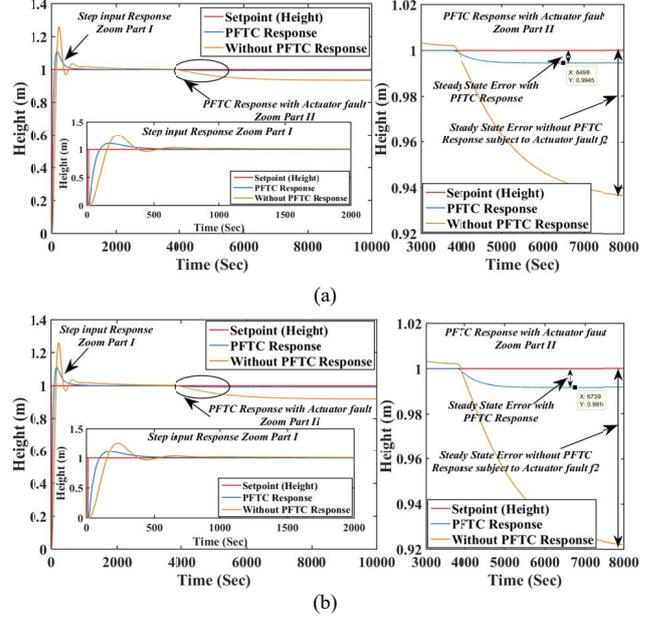


Fig. 12. PFTC performance comparison subject to actuator (leak) fault occurs (incipient nature): (a) at low magnitude slop (b) at high magnitude slop.

TABLE IV  
ERROR COMPARISON RESULTS FOR PASSIVE FTCS WITH INCIPIENT FAULT NATURE

Sr. No.	Control Structure	$f_1$	$f_2$	MSE	RMSE	IAE
1.	PFTC	2.5	-	0.9342	0.9665	14.68
	Without PFTC			0.9936	0.9968	88.34
2.	PFTC	5	-	0.9232	0.9608	16.92
	Without PFTC			0.9913	0.9956	99.24
3.	PFTC	-	2.5%	0.9362	0.9676	15.55
	Without PFTC			0.9933	0.9966	86.54
4.	PFTC	-	5%	0.9214	0.9599	18.59
	Without PFTC			0.9900	0.9950	101.1

\* $f_1$  denotes system fault,  $f_2$  denotes actuator fault both faults having incipient nature (Increasing magnitude).

### D. Simulation results with incipient sensor fault in nature

The control responses are shown in Fig. 14 reveals the TTCNILCS response with and without PFTC approach. The sensor bias fault introduces into the TTCNILCS having the incipient nature (increasing of fault magnitude). The two different simulation results are derived with different fault magnitudes. The simulation and error results clearly shown that proposed PFTC scheme achieve better steady state and transient responses as compared to without PFTC. Also without PFTC is failing to achieve set point subject to sensor bias fault. With the presence of sensor bias fault in TTCNILCS 50% to 60 % steady state error is present when proposed control scheme is not implemented while applying PFTC scheme getting zero steady state error.

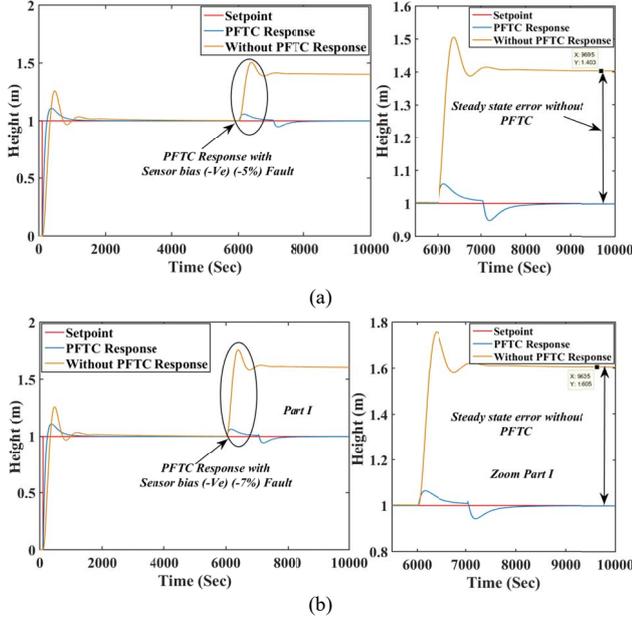


Fig. 13. PFTC performance comparison subject to sensor (-ve bias) fault occurs (abrupt nature): (a) at low magnitude (b) at high magnitude.

TABLE V  
ERROR COMPARISON RESULTS FOR PASSIVE FTCS WITH ABRUPT FAULT NATURE

Sr. No.	Control Structure	$f_3$	MSE	RMSE	IAE
1.	PFTC		0.9929	0.9964	15.77
	Without PFTC	5%	1.4465	1.2027	33.8
2.	PFTC		0.9931	0.9965	16.85
	Without PFTC	7%	1.6239	1.2743	38.5

\* $f_3$  denotes sensor fault having an abrupt nature (Sudden change in magnitude).

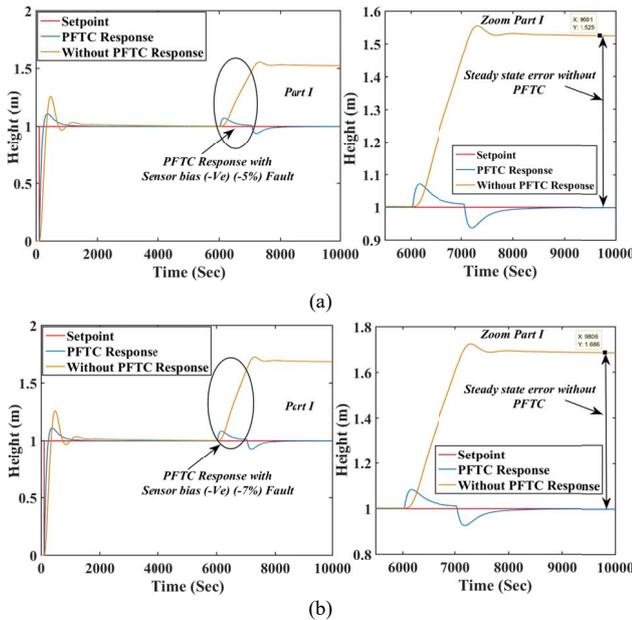


Fig. 14. PFTC performance comparison subject to sensor (-ve bias) fault occurs (incipient nature): (a) at low magnitude slop (b) at high magnitude slop.

TABLE VI  
ERROR COMPARISON RESULTS FOR PASSIVE FTCS WITH INCIPIENT FAULT NATURE

Sr. No.	Control Structure	$f_3$	MSE	RMSE	IAE
1.	PFTC		0.9929	0.9964	14.67
	Without PFTC	5%	1.3799	1.1747	34.24
2.	PFTC		0.9930	0.9965	15.16
	Without PFTC	7%	1.6205	1.2730	40.42

\* $f_3$  denotes sensor fault faults having incipient nature (Increasing magnitude).

## DISCUSSION

The simulation results validate the efficacy of the proposed PFTC strategy as compared to without FTC strategy in presence of sensor, system (leak), and actuator faults with different fault nature (i.e., abrupt and incipient) having different fault magnitudes. The PFTC strategy gives superior control performance in terms of steady-state and transient responses as compared to without FTC scheme. The smallest value of MSE and RMSE getting on the case of proposed scheme which proves that the proposed PFTC scheme represents the faster response of the TTCNILCS. From critical observing the control performance of the PFTC scheme with three faults with different nature (i.e., time-varying behavior nature), the abrupt fault nature is more critical as compared to the incipient fault nature. The abrupt nature of system and actuator faults occurring in TTCNILCS is more vulnerable to control performance without FTC scheme. The main benefits of proposed PFTC scheme are simply implemented on TTCNILCS system and give superior control performance under major three faults.

## V. CONCLUSION

This paper has presented the passive FTC approach design for highly nonlinear TTCNILCS subject to actuator/system/sensor faults and process disturbances. The passive FTC scheme with conventional PID control and neural network techniques has been developed. It has been proved that all signals in the resulting closed-loop system are bounded and the closed-loop system is stable even after a fault occurs in the system. Also, PFTC response of TTCNILCS tracks the reference input and rejects the faults more efficiently as compared to without PFTC scheme in case they appear. The system fault is degraded system performance drastically as compared to actuator and sensor faults occur in the TTCNILCS. The proposed PFTC strategy is capable to accommodate system/actuator/sensor faults with process disturbances with acceptable control performance for the highly nonlinear system. The main advantages of the proposed approach are simple in structure, less computational burden, and efficient with and without system/actuator/sensor faults.

## ACKNOWLEDGMENT

This paper is an outcome of the ongoing research work of author-1 carrying out PhD part time research scholar at

Dharmsinh Desai University-Nadiad. I would like to express my very great appreciation to Dr. M. S. Rao for his valuable and constructive suggestions during the planning and development of this research work. I also thank to Dr. Jalesh Purohit for his constructive suggestion and motivation for development of this research work.

#### REFERENCES

- [1] H. Wu, "Reliable LQ fuzzy control for continuous-time nonlinear systems with actuator faults," *IEEE Transactions on Systems man and Cybernetics part b*, vol. 34, no. 4, pp. 1743–1752, 2004.
- [2] H. R. Patel and V. A. Shah, "Fault Detection and Diagnosis Methods in Power Generation Plants - The Indian Power Generation Sector Perspective: An Introductory Review," *PDP Journal of Energy and Management*, vol. 2, no. 2, pp. 31-49, 2018.
- [3] Y. Zhang, and J. Jiang, "Bibliographical review on reconfigurable fault tolerant control systems," *Annual Review in Control*, vol. 32, no. 2, pp. 229–252, 2008.
- [4] R. Patton, "Fault-tolerant control systems: The 1997 situation," in *Proc. IFAC, Safeprocess'97*, Kingston Upon Hull, UK, 1997, vol. 3, pp. 1033–1054.
- [5] Y. Xu, S.Tong, and Y. Li, "Adaptive fuzzy decentralised fault-tolerant control for nonlinear large-scale systems with actuator failures and unmodelled dynamics," *International Journal of Systems science*, vol. 46, no. 12, pp. 2195–2209, 2015.
- [6] S. Tong, T. Wang, and Y. Li, "Fuzzy adaptive actuator failure compensation control of uncertain stochastic nonlinear systems with unmodelled dynamics," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 22, no. 3, pp. 563–574, 2014.
- [7] S. Yin, H. Yang, H. Gao, J. Qiu, and O. Kaynak, "An Adaptive NN-Based Approach for Fault-Tolerant Control of Nonlinear Time-Varying Delay Systems with Unmodeled Dynamics," *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, vol. 28, no. 8, pp. 1902-1913, 2017.
- [8] Adriana, Vargas-Martinez, and L. E. Garaza-Castañón, "Combining Artificial Intelligence and Advanced Techniques in Fault-Tolerant Control," *Journal of Applied Research and Technology*, vol. 09, no. 2, pp. 202-226, 2011.
- [9] M. Basin L. Li, M. Krueger, and S. Ding, "A finite-time-convergent fault-tolerant control and its experimental verification for DTS200 three-tank system," in *Proc. IEEE, International Workshop on Recent Advances in Sliding Modes (RASMS)*, Istanbul, Turkey, 2015, pp. 1-6.
- [10] M. Fuente, V. Mateo, G. I. Sainz, S. Saludes, "Adaptive Neural-based Fault Tolerant Control for Nonlinear Systems," in *Proc. IFAC, 17th IFAC World Congress*, Seoul, Korea, 2008, vol. 41, no. 2, pp. 2595-2600.
- [11] B. Huo, S. Tong, and Y. Li, "Observer-based adaptive fuzzy fault-tolerant output feedback control of uncertain nonlinear systems with actuator faults," *International Journal of Control Automation*, vol. 10, no. 6, pp. 1119-1128, 2012.
- [12] S. Tong, B. Huo, and Y. Li, "Observer-based adaptive decentralized fuzzy fault-tolerant control of nonlinear large-scale systems with actuator failures," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 21, no. 1, pp. 1–15, 2014.
- [13] H. R. Patel and V. A. Shah, "Fault Tolerant Control Systems: A Passive Approaches for Single Tank Level Control System," *i-manager's Journal on Instrumentation and Control Engineering*, vol. 6, no. 01, pp. 11-18, 2018.
- [14] P. Li, and G. Yang, "An adaptive fuzzy design for fault-tolerant control of MIMO nonlinear uncertain systems," *Journal of Control Theory and Applications*, vol. 9, no. 2, pp. 244-250, 2011.
- [15] P. Li, and G. Yang, "Backstepping adaptive fuzzy control of uncertain nonlinear systems against actuator faults," *Journal of Control Theory and Applications*, vol. 7, no. 3, pp. 248-256, 2009.
- [16] P. Li, and G. Yang, "Adaptive fuzzy control of unknown nonlinear systems with actuator failures for robust output tracking," in *Proc. IEEE, American Control Conference (ACC 2008)*, Seattle, WA, USA, 2008, pp. 4898-4903.
- [17] D. Ye, and G. Yang, "Adaptive Fault-Tolerant Tracking Control against Actuator Faults with Application to Flight Control," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 14, no. 6, pp.1088-1096, 2006.
- [18] G. Yang and D. Ye, "Adaptive fault-tolerant H<sub>∞</sub> control via state feedback for linear systems against actuator faults," in *Proc. IEEE, 45th IEEE Conference on Decision and Control*, San Diego, CA, USA, 2006, pp. 3530-3535.
- [19] L. Cao, and Y. Wang, "Fault-tolerant Control for Nonlinear Systems with Multipale Intermittent Faults and Time-varying Delays," *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 16, no. 2, pp. 609-621, 2018.
- [20] J. D. Stefanovski, "Passive fault tolerant perfect tracking with additive faults," *Automatica*, vol 87, pp. 432-436, 2018.
- [21] X. Chun-Hua, and Y. Guang-Hong, "Decentralized adaptive fault-tolerant control for large-scale systems with external disturbances and actuator faults," *Automatica*, vol. 85, pp. 83–90, 2017.
- [22] H. R. Patel and V. A. Shah, "Fuzzy logic based passive fault tolerant control strategy for a single-tank system with system fault and process disturbances," in *Proc. IEEE, 5th International Conference on Electrical and Electronic Engineering (ICEEE)*, 3-5 May, Istanbul, Turkey, 2018, pp. 257-262.
- [23] N. Parikh, S. Rathore, R. Misra, and A. Markana, "A comparison between NMPC and LQG for the level control of three tank interacting system," in *Proc. IEEE, Indian Control Conference, ICC*, Guwahati, India, pp. 200-205., 2017.
- [24] L. Mendonca, J. M. Sousa, and J. M. Sa da Costa, "Fault accommodation of an experimental three tank system using fuzzy predictive control," in *Proc. IEEE, International Conference on Fuzzy Systems (IEEE World Congress on Computational Intelligence)*, Hong Kong, China, 2008, pp. 1619–1625.
- [25] M. Capiluppi and A. Paoli, "Distributed fault tolerant control of the two tank system benchmark," in *Proc. IEEE, 44th IEEE Conference on Decision and Control*, Seville, Spain, 2005, pp. 7674-7679.
- [26] B. W. Bequette, "Process Control Modeling, Design and Simulation, 1st edition, Prentice Hall, USA, 2003.
- [27] H. R. Patel and V. A. Shah, "A Framework for Fault-tolerant Control for an Interacting and Non-interacting Level Control System using AI," in *Proc. SCITEPRESS, 15th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics-Volume-1*, Porto, Portugal, SCITEPRESS, 2018, pp. 180-190.
- [28] D. Jianqiu and H. Cui, "The Smith-PID Control of Three-Tank-System Based on Fuzzy Theory," *Journal of Computers*, vol. 6, no. 3, pp. 514-523, 2011.
- [29] L. Mastacan, and C. Dosofoei, "Level Fuzzy Control of Three-Tank System," *International Conference on Control Systems and Computer Science (CSCS)*, pp 30-35, 2013.
- [30] M. Sarailooa, Rahmanib. Z, B Rezaieab. "A novel model predictive control scheme based on Bees algorithm in a class of nonlinear systems: Application to a three tank system," *Neurocomputing*, vol. 152, pp. 294-304, 2015.
- [31] H. Sahu, and R. Ayyagari, "Interval Fuzzy Type-II Controller for the Level Control of a Three Tank System," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 49, no. 1, pp. 561-566, 2016.
- [32] K. Srinivasan, J. Devassy, S. Dhanapal, "Level control of three-tank system using intelligent techniques," *International Journal of Image Mining*, vol. 2, no. 3-4, pp. 318-328, 2017.
- [33] Castillo, O., Cervantes, L., Melin, P. et al. "A new approach to control of multivariable systems through a hierarchical aggregation of fuzzy controllers," *Granular Computing*, pp. 1-13, 2018.

# Red de alimentación en tecnología SIW para redes de antenas en banda milimétrica

## *Power Network for Millimeter Band Antenna Arrays Using SIW Technology*

Fabricio Santacruz, Fausto Cabrera, Jefferson Ribadeneira, Diego Veloz

**Abstract**—The research proposes to design a power supply network in SIW technology (Substrate Integrated Waveguide) for antenna arrays in millimeter bands. This network uses as base a T-type power splitter with SIW technology. The network is useful for networks of antennas with 5G technology. This T-type power splitter has as its main characteristic the symmetry in its output ports, that is, the wavelengths of the two output branches remain the same with reference to the input port. The division of voltage is achieved through a central partition in the T-type power splitter. Based on the results the benefits of the power supply network are validated, with SIW technology get the same behavior in the electric field distribution as in a normal waveguide. Perhaps, the power supply network reduces the weight and losses in the conductor that are presented in the traditional waveguides.

**Index Terms**—SIW, Waveguide, Power splitter, Power supply network.

**Resumen**—La investigación propone diseñar una red de alimentación en tecnología SIW (Substrate Integrated Waveguide) para redes de antenas que trabajan en la banda milimétrica. Ésta red usa como base un divisor de potencia tipo T con tecnología SIW. La red es útil para redes de antenas con tecnología 5G. El divisor tipo T tiene como característica principal la simetría en sus puertos de salida, es decir las longitudes de onda de las dos ramas de salida se mantienen iguales con referencia al puerto de entrada. La división de voltaje se logra compensar mediante un tabique central en el divisor tipo T. En base a los resultados las prestaciones de la red de alimentación son validadas, con tecnología SIW se obtiene el mismo comportamiento en la distribución de campo eléctrico de una guía de onda normal. Además, la red de alimentación reduce el peso y pérdidas en el conductor que se presentan en las guías de onda tradicionales.

**Palabras Claves**— SIW, Guía de onda, Divisor de potencia, red de alimentación.

### I. INTRODUCCIÓN

ALREDEDOR del año 2010 se implementó la tecnología 4G, con el pasar de los años 4G se ha establecido en donde no se han realizado ningún cambio importante en lo que

tiene que ver con la estructura de la red, mientras que las comunicaciones está en constante expansión, además que la tecnología 4G no logra cumplir con los requisitos actuales, tales como la congestión espectral y la reducción del consumo de energía. Es por esto que el mundo se centra en el 5G. Tecnología que todavía está en proceso de estandarización, con un primer despliegue tentativo en el año 2020 [1], [2].

Los sistemas y antenas basados en ondas milimétricas han tenido una gran demanda en la última década, ya que se ha demostrado que cumple con una mayor tasa de datos y transferencia de información en la industria de banda móvil y celular. Teóricamente, se ha confirmado que las bandas milimétricas tienen buenas características eléctricas para la comunicación celular móvil 5G. Se utilizan antenas de bocina estándar para imitar una estación base con el fin de verificar la viabilidad de estos canales. Sin embargo, convencionalmente, la antena de estación base comercial (BSA) utiliza tecnología de microstrip debido a su bajo perfil y otras ventajas como costo y peso [3]. No obstante, las antenas de microstrip tienen dos inconvenientes inherentes, uno es el ancho de banda estrecho de entre el 2% al 5% y un mal rendimiento del escaneo debido a las bajas SLL (Supress Lateral Lobul). También a frecuencias muy altas, tienen una eficiencia muy baja debido a que la permitividad eléctrica del material y la tangente de pérdidas aumentan en función de la frecuencia, así como las condiciones de frontera varían de acuerdo con el material conductor y su geometría [4]. Sin embargo, la alimentación de este tipo de antenas se hace a mediante redes de alimentación microstrip, en las cuales también se producen pérdidas.

Las pérdidas en la red de alimentación se pueden disminuir al optar por una línea de transmisión de baja pérdida, pero los problemas surgen debido a que el ancho de estas líneas de transmisión excede la mitad de la longitud de onda y, por lo tanto, no es geoméricamente posible alimentar cada elemento radiante en paralelo con una red en un plano sin ampliar el espaciado del elemento más allá de una longitud de onda.

De acuerdo con el principio de la multiplicación de diagramas, los diagramas de radiación una red de elementos bien comportados se puede describir como el producto del diagrama de radiación del elemento aislado por el factor de red [5]. El efecto del acoplamiento mutuo o impedancia mutua, implícitamente se elimina ya que son elementos bien comportados. Un espaciado de elemento mayor que una

F. Santacruz, F. Cabrera, J. Ribadeneira, D. Veloz. Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Facultad de Informática y Electrónica, Escuela de Ingeniería Electrónica en Telecomunicaciones y Redes, Panamericana Sur Km 1 ½, Riobamba - Ecuador (fabricio.santacruz@esPOCH.edu.ec, fausto.cabrera@esPOCH.edu.ec, jefferson.ribadeneira@esPOCH.edu.ec, diego.veloz@esPOCH.edu.ec).

longitud de onda causa mayores lóbulos laterales en el patrón de radiación, que un espaciado de media longitud de onda.

Las redes de antenas que tienen bajos niveles de lóbulos laterales son de particular importancia en el contexto de los sistemas de comunicación. Con el fin de obtener este tipo de características en la red, es necesario contar con un sistema de alimentación capaz de imponer los valores de amplitud apropiados para los distintos elementos radiantes. En el caso de alimentación de redes de antenas, es necesario considerar como elemento base un divisor de potencia tipo T capaz de permitir el control de la potencia de los dos puertos de salida [6], [7].

En el diseño de circuitos integrados con bajas pérdidas se presentan algunos problemas relacionados directamente con la eficiencia de la tecnología plana; en muchos casos, las estructuras no planares como las guías de onda son necesarias. Es por esto por lo que los esquemas híbridos de estructuras planares y no planares son alternativas para sistemas en microondas y ondas milimétricas. En los últimos años se han propuesto algunas soluciones que permiten esta integración, la más utilizada es la que se denomina Substrate Integrated Waveguide (SIW).

El propósito de este artículo es proporcionar la base teórica del diseño de una red de alimentación para una red de antenas en 60 GHz basado en tecnología SIW, al tomar como base un divisor de potencia tipo T, se realiza el diseño y validez de la simulación de la red mediante software de simulación HFSS en los laboratorios del DIMES de la Universidad de la Calabria.

## II. TRABAJOS RELACIONADOS

### A. Guía de Onda Integrada en Substrato

En una guía de onda rectangular tradicional las ondas son delimitadas dentro de sus paredes metálicas y al estar rellena de un material dieléctrico (aire), las pérdidas en estas guías son mínimas. Sus principales desventajas son la dificultad de integración con otro medio, su peso y su tamaño. Los esquemas de integración de guías de onda convencionales con estructuras planares son de gran tamaño y normalmente requieren procesos mecánicos de mucha precisión, lo cual es difícil de obtener para producción masiva a frecuencias de ondas milimétricas [8], [9].

En los años 90 surge una nueva tecnología denominada SIW que consiste en sintetizar una guía de onda dentro de un substrato dieléctrico. Comúnmente, esto se consigue mediante la creación de paredes eléctricas artificiales al utilizar vías metalizadas [8]. La estructura resultante es una guía de onda planar en la cual las ondas están delimitadas dentro de dichas paredes y viajan por el material dieléctrico del cual está constituido. Esta tecnología permite el diseño y construcción de guías en el rango de microondas y ondas milimétricas. Adicionalmente, esta tecnología permite implementar resonadores, filtros y otros circuitos al usar procesos de fabricación de bajo costo como las técnicas PCB (Printed Circuit Board) y LTCC (Low Temperature Co-Fired Ceramic), perfectamente consolidadas en el sector industrial.

A su vez, esta tecnología permite la fácil integración de dispositivos realizados en tecnología SIW con otros circuitos planares [9]. Adicionalmente, la síntesis de una guía SIW permite la realización de transiciones eficientes de banda ancha entre esta guía y circuitos integrados [8]. Ejemplos de sus aplicaciones para el diseño de filtros [10], acopladores [11], osciladores, sixports [12], desfases [13], y divisores de potencia basados en tecnología SIW [6], [14] para el diseño de esta red de alimentación son presentados por varios autores.

Para el diseño de la red de alimentación se parte del divisor de potencia tipo T. Los divisores son muy utilizados cuando se habla de microondas, para la división o combinación de potencia, como se ilustra en la Fig. 1. Donde  $\alpha$  y  $\beta$  son coeficientes de proporcionalidad de la potencia de salidas con respecto a la potencia de entrada.

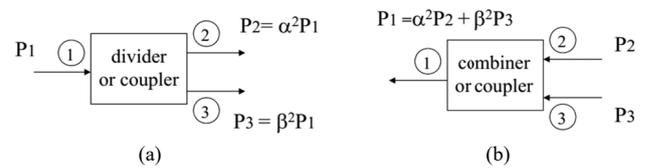


Fig. 1. (a) Divisor de potencia, (b) Combinador de potencia.

La potencia de la señal de entrada para un divisor de 1 a 2 es atenuada en -3dB en cada una de sus salidas es decir cada salida posee la mitad de la potencia presente en la entrada. El divisor de potencia tipo T es una simple red de tres puertas, que puede ser utilizada para la división de potencia, además puede ser implementado en prácticamente cualquier línea de transmisión.

La guía SIW se construye al colocar dos filas de agujeros metalizados en el substrato, como se muestra en la Fig. 2(b).

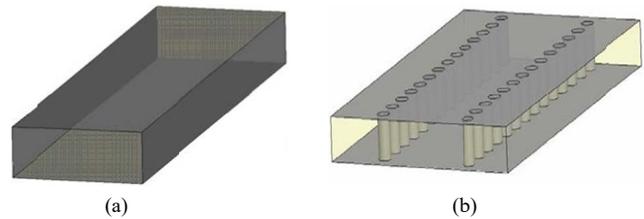


Fig. 2. (a) Guía de onda rectangular convencional, (b) Guía de onda SIW.

Al considerar que una guía SIW es una aproximación de una guía de onda convencional Fig. 2(a), los principales parámetros que se deben llevar en mente para su diseño son la distancia entre los centros de las vías pertenecientes a la misma fila y el diámetro de las vías. En este caso la distancia entre los centros de las vías deben ser lo suficientemente pequeña para asegurar que el campo electromagnético permanezca en el interior de la guía ya que si es demasiado grande el campo tiende a salir fuera de la guía de onda SIW, sin embargo al tratarse de una estructura periódica, su análisis es más complicado comparado con la guía tradicional, por lo cual se utiliza una analogía con la guía rectangular clásica, donde los parámetros para el diseño son el radio ( $a$ ) de las vías (1), la distancia ( $p$ ) entre los centros de las vías [15] (2) y el ancho ( $w_{eff}$ ) de la SIW [16] (3) como se muestra en la Fig.3.

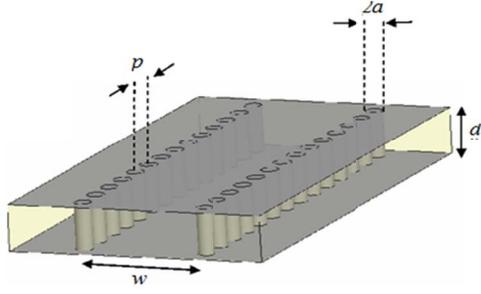


Fig. 3. Parámetros físicos para una guía de onda SIW.

Las condiciones que debe presentar son las siguientes:

$$2 \cdot a < \frac{\lambda_g}{5} \quad (1)$$

$$p \leq 4 \cdot a \quad (2)$$

donde  $a$  es el radio de las vias metalizadas,  $\lambda_g$  es la longitud de onda y  $p$  es la distancia entre los centros de las vias.

Con estas condiciones es posible diseñar la SIW como una guía de onda rectangular tradicional. Las simulaciones y los experimentos han demostrado que las características de propagación de la SIW son iguales a las de la guía de onda rectangular.

$$w_{eff} = w - \frac{(2 \cdot a)^2}{0.95 \cdot p} \quad (3)$$

donde  $w_{eff}$  es el ancho de la SIW y  $w$  es el ancho de la guía de onda rectangular.

Debido a la naturaleza de su estructura la guía SIW, pueden existir solamente modos de tipo TE. Los modos TM no se propagan, ya que en este modo el campo magnético transversal produce una corriente superficial longitudinal y entonces los slots transversales cortan esas corrientes produciendo una gran cantidad de radiación. Para el modo TE el flujo de líneas de corriente es paralelo a las vias por lo que éstos no lo cortan, por lo tanto, no afectan al modo.

### III. METODOLOGÍA

#### A. Guía de onda RSIW

Para el diseño de la red de alimentación primero se parte de una guía de onda rectangular en grado que garantice la propagación a 60 GHz. El tipo de dieléctrico que se seleccionó para el diseño de la red es Rogers RT 5880 con constante dieléctrica  $\epsilon_r = 9.9$  F/m, en la Fig. 4 y Fig. 5 se muestra la similitud de la geometría y distribución de campo eléctrico en la guía de onda rectangular convencional como en la guía de onda con tecnología SIW respectivamente.

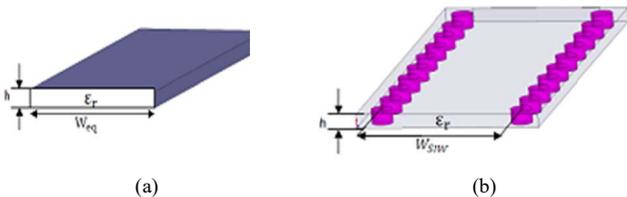


Fig. 4. (a) Guía de onda rectangular a 60 GHz, (b) RSIW a 60 GHz.

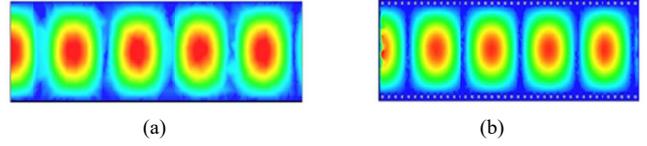


Fig. 5. Distribución de campo eléctrico a 60 GHz (a) Guía de onda rectangular, (b) RSIW.

Al usar la ecuación de frecuencia de corte en guías de onda rectangulares se obtiene (4) y (5).

$$f_{c10} = \frac{c}{2\pi \cdot \sqrt{\epsilon_r}} \cdot \sqrt{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2} \quad (4)$$

$$a = \frac{c}{2 \cdot f_{c10} \cdot \sqrt{\epsilon_r}} \quad (5)$$

donde  $f_{c10}$  es la frecuencia de corte,  $c$  es la velocidad de la luz y  $\epsilon_r$  es la constante dieléctrica.

De las formulas se obtienen las siguientes dimensiones: longitud  $a = 2.1$ mm, ancho  $b = 0.508$ mm, los demás parámetros físicos, como el diámetro de los orificios  $2r$ , el espacio entre los orificios  $u$  y el ancho de la RSIW,  $a$ , entre las dos filas de orificios se muestran la Tabla I, y el diseño de la guía en la Fig. 6.

TABLA I  
DIMENSIONES GUÍA DE ONDA RSIW A 60 GHz

$a$	$b$	$u$	$r$
2.1 mm	0.508 mm	0.4 mm	0.125 mm

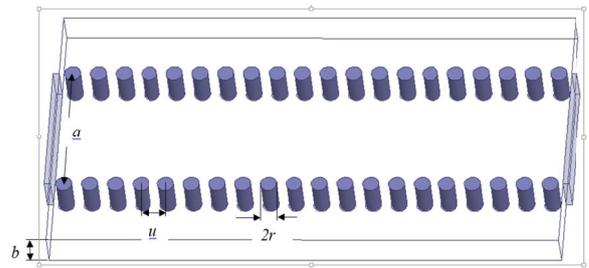


Fig. 6. Guía de onda RSIW a 60 GHz.

#### B. Divisor tipo T SIW

En el diseño del divisor tipo T las especificaciones requieren de un dimensionamiento de la red que consienta una separación entre las antenas igual a la longitud de onda. Al considerar que a 60 GHz la longitud de onda es de 5mm, la guía RSIW y la unión T deben ser diseñadas adecuadamente, es decir que la distancia entre los centros de las antenas no debe ser inferior a los 5mm.

En la Tabla II se muestra las variables que se tomaron en consideración para el diseño del divisor simétrico tipo T en SIW a 60 GHz. En la Fig. 7, se muestra el diseño de este.

TABLA II  
DIMENSIONES DIVISOR SIMÉTRICO TIPO T EN SIW

$a$	$b$	$\lambda$	$r_c$
2.1 mm	0.508 mm	5 mm	0.125 mm
$r_t$	$p$	$h$	$u$
0.2 mm	1.8 mm	0.66 mm	0.4 mm

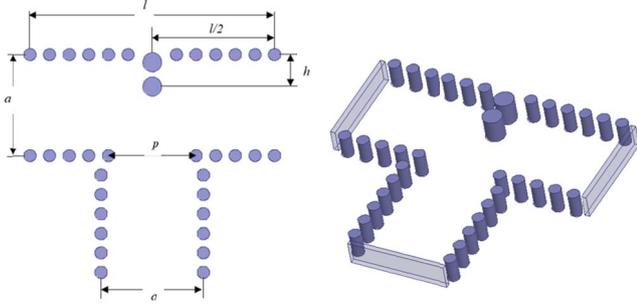


Fig. 7. Divisor simétrico tipo T en SIW.

La división de potencia y el acoplamiento de impedancias se consigue al usar un tabique en el centro del divisor con radio  $r_t$  y una ventana de compensación  $p$  como se puede observar en la Fig. 7.

#### IV. RESULTADOS

En esta sección se muestran los resultados de las simulaciones de la red de alimentación mediante el software de simulación HFSS, al partir del divisor tipo T en SIW a 2 mostrado en la Fig. 7.

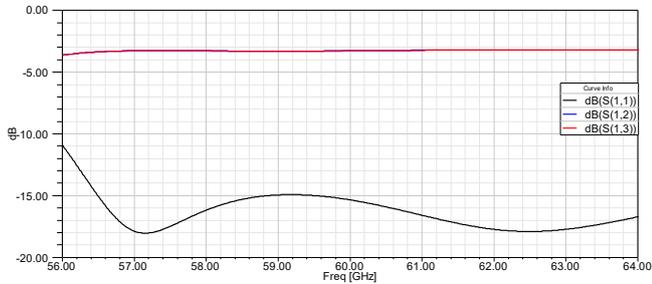


Fig. 8. Coeficiente de transmisión y reflexión para el divisor simétrico a 2.

En la Fig. 8 se muestra el coeficiente de reflexión S11 correspondiente al puerto de entrada, en donde se puede ver claramente que en la banda de 57 a 64 GHz permanece por debajo de -10dB, lo que garantiza que la potencia no se refleja.

La potencia de salida puede ser calculada mediante:

$$dB = 10 \log\left(\frac{1}{n}\right) \quad (6)$$

donde  $n$  es el número de salidas del divisor de potencia, debido a que se analizó un divisor con 2 salidas la potencia de salida será -3.01dB.

Como es un divisor simétrico, los coeficientes de transmisión S12 y S13 en salidas son prácticamente iguales y están situados a -3dB, como muestra la Fig. 8. El campo

eléctrico se propaga dentro de las 2 ramas de salida del divisor y llegan a los puertos de salida a la par como se muestra en la Fig. 9.

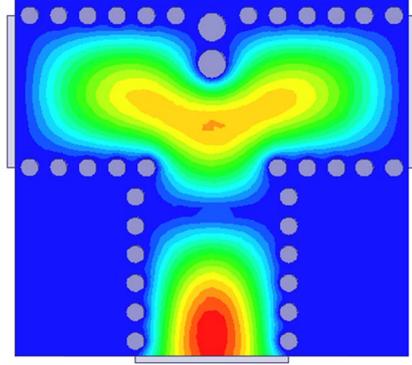


Fig. 9. Distribución del campo eléctrico para un divisor simétrico a 2.

Para los siguientes experimentos se evalúa exactamente los mismos parámetros que el divisor simétrico a 2, al controlar siempre el coeficiente de reflexión del puerto de entrada y la posición del tabique central de tal manera que garantice una distribución homogénea de potencia en las salidas de los puertos de los divisores. En las Fig. 10, Fig. 11 y Fig. 12 se observa el diseño de un divisor simétrico a 4, el coeficiente de reflexión y transmisión de este, y la distribución de campo eléctrico respectivamente, donde mediante (6) se obtiene una potencia de salida de este divisor de -6.02dB

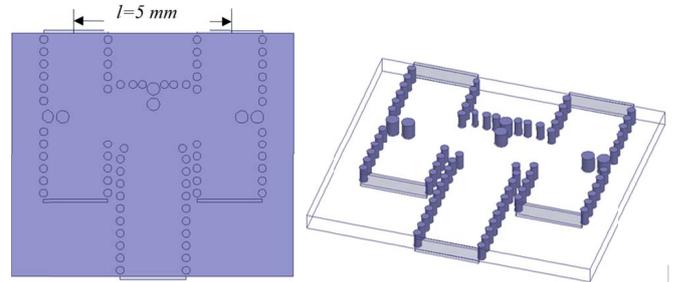


Fig. 10. Divisor de potencia simétrico a 4 en tecnología SIW.

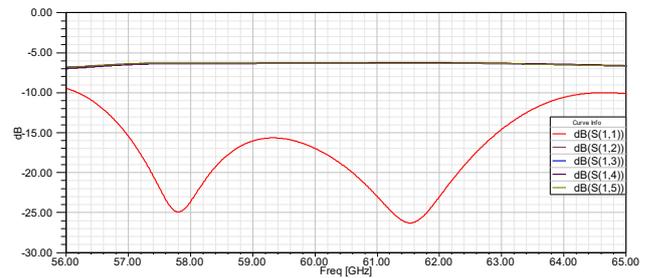


Fig. 11. Coeficiente de transmisión y reflexión para el divisor simétrico a 4.

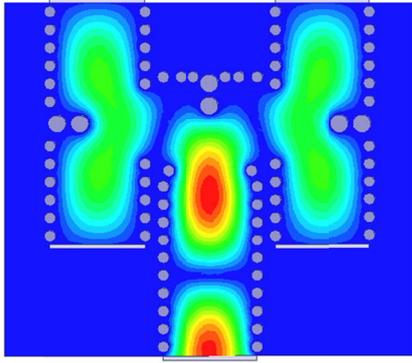


Fig. 12. Distribución de campo eléctrico para un divisor simétrico a 4.

En las Fig. 13, Fig. 14 y Fig. 15 se presentan el diseño de un divisor simétrico a 8, el coeficiente de reflexión y transmisión de este, y la distribución de campo eléctrico respectivamente, con una potencia de salida del divisor simétrico a 8 de -9.03dB obtenida mediante (6).

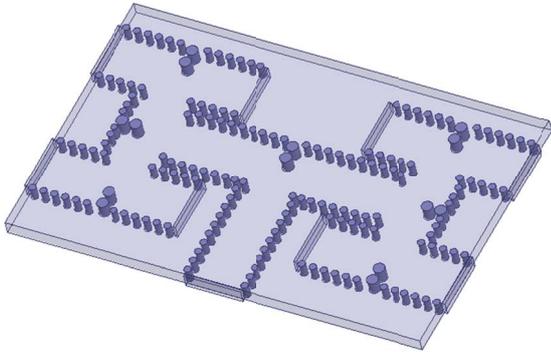


Fig. 13. Divisor de potencia simétrico a 8 en tecnología SIW.

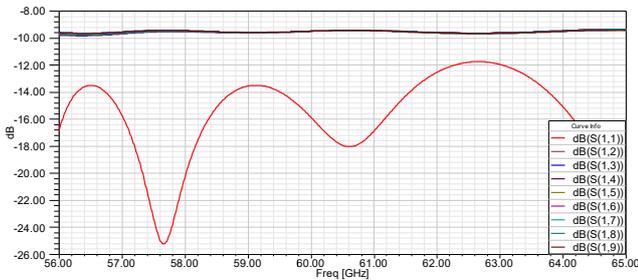


Fig. 14. Coeficiente de transmisión y reflexión para un divisor simétrico a 8.

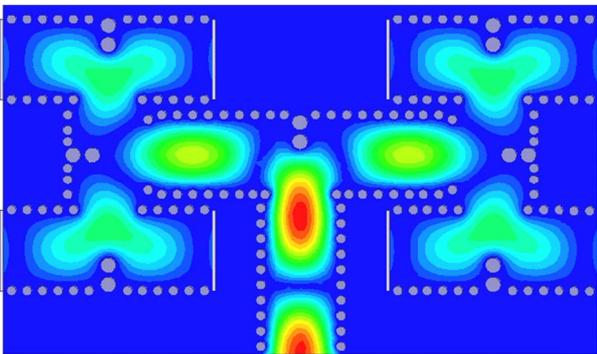


Fig. 15. Distribución de campo eléctrico para un divisor simétrico a 8.

Finalmente, las Fig. 16, Fig. 17 y Fig. 18 presentan el diseño del divisor simétrico a 16, el coeficiente de reflexión y transmisión de este, y la distribución de campo eléctrico respectivamente, donde se obtiene una potencia de salida del divisor simétrico a 16 de -12.04dB.

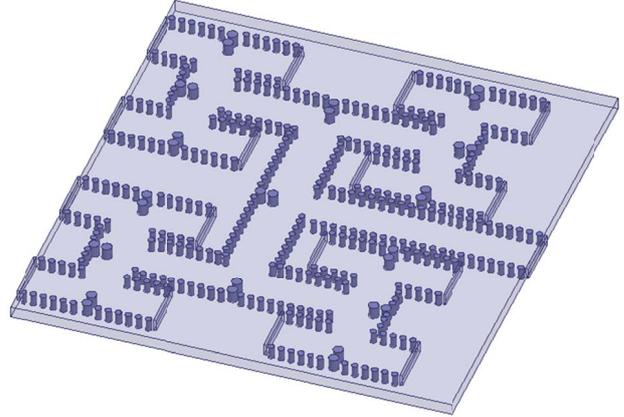


Fig. 16. Divisor de potencia simétrico a 16 en tecnología SIW.

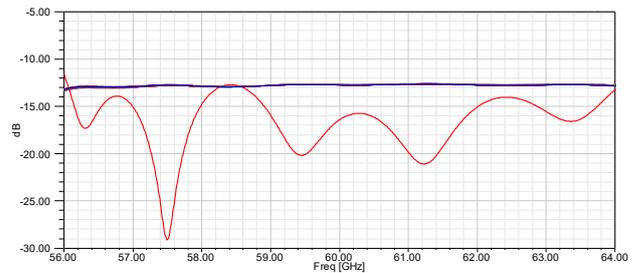


Fig. 17. Coeficiente de transmisión y reflexión para un divisor simétrico a 16.

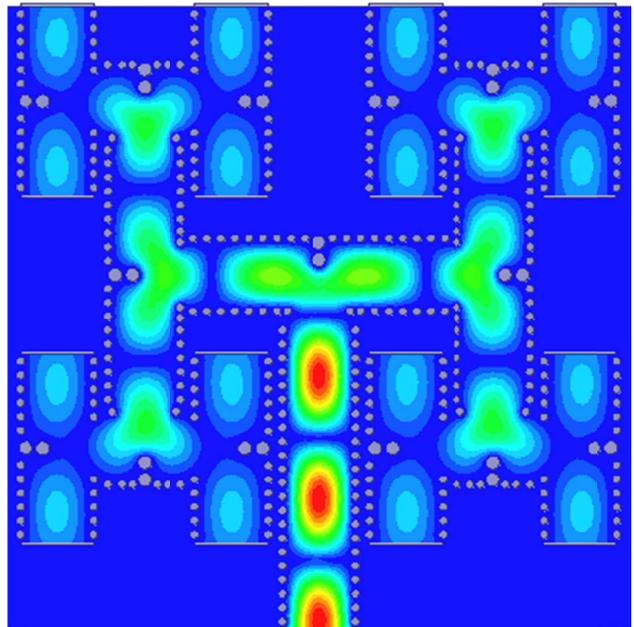


Fig. 18. Distribución de campo eléctrico para un divisor simétrico a 16.

Cabe indicar que el número de pruebas en cada experimento es de mayor a 50 ya que se utilizó la herramienta optimización

del programa HFSS, en donde a partir de las medidas calculadas en base a las formulas anteriormente citadas se procedió a una optimización mediante la variación de las medias con una variación de 1 milímetro hasta obtener el mejor resultado de la simulación.

## V. DISCUSIÓN

Los resultados de este estudio muestran claramente que es factible realizar una red de alimentación en tecnología SIW para arreglos de antenas que trabajan en bandas milimétricas, al partir básicamente del análisis de una línea de transmisión y un divisor de potencia tipo T, donde se analizaron en cada uno de los experimentos los coeficientes de reflexión del puerto de entrada y la potencia de cada uno de los puertos de salida. Además, que al usar la tecnología SIW se reduce el peso y las pérdidas por conductor en comparación con una red de alimentación mediante guía de onda rectangular convencional Fig. 2, donde se obtiene las mismas prestaciones de la misma Fig. 3.

En base a los resultados obtenidos en todos los experimentos se puede observar claramente que el coeficiente de reflexión  $S_{11}$  Fig. 8, Fig. 11, Fig. 14 y Fig. 17 se encuentran por debajo de -10dB lo que garantiza que no existe mayor reflexión de la señal incidente, En cuanto a los coeficientes de transmisión en los divisores de potencia de 2, 4, 8 y 16 la potencia se divide en -3dB, -6dB, -9dB y -12dB, respectivamente.

## VI. CONCLUSIONES

La correcta validación de los resultados ha demostrado su óptimo funcionamiento, se ha conseguido el objetivo principal que fue la división de potencia al utilizar una guía de onda rectangular con tecnología SIW, a su vez un amplio ancho de banda de funcionamiento.

## REFERENCIAS

- [1] D. Wu *et al.*, "Low threshold current density 1.3  $\mu\text{m}$  metamorphic InGaAs/GaAs quantum well laser diodes," *Electron. Lett.*, vol. 44, no. 7, pp. 7–8, 2008.
- [2] H. Ragad, "Design of patch array antennas for future 5G applications," pp. 0–4, 2019.
- [3] P. A. Dzagbletey and Y.-B. Jung, "Stacked Microstrip Linear Array for Millimeter-Wave 5G Baseband Communication," *IEEE Antennas Wirel. Propag. Lett.*, vol. 1225, no. c, pp. 1–1, 2018.
- [4] D. Moreno, "Permittivity Characterization of a dielectric material using radar techniques," Università della Calabria, 2015.
- [5] C. A. Balanis, *Antenna Theory: Analysis and Design*, Second. 1982.
- [6] S. Germain, D. Deslandes, and K. Wu, "Development of substrate integrated waveguide power dividers," *CCECE 2003 - Can. Conf. Electr. Comput. Eng. Towar. a Caring Hum. Technol. (Cat. No.03CH37436)*, vol. 3, pp. 1921–1924, 2003.
- [7] K. Song, Y. Fan, and Y. Zhang, "Eight-way substrate integrated waveguide power divider with low insertion loss," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 56, no. 6, pp. 1473–1477, 2008.
- [8] K. Wu, D. Deslandes, and Y. Cassivi, "The Substrate Integrated Circuits - A New Concept for High-Frequency Electronics and Optoelectronics," *Telecommun. Mod. Satell. Cable Broadcast. Serv.*, pp. 2–9, 2003.
- [9] D. Deslandes and K. Wu, "Integrated microstrip and rectangular waveguide in planar form," *IEEE Microw. Wirel. Components Lett.*, vol. 11, no. 2, pp. 68–70, 2001.
- [10] A. Adabi and M. Tayarani, "Substrate Integration Of Dual Inductive Post Waveguide Filter," *Prog. Electromagn. Res. B*, vol. 7, pp. 321–329, 2008.
- [11] B. H. Ahmad, S. S. Sabri, and A. R. Othman, "Design of a Compact X-Band Substrate Integrated Waveguide Directional Coupler," *Int. J. Eng. Technol.*, vol. 5, no. 2, pp. 1905–1911, 2013.
- [12] X. Xu, R. G. Bosisio, and K. Wu, "A new six-port junction based on substrate integrated waveguide technology," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 53, no. 7, pp. 2267–2272, 2005.
- [13] Y. J. Ban, "Tunable Ferrite Phase Shifters Using Substrate Integrated Waveguide Technique," *Département Génie Electr. Ec. Polytech. Montréal*, 2010.
- [14] D. Eom, J. Byun, and H. Y. Lee, "Multi-layer four-way out-of-phase power divider for substrate integrated waveguide applications," *IEEE MTT-S Int. Microw. Symp. Dig.*, pp. 477–480, 2009.
- [15] D. Deslandes and K. Wu, "Design consideration and performance analysis of substrate integrated waveguide components," *2002 32nd Eur. Microw. Conf. EuMC 2002*, no. 2, pp. 1–4, 2002.
- [16] Y. Cassivi, L. Perregrini, P. Arcioni, M. Bressan, K. Wu, and G. Conciauro, "Dispersion characteristics of substrate integrated rectangular waveguide," *IEEE Microw. Wirel. Components Lett.*, vol. 12, no. 9, pp. 333–335, 2002.

# Modelamiento y simulación de un quadrotor mediante la integración de Simulink y SolidWorks

## *Modeling and simulation of a quadrotor through the integration of Simulink and Solidworks*

F. A. González, M. E. Afanador Cristancho y E. F. Niño López

**Abstract**—The current research paper presents the dynamic model from a UAV (Unmanned Aerial Vehicle) type quadcopter. The mentioned model simulates closest behavior, respect to a real performance when realizes basic movements. In order to develop the math, model the quadcopter has been considered as a rigid object with 6 DOF (six degrees of freedom), which is divided into translational and rotational coordinates, using a technique based on Euler-Lagrange Equations to model. In that way is possible to acquire the expressed transfer function on the quadcopter dynamic model. The UAV's rotational dynamic is defined by the most important inertia moments, located in the vehicle center of mass. The inertia moments had been estimated using 'Solidworks' software. To achieve it the quadcopter was assembled with a minimum quantity of parts, after that, the design was uploaded into Simulink software to add complete the results including a 3d animation. A Control Strategy was attached to the quadcopter design, to stabilize the described plants, finally the performance is corroborated applying him external perturbations like gusts of wind, variable masses, looking to create instability during the flight, expecting for a system controlled reaction. The results showed the UAV stabilize to his reference position in less than twelve seconds (12) against a gust of wind that caused its horizontal displacement. This is an important application of the rotational dynamics of the UAV, using Simulink and the Simscape Multibody library in conjunction with Solidworks. Achieving a tool of great interest and therefore a significant contribution to the study of UAVs, giving the possibility of using of a practical tool for the design of quadrotors focused on different applications, such as precision agriculture.

**Index Terms**—Quadcopter, Simulink, Solidworks, dynamic model, stability.

**Resumen**—El propósito de este trabajo fue el de realizar el modelo dinámico de un vehículo aéreo no tripulado (VANT) tipo quadrotor, que simule el comportamiento real del mismo, de tal manera que el quadrotor pueda realizar sus movimientos básicos con el mínimo error posible. Para realizar dicho modelo matemático se consideró al quadrotor como un cuerpo rígido de

F. A. González, Ingeniero Electricista. Magíster en Potencia Eléctrica. Profesor carrera Unidades Tecnológicas de Santander (e-mail: fagonzalez@correo.uts.edu.co).

M. E. Afanador Cristancho, Ingeniero Electrónico (e-mail: manueledu\_93@hotmail.com).

E. F. Niño López, Ingeniero Electrónico (e-mail: ferneyninho94@hotmail.com).

seis grados de libertad en donde el sistema es dividido en coordenadas traslacionales y rotacionales al manejar una técnica para la modelación, mediante las ecuaciones de Euler-Lagrange, y así obtener la función de transferencia, expresada en las plantas del modelo dinámico que describe el comportamiento del quadrotor. La dinámica rotacional del VANT fue definida por los principales momentos de inercia, los cuales fueron hallados en el centro de masa del vehículo, dichos momentos fueron estimados a través del software de entorno CAD Solidworks. Para ello, el quadrotor se ensambló allí con el mínimo de partes posibles y luego el diseño se exportó a Simulink para complementar los resultados de la simulación con una animación en 3D del movimiento. Al diseño de la estructura se le implementó una estrategia de control que estabiliza las plantas ya descritas y se corroboró el funcionamiento del sistema al aplicar al mismo, perturbaciones externas como lo son las ráfagas de viento y masas variables que puedan producir inestabilidad durante el vuelo, logrando que ante este tipo de señales el sistema reaccione de forma controlada. En los resultados se observó que la simulación de una ráfaga de viento en donde el VANT cambio su posición en los ejes de desplazamiento horizontal, este mismo logró llegar nuevamente a su posición de referencia en menos de doce (12) segundos. Lo anterior constituye una importante aplicación de la dinámica rotacional del Vehículo Aéreo No Tripulado, al utilizar Simulink y la librería Simscape Multibody en conjunto con Solidworks, lográndose una herramienta de gran interés y por ende un aporte significativo para el estudio de los VANT, dando posibilidad del uso de una herramienta práctica para el diseño de quadrotores, enfocados en diferentes aplicaciones, tales como la agricultura de precisión.

**Palabras Claves**—Quadrotor, Simulink, Solidworks, modelo matemático, estabilidad.

### I. INTRODUCCIÓN

DEBIDO a los diferentes factores que se presentan en los cultivos de café y cacao, se desea tener control e inspección a través del desarrollo de tecnologías que permitan el mejor crecimiento y entorno productivo de estos cultivos. Una de estas innovaciones es el uso de los vehículos aéreos no tripulados, también llamado VANT o UAV por sus siglas en inglés; estos son aeronaves pilotadas mediante control remoto o por controladores autónomos incorporados en la misma estructura [1] es decir, es una tecnología conformada por tres agentes principales: una plataforma aérea, un enlace de datos entre tierra y aeronave, y una estación de control en tierra [2].

Estas permiten monitorear grandes áreas de campo en tiempo real, así como la detección de plagas y fallas en los cultivos, además se reducen los costos en comparación con vuelos tripulados, y las imágenes captadas por el VANT no presentan problemas con las nubes en comparación con las imágenes por satélite.

Al depender de su configuración los VANT pueden ser los que utilizan rotores (uno, dos, tres o múltiples rotores) o los que utilizan alas flexibles [3]. Dentro de los que utilizan rotores se encuentra el VANT a cuatro motores llamado quadrotor, el cual se representa de forma esquemática y es objeto de estudio del presente, considerado como una estructura en forma de cruz con su centro de gravedad en concordancia con el centro de masa y los cuatro motores en la punta de cada brazo [4]. Para el modelamiento del mismo existen dos métodos de aproximación; para el presente se escogió la formulación matemática de Euler-Lagrange para hallar las ecuaciones que permiten caracterizar el comportamiento del quadrotor validado mediante software computacional. El modelamiento de un VANT es definido principalmente por la cinemática y la dinámica del sistema. En la dinámica se incluyen los momentos de inercia, los cuales son los encargados de describir la dinámica rotacional de la aeronave, para ello existen diferentes técnicas matemáticas para hallarlo, o también se suelen usar programas de diseño mecánico que las calculan automáticamente. Uno de esos programas es Solidworks, que es un software de entorno CAD para diseño de mecanismos y estructuras muy ampliamente usado en la ingeniería, el cual para el presente proyecto se usó para estimar los momentos de inercia del quadrotor ensamblándolo con el menor número de partes posibles.

En el mercado existen una gran variedad de programas de simulación para poner a prueba el diseño de una estructura, pero en concreto uno de los más usados en la ingeniería es Simulink, un entorno de simulación integrado a Matlab que ofrece una amplia gama de herramientas para simular casi cualquier sistema mediante diagramas de bloques. Dentro de las tantas herramientas que posee Simulink se encuentra Simscape Multibody, el cual utiliza diseños de mecanismos en formato CAD para simular el movimiento de estructuras mecánicas a través de las propiedades físicas que estas poseen.

Para implementación y pruebas de controladores se suelen usar con gran frecuencia los VANT, a continuación, se muestran algunos proyectos en donde se modela y simula quadrotores al probar en ellos algunas estrategias de control. La estrategia de control más conocida y usada es el PID, y en particular un PID independiente para el eje de orientación del VANT al utilizar una placa Arduino uno [1]. Se describe en la literatura el paso a paso de cómo se diseñan las diferentes partes de un sistema de esta naturaleza y se presenta con frecuencia cómo se modela en Simulink, bloque por bloque; se utilizan con frecuencia VANT comerciales, como el Draganflyer SAVS. La placa de control a parte del controlador, también posee una IMU de tecnología MEMS que trae integrado en su tarjeta el giróscopo y el acelerómetro que además ayuda a mitigar un poco las perturbaciones provocadas por el efecto Coriolis. Durante las pruebas se

presenta la necesidad de corregir algunos parámetros como el filtro de Kalman; también de la IMU en cuanto a los ángulos de orientación y del controlador cuyo ajuste de ganancias se hizo de forma manual para que tuviera una respuesta estable y un vuelo estático ante perturbaciones externas.

Una forma común de afrontar el problema de los VANT es construirlo desde cero, i.e., diseñar y construir un cuadricóptero a control remoto al tener en cuenta para el diseño mecánico la ligereza, la rigidez, la resistencia y aerodinámica montado en SolidWorks. Para el diseño del modelo dinámico del VANT se aplicaron las fórmulas de Lagrange-Euler con lo que se obtuvo las ecuaciones que describen el comportamiento del VANT. Con la planta ya establecida se implementa un controlador PID como estrategia de control y un filtro complementario para obtener las lecturas de los sensores acelerómetro y giróscopo. De esta forma, se determinan los ángulos de cabeceo y alabeo, lo que entregó como resultados una respuesta satisfactoria. Sin embargo, se hace necesario ajustar las constantes del controlador para que el sistema sea estable ante cualquier tipo de perturbación [5].

Diversas estrategias de controladores PID de lazo cerrado doble se utilizan con frecuencia, lo cual divide el sistema en dos partes, un control de lazo interior para la orientación y un control de lazo exterior para la posición; se aplicó a un VANT de referencia MAV que es un quadrotor de pequeñas proporciones. El modelo dinámico se obtiene mediante el uso de las ecuaciones de Newton-Euler. El controlador PID se implementa en la planta y las pruebas se hacen mediante Simulink. Los resultados de la simulación se presentan de forma tal, que varias señales de escalón se aplican como una referencia para los tres ángulos y para la altura. Los resultados mostraron que los controladores tienen una importante habilidad adaptativa y robustez. Se concluye, que el sistema de un lazo cerrado solo puede manejar cuatro señales de control y el de doble lazo cerrado seis(6) señales de control, por lo que el quadrotor logra alcanzar el punto de referencia [6].

## II. RESULTADOS

Se describe el modelado matemático del quadrotor que dispone el grupo de investigación en Control Avanzado - GICAV de las Unidades tecnológicas de Santander-UTS, mediante el cual se caracterizó la planta con la que se trabajó. Debido a que el modelo dinámico del VANT ya ha sido analizado al usar el método de Newton-Euler [7], dicho modelo se decidió desarrollar mediante la formulación matemática de Euler-Lagrange.

Para poder comprender cómo es posible cada uno de los movimientos que realiza el quadrotor, primero se debe realizar un análisis detallado de cómo el VANT lo logra físicamente. Para ello se tiene el siguiente diagrama de fuerzas y marcos de referencia que se expone en la Fig. 1. De todas las ilustraciones presentes en la literatura, se usa esta, debido a que en ella se puede apreciar de gran forma la descripción general del quadrotor, mismo que es caracterizado por los sistemas de coordenadas, las fuerzas, momentos, y velocidades angulares que generan los cuatro motores.

Existen dos tipos de estructuras de acuerdo al marco de

referencia fijo al quadrotor: una en forma de cruz y la otra en forma de X. La estructura elegida para el modelamiento del mismo es la de tipo cruz, donde los actuadores que son los motores, se encuentran en las puntas de cada brazo y los ejes de coordenadas coinciden con los brazos de la estructura [4].

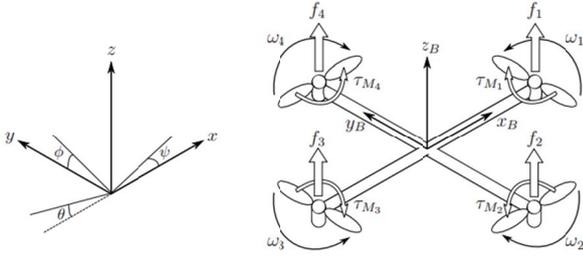


Fig. 1. Marcos de referencia y sistema de fuerzas del quadrotor.

De acuerdo con la Fig. 1 en el modelo se define a  $x_B$ ,  $y_B$  y  $z_B$ , como el sistema de coordenadas fijo al VANT, donde  $x_B$  es el eje de dirección normal de ataque del quadrotor, es decir, la dirección en la que el vehículo avanza hacia adelante,  $z_B$  es el eje vertical orientado en sentido ascendente y  $y_B$  es el eje perpendicular a  $x_B$  y  $z_B$  positivo que cumple con la ley de la mano derecha (sistema dextrógiro). El sistema de coordenadas inercial está descrito por los ejes  $x$  y  $z$  que se consideran fijos con respecto a la tierra [8].

El empuje aerodinámico se genera debido a la rotación de las hélices en un fluido viscoso, aire en este caso, y es utilizado para poder elevar el VANT y mantenerlo en el aire [1]. El empuje se relaciona con la velocidad de rotación de los motores mediante la siguiente expresión, donde  $k_t$  es la constante de empuje y la velocidad angular del motor  $i$  es denotada por  $\omega_i$ :

$$f_i = k_t \cdot \omega_i^2 \quad (1)$$

Si se considera que los motores están perfectamente alineados con respecto al sistema de coordenadas móvil, la dirección de la fuerza de empuje será en el eje  $z$  del sistema de referencia mencionado, donde esta componente en el resto de ejes es nula [1]. El empuje total del quadrotor el cual hará que este se desplace verticalmente, será la suma del empuje de todos los motores tal como se ve en (2), y en (3) se define el vector de fuerza traslacional del VANT  $F$  debido a al empuje total  $f$  expresada solo en la dirección del eje  $z$  [8]:

$$f = \sum_{i=1}^4 f_i = k_t \cdot \sum_{i=1}^4 \omega_i^2 \quad (2)$$

$$F = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ f \end{bmatrix} \quad (3)$$

El momento debido al arrastre aerodinámico, es el que se encarga de girar el quadrotor alrededor de su propio eje para cambiar su sentido de orientación. Este se genera en el eje  $z$  del cuerpo por la diferencia de velocidad de giro de los rotores, debido a la fricción entre el aire y las hélices de los

rotores. Al girar las hélices, estas se ven sometidas a un esfuerzo causado por el rozamiento que se produce entre dichas hélices en movimiento y el aire, lo que genera un momento o torque en sentido contrario a la dirección de giro de los rotores [1]. Para entender cómo se produce este fenómeno, en la siguiente expresión se define el torque generado en el rotor:

$$\tau_{Mi} = K_d \cdot \omega^2 + I_m \dot{\omega}_i \quad (4)$$

donde  $K_d$  es la constante de arrastre e  $I_m$  es la inercia del motor. El término  $I_m \dot{\omega}_i$  normalmente es despreciado debido a que el efecto  $\dot{\omega}_i$  es muy pequeño [9]. El coeficiente  $K_d$  posee un valor mayor a cero y depende entre otros factores, de la densidad del aire, del radio y de la forma de la hélice [3]. Por lo tanto, el momento o torque aerodinámico del motor es:

$$\tau_{Mi} = K_d \cdot \omega^2 \quad (5)$$

El momento total es proporcional al empuje que genera cada rotor y es generado por el desequilibrio del conjunto de fuerzas  $f_2$  y  $f_4$  con  $f_1$  y  $f_3$  [8]. Este movimiento es posible ya que los rotores pares 2 y 4 giran en sentido de las agujas del reloj, y los rotores impares 1 y 3 lo hacen en sentido opuesto [1]. Por esta razón el momento debido al arrastre aerodinámico es denotado con  $\tau_\psi$ :

$$\tau_\psi = \sum_{i=1}^4 \tau_{Mi} = K_d \cdot (-\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 + \omega_4^2) \quad (6)$$

Los momentos correspondientes en la dirección de los ángulos del marco del cuerpo mencionados anteriormente, se denotan con el vector  $\tau$  mediante la siguiente expresión, donde  $l$  es la distancia entre el rotor y el centro de masa del quadrotor:

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l \cdot (f_4 - f_2) \\ l \cdot (f_3 - f_1) \\ \sum_{i=1}^4 \tau_{Mi} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Se designa el vector  $\xi$  para las coordenadas traslacionales o posición lineal absoluta, y el vector  $\eta$  para las coordenadas rotacionales o posición angular que representa los ángulos de Euler: roll  $\phi$ , pitch  $\theta$  y yaw  $\psi$ .

$$\xi = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad \eta = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} \quad (8)$$

Para describir la orientación del VANT se usan los ángulos de Euler y más específicamente la convención XYZ o también llamada ángulos de Tait-Bryan; el uso de estos ángulos se ve muy extendido [1] a causa de que numerosas organizaciones, han publicado diversos estándares para ser seguidos debido a la especial importancia de las convenciones internacionales en vehículos aéreos, y remarca la norma DIN 9300 adoptada por la ISO 1151-2:1985 como uno de esos estándares.

A continuación, en (9) se muestran las matrices que

representan la orientación de un sólido en el espacio, esta son llamadas matrices básicas de rotación de un sistema espacial de tres dimensiones [10], donde  $c\phi = \cos(\phi)$  y  $s\phi = \sin(\phi)$ :

$$\begin{aligned} R(\phi) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix} \\ R(\theta) &= \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix} \\ R(\psi) &= \begin{bmatrix} c\psi & -s\psi & 1 \\ s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

En la ecuación (10) se obtiene la matriz de rotación completa del marco de referencia del cuerpo con respecto al marco de referencia fijo conocida como matriz de coseno directa:

$$\begin{aligned} R(\phi, \theta, \psi) &= R(z, \psi) \cdot R(y, \theta) \cdot R(x, \phi) \\ R &= \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\theta + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\theta + c\psi s\theta c\phi \\ s\psi s\theta & c\psi c\theta + s\psi s\theta s\phi & -c\psi s\theta + s\psi s\theta c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

Las matrices ortogonales aparte de la propiedad mencionada, poseen una propiedad con los determinantes, la cual es que estas poseen determinantes de  $\pm 1$ . Tal es el caso de la matriz de coseno directa que es considerada como una matriz ortogonal propia, donde su determinante es  $+1$ , si fuera impropia tendría un determinante de  $-1$  [11]. Estas matrices también poseen otras propiedades que pueden determinar la cinemática rotacional del VANT, como la que se muestra a continuación:

$$R^T R = I_3 \quad (11)$$

donde  $I_3$  representa una matriz identidad de  $3 \times 3$  y  $R$  es la matriz de rotación. La anterior ecuación representa la propiedad más conocida de las matrices ortogonales y esta se deriva con respecto al tiempo para obtener la siguiente expresión [12]:

$$R^T \dot{R} + \dot{R}^T R = 0_3 \quad (12)$$

Se define a:

$$S = R^T \dot{R} \quad (13)$$

Se puede apreciar que  $S$  es una matriz anti simétrica, es decir que si  $A$  es una matriz cuadrada, esta es anti-simétrica si  $A^T = -A$ . Por lo tanto, existe una propiedad que relaciona la derivada de las matrices ortogonales con las matrices anti simétricas [12]. Al realizar la operación mostrada en la ecuación (13), se le puede asignar a la matriz anti simétrica  $S$  los siguientes términos:

$$S(\Omega) = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

A  $S(\Omega)$  por los términos que contiene se la conoce como el tensor anti simétrico de velocidad angular [11]. Que son las componentes del vector de velocidad angular del VANT cuyos valores son:

$$\Omega = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi} s\theta \\ \dot{\theta} c\phi + \dot{\psi} s\phi c\theta \\ -\dot{\theta} s\phi + \dot{\psi} c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad (15)$$

Ya conocidos los valores del vector  $\Omega$  en términos de  $\dot{\eta}$ , se calcula la matriz de transformación  $\omega_n$ , que permitirá obtener la relación entre las velocidades angulares para separarlas matricialmente:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s\theta \\ 0 & c\phi & s\phi c\theta \\ 0 & -s\phi & c\phi c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\Omega = \omega_n \dot{\eta}$$

A continuación, se presenta la dinámica del quadrotor planteado mediante la formulación de Euler-Lagrange, la cual está basada en el concepto de energía mecánica (energía cinética y potencial) [8]. Esta formulación describe el movimiento traslacional y rotacional en un sistema de seis grados de libertad, al utilizar el vector de coordenadas generalizadas  $q$  [13]:

$$q = \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} \quad (17)$$

donde el vector  $\xi$  contiene las coordenadas traslacionales del centro de masa del VANT con respecto al marco inercial  $(x, y, z)$  y el vector  $\eta$  contiene las coordenadas rotacionales para la orientación del vehículo que son los ángulos de Tait-Bryan  $(\phi, \theta, \psi)$  [3]. Estos dos vectores fueron vistos en (8) de forma que el vector  $q$  queda de la siguiente forma:

$$q = [x, y, z, \phi, \theta, \psi]^T \quad (18)$$

El Lagrangiano se obtiene al modelar la energía del sistema, definido como la diferencia entre la energía cinética y la energía potencial, donde la energía cinética del sistema es determinada por los movimientos traslacionales y rotacionales. Mientras la energía potencial se relaciona únicamente por la altura del quadrotor [13]. De lo anteriormente dicho se define el Lagrangiano como una función del vector de coordenadas generalizadas y su primera derivada con respecto al tiempo de la siguiente forma:

$$L(q, \dot{q}) = T_{tras} + T_{rot} - U \quad (19)$$

Se tiene la expresión para desarrollar la energía cinética

traslacional:

$$T_{tras} = \frac{1}{2} m \dot{\xi}^2 = \frac{1}{2} m \dot{\xi}^T \dot{\xi} \quad (20)$$

En seguida se describe la energía potencial, la cual como se mencionó anteriormente solo está presente en el eje z de las coordenadas traslacionales y está dada por:

$$U = mgz \quad (21)$$

donde  $m$  es la masa del quadrotor,  $g$  es la aceleración gravitacional y  $z$  es la altura del vehículo. En conclusión, el Lagrangiano en términos de las coordenadas de traslación es:

$$L(\xi, \dot{\xi}) = \frac{1}{2} m \dot{\xi}^T \dot{\xi} - mgz \quad (22)$$

La energía cinética rotacional del cuerpo rígido es:

$$T_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (23)$$

Ya que un mismo cuerpo que posee diferentes ejes de rotación, pueden tener diferentes momentos de inercia en torno a esos ejes, entonces es conveniente el uso de una matriz o tensor de inercia para resumir todos esos momentos de inercia de un cuerpo en una sola cantidad [14]. De esta forma el tensor de inercia se define como:

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (24)$$

Se asume que el quadrotor posee una estructura simétrica con los cuatro brazos alineados con los ejes x, y del cuerpo [9]. Por lo tanto, se define el tensor de inercia del cuerpo rígido como una matriz diagonal cuyos componentes se conocen como los principales momentos de inercia [15]:

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (25)$$

La energía cinética rotacional del sistema es:

$$T_{rot} = \frac{1}{2} \Omega^T I \Omega \quad (26)$$

Finalmente, la energía cinética rotacional queda expresada en la siguiente ecuación, donde además ésta también define el Lagrangiano para los términos de las coordenadas rotacionales del quadrotor:

$$\begin{aligned} T_{rot} &= \frac{1}{2} \dot{\eta}^T J \dot{\eta} \\ L(\eta, \dot{\eta}) &= \frac{1}{2} \dot{\eta}^T J \dot{\eta} \end{aligned} \quad (27)$$

El modelo dinámico completo del quadrotor es obtenido de las ecuaciones de Euler-Lagrange con las fuerzas generalizadas externas [3] mediante la siguiente expresión:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = \begin{bmatrix} F_\xi \\ \tau \end{bmatrix} \quad (28)$$

donde  $\tau$  representa los momentos de roll, pitch y yaw como los pares resultantes del movimiento rotacional y  $F_\xi$  representa la fuerza resultante del movimiento traslacional, la cual se desarrolla a partir del vector de fuerza traslacional  $\hat{F}$  como se muestra en la siguiente expresión donde  $R$  es la matriz de coseno directa:

$$\begin{aligned} F_\xi &= R \cdot F \\ F &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ f \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (29)$$

En la siguiente expresión se desarrolla las ecuaciones de Euler-Lagrange para las coordenadas de traslación:

$$F_\xi = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L(\xi, \dot{\xi})}{\partial \dot{\xi}} \right) - \frac{\partial L(\xi, \dot{\xi})}{\partial \xi} \quad (30)$$

$$F_\xi = m \ddot{\xi} + mg(\vec{k}) \quad (31)$$

Al reescribir la ecuación anterior en función del vector de estado  $\xi$  [8], hace posible despejar las aceleraciones lineales del sistema:

$$\begin{aligned} \ddot{\xi} &= \frac{1}{m} R \cdot \hat{F} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \\ \left\{ \begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{f}{m} (c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi) \\ \ddot{y} &= \frac{f}{m} (c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi) \\ \ddot{z} &= \frac{f}{m} c\phi c\theta - g \end{aligned} \right. \end{aligned} \quad (32)$$

Las ecuaciones de Euler-Lagrange para el movimiento rotacional son:

$$\tau = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L(\eta, \dot{\eta})}{\partial \dot{\eta}} \right) - \frac{\partial L(\eta, \dot{\eta})}{\partial \eta} \quad (33)$$

O también se pueden escribir de la siguiente forma:

$$\tau = \frac{d}{dt} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial \dot{\eta}} (\dot{\eta}^T J \dot{\eta}) \right) \right] - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \eta} (\dot{\eta}^T J \dot{\eta}) \quad (34)$$

Al derivar con respecto al tiempo a la expresión en paréntesis se obtiene la siguiente ecuación:

$$\tau = J \ddot{\eta} + \dot{J} \dot{\eta} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \eta} (\dot{\eta}^T J \dot{\eta}) \quad (35)$$

Donde se define a la matriz de Coriolis como:

$$C(\eta, \dot{\eta}) = J - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \eta} (\dot{\eta}^T J) \quad (36)$$

$$C(\eta, \dot{\eta}) = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \quad (37)$$

Cuyos valores son:

$$\begin{aligned} c_{11} &= 0 \\ c_{12} &= (I_{yy} - I_{zz})(\dot{\theta}c\phi s\theta + \dot{\psi}s^2\phi c\theta) + (I_{zz} - I_{yy})\dot{\psi}c^2\phi c\theta \\ &\quad - I_{xx}\dot{\psi}c\theta \\ c_{13} &= (I_{zz} - I_{yy})\dot{\psi}c\phi s\theta c^2\theta \\ c_{21} &= (I_{zz} - I_{yy})(\dot{\theta}c\phi s\theta + \dot{\psi}s^2\phi c\theta) + (I_{yy} - I_{zz})\dot{\psi}c^2\phi c\theta \\ &\quad + I_{xx}\dot{\psi}c\theta \\ c_{22} &= (I_{zz} - I_{yy})\dot{\phi}c\phi s\theta \\ c_{23} &= -I_{xx}\dot{\psi}s\theta c\theta + I_{yy}\dot{\psi}s^2\phi s\theta c\theta + I_{zz}\dot{\psi}c^2\phi s\theta c\theta \\ c_{31} &= (I_{yy} - I_{zz})\dot{\psi}s\phi c\phi c^2\theta - I_{xx}\dot{\theta}c\theta \\ c_{32} &= (I_{zz} - I_{yy})(\dot{\theta}s\phi c\phi s\theta + \dot{\phi}s^2\phi c\theta) + (I_{yy} - I_{zz})\dot{\phi}c^2\phi c\theta \\ &\quad + I_{xx}\dot{\psi}s\theta c\theta - I_{yy}\dot{\psi}s^2\phi s\theta c\theta - I_{zz}\dot{\psi}c^2\phi s\theta c\theta \\ c_{33} &= (I_{yy} - I_{zz})\dot{\phi}s\phi c\phi c^2\theta - I_{yy}\dot{\theta}s^2\phi s\theta c\theta - I_{zz}\dot{\theta}c^2\phi s\theta c\theta \\ &\quad + I_{xx}\dot{\theta}s\theta c\theta \end{aligned} \quad (38)$$

Al reescribir la ecuación de Euler-Lagrange en términos de las coordenadas rotacionales:

$$J\ddot{\eta} + C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} = \tau \quad (39)$$

En la ecuación anterior se obtuvieron las expresiones no lineales del sistema, las cuales son muy complejas, y para hacer el respectivo despeje de cada una de las aceleraciones angulares se tendrá en cuenta el procedimiento usado en algunas referencias [16], [17], [18]. Dicha aproximación hace mención a considerar el ángulo pequeño, lo cual consiste en que el sistema considerado está en un punto de equilibrio, donde los ángulos de Euler tienden a cero.

Después de aplicar los despejes mencionados se define la dinámica de rotación en (40). El resultado obtenido es distinto a gran parte de la literatura consultada [17]:

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \frac{I_{xx} + I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \dot{\psi} \dot{\theta} + \frac{\tau_{\phi}}{I_{xx}} \\ \ddot{\theta} = \frac{-I_{xx} - I_{yy} + I_{zz}}{I_{yy}} \dot{\psi} \dot{\phi} + \frac{\tau_{\theta}}{I_{yy}} \\ \ddot{\psi} = \frac{I_{xx} - I_{yy} + I_{zz}}{I_{zz}} \dot{\theta} \dot{\phi} + \frac{\tau_{\psi}}{I_{zz}} \end{cases} \quad (40)$$

Sin embargo, la expresión anterior puede ser más reducida, pues cuando se considera que el VANT está en equilibrio, no solo los ángulos de Euler tienden a cero sino también sus velocidades angulares. Al tener en cuenta estas

consideraciones, el modelo dinámico original del quadrotor en términos de los movimientos traslacionales y rotacionales pueden ser simplificado, donde se obtiene las siguientes expresiones lineales [18]:

$$\ddot{z} = \frac{f}{m}, \quad \ddot{\phi} = \frac{\tau_{\phi}}{I_{xx}}, \quad \ddot{\theta} = \frac{\tau_{\theta}}{I_{yy}}, \quad \ddot{\psi} = \frac{\tau_{\psi}}{I_{zz}} \quad (41)$$

Para finalizar, se procede a obtener la función de transferencia del sistema que permitirá comprender la naturaleza y obtener la respuesta transitoria para posterior control, al aplicar la transformada de Laplace a los términos de (41):

$$\begin{aligned} G_z(s) &= \frac{1}{ms^2}, \quad G_{\phi}(s) = \frac{1}{I_{xx}s^2} \\ G_{\theta}(s) &= \frac{1}{I_{yy}s^2}, \quad G_{\psi}(s) = \frac{1}{I_{zz}s^2} \end{aligned} \quad (42)$$

A continuación, se presentan los resultados obtenidos de la simulación del quadrotor, el cual incluye el control de posición y orientación del VANT ante distintos tipos de perturbaciones o disturbios. Los resultados se obtendrán a partir de dos simulaciones diferentes, una sin perturbación y la otra con perturbación. Los datos obtenidos se visualizarán a través de la herramienta Data Inspector y el resultado se complementará en el visualizador de Simscape Multibody con la animación del movimiento. Esto servirá para probar la estabilidad del quadrotor mientras esta en vuelo a una altura determinada.

#### A. Simulación del sistema sin perturbación

Para la simulación del vuelo sin perturbaciones inicialmente fue necesario inhabilitar los bloques correspondientes que generan las señales de perturbación, los cuales se muestran en la Fig. 2. Esto se hace con el fin de poder observar la estabilidad del sistema en un ambiente de vuelo ideal.

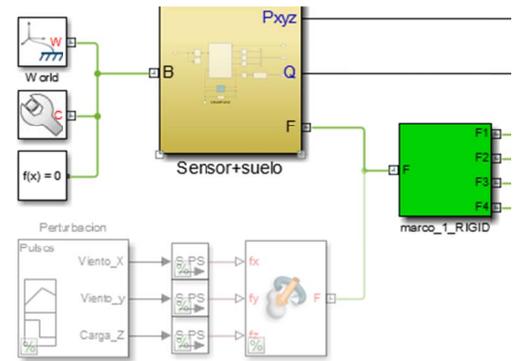


Fig. 2. Inhabilitación de los bloques de perturbación.

El tiempo establecido para la simulación fue de 40 segundos, lo necesario para que el quadrotor alcance la altura deseada y así poder analizar su comportamiento en ese estado. Las referencias o valores deseados fue el de alcanzar un metro de altura y mantener el vehículo en esa posición sin ningún tipo de desplazamiento adicional. Al correr la simulación, en

las Fig. 4, Fig. 5 y Fig. 6, se presentan los resultados obtenidos de la posición y orientación del VANT visualizados por medio del Data Inspector, donde las convenciones  $P_{xyz}$  [1],  $P_{xyz}$  [2], y  $P_{xyz}$  [3] se refieren en este orden a las posiciones  $P_x$ ,  $P_y$  y  $P_z$ . Y las convenciones Euler [1], Euler [2], y Euler [3] se refieren en este orden a los ángulos de Euler yaw, pitch y roll. En la Fig. 3 se puede observar una captura del vuelo del quadrotor a través del visualizador de Simscape Multibody.

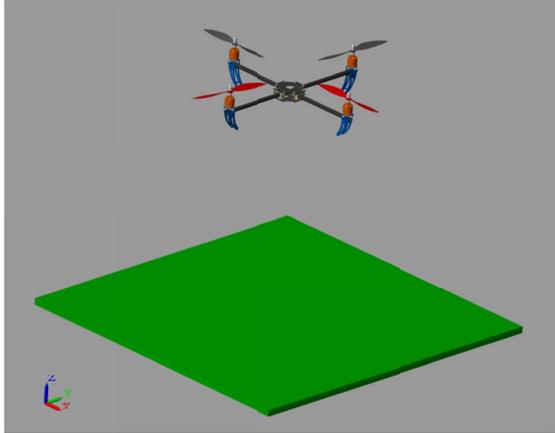


Fig. 3. Vuelo del VANT sin perturbación visto en el visualizador de Simscape Multibody.

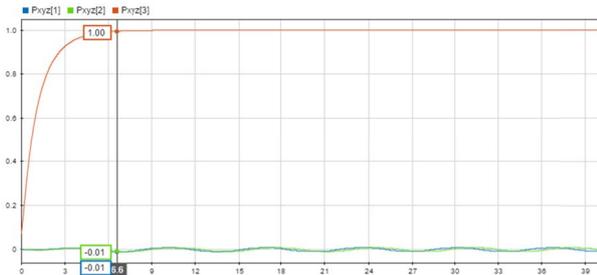


Fig. 4. Resultados obtenidos de la posición sin perturbación.

En la Fig. 4,  $P_{xyz}$  [3] simboliza la gráfica de altura y se observa que el sistema alcanza el valor deseado a los 6.6s sin presentar oscilaciones ni sobrepasos manteniéndose estable, mientras que los otros valores que representan el desplazamiento horizontal mantienen su estado inicial, pero con un poco de oscilación debido a la acción de control del compensador proporcional que se agregó a las referencias de los controladores de pitch y roll. A pesar de dichas oscilaciones como se puede apreciar en la Fig. 5 el cual representa mejor estas respuestas, el VANT se mantiene estable, ya que estos valores solo oscilan entre 0.0085 y -0.0094 metros de la referencia deseada, lo suficientemente bajo como para ser despreciado y no desestabilizar el sistema.

En la Fig. 6 se muestran los resultados obtenidos de la simulación para la orientación del VANT, los cuales son representados por los ángulos de Euler. Como se puede apreciar, presenta leves oscilaciones menores a un grado en los ángulos de pitch y roll etiquetadas respectivamente por Euler [2] y Euler [3]. Aunque el controlador de estos ángulos es un tipo PID, la referencia de estos es constantemente alterada por la acción de control del compensador

proporcional para los ejes x e y. En el ángulo de yaw representado por la línea morada no presenta oscilaciones muy apreciables, debido a que la referencia de esta es un valor constante y no una acción de control.

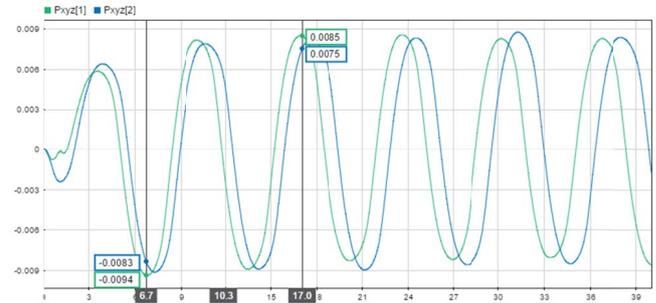


Fig. 5. Resultados de la posición horizontal sin perturbación.

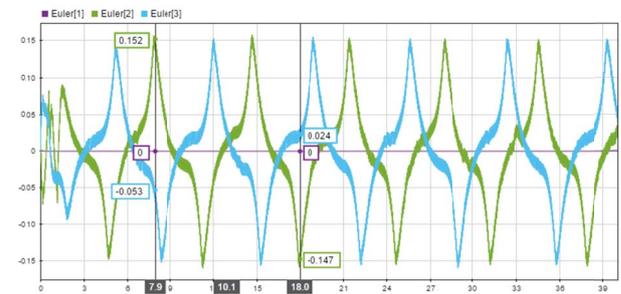


Fig. 6. Resultados obtenidos de la orientación sin perturbación.

Para corroborar los resultados mostrados, en la Fig. 7 se muestran las gráficas de velocidad que se sensaron a las propelas del quadrotor durante los primeros 8s de simulación. Dichas gráficas representan los distintos cambios de velocidad que tuvieron que hacer las hélices para controlar el ascenso y estabilidad de vuelo del VANT. Como se puede observar durante los primeros dos segundos hubo un sobre paso en la velocidad producto del despegue de la aeronave y en el resto del tiempo de simulación las velocidades de las propelas se mantuvieron al variar en un rango constante para permanecer el vehículo en la posición de referencia.

Con los datos obtenidos se puede concluir que el vuelo del VANT sin perturbación fue estable, ya que mantiene la posición inicial que se escogió con un margen de error muy pequeño.

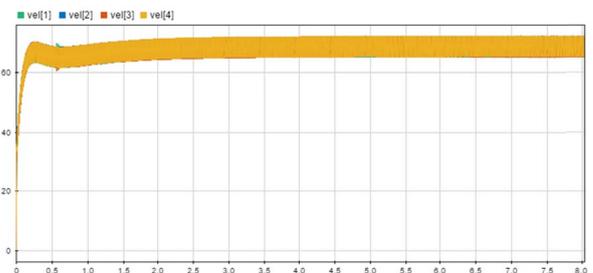


Fig. 7. Gráfica de velocidad de las propelas sin perturbación.

## B. Simulación del sistema con perturbación

Para la simulación con perturbación, se habilitaron los

bloques de fuerza externa y de perturbación vistos en la Fig. 2, el cual por medio de este último introduce al bloque de fuerza externa señales tipo pulso de tiempo variable como los que se muestran en la Fig. 8, que hará que genere fuerzas en los tres ejes de posición lo cual provoca un desplazamiento brusco que desestabilice el VANT de su posición de referencia. De esta forma el quadrotor debe ser capaz de regresar a dicha posición una vez haya acabado la perturbación.

Las señales de perturbación se aplicaron de la siguiente forma: A los 6.5 s y 7s se añaden fuerzas de 1N a los ejes de posición horizontal para simular una corriente de aire, primero con un tiempo de duración de 1s para la señal de viento en el eje x y segundo un tiempo de 2s para la señal de viento en el eje y. La otra señal de perturbación es de -5N para la altura la cual se aplica a los 16.5s, esta se usa para simular que al quadrotor se le adiciona en su centro de masa una carga de 500g. La idea es que el VANT sea capaz de regresar a su posición de referencia con esta carga, pues los motores tienen la capacidad de lograrlo, y al quitar la carga este se debe mantener o regresar a esa posición.

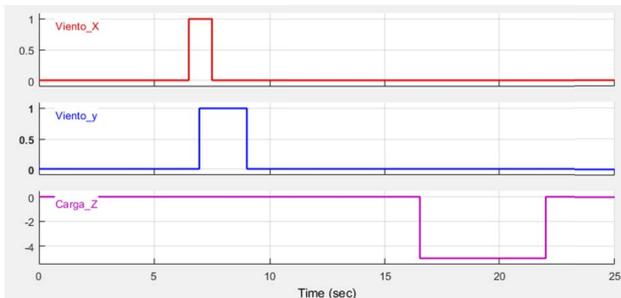


Fig. 8. Señales de perturbación.

Al correr la simulación, en las Fig. 8 y Fig. 9 se tienen los resultados de la posición y orientación del quadrotor, y en la Fig. 10 se tiene la gráfica que representa las velocidades de las hélices, estas tres obtenidas a través del Data Inspector de Simulink al aplicarles las señales de perturbación.

Como se pudo observar en las gráficas mencionadas, los primeros 2s de la simulación se observa un leve sobrepaso en la gráfica de velocidad vista en la Fig. 11, producto del despegue de la aeronave al igual que en la simulación sin perturbación. Después de ese tiempo las señales de disturbio se aplicaron en el tiempo establecido lo que provoca en el VANT un máximo desplazamiento a lo largo del eje x de 71cm y a lo largo del eje y de casi 1.4m como se observó en la Fig. 8. En la Fig. 12 se observa una captura del movimiento a través del visualizador de Simscape Multibody del quadrotor en el instante en que a este se lo somete a las perturbaciones mencionadas.

Al quitar estas perturbaciones, el sistema de control provoca un cambio en las velocidades de las hélices como se apreció en la Fig. 11. El efecto que produce este cambio genera una inclinación pico en el ángulo de roll de más de 4° y en el ángulo de pitch de -2.2° visto en la Fig. 9, lo que hace que el quadrotor se desplace en sentido contrario a la dirección que se había dirigido y regrese a su posición de inicial.

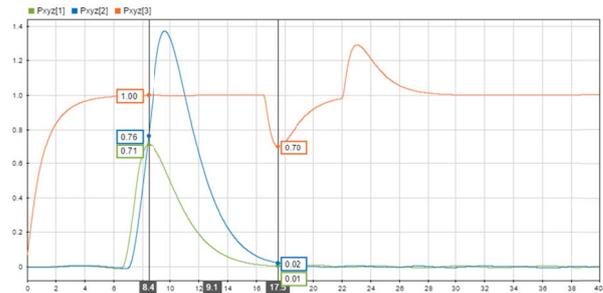


Fig. 9. Resultados obtenidos de la posición con perturbación.

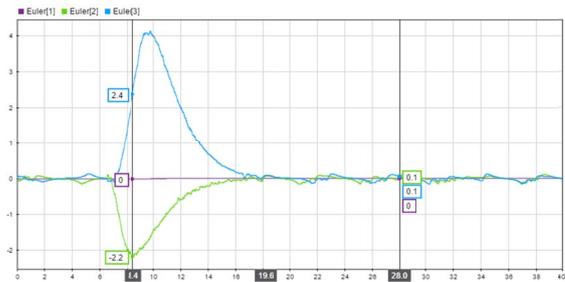


Fig. 10. Resultados obtenidos de la orientación con perturbación.

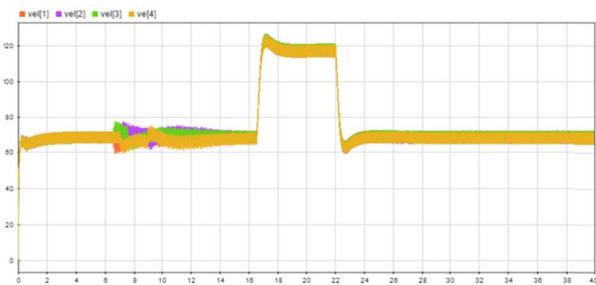


Fig. 11. Gráfica de velocidad de las hélices con perturbación.

Sin embargo, al momento de llegar a esa posición a los 16.5s se le aplica la otra señal de perturbación, el cual es una carga de 500g que como se ve en la línea anaranjada de la Fig. 9, esta carga hace que el VANT descienda hasta 70cm y provoque que el controlador de altura incremente la velocidad de las cuatro hélices como se ve en la Fig. 11; dicho incremento genera una fuerza de empuje que hace ascender al quadrotor hasta su posición de referencia. Después de 22s la carga se elimina y por efecto de la fuerza de empuje que la aeronave tenía, este bruscamente se eleva a más de 1.2m, pero de nuevo el controlador de altura actúa y hace reducir la velocidad de las hélices para disminuir la fuerza de empuje lo que provoca que el VANT regrese a su posición inicial y termine estabilizándose. Después de haber quitado las señales de perturbación, se pueden observar en las gráficas de posición y orientación leves oscilaciones hasta el final de la simulación, igual como se había apreciado en los resultados de la simulación sin perturbación.

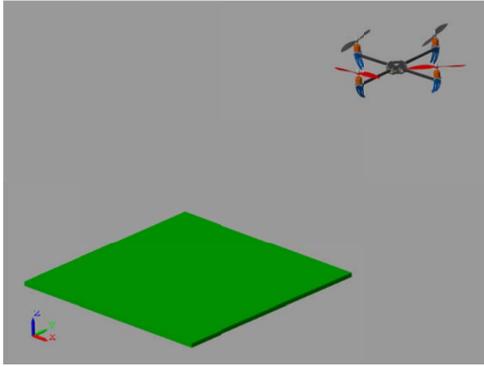


Fig. 12. Vuelo del VANT con perturbación visto en el visualizador de Simscape Multibody.

### III. CONCLUSIONES

Mediante la técnica de aproximación propuesta de Euler-Lagrange se logró obtener las ecuaciones que caracterizan cada uno de los movimientos que realiza el quadrotor dividido en tres grados de libertad traslacionales y tres rotacionales, en la cual a este se le consideró como un cuerpo rígido perfectamente simétrico cuyo origen del sistema de coordenadas está ubicado en el centro de gravedad.

Para obtener la matriz de transformación que permitió definir la cinemática rotacional del sistema, fue necesario calcular la matriz correspondiente al tensor anti simétrico de velocidad angular, la cual permite obtener el valor de la velocidad angular del VANT en función de la velocidad angular del marco inercial, que en la mayoría de las referencias consultadas no se hizo una demostración detallada de la misma, por lo que se decidió acudir a distintos textos relacionados a la robótica y a la mecánica clásica para realizar dicha demostración.

El desplazamiento horizontal del VANT es posible gracias a los ángulos de inclinación provocados por los movimientos de pitch y roll que hace que el vector de fuerza se incline y logre empujar la estructura hacia esa dirección. Para desplazarse en el eje  $x$  con respecto al marco inercial se debe efectuar una inclinación del ángulo de pitch la cual se obtiene al rotar en torno al eje  $y$ , y para realizar un desplazamiento a lo largo del eje  $y$  se debe efectuar una inclinación del ángulo de roll la cual se obtiene al rotar en torno al eje  $-x$ .

Al proponer un valor inicial a las velocidades angulares y al implementar la aproximación de ángulo pequeño, la cual plantea que el  $\cos \phi \approx \cos \theta \approx \cos \psi \approx 1$  y que el  $\sin \phi \approx \sin \theta \approx \sin \psi \approx 0$  al momento de obtener las expresiones correspondientes a las aceleraciones lineales y angulares del sistema, la cual son funciones no lineales, permitió linealizar dichas expresiones para que de esta forma se pudieran obtener ecuaciones más sencillas para trabajar con ellas y que se lograra implementar una estrategia de control conocida.

A través de los bloques incorporados de la librería de Simscape Multibody y de los controladores diseñados con la herramienta PID tuner de Matlab, se logró una simulación en donde el sistema consiguiera llegar a la posición deseada y que ante distintas perturbaciones generadas que produjeran

desplazarlo de dicha posición, este reaccionara y logre retornar a la posición de referencia.

El tensor de inercia es la matriz de momentos de inercia que permite definir la dinámica rotacional del quadrotor, conformada fundamentalmente por los principales momentos de inercia, los cuales son tomados desde el centro de masa del VANT, y por los productos de inercia, los cuales son despreciados al considerar que el centro de masa del quadrotor está ubicado en su centro de gravedad. Por lo tanto, dicho tensor es uno de los agentes más importantes a la hora de probar la estabilidad del sistema, ya que, si no tiene una buena distribución de masas en la estructura, el tensor de inercia puede contener principales momentos de inercia asimétricos y productos de inercia apreciables que generen inclinaciones y por consiguiente la desestabilización del sistema.

Se observó que la base del marco que originalmente tiene el quadrotor al ensamblarla en Solidworks, posee unos momentos de inercia ligeramente asimétricos y mediante las simulaciones realizadas en Simulink, se comprobó que esto produce una inclinación en el VANT lo cual genera un desplazamiento anormal, por lo que la base de dicho marco para la simulación fue cambiado por otro de dimensiones similares que tuviera momentos de inercia simétricos y por lo tanto, se evitó que el quadrotor en cierta posición se desplace de forma indeseada.

Se obtiene un procedimiento de gran interés y por ende un aporte significativo para el estudio de los VANT, como lo es que mediante la aplicación de la dinámica rotacional del mismo y al utilizar Simulink en conjunto con la librería Simscape Multibody y Solidworks, se facilite el diseño de este tipo de estructuras, con las cuales se pueden reducir los tiempos de construcción y la implementación de algoritmos de control para aplicaciones particulares como lo es la agricultura de precisión.

### REFERENCIAS

- [1] D. Melero Cazorla, "Modelado dinámico y diseño de estrategia de control mediante estimadores para el vuelo autónomo de un quadrotor.," *Universitas Akmeriensis In Lumine Sapientia*, 2012.
- [2] A. Rincón, V., Molina, A., Torres-León, J.L. y Herazo, "Perspectivas de la tecnología VANT en el cultivo de palma de aceite: monitorización del cultivo mediante imágenes aéreas de alta resolución," *Palmas*, vol. 36, no. 3, pp. 25–41, 2015.
- [3] P. Castillo, P. García, R. Lozano, and P. Albertos, "Modelado y estabilización de un helicóptero con cuatro rotores," *Rev. Iberoam. Automática e Informática Ind. RIAI*, vol. 4, no. 1, pp. 41–57, 2007.
- [4] G. De la Cal Mendoza, "Modelado, simulación, construcción y control de un Quadcopter," *Universitat Politècnica de Catalunya*, 2014.
- [5] V. G. O. Padilla and P. R. P. Arévalo, "Diseño y construcción de un cuadricóptero a control remoto," *Univ. las Fuerzas Armadas ESPE, Carrera Ing. Mecatrónica*, p. 12, 2012.
- [6] M. Nguyen Duc, T. N. Trong, and Y. S. Xuan, "The quadrotor MAV system using PID control," *2015 IEEE Int. Conf. Mechatronics Autom. ICMA 2015*, pp. 506–510, 2015.
- [7] L. M. Ariza Paez, "Modelado matemático de la dinámica de un quadrotro usando Matlab," *Unidades Tecnológicas de Santander*, 2013.
- [8] G. V. Raffó, "Modelado y control de un helicóptero quadrotor," *Universidad de Sevilla*, 2007.
- [9] T. Luukkonen, "Modelling and Ccontrol of Quadcopter," *J. Am. Soc. Mass Spectrom.*, vol. 22, no. 7, pp. 1134–45, 2011.

- [10] A. Barrientos, L. F. Peñín, C. Balaguer, and R. Aracil, *Fundamentos de Robotica.pdf*, Segunda. Madrid, 1996.
- [11] P. E. Garrigós, M. S. Maestro, and I. Z. López, *Mecánica Clásica*. Mdrid: Uned, 2016.
- [12] J. J. Craig, *Robótica*, Tercera ed., vol. 1, no. 8020. Mexico: PEARSON, 2006.
- [13] Y. Naidoo, R. Stopforth, and G. Bright, "Quad-Rotor Unmanned Aerial Vehicle Helicopter Modelling & Control Regular Paper," vol. 8, pp. 139–149, 2011.
- [14] T. Bresciani, "Modelling , Identification and Control of a Quadrotor Helicopter," vol. 4, no. October, p. 213, 2008.
- [15] Q. Quan, *Introduction to Multicopter Design and Control*. Beijing: Springer, 2017.
- [16] H. C. T. E. Fernando, A. T. A. De Silva, M. D. C. De Zoysa, K. A. D. C. Dilshan, and S. R. Munasinghe, "Modelling, simulation and implementation of a quadrotor UAV," *2013 IEEE 8th Int. Conf. Ind. Inf. Syst. ICIIIS 2013 - Conf. Proc.*, pp. 207–212, 2013.
- [17] M. Reinoso, L. I. Minchala, J. P. Ortiz, D. Astudillo, and D. Verdugo, "Trajectory Tracking of a Quadrotor Using Sliding Mode Control," vol. 14, no. 5, pp. 2157–2166, 2016.
- [18] R. A. García, F. R. Rubio, and M. G. Ortega, "Robust PID Control of the Quadrotor Helicopter," *IFAC Proc.*, vol. 45, no. 3, pp. 229–234, 2012.

## **DEPARTAMENTO DE ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES**

Universidad de las Fuerzas Armadas – ESPE

El Departamento de Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones (antigua Facultad de Ingeniería Electrónica) fue creado el 25 de abril de 1977 e inicia sus labores en octubre del mismo año en la modalidad presencial, con sus planes y programas de estudio encaminados a la formación del Ingeniero Electrónico. A partir de octubre de 1990, ofrece dos carreras con perfiles profesionales definidos: Ingeniería Electrónica en Telecomunicaciones e Ingeniería Electrónica en Computación.

En la propuesta actual del Departamento se integran en un sólo perfil estas aspiraciones, ofreciendo las carreras de Ingeniería en Electrónica y Telecomunicaciones, e Ingeniería en Electrónica, Automatización y Control.

Además oferta los siguientes programas de posgrado: Maestría en Redes de Información y Conectividad, y Maestría en Gerencia de Redes y Telecomunicaciones. En la actualidad, el DEEE realiza el diseño de los programas de Maestría y Doctorado en Electrónica.



**Departamento de Eléctrica y Electrónica**  
**Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE**  
**Copyright © 2019**