

Determinación del coeficiente de fricción dinámico con Tracker



G.P. Abdel Rahim Garzón, M.A. Moreno Villate

*Facultad Tecnológica, Universidad Distrital Francisco José de Caldas,
Cl. 68d Bis A Sur N° 49F - 70, Bogotá, Colombia.*

E-mail: garahimg@udistrital.edu.co

(Recibido el 5 de enero de 2022, aceptado el 28 de febrero de 2022)

Resumen

En este trabajo se presenta el estudio del movimiento de masas sobre planos horizontales y verticales tanto teórico como experimentalmente con el fin de presentar a Tracker, como una herramienta económica y efectiva en el proceso enseñanza aprendizaje de la física mecánica, en tiempos en que no es posible tener acceso a los laboratorios de física. Se presentaron tres experimentos caseros y uno virtual donde se calcula para cada uno de ellos la aceleración y el coeficiente de fricción dinámico (μ_k). En los tres experimentos caseros se determinó que el valor de μ_k para madera-hierro, lija-hierro y vidrio-hierro fueron de ~ 0.55 , ~ 0.37 y ~ 0.21 , respectivamente. Mientras que en el experimento donde se utilizó Phet Colorado nuestros cálculos fueron idénticos a los obtenidos del simulador.

Palabras clave: Tracker, Phet Colorado, coeficiente, fricción, dinámica.

Abstract

A theoretical and experimental study of the movement of masses on the horizontal and vertical planes is presented in order to advocate Tracker as an economical and effective tool for teaching and learning mechanical physics for students in times when it is not possible to have access to physics labs. Four experiments are presented with their respective procedures for determining the acceleration, as well as all the calculations for the coefficient of dynamic friction (μ_k). In three home experiments, it was determined that the value of μ_k for wood-iron, sandpaper-iron, and glass-iron was the ~ 0.55 , ~ 0.37 y ~ 0.21 , respectively. For the experiment in which a Phet Colorado simulator our calculations were identical to those obtained from the simulator.

Keywords: Tracker, Phet Colorado, coefficient, friction, dynamic.

I. INTRODUCCIÓN

El curso de la física mecánica para ingenieros es teórico-práctica y se articula así, debido a que se requiere que el estudiante relacione la parte conceptual con la experimental. Actualmente es difícil acceder a los laboratorios de física mecánica, lo cual genera problemas en transcribir el fenómeno al lenguaje matemático, de acuerdo con López y Arias [1], Abdel Rahim y Moreno [2] y Martínez [3].

Teniendo en cuenta estas dificultades y considerando que el coeficiente de fricción dinámico (μ_k) es una propiedad que se debe usar en los conceptos de la cinemática, dinámica y la ley de la conservación de la energía mecánica [4].

Por lo anterior, es de gran importancia que los estudiantes conozcan diferentes métodos para determinar el μ_k de forma fácil y económica; por ejemplo usando planos horizontales o verticales y masas que contengan diferentes superficies [5, 6].

El objetivo de este trabajo es usar tres experimentos caseros y una simulación de Phet Colorado, para determinar tanto teórico como experimentalmente el coeficiente de fricción dinámico μ_k para varias superficies como: madera-hierro, lija-hierro y vidrio-hierro.

Los cuatro laboratorios mencionados anteriormente se distinguen en que el primero es un plano inclinado de madera donde su superficie cambia dos veces (lija y vidrio); el segundo es un sistema de dos masas unido por una cuerda inextensible; una de ellas está sobre un plano horizontal (no varía la masa) y la otra, está sostenida por la cuerda en donde se varía la masa hasta que el sistema sale del reposo. El tercer montaje es parecido al segundo, pero el plano horizontal se cambia por un plano inclinado. El último montaje es una simulación de Phet Colorado titulada "La rampa", donde se realiza lo mismo que en el primer montaje [7].

II. MATERIALES Y MONTAJE

A. Plano inclinado



FIGURA 1. Plano inclinado hecho de tabloncillos de madera, pintada de negro.



FIGURA 2. Polea metálica.



FIGURA 3. Platón + masa.

La Figura 1 muestra el montaje que se realizó en la primera experiencia, la cual está compuesto de dos tabloncillos de madera, que están unidos mediante una bisagra metálica.

Las Figuras 2 y 3, muestran la polea construida con un rodamiento de bolas, ensamblada en una horqueta metálica y un tornillo como eje de rotación. La Figura 3 muestra un platón de aluminio que sostiene la masa suspendida.

Las Figuras 4 y 5 muestran la balanza usada para medir las masas y las láminas de lija y vidrio que se ubicarán sobre el tablón como se muestra en la Figura 6.

Para efectos de calidad en los videos, se pintó el tablón de color negro y la pared de blanco, para así de esta manera lograr que Tracker realice un registro de los fotogramas más detallado.



FIGURA 4. Balanza + masa.



FIGURA 5. Láminas de lija y vidrio.



FIGURA 6. Primer montaje (plano inclinado).



FIGURA 7. Segundo montaje (Sistema de dos cuerpos).



FIGURA 8. Tercer montaje (Sistema de dos cuerpos).

La Figura 6 muestra, el primer montaje realizado donde el tablón se dispone inicialmente de forma horizontal y la masa se coloca en la parte superior del plano; luego se levanta el plano muy despacio hasta que la masa comienza a deslizarse. Este proceso se repitió dos veces más, pero cambiando la superficie del plano; lija y vidrio. La Figura 7, muestra el segundo montaje que está conformado por dos masas, una ubicada sobre la superficie horizontal y la otra está suspendida; en donde a ésta última se va añadiendo muy lentamente masas hasta que el sistema sale del reposo. Este procedimiento se repite con tres superficies diferentes del plano: madera, lija y vidrio. La Figura 8, muestra el tercer montaje que consta de dos masas donde una se coloca sobre el plano inclinado y la otra masa está suspendida; inicialmente el plano inclinado está en forma horizontal y luego es levantando muy lentamente hasta que el sistema sale del reposo. Este procedimiento se repite con dos superficies del plano: lija y vidrio. En el cuarto y último montaje se utilizó el simulador de Phet Colorado titulado “La rampa”.

III. CARACTERÍSTICAS DEL TRACKER

Para caracterizar el movimiento de estos cuatro laboratorios mediante Tracker, se requiere grabar un video en cada uno de ellos, en el que el programa reflejará de manera gráfica las características cinemáticas de los mismos, como se muestra en la Figura 9.

Los principales herramientas y lectura que Tracker muestra a partir del análisis del video son:

1. Plano cartesiano: Nos permitirá ubicar la trayectoria de la masa (movimiento horizontal o vertical).
2. Vara de calibración: Permite que el programa de simulación tome una medida estándar y a partir de esa medida puede derivar la escala a la cual se está realizando el experimento.
3. Transportador: Para el movimiento en dos dimensiones, permite conocer el ángulo.
4. Gráficas: una vez obtenida la trayectoria total de la masa, el programa realiza las gráficas de posición, velocidad y aceleración como funciones del tiempo de acuerdo con lo requerido.

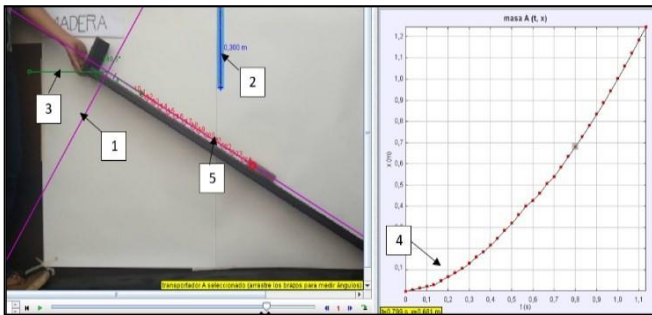


FIGURA 9. Ambiente del Tracker, 1 indica el eje de referencia, 2 trayectorias, 3 transportador, 4 gráfica y 5 trayectoria.

IV. RESULTADOS

A. Primer montaje experimental

A continuación, se presenta el primer montaje experimental para determinar el μ_k . Es importante destacar la importancia que tiene el saber calcular el μ_k , ya que está relacionado con los conceptos de: dinámica, el trabajo y la energía mecánica.

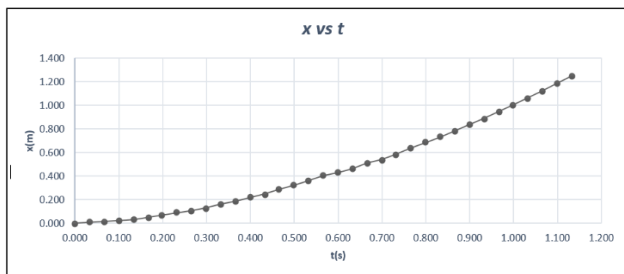


FIGURA 10. Grafica de energía en función del tiempo del primer montaje.

Determinación del coeficiente de fricción dinámico con Tracker
Los datos de la posición en función del tiempo se extraen de Tracker y se grafican en Excel, donde se hace un ajuste a una función polinomial de segundo orden, para obtener la ecuación de la Figura 10.

Derivando la posición con respecto al tiempo se obtiene la velocidad en función del tiempo ($v_x = \frac{dx}{dt}$) y derivando ésta última ecuación con respecto al tiempo obtenemos la aceleración constante ($a_x = \frac{dv}{dt}$), así las ecuaciones de movimiento son respectivamente:

$$x(t) = (0.1315t^2 + 0.0536t + 0.0408) \text{ m},$$

$$v_x(t) = (0.263t + 0.0536) \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$a_x = (0.263) \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Con el valor de la aceleración (a_x) y utilizando las leyes de Newton, se calcula el coeficiente de fricción dinámico (μ_k), para las superficies: madera-hierro, lija-hierro, vidrio-hierro.

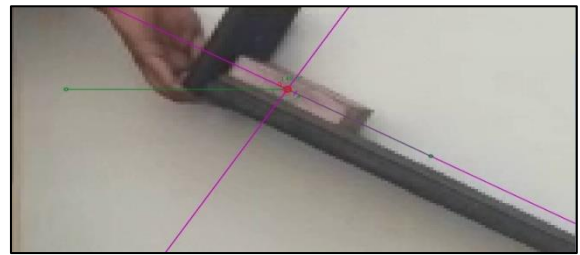


FIGURA 11. Angulo del plano inclinado usando Tracker.

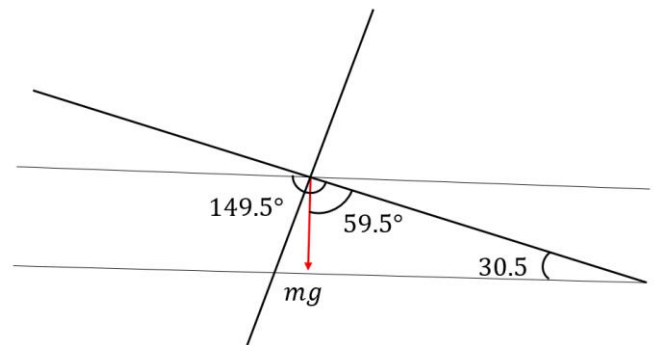


FIGURA 12. Diagrama del cuerpo libre, que muestra los ángulos del plano obtenido antes de moverse la masa sobre el tablón.

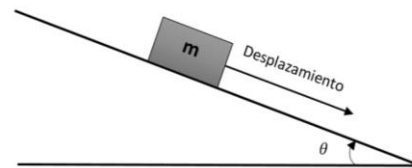


FIGURA 13. Desplazamiento de la masa sobre el tablón en la dirección de las +x.

La Figura 11 muestra la forma en que se colocó el plano cartesiano en Tracker donde se observa que la masa se

desplaza hacia abajo en la dirección de las x positiva y la Figura 12 se observa los ángulos del plano inclinado ($\theta = 30.5^\circ$).

Definido el ángulo del plano inclinado, procedemos a pintar el diagrama del cuerpo libre y dibujar las fuerzas que actúan sobre la masa cuando se desplaza sobre el plano inclinado.

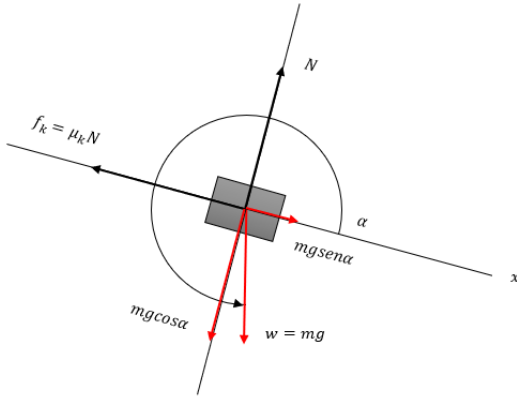


FIGURA 14. Diagrama de cuerpo libre donde se dibujan las fuerzas que actúan sobre la masa mientras se desplaza sobre el plano inclinado.

Las fuerzas que actúan sobre la masa cuando ésta se desplaza sobre el plano inclinado, son: la fuerza normal (N), que forma un ángulo con el $+x$ de $\theta = 90^\circ$, la fuerza de fricción (f_k) que forma un ángulo con $+x$ de $\theta = 180^\circ$ y el peso que forma un ángulo α con el $+x$.

Aplicamos la segunda Ley de Newton, para determinar la fuerza neta que actúa sobre la masa:

$$\sum F_x = ma_x.$$

La fuerza neta es positiva porque el bloque se desplaza a lo largo de las $+x$, así:

$$N \cos 90^\circ + mg \cos(\alpha) + f_k \cos 180^\circ = ma_x,$$

$$mg \cos(\alpha) - f_k = ma_x. \quad (1)$$

Despejando f_k de (1), se tiene:

$$f_k = mg \cos(\alpha) - ma,$$

por definición la fuerza de fricción es: $f_k = \mu_k N$, así:

$$\mu_k N = mg \cos(\alpha) - ma,$$

despejando μ_k , tenemos que:

$$\mu_k = \frac{mg \cos(\alpha) - ma}{N}. \quad (2)$$

Para calcular la fuerza normal, realizamos la sumatoria de fuerzas de las componentes verticales y aplicamos la primera Ley de Newton, $\sum F_y = 0$, así:

$$N \sin 90^\circ + mg \sin(\alpha) + f_k \sin 180^\circ = 0, \\ N + mg \sin(\alpha) = 0.$$

Implica que la normal es:

$$N = -mg \sin(\alpha), \quad (3)$$

sustituyendo (3) en (2) y factorizando la masa se obtiene:

$$\mu_k = \frac{mg \cos(\alpha) - ma}{-mg \sin(\alpha)}.$$

Factorizando la masa y simplificándola, se obtiene

$$\mu_k = \frac{a - g \cos(\alpha)}{g \sin(\alpha)}. \quad (4)$$

Donde α es el ángulo del peso y se tomó como se indica en la Figura 14. De acuerdo, a la ecuación (4), el μ_k depende de la aceleración, la fuerza normal y de la componente del peso horizontal.

Si el ángulo del plano para las superficies madera – hierro fue de $\theta = 30.5^\circ$ como se indica en la Figura 1 y sustituyendo $a_x = 0.263 \frac{m}{s^2}$, $g = 9.8 \frac{m}{s^2}$ y $\alpha = 30.5^\circ$ en (4), se obtiene:

$$\mu_k = \frac{0.263 \frac{m}{s^2} - (9.8 \frac{m}{s^2}) \cos(300.5^\circ)}{9.8 \frac{m}{s^2} \sin(300.5^\circ)}, \\ = \frac{0.263 \frac{m}{s^2} - (4.97) \frac{m}{s^2}}{- (8.44 \frac{m}{s^2})} = 0.55.$$

Donde, la fuerza normal es: $N = -mg \sin(\alpha)$

$$N = (-2.35 \text{ kg}) \left(9.8 \frac{m}{s^2} \right) \sin(300.5^\circ), \\ = (-2.35 \text{ kg}) \left(-8.44 \frac{m}{s^2} \right) = 19.83 \text{ N},$$

la fuerza de fricción es:

$$f_k = \mu_k N = (0.55)(19.83 \text{ N}) = 11.061 \text{ N}.$$

Este proceso se repite para las otras dos superficies de rozamiento (lija y vidrio), donde los resultados se indican en la Tabla 1.

TABLA I. Superficies usadas en la práctica, ángulo del peso con respecto al eje $+x$, aceleración y coeficiente de fricción dinámico.

Superficie	Ángulo del peso	$a_x \left[\frac{m}{s^2} \right]$	μ_k
Madera – Hierro	300.5°	0.262	0.55
Lija – Hierro	289°	0.12736	0.33
Vidrio – Hierro	285.1°	0.442	0.22

B. Segundo montaje experimental

Primero realizamos un video para obtener los datos y gráficas de posición, velocidad y aceleración como funciones del tiempo.

Los datos de la posición en función del tiempo se extraen de Tracker y se grafican en Excel, donde se hace un ajuste a una función polinomial de segundo orden, para obtener la ecuación de la Figura 15; luego derivamos la posición con respecto al tiempo, para obtener la velocidad y volvemos a derivar ésta última ecuación con respecto al tiempo para obtener la aceleración; así las ecuaciones de movimiento son:

$$x(t) = (0.6284t^2 + 0.5479t + 0.004823) \text{ m},$$

$$v(t) = (1.2568t + 0.5479) \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$a_x = (1.2568) \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

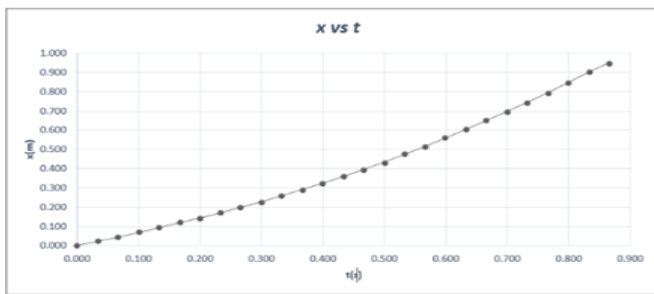


FIGURA 15. Gráfica de posición en función del tiempo del segundo montaje.

Con el valor de la aceleración procedemos a calcular μ_k

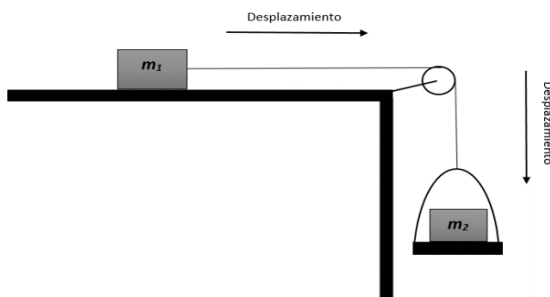


FIGURA 16. Dibujo donde indica el desplazamiento de cada una de las masas.

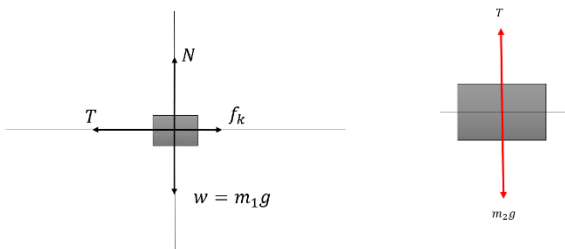


FIGURA 17. Diagrama del cuerpo libre donde indica las fuerzas que actúan sobre cada masa mientras se desplaza.

Determinación del coeficiente de fricción dinámico con Tracker
La Figura 16 muestra la dirección en que cada una de las masas se mueve, recordemos que al principio se dijo que a la masa colgante se le añaden masas hasta que el sistema sale del reposo. Luego procedemos a dibujar las fuerzas que actúan sobre cada una de las masas en un diagrama de cuerpo libre como se indica en la figura 17. Como son dos masas el proceso para determinar μ_k lo realizaremos en dos pasos: primero aplicamos la segunda Ley de Newton para determinar la fuerza neta que actúa sobre cada una de ellas. En el lado izquierdo de la Figura 17 se muestra las fuerzas que actúan sobre m_1 las cuales son: la normal, N que forma un ángulo de $\theta = 90^\circ$ con el $+x$, la fuerza de fricción, f_k que forma un ángulo de $\theta = 180^\circ$ con el $+x$, el peso que forma un ángulo de $\theta = 270^\circ$ con el $+x$, la tensión que forma un ángulo de $\theta = 0^\circ$ con el $+x$.

Aplicamos la segunda Ley de Newton: $\sum F_x = m_1 a$, la donde la fuerza neta es positiva, debido a que m_1 se desplaza a lo largo del eje $+x$, así:

$$N \cos 90^\circ + m_1 g \cos 270^\circ + T \cos 0^\circ + f_k \cos 180^\circ = m_1 a.$$

Calculando los ángulos, tenemos que:

$$T - f_k = m_1 a, \quad (5)$$

despejando la tensión en (5) y sustituyendo $f_k = \mu_k N$, se obtiene:

$$T = m_1 a + \mu_k N. \quad (6)$$

En el costado derecho de la Figura 17 se muestra las fuerzas que actúan sobre m_2 las cuales son: la tensión que forma un ángulo de $\theta = 90^\circ$ con el $+x$ y el peso que forma un ángulo de $\theta = 270^\circ$ con el $+x$.

Aplicamos la segunda Ley de Newton: $\sum F_y = -m_2 a$, donde la fuerza neta que actúa sobre la m_2 es negativa, debido a que se desplaza hacia debajo del eje $-y$, así:

$$m_2 g \sin 270^\circ + T \sin 90^\circ = -m_2 a,$$

$$-m_2 g + T = -m_2 a, \quad (7)$$

despejando la tensión de (7):

$$T = -m_2 a + m_2 g, \quad (8)$$

igualando la ecuación (6) y (8) obtenemos que:

$$m_1 a + \mu_k N = -m_2 a + m_2 g, \quad (9)$$

despejamos $\mu_k N$ de (9), se obtiene:

$$\mu_k N = -m_2 a + m_2 g - m_1 a.$$

Luego la ecuación de μ_k , es:

$$\mu_k = \frac{-m_2 a + m_2 g - m_1 a}{N}. \quad (10)$$

La fuerza normal se calcula sumando las componentes verticales de cada una de las fuerzas que actúan sobre m_1 y aplicamos la primera ley de Newton, $\sum F_y = 0$.

$$N \text{sen} 90^\circ + m_1 g \text{sen} 270^\circ + T \text{sen} 0^\circ + f_k \text{sen} 180^\circ = 0,$$

$$N - m_1 g = 0,$$

$$N = m_1 g, \tag{11}$$

sustituyendo (11) en (10), obtenemos:

$$\mu_k = \frac{-m_2 a + m_2 g - m_1 a}{m_1 g}, \tag{12}$$

sustituyendo: $m_1 = 2.35 \text{ kg}$, $m_2 = 1.80 \text{ kg}$, $a = 1.2568 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ en μ_k , así:

$$\mu_k = \frac{(1.80 \text{ kg}) \left(9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) - 1.2568 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (2.35 \text{ kg} + 1.80 \text{ kg})}{(2.35 \text{ kg}) \left(9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)},$$

$$\mu_k = \frac{17.64 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{kg} - 5.215 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{kg}}{23.03 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{kg}},$$

$$\mu_k = \frac{12.425 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{kg}}{23.03 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{kg}} = 0.53$$

Este proceso se repite para las otras dos superficies y los datos se muestran en la tabla II.

TABLA II. Superficies usadas en la práctica, aceleración del sistema y coeficiente de fricción dinámico.

superficie	$a \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$	μ_k
Madera – Hierro	1.2568	0.53
Lija – Hierro	1.8816	0.42
Vidrio – Hierro	0.6038	0.17

C. Tercer montaje experimental para determinar μ_k

Primero calculamos la aceleración del sistema usando como superficie del plano inclinado la madera y sobre ésta la masa de hierro; unida a esta última, a la masa suspendida se le agregarán masas adicionales hasta que el sistema sale del reposo. A partir de los datos extraídos de Tracker obtenemos las gráficas de posición en función del tiempo como se observa en la Figura 13.

Se realiza el ajuste a una ecuación polinomial de segundo orden y se obtiene las ecuaciones del movimiento del sistema, las cuales son:

$$x(t) = (0.6284t^2 + 0.5479t + 0.004823) \text{ m},$$

$$v(t) = (1.2568t + 0.5479) \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$a = (1.2568) \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

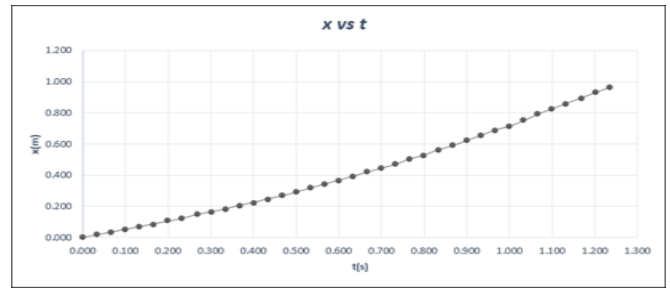


FIGURA 18. Gráfica de posición en función del tiempo del tercer montaje.

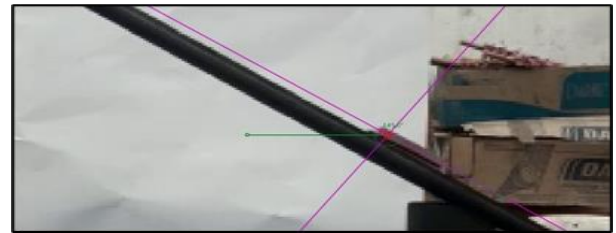


FIGURA 19. Ángulo del plano como se tomó en el Tracker.

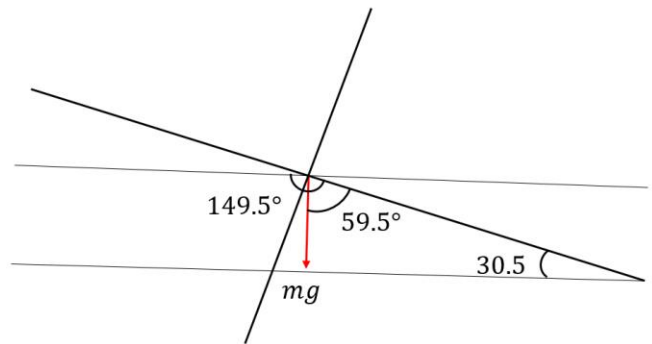


FIGURA 20. Ángulos del plano inclinado.

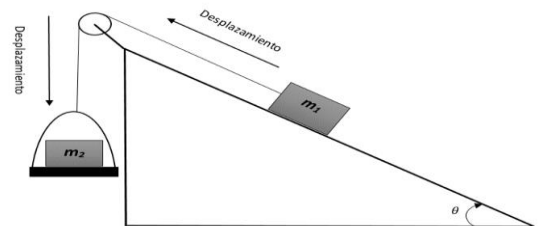


FIGURA 21. El dibujo muestra la dirección en que se desplaza cada una de las masas.

La Figura 19 muestra la forma como se tomó el plano cartesiano de la masa sobre el plano inclinado. La Figura 20 muestra los ángulos que se tomaron en el montaje del plano y la Figura 21 presenta la dirección en la que cada una de las masas se desplaza.

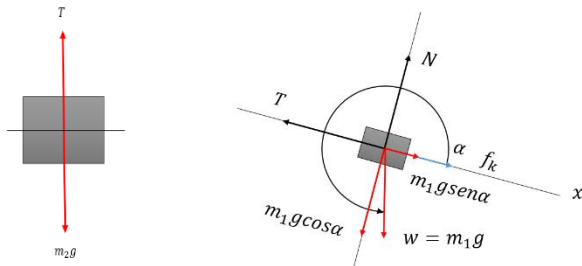


FIGURA 22. Diagrama de cuerpo libre donde se dibujan las fuerzas que actúan sobre cada una de las masas.

En la Figura 22 se puede apreciar el diagrama de cuerpo libre de cada una de las masas donde se muestra las fuerzas que actúan sobre cada una de las masas, mientras el sistema se desplaza en dirección contraria a las manecillas del reloj.

En el costado izquierdo de la Figura 22 se muestra las fuerzas que actúan sobre m_2 , las cuales son: la tensión que forma un ángulo de $\theta = 90^\circ$ con el $+x$ y el peso que forma un ángulo de $\theta = 270^\circ$ con el $+x$.

La fuerza neta que actúa sobre m_2 es negativa debido a que se desplaza a lo largo de las $-y$, $\sum F_y = -m_2a$, así:

$$T \text{sen} 90^\circ + m_2g \text{sen} 270^\circ = -m_2a$$

$$T - m_2g = -m_2a.$$

Despejando la tensión se obtiene:

$$T = m_2g - m_2a. \quad (13)$$

En el costado derecho de la Figura 22 se muestra las fuerzas que actúan sobre m_1 , las cuales son: la N que forma un ángulo de $\theta = 90^\circ$ con el $+x$, f_k que forma un ángulo de $\theta = 0^\circ$ con el $+x$, el peso que forma un ángulo de α con el $+x$, la tensión que forma un ángulo de $\theta = 180^\circ$ con el $+x$.

Luego aplicamos la segunda Ley de Newton se determina la fuerza neta que actúa sobre la m_1 : $\sum F_x = -m_1a$, donde es negativa debido a que m_1 se desplaza a lo largo de las x negativa, así:

$$N \text{cos} 90^\circ + T \text{cos} 180^\circ + f_k \text{cos} 0^\circ + m_1g \text{cos} \alpha = -m_1a$$

$$-T + f_k + m_1g \text{cos} \alpha = -m_1a.$$

Despejando la tensión se obtiene:

$$T = m_1a + f_k + m_1g \text{cos} \alpha. \quad (14)$$

Por definición la fuerza de fricción es: $f_k = \mu_k N$, luego sustituyendo en (14), se obtiene:

$$T = m_1a + \mu_k N + m_1g \text{cos} \alpha. \quad (15)$$

Igualando la ecuación (13) y (15), tenemos:

$$m_2g - m_2a = m_1a + \mu_k N + m_1g \text{cos} \alpha,$$

Determinación del coeficiente de fricción dinámico con Tracker despejando μ_k , se tiene:

$$\mu_k = \frac{-m_1g \text{cos} \alpha - m_1a + m_2g - m_2a}{N}. \quad (16)$$

Para hallar la fuerza normal sumamos las componentes verticales de cada una de las fuerzas que actúan sobre m_1 y la igualamos a cero, $\sum F_y = 0$, de acuerdo la Figura 12 - izquierda, se tiene que:

$$N \text{sen} 90^\circ + T \text{sen} 180^\circ + f_k \text{sen} 0^\circ + m_1g \text{sen} \alpha = 0$$

$$N + m_1g \text{sen} \alpha = 0,$$

$$N = -m_1g \text{sen} \alpha, \quad (17)$$

sustituyendo la ecuación (17) en la ecuación (16), se obtiene:

$$\mu_k = \frac{-a(m_2 + m_1) - g(m_1 \text{cos} \alpha - m_2)}{-m_1g \text{sen} \alpha}, \quad (18)$$

reemplazando los valores de la aceleración fue determinado con Tracker, $a = (0.553) \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $m_1 = 2.35 \text{ kg}$, $m_2 = 2.65 \text{ kg}$, se obtiene:

$$= \frac{(-0.553 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(5 \text{ kg}) - (9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(2.35 \text{cos}(305^\circ) - 2.65) \text{m}}{(-2.35 \text{ kg})(9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) \text{sen}(305^\circ)}$$

$$\mu_k = \frac{(-0.553 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(5 \text{ kg}) - (9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(-1.302 \text{ kg})}{(-2.35 \text{ kg})(9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) \text{sen}(305^\circ)}$$

$$\mu_k = \frac{-2.765 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{kg} + 12.759 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{kg}}{18.865 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{kg}}$$

$$\mu_k = \frac{9.994 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{kg}}{18.865 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{kg}} = 0.53$$

Este proceso se repite para las otras dos superficies de rozamiento restantes y los resultados se muestran en la Tabla III.

TABLA III. Superficies, ángulo del peso con respecto al eje x positivo, aceleración del sistema y coeficiente de fricción dinámico.

superficie	Ángulo del peso	$a \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$	μ_k
Madera - Hierro	305°	0.553	0.53
Lija - Hierro	306°	1.142	0.36
Vidrio - Hierro	306°	1.605	0.23

D. Cuarto montaje experimental

Otra forma de calcular el coeficiente de fricción estático es usando simuladores como Phet Colorado titulado “La rampa” que se encuentra en el siguiente enlace <https://phet.colorado.edu/es/simulation/legacy/the-ramp>.

El simulador de Phet Colorado usa la misma metodología que se usó en el primer caso de este trabajo para obtener las ecuaciones de posición en función del tiempo.

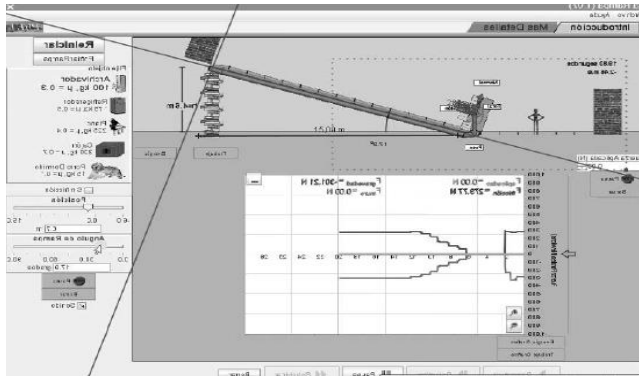


FIGURA 23. Montaje de simulador del Phet Colorado.

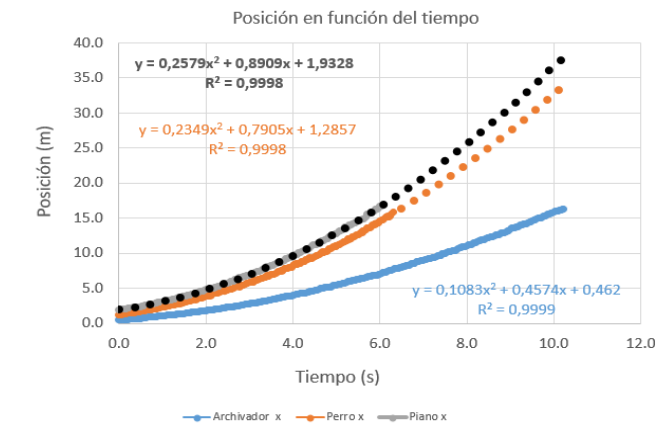


FIGURA 24. Gráficas de posición en función del tiempo para 3 masas archivador, perro y piano.

Se usó Tracker para obtener los datos de posición en función del tiempo de tres masas: archivador, perro y piano (Figura 24), estos datos son extraídos y graficados en Excel.

Cada una de estas gráficas es ajustada a una ecuación polinomial de segundo orden para obtener las ecuaciones que se indican en la Tabla IV.

Los valores de la aceleración de la masa obtenido con Tracker y que se indica en la Tabla IV correspondiente al archivador, $a = 0.2025 \frac{m}{s^2}$ y usando la ecuación (4) se determina, μ_k , así:

$$\mu_k = \frac{0.22 \frac{m}{s^2} - \left(9.8 \frac{m}{s^2}\right) \cos(287.9^\circ)}{9.8 \frac{m}{s^2} \sin(287.9^\circ)},$$

$$\mu_k = \frac{0.2025 \frac{m}{s^2} - \left(3.01 \frac{m}{s^2}\right)}{\left(-9.32 \frac{m}{s^2}\right)} = \frac{-2.809 \frac{m}{s^2}}{-9.32 \frac{m}{s^2}} = 0.3,$$

que es mismo valor que se indica en el simulador.

TABLA IV. Masa, ecuación de posición en función del tiempo y aceleración.

Masa	Ecuación de posición	Aceleración $\left[\frac{m}{s^2}\right]$
Archivador	$x(t) = 0.11t^2 + 0.45t + 0.46$	0.22
Perro	$x(t) = 0.23t^2 + 0.49t + 1.28$	0.46
Piano	$x(t) = 0.26t^2 + 0.89t + 1.93$	0.52

TABLA V. Comparación entre μ_k de Phet y Tracker.

Masa	Ángulo del peso	μ_k Phet	μ_k (Tracker)
Archivador	287.9°	0.3	0.3
Perro	278.18°	0.1	0.095
Piano	294.55°	0.4	0.398

El procedimiento se repite para el perro y el piano donde los resultados se indican en la Tabla V.

La Tabla VI muestra un resumen de las ecuaciones para determinar el coeficiente de fricción dinámico para cada uno de los cuatro montajes.

TABLA VI. Resumen de las ecuaciones obtenidas para calcular el coeficiente de fricción dinámico, donde el ángulo α del peso es medido a partir del eje x positivo.

Montaje	μ_k
1-4	$\frac{mg \cos(\alpha) - ma}{-mg \sin(\alpha)}$
2	$\frac{-m_2 a + m_2 g - m_1 a}{m_1 g}$
3	$\frac{-a(m_2 + m_1) - g(m_1 \cos \alpha - m_2)}{-m_1 g \sin \alpha}$

En esta tabla VI, muestra que μ_k depende directamente a la componente del peso y la fuerza neta e inversamente a la fuerza normal.

V. CONCLUSIONES

En este trabajo se logró mostrar cuatro prácticas de laboratorio, de forma sencilla y con materiales que se pueden construir en casa para calcular el coeficiente de fricción dinámico μ_k . En los cuatro ejercicios se utilizó Tracker para obtener las tablas, gráficas y ecuaciones de cada uno de estos movimientos. Los datos de posición en función del tiempo

fueron extraídos y graficados en Excel para ser ajustados con una ecuación polinómica de segundo orden la cual nos proporcionaba las ecuaciones de movimiento y en consecuencia la aceleración del sistema y el coeficiente de fricción dinámico para diferentes superficies.

Se aplicó las leyes de Newton para determinar el valor del coeficiente de fricción dinámico de tres superficies, donde se obtuvo que para la madera-hierro, lija-hierro, vidrio-hierro el μ_k fueron: ~ 0.55 , ~ 0.37 y ~ 0.21 , respectivamente y con el simulador Phet Colorado nuestros cálculos fueron idénticos a los obtenidos del simulador.

Cabe notar que se pudo calcular el μ_k debido a que con el programa Tracker se obtuvo el valor de la aceleración de cada uno de los montajes, ya que como se puede ver en la tabla V el μ_k depende de la aceleración, la fuerza normal y la componente del peso.

Por lo tanto, este trabajo muestra que herramientas computacionales como Tracker y Phet Colorado son eficientes para relacionar la parte experimental con la teórica para los cursos de física mecánica.

Como parte complementaria se sugiere determinar el trabajo cuando se aplican fuerzas no conservativas como la fricción y usar el teorema del trabajo o la ley de la conservación de la energía para hallar la velocidad final después de que el sistema se ha desplazado una cierta distancia y compararlo con los datos que Tracker suministra.

[1] López, R. y Arias, G., *Aporte de una Propuesta de Enseñanza Basada en Aplicaciones Móviles, para el Aprendizaje del Movimiento Pendular y Sistema Masa Resorte*: Estado del Arte. *Lat. Am. J. Sci. Educ.* **6**, 22002, 1-12 (2019).

[2] Abdel Rahim, G. P. y Moreno, V. *Cálculo De Las Ecuaciones Del Movimiento parabólico Usando Tracker*. *Revista Educación en Ingeniería* 17, no. 33: 45-51. (2022). <https://educacioneningenieria.org/index.php/edi/article/view/1183>

[3] Martínez, V., *Guías de trabajo experimental en dinámica usando Aprendizaje Activo y Tracker*, (Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, FG5T, (2014).

<https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/51868>

[4] Abdel Rahim, G. P., *Conceptos básicos de Física mecánica*. (Editorial Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá, Colombia, (2014). Disponible en: <https://editorial.udistrital.edu.co/detalle.php?id=80&f=6>

[marzo de 2022].

[5] Castro, P. W., Arroyave, J. F. y Acevedo, S., *Determinación experimental del coeficiente de fricción empleando sensores de movimiento*, *Scientia et Technica* **44**, 357-361 (2010).

[6] González, L. y Santiago, A., *Sistema automatizado para medición del coeficiente de fricción estática. Un dispositivo para actividades de docencia*, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **43**, e20210056-1-7 (2021).

[7] *Phet Interactive Simulation*. Disponible en: <https://phet.colorado.edu/es/> [marzo de 2022].

Tracker. Disponible en: <https://physlets.org/tracker/> [marzo de 2022].