

**La conceptualización del espacio: un análisis de
sus posibilidades interpretativas**

Jose-Antonio Soriano-Colchero
Universidad de Granada

La conceptualización del espacio: un análisis de sus posibilidades interpretativas

The conceptualization of space: an analysis of its interpretative possibilities

Jose-Antonio Soriano-Colchero

Universidad de Granada

joseasoriano@ugr.es

Fecha de recepción: 18 de noviembre de 2019

Fecha de aceptación: 11 de junio de 2021

Resumen

El concepto de espacio ha sido tratado y discutido por numerosos intelectuales de diversos campos de conocimiento como la filosofía, las matemáticas o la física a lo largo de la historia. Este artículo pretende establecer un recorrido sobre las diferentes posibilidades interpretativas del espacio, suponiendo una clave fundamental para las divergentes modalidades de pensamiento filosófico y de la interpretación de los seres humanos sobre mundo que habitamos. Partiendo de un método teórico deductivo fundamentado en una revisión del concepto espacio desde los cimientos de la civilización occidental de la Antigua Grecia hasta nuestra contemporaneidad, hemos podido concluir ciertas reflexiones acerca de la imposibilidad de determinar una teoría exacta, objetiva e irrefutable; no obstante hemos comprobado que ciertas posturas han sido más aceptadas que otras, sobreviviendo a las nuevas aportaciones contemporáneas.

Palabras clave: Espacio; Dimensión; Geometría; Sujeto; Realidad

Abstract

The concept of space has been historically discussed by numerous intellectuals from several fields of knowledge such as philosophy, mathematics or physics. This article intends to establish a review of the interpretative possibilities of space as a key for the different modalities of philosophical thinking and the analysis of the world inhabited by human beings. Starting from a deductive and theoretical methodology based on a review of the concept of space from the foundations of the Western civilization in Ancient Greece to our contemporaneity; we finally have concluded the impossibility of determining an exact, objective and irrefutable theory; notwithstanding we have verified that certain positions have been more accepted than others, surviving the new contemporary contributions.

Keywords: Space; Dimensions; Geometry; Subject; Reality

1. INTRODUCCIÓN

El presente artículo pretende establecer un análisis del concepto espacio a partir del estudio de las teorías más relevantes acerca del mismo a partir de las numerosas fuentes bibliográficas existentes sobre el tema. Para ello hemos procedido a diferenciar las mismas respecto a sus principales fundamentaciones; lo cual nos ha permitido desarrollar comparativas a través de una clasificación, que han dado lugar finalmente a las conclusiones. De esta manera, hemos partido de la clasificación binaria del espacio en cuanto a su naturaleza de continente o contenido, ambas teorías desarrolladas ya desde la Antigüedad a través de Platón y Aristóteles respectivamente; desembocando en una conceptualización matemática establecida desde la geometría de Euclides. Hemos continuado con la evolución del espacio como realidad tridimensional desde el pensamiento moderno de Galileo, siguiendo las propuestas racionalistas y empiristas hasta el idealismo trascendental kantiano.

Otro gran bloque estudiado lo conforman los matemáticos físicos y teóricos partidarios de una posibilidad n -dimensional del espacio; defendida en sus inicios hacia finales del siglo XIX hasta llegar a la revolución producida con la aparición de la ley de la relatividad general de Albert Einstein y los posteriores estudios de Stephen Hawking. Presentando especial interés por su carácter social y su contemporaneidad, terminamos con el análisis de la teoría del filósofo Henri Lefebvre sobre un espacio construido por los seres humanos desde de las relaciones sociales y de las fuerzas de producción; fundamentado en la interrelación existente entre el habitar y el representar bajo un sistema determinado de creencias.

El sistema de diferenciación y clasificación desarrollado en este artículo nos ha permitido determinar ciertas discusiones con respecto a cada una de las interpretaciones del espacio para finalmente establecer una serie de conclusiones globales que facilitarán el establecimiento de una serie de características sobre la conceptualización del espacio en la contemporaneidad. Nos hemos apoyado en investigaciones que han tratado la problemática del espacio desde diferentes perspectivas, tomando más protagonismo el ámbito filosófico con autores como Peter Janich (1992), Henry Bergson (2013), Paul Strathern (2014), y Peláez Cedrés (2005) entre otros. También del ámbito de la arquitectura como Javier Maderuelo (2008) y del ámbito de las artes plásticas como Tony Robbin (2006).

2. UN ESPACIO Y DOS NATURALEZAS: HACIA LA ABSTRACCIÓN MATEMÁTICA

Para comenzar estableceremos la diferenciación del concepto espacio en dos grupos generales que lo comprenderían de formas antagónicas: espacio como continente o espacio como contenido. Para ello procedemos introducir la definición de la palabra en el diccionario de la RAE, la cual establece una serie de catorce

definiciones diferentes junto a ocho posibles palabras compuestas que contienen el término “espacio”. Deteniéndonos en las definiciones ofrecidas, podemos apreciar que no sólo se trata de una palabra polisémica, sino que muchos de estas posibles definiciones pueden llegar a ser casi antitéticas. Si prestamos atención a las dos primeras definiciones: “1. m. Extensión que contiene toda la materia existente” (Real Academia Española, 2019), y “2. m. Parte de espacio ocupada por cada objeto material” (Ibid.), vemos que ambas posibilidades son bastante dispares. La primera podemos entenderla como un vacío o continente, mientras que la segunda puede ser comprendida como un contenido. Esta discordancia existente entre ambas definiciones no es original del diccionario, y es que el espacio, desde sus primeros estudios ha ofrecido una gran variedad de posibilidades con respecto a su naturaleza.

Para Platón (siglo V a.C), la idea de espacio es una realidad vacía e infinita. Como puede apreciarse en sus diálogos del *Timeo o de la naturaleza*, (360 a. C), “[...] es de absoluta necesidad que todo lo que existe, esté en algún lugar y ocupe algún espacio, que lo que no existe ni en la tierra ni en ningún punto del cielo, es nada”. (Platón y Azcárate, 1872, p. 70). También lo llama la *nodriza* y tiene la cualidad de ser ilimitado e inmutable. “[...] que es el receptáculo y la nodriza de todo lo que pasa [...] naturaleza invisible, sin forma, que no cae bajo los sentidos; perceptible sólo a una especie de razón bastarde, y que puede llamarse el espacio”. (Ibidem, p. 7).

En esta misma pieza literaria, encontramos el estudio de platón de lo que podríamos entender desde nuestros conocimientos contemporáneos, por dimensionalidad a través de los “cuerpos particulares” (Ibidem, p. 8), conocidos como los cinco sólidos platónicos: ejemplos de poliedros regulares y convexos. Serían las únicas piezas existentes con dichas propiedades. Los cinco sólidos platónicos serían tratados en el Libro XIII de *Los Elementos* de Euclides; y tal y como argumenta el profesor de Filosofía Peter Janich, (1992) estos poliedros fundamentarían la teoría de una realidad construida de planos, líneas y ángulos.

Las características del espacio como vacío e infinito no están en la línea del pensamiento de Aristóteles (siglo IV a.C). Aunque en el Libro IV de su *Física* trate sobre el lugar, y no sobre el espacio, el filósofo francés Henry Bergson -Premio Nobel de literatura en 1927-, argumenta que esta sustitución de términos es debida a que para el primero, “[...] todas las cosas que sean algo estarán determinadas no sólo por una cualidad precisa, sino también por una magnitud finita”. [...]. (Bergson y Dopazo, 2013, p. 102). Bergson, al final de su libro apuesta por un espacio vacío e infinito, aunque Aristóteles, refiriéndose al lugar, argumentara por lo opuesto: espacio como una condición necesaria para la existencia del ser que debe su naturaleza a su implicación en “[...] el acto o en la potencia de actuar, y el espacio vacío no tiene ni una ni la otra, el espacio vacío no puede existir en modo alguno”. (Ibidem, p. 102). Si el vacío no existe, solo puede existir la materia, o los cuerpos limitados por una superficie, una naturaleza tangible y limitada. Al no ser posible un espacio al margen de un contenido, el lugar para Aristóteles es la delimitación de los objetos, que al

mismo tiempo posibilita el contacto y la relación entre estos. Será por determinación que el continente sería el resultado de la suma de los contenidos.

Con este filósofo encontramos la relación existente entre la intención de estudiar el espacio, su cualidad de mensurabilidad, y la necesidad de la dimensionalidad: “El lugar posee ciertamente las tres dimensiones, longitud, anchura y profundidad, las mismas por las que todo cuerpo es determinado; [...]”. (Aristóteles y Echandía, 1995, p. 115). De hecho Aristóteles es reconocido como el primero en tratar el tema de la tridimensionalidad como tal en su tratado *Sobre el cielo*: “De las magnitudes, la que se extiende en una dimensión es una línea, la que en dos, una superficie, la que en tres un cuerpo”. (Aristóteles, 2009, p. 10). Janich continúa, fundamentándose en una crítica por parte de Galileo, con que esta relación entre el número tres y las dimensiones se debió a la preferencia de Aristóteles por este número, como el perfecto. Pero aun así, de los escritos de Aristóteles es de donde la sociedad occidental ha asumido que la realidad se compone de puntos en primera instancia, que forman los límites de las líneas; las cuales son los límites de una superficie; que es al mismo tiempo el límite de un poliedro. El punto para Aristóteles queda definido como el límite de la línea, sin poder definirlo más allá de algo indivisible. Razón por la cual Janich piensa que esta creencia de que los cuerpos tienen tres dimensiones es el resultado de la teoría de división de los cuerpos, y no el de un examen exhaustivo llevado a cabo para el estudio de ello.

Dadas estas dos posibilidades filosóficas, en el siglo III a.C, ya aparecería un estudio de carácter matemático y geométrico sobre el espacio por mano de Euclides en su libro *Los Elementos*; lo cual supuso la reducción del espacio perceptivo a pura abstracción matemática. Y es que la geometría euclidiana (Euclides, y Simson, 2014) ha supuesto una herramienta fundamental para el desarrollo de disciplinas como la física y las matemáticas, a pesar de que existan otras muchas geometrías creadas a posteriori; además de posibilitar toda una evolución de la representación espacial. Los primeros cuatro postulados del libro han sido considerados universalmente, pero no ha ocurrido lo mismo con el quinto, de cuya negación a partir de diferentes interpretaciones, han surgido otras tipologías de geometría aplicables también a otros campos del conocimiento. Y es que con los avances científicos se ha demostrado que la geometría euclidiana es aplicable al espacio cuando éste es reducido a una superficie plana.

3. EL ESPACIO TRIDIMENSIONAL: DIFERENTES CONCEPTUALIZACIONES

Llegados a la Edad Media, la influencia de Aristóteles seguía permanente en el pensamiento con respecto al concepto de que el espacio estaba unido al límite; aunque por otra parte, desde la tradición cristiana, se daba ese espacio infinito e ideal, cercano a los pensamientos platónicos. Se establece en ese sentido un sistema de jerarquía entre lo sagrado considerado como superior y lo profano considerado como inferior.

Posteriormente, con la llegada del Renacimiento tuvieron lugar claros avances en cuanto a la conceptualización del espacio en claves geométricas, lo que supuso una revolución para la representación del mismo con el empleo de la perspectiva matemática, fundamentada en la geometría euclidiana y el descubrimiento de la óptica medieval en occidente. Debemos avanzar hasta el siglo XVI para encontrar avances significativos en la conceptualización del espacio en el entorno de la física y las matemáticas. Es entonces cuando Galileo Galilei (1564 – 1642) hace su aportación desde su interés por el estudio de los astros y sus movimientos, introduciendo un espacio más abierto, como argumenta Maderuelo:

“La revolución de Copérnico y Galileo pone en evidencia una noción de espacio extenso e infinito en el que el hombre no es ya la medida de todas las cosas que conforman el universo, constituyéndose así el segundo periodo de la historia del espacio”. (Maderuelo, 2008, p. 22).

La obra de Galileo: *Diálogo sobre los dos máximos sistemas del mundo*, (Galilei y Beltrán, 2011)- publicado en Florencia en 1632, trata sobre nuevas teorías fundamentales de astronomía a través de un diálogo entre varios personajes. Obviando una serie de avances reflejados en esta obra literaria, existe un espacio en el que Galileo introduce una crítica a los pensamientos de Aristóteles, acerca de si el lugar que ocupa un cuerpo es bidimensional o tridimensional. Mientras Aristóteles se refería a que la superficie que ocupa un cuerpo sobre el plano de la base es bidimensional, Galileo argumenta en favor de una tridimensionalidad completa a través de un sistema de medidas basado en un conjunto de rectas perpendiculares entre sí, cuyo origen sería un punto concreto en reposo. Para ello emplea un lenguaje ligado a la geometría euclidiana. En la revisión de Peter Janich sobre el espacio de Galileo, el primero cuestiona la objetividad de la tridimensionalidad del espacio en sus magnitudes de longitud, anchura y altura; ya que el objetivo de Galileo sería medir el espacio pero no dar las claves sobre su conceptualización. A pesar de ello, la teoría de Galileo ha sido considerada como irrefutable hasta cierto momento de la historia. Einstein presenta el “sistema de coordenadas Galileo” (Einstein y Paredes 1999, p. 8) como un sistema de coordenadas que tiene como punto fijo de inercia a las estrellas fijas.

3.1. Del Racionalismo al Empirismo: La existencia y la no existencia del espacio

La aportación de Galileo Galilei supuso un cambio en el análisis de la realidad a través del implemento del método experimental que fundamentaría el conocimiento cada vez más en una serie de comprobaciones experimentales. Entonces la realidad podría ser estudiada desde el método de observación, matematización y comprobación experimental. Aun así, la filosofía de Descartes (1569- 1560) –fundamental para la filosofía moderna- se asemeja a la de San Agustín (354 – 430) en cuanto a la

demostración de la existencia de un Dios a partir del sujeto. Véase el paralelismo entre la expresión *si fallor, sum*, con la de *cogito ergo sum*.

Una de las principales aportaciones de Descartes al concepto de espacio sería la inclusión de las coordenadas en el espacio geométrico de Euclides. Debido a la importancia otorgada a las matemáticas, la abstracción del espacio y su unión a la geometría euclidiana, fue posible el estudio de la realidad espacial desde un punto de vista científico, tal y como argumenta Juan Calduch:

“Este espacio cartesiano, geométrico, infinito y homogéneo, que nos proporciona el elemento reductor de racionalización del espacio físico gracias a la mensurabilidad de los cuerpos y los volúmenes, reducidos a la posibilidad de ser medidos según las tres coordenadas ortogonales, va a ser [...] el ideal de un espacio arquitectónico [...]”. (Calduch, 2010, p. 37).

Para Descartes, la conceptualización de un espacio finito no podría ser demostrable, aunque la iglesia apostara por ello bajo la influencia del pensamiento de Nicolás de Cusa (1401 - 1464) -primer filósofo de la transición medieval-renacentista-, y de Giordano Bruno (1548 - 1600). Como se puede deducir del artículo de Jasper Reid, (2019) considerar el espacio como una realidad infinita supondría un conflicto con la idea infinita de Dios; por lo que Descartes argumentaría por un espacio indefinido en cuanto a su extensión, al igual que sin cavidad para el vacío; pues toda frontera necesitaría de la existencia de un algo más allá de la misma. Así, el espacio cartesiano está relacionado a la extensión como sinónimo de espacio. Extensión entendida como cualidad objetiva de la realidad, que da naturaleza a cada uno de los elementos singulares de la materia. -Vemos aquí una relación con el concepto espacial de Aristóteles-. Extensión como la relación existente entre los elementos, como vemos en la siguiente cita: “[...] the actual existence of spaces surrounding a supposedly finite world is necessarily connected with the actual existence of that world”¹. (Reid, 2019, p. 366). Así, tal y como explica Jasper, Descartes pudo basar la no finitud del espacio en que si existe un supuesto mundo finito, deberían existir otros espacios alrededor de ese mundo, -adelantándose de algún modo a una de las características del espacio según el recientemente fallecido Stephen Hawking-.

Esta no finitud del espacio también sería compartida posteriormente por parte de Isaac Newton (1643 – 1727), solo que este segundo propondría una doble definición de espacio, diferenciando así entre el espacio absoluto y el espacio relativo. En 1687 Newton publica Principios matemáticos de la filosofía natural, (2010) en el que introduce el concepto de gravedad. Una obra del ámbito de la física que está basada en *Los Elementos* de Euclides y que supuso un referente en la física de los siglos XVIII y XIX, hasta la aparición de la mecánica cuántica. Es en el libro *Principia* donde se explican los conceptos de espacio y tiempo en una argumentación titulada

¹ “[...] la actual existencia de espacios alrededor de un mundo supuestamente finito está necesariamente conectada con la existencia actual de ese mundo”.

Escolio. Con dicha argumentación Newton presenta la concepción del espacio absoluto como una realidad en reposo, referente para la existencia del movimiento dado por la aceleración, y para determinar las posiciones de los cuerpos y las distancias entre los mismos. Realidad inapreciable para los sentidos, requiriéndose así para su comprensión de “unidades de medidas sensibles”. (Newton y Rada. 2010, p. 90). Por lo tanto se trata de un continente conceptual de realidad ontológica. Resumidamente vemos que el espacio absoluto tiene las siguientes características: “[...] infinito, homogéneo, isótropo y euclidiano [...]” (Guerrero, 2005, p. 9); de las cuales carecería su espacio relativo: un espacio aparente, irreal, empirista y herramienta de medida del espacio absoluto, del cual depende para su existencia.

Leibniz (1646 – 1716) rechazó la existencia del espacio absoluto de Newton, ya que al no existir físicamente, sería imposible realizar una medición precisa del mismo desde las coordenadas. La decisión de colocación de dichas coordenadas sería un acto arbitrario, dando lugar al relativismo y siendo el espacio no más que un conjunto de relaciones entre objetos –como la distancia, o la posición–, como afirma Lefebvre en la siguiente cita: “Leibniz mantenía que el espacio «en sí» y como tal no era «nada» ni «algo», aún menos la totalidad de las cosas o la forma de su suma; [...]” (Lefebvre, 2013, p. 217). La influencia platónica se visualiza en que la crítica de Leibniz al espacio absoluto de Newton califica al mismo como la versión conceptual errónea de Dios. “El espacio y el tiempo no son absolutos, simplemente no existen”. (Strathern, 2014, p. 25). Dios sería el único capaz de conocer el espacio.

A pesar de ser contemporáneos, Leibniz y Locke (1632-1704) no compartían la misma escuela de pensamiento. Locke fue amigo de Newton, lo que le permitió acercarse a esa ciencia que rompía con la tradición -aunque Newton creyera en el espacio absoluto-. Las ideas innatas de Leibniz serían opuestas al empirismo inglés de los siglos XVII – XVIII al que dio lugar Locke con su ensayo Sobre el entendimiento humano en 1689. (Ibidem, p. 78). El empirismo rompería con la tradición religiosa, argumentando por un conocimiento limitado de la realidad; y necesitando así la razón –ahora pasiva- de la experiencia. La nueva metodología a aplicar sería analítica – inductiva, -contra el método axiomático-deductivo de los racionalistas-, explicándose la realidad como la suma de las ideas simples obtenidas con el método. De este método también sería partidario Hume (1711-1776), cuya crítica del entendimiento humano conduce a una posición escéptica; reduciendo la realidad a un conjunto de fenómenos y negándose el alcance del conocimiento completo. El espacio entendido como realidad percibida por los sentidos se trataría más de una creencia que de un hecho.

3.2. El Idealismo Trascendental: Espacio *a priori*

La filosofía de Immanuel Kant (1724 – 1804), supondría una aportación totalmente original con respecto a los postulados anteriores acerca del espacio,

no tratándose ni de racionalismo ni de empirismo –ya que no creería en el escepticismo-. Para la filosofía kantiana, todo conocimiento requiere de elementos materiales provenientes de la experiencia, pero también de elementos formales, que son los que el sujeto aporta y que posee con independencia de toda experiencia. Así, el conocimiento resultante se obtendría con las aportaciones que hacen tanto el objeto como el sujeto. Por ello, se puede afirmar que el sujeto cognoscente no es un simple receptor de la realidad, sino que la conforma a priori para poder conocerla. Este modelo de conocimiento es llamado por el filósofo Idealismo Trascendental. Idealismo porque nuestro conocimiento recae sobre las ideas: la cosa en sí (la realidad) solo es real en la medida que es conocida por el sujeto; y trascendental porque el sujeto posee una forma a priori que determina el conocimiento.

Para seguir argumentando esta posición, Kant encuentra en los juicios o enunciados emitidos por el sujeto una clave fundamental. Según los diferentes razonamientos, parece seguirse que existen juicios analíticos² -extensivos, no aumentan el conocimiento- a priori -universales y necesarios-, fundamentándose en el principio de no contradicción; y juicios sintéticos³ -no son extensivos- a posteriori, fundamentándose en la experiencia. Sin embargo, Kant añade una nueva posibilidad que hace que su clasificación de los juicios sea diferente a las otras dos: sostiene que, además de juicios analíticos a priori y sintéticos a posteriori, existen juicios sintéticos a priori. Este tipo de juicios tienen las ventajas de los otros y carecen de sus inconvenientes. Es decir, por ser sintéticos amplían el conocimiento, son extensivos; y por ser a priori no requieren comprobaciones experimentales para conocer su verdad, son universales y necesarios. Pero para la creación de estos juicios sintéticos a priori encontramos una serie de condiciones necesarias. Para Kant, el espacio se entiende como la primera de las formas a priori de la sensibilidad junto con el tiempo. Son formas porque no son impresiones sensibles, sino inteligibles -dependiendo de la inteligencia, y ofreciendo información sobre cómo la realidad realmente es-; son a priori de la sensibilidad porque no proceden de la experiencia. (Kant y Ribas, 2005, p. 24). Por lo tanto para Kant, el espacio es necesario para la creación de juicios, siendo así un elemento esencial para el conocimiento. “[...] Kant concluye que el espacio es una intuición pura, anterior y condición de posibilidad de toda sensación y de toda experiencia”. (Álvarez J, 2004, p. 4).

La nueva teoría de Kant argumentaría a favor del espacio newtoniano y en contra del propuesto por Leibniz (Storrie, 2013). De esta forma la geometría euclidiana, conformada de juicios sintéticos a priori al igual que el resto de las matemáticas, supondría un área ideal para el estudio del espacio. Para Kant es inadmisibles la remota

2 **-Juicios analíticos:** No son extensivos, no aumentan nuestro conocimiento. Del análisis del sujeto se infiere el predicado. “El triángulo tiene 3 ángulos”. Se fundamentan en el Principio de no contradicción: Son así y no pueden ser de otra forma. Si es verdadero, su contrario tiene que ser falso.

3 **-Juicios sintéticos:** Son extensivos: aumentan nuestro conocimiento. Del análisis del sujeto no se infiere el predicado. “Los individuos de esta tribu miden 1,80 cm”. No se fundamentan en el Principio de no contradicción: Si es verdadero, su contrario no tiene por qué ser falso.

posibilidad de que la geometría no fuera universal y necesaria. Esta relación entre espacio kantiano y geometría aportarían un sentido final a esta idea del espacio tal y como deducimos en el artículo del profesor Germán Guerrero Pino. La geometría finalmente tendría una aplicación experimental a los cuerpos y sería considerada como un método casi irrefutable para trabajar el espacio físico, considerado como euclidiano: “[...] se demuestra que la geometría euclídea abstracta es válida para los objetos de la experiencia o, a la inversa, que el espacio de la experiencia es euclídeo [...]” (Guerrero, 2005, p. 18).

4. EL ESPACIO N - DIMENSIONAL: DE LAS 3 A LAS 11 DIMENSIONES

Durante la segunda mitad del siglo XIX aparecieron nuevas corrientes del pensamiento que postulaban por la ruptura con la consideración del espacio como euclidiano, en favor de la posibilidad de que existieran más de tres dimensiones. Tomando como precedente al físico y filósofo Ernst Mach (1838 – 1916), podemos apuntar a Charles Howard Hinton (1853 – 1907), Henri Poincaré (1854 – 1912), y Hermann Minkowski (1864 – 1909) con el fin de enmarcar el contexto precedente a la gran teoría que cambiaría para siempre la forma de comprender el espacio, dada su base científica: la Teoría de la relatividad general de Albert Einstein.

La filosofía de Mach (1838 – 1916) formaba parte de la línea empirista, y se caracterizaba por considerar a la experiencia como aquello que otorga veracidad a las teorías científicas, como vemos en la siguiente cita: “[...] los principios matemáticos [...] de un carácter sumamente complicado [...] no pueden concebirse como verdades matemáticamente establecidas, sino [...] como principios que admiten y requieren una verificación constante por parte de la experiencia”. (Mach, 1984, p. 33)⁴. De esta forma, Mach no aceptaría el espacio absoluto de Newton por las incongruencias que se daban al intentar ser demostrado desde el empirismo. Además, la inercia propia del espacio de Newton necesitaría de un cuerpo para así hacer evidente la relación diferencial entre algo en reposo y algo en movimiento. El espacio para Mach sería “[...] el conjunto de distancias actuales de todos los puntos materiales” (Einstein y Paredes, 1999 p. 77).

4.1. Las n -Dimensiones: El espacio de fundamentación geométrica más allá de las tres dimensiones euclidianas

Charles Howard Hinton (1853 – 1907) fue un matemático muy interesado en las cuatro dimensiones como puede apreciarse en la literatura que produjo. Escribió los *Scientific Romances* entre 1884 y 1888 entre los cuales, el primero trataba

4 En (Cárdenas y Botero, 2009, p. 63).

sobre la dimensionalidad. Entre sus teorías más destacadas Hinton quiso vincular el movimiento de los átomos a una posible cuarta dimensión como vemos en la siguiente cita: “He shows that the mechanical features of a world of “atoms” in three dimensions can be produced by moving lines in four dimensions”⁵ (Bork, 1964, p. 336). En 1888, publicaría otra pieza literaria titulada *A New Era of Thought*, obra en la que trata el tema de la cuarta dimensión y aparece el diseño del tesseracto, -o hipercubo- un sólido tetradimensional: “Let us call the figure which corresponds to a square in a plane and a cube in our space, a tesseract”⁶ (Howard Hinton, 1888, p. 157). Así bien, el tesseracto sería resultado de desplazar el cubo hacia una nueva dirección de coordenadas -la cuarta-, de la misma forma que el cubo es resultado de desplazar el cuadrado hacia la dirección que marca la profundidad. “Now, our cube, moved in a new direction, will trace a tesseract, whereof the cube itself is the beginning, and another cube the end”⁷. (Ibídem, p. 119). Posteriormente, en 1904 publicaría una obra completa dedicada a la cuarta dimensión *The Fourth Dimension*, en la que plantea un estudio de la figura del tesseracto. (Howard Hinton, 1912).

Las teorías de Hinton afirmaban que conociendo la conceptualización de la cuarta dimensión podrían resolverse los problemas de la tercera, por lo que no negaría la tridimensionalidad. Sin embargo Henri Poincaré (1854 – 1912) concebiría la tridimensionalidad como una convención. Su publicación más representativa sobre sus nuevas teorías del espacio fue *The Foundations of Science*, en el año 1904 (1913). La relación entre la filosofía de Poincaré y la posibilidad de existencia de *n*-dimensiones procede del modo en que el sujeto –en estado de necesario movimiento- percibe el espacio. Dicho espacio estaría fundamentado en el conjunto de sensaciones percibidas por las diferentes fibras nerviosas del sujeto, a cada una de las cuales les correspondería una dimensión diferente; y dando lugar a la reflexión y la comparación, en lo que se llamaría “[...] un estado de conciencia sensorial” (Peláez, 2005, p. 148). Pero no sería totalmente empirista, ya que su interpretación de la geometría como sistema matemático y objetivo que ordena los sólidos en el espacio, comprendería dichas formas o cuerpos como existentes a priori en el sujeto, de tal manera que el recuerdo permitiría el reconocimiento de los mismos. “[...] el espacio para Poincaré surge con la experiencia pero no de la experiencia”. (Ibídem, p. 147). A pesar de parecer semejante al planteamiento kantiano, se diferenciaría del mismo al no considerar la geometría euclidiana como irrefutable.

Tampoco necesitaría de la geometría euclidiana la teoría del espacio según Hermann Minkowski (1864 – 1909). Sus estudios serían fundamentales para ofrecer un discurso contundente sobre la cuarta dimensión, lo cual ocurrió en la conferencia

5 “Él muestra que las características mecánicas del mundo de los “átomos” in las tres dimensiones pueden ser producidas por líneas en movimiento en cuatro dimensiones”.

6 “Llamemos a la figura que se corresponde a un cuadrado en un plano y un cubo en nuestro espacio, un tesseracto”.

7 “Ahora, nuestro cubo, trasladado en una nueva dirección, será un tesseracto, del cual el cubo mismo es el comienzo, y otro cubo el fin”.

impartida en Colonia, en el año 1908 durante la *80th Assembly of German Natural Scientists and Physicians*, con el *paper* titulado *Space and Time*, como apunta el artista Tony Robbin: “Before Hermann Minkowski gave his famous paper [...] the idea that space could be described by four-dimensional geometry was just an idea. After his speech, it was the truth”⁸. (Robbin, 2006, p. 41). Según Minkowski, no deberíamos conceptualizar el espacio tetradimensional como una unidad, sino como la unión de infinitos espacios, de la misma manera que existen infinitos planos en el espacio tridimensional. Un espacio tetradimensional -espacio-tiempo-, que funcionaría como continente de la materia en estado de reposo. Partiendo de la teoría geométrica tetradimensional de Poincaré, Minkowski estableció las bases para la nueva teoría de la relatividad especial de Einstein.

4.2. Las *n*- Dimensiones: Einstein y la revolución del espacio-tiempo de la ciencia

A pesar de todas las objeciones sobre la geometría de Euclides por la única posibilidad que ofrece de aplicarse al plano, y dadas las demostraciones empíricas sobre la falta de correspondencia del espacio absoluto propuesto por Newton con el espacio físico; según Albert Einstein (1879- 1955) los teoremas euclidianos sí podrían ser considerados como válidos en situaciones excepcionales en mediciones de escala humana. Además el científico partiría de las coordenadas cartesianas para sus estudios, ya que en un principio suponía a la materia en estado de reposo; además del planteamiento de Minkowski al considerar el tiempo como la cuarta coordenada de la cuarta dimensión: (x, y, z, t). La relatividad en esta primera teoría se basaría en que dado que la velocidad de la luz se mantiene constante, la medición de un mismo fenómeno podría ofrecer resultados distintos dependiendo de si se mide desde un supuesto reposo o en aceleración.

Posterior a sus estudios sobre la teoría de la relatividad especial, Einstein tuvo que superar la existencia de espacio sin campo o materia –el espacio de Minkowski-, ya que esta teoría resultaría válida solo para casos específicos, adentrándose así en la consecución de una teoría que pudiera explicar el espacio en su totalidad. El nuevo espacio de la nueva teoría, la relatividad general, no existiría sin materia. “Así pues, Descartes no estaba tan confundido al creerse obligado a excluir la existencia de un espacio vacío. [...] no existe espacio “libre de campo””. (Einstein y Paredes, 1999, p. 84). Dados sus descubrimientos de la aceleración constante de los cuerpos, se determinaría que la materia estaría en permanente movimiento, formando así un continuo espacio-tiempo con gravedad. Este sería curvado, -lo que supuso un cambio en la conceptualización del espacio sin precedentes, solo comparable a la

⁸ “Antes de que Hermann Minkowski presentara su famoso *paper*, [...] la idea de que el espacio pudiera ser descrito por la geometría tetra-dimensional fue solo una idea. Tras su discurso, quedó demostrado”.

geometría de Euclides- por causa de la gravedad, que modificaría la trayectoria original de todo cuerpo o energía –en línea recta cuando se encuentra libre de fuerzas-; distorsionándose así el espacio-tiempo en función de la gravedad, es decir, en función de la distribución de la energía y la materia. “Los objetos intentan moverse en trayectorias rectilíneas en el espacio-tiempo, pero como éste está deformado, sus trayectorias parecen curvadas: se muevan como si estuvieran afectados por un campo gravitatorio”. (Hawking y Jou i Mirabent, 2002, p. 35). La gravedad sería la realidad que daría el origen al espacio-tiempo, de ahí que sea concebido como un campo o extensión de materia. Dada la imposibilidad de aplicar la geometría Euclidiana a gran escala, Einstein tuvo que utilizar la geometría de Marcel Grossmann, -Geometría Diferencial- que se había desarrollado con anterioridad. Al preguntarse Einstein por la posibilidad de un mundo esférico -que no sería infinito, pero carecería de límites-, el científico describe el espacio como un modelo de experiencias espaciales, haciéndose visible la influencia de Poincaré: “Imaginarse un espacio no requiere decir otra cosa que imaginarse un modelo de experiencias “espaciales”, es decir, de experiencias que se pueden tener con el movimiento de cuerpos “rígidos””. (Einstein y Paredes 1999 p. 57).

Por otra parte, criticando la teoría de Kant, Einstein determinaría que dado que el concepto de tiempo ordenaría las vivencias en nuestra consciencia, “[...] la formación del concepto de objeto corpóreo debe preceder a nuestros conceptos de tiempo y espacio”. (Ibidem, p. 75). Esto demostraría la necesidad de la experiencia para considerar como válido cualquier postulado geométrico. La posterior teoría del físico teórico Stephen Hawking (1942 – 2018), junto a la del físico Roger Penrose (1931 -) también negarían los postulados kantianos de la eternidad del espacio al demostrarse que el espacio-tiempo se encuentra en continuo estado de expansión. Esto significaría que tuvo necesariamente que existir un origen en el que toda la materia estuviera unida. La teoría cuántica de Hawking⁹ establece que el espacio-tiempo es tetradimensional, y se presenta justo en el borde de un espacio con cinco dimensiones, “[...] con las restantes dimensiones enrolladas en una escala muy pequeña”. (Hawking y Jou i Mirabent 2002, p. 64). A estas dimensiones le seguirían otras seis, hasta un total de once, siendo siete de este total invisibles para nosotros. Es cierto que las explicaciones de la física teórica de Hawking llegan a unos elevados niveles de abstracción, sin olvidar el alto grado de especulación. No obstante, posee una gran reputación y obvia fundamentación científica. Hawking establece una metáfora entre la formación de burbujas de vapor en el agua hirviendo y nuestro universo: “El principio de incertidumbre permitiría que se formaran universos membrana a partir de nada, como burbujas cuya superficie sería la membrana y cuyo interior sería el espacio de dimensionalidad superior”. (Ibidem, p. 195). Burbujas

⁹ Los estudios de la teoría cuántica han intentado encontrar una solución a la falta de compatibilidad existente entre la relatividad general –sobre estudios a gran escala- y la teoría cuántica –sobre estudios a pequeña escala-, la cual Einstein no pudo aceptar por dicha incompatibilidad

de agua que se expanden como el universo. Continúa Hawking: “Sería como pintar galaxias en la superficie de un globo y soplarlo”. (Ibídem, p. 195). Así, una de las posibles explicaciones del universo, es que nuestra galaxia fuera una holografía reflejada en la superficie de nuestro universo burbuja, como representación de lo que ocurre en el interior, en las demás dimensiones. “La holografía codifica la información acerca de lo que hay en una región del espacio en una superficie de una dimensión menos”. (Ibídem, p. 198). Debemos mencionar para terminar con este apartado la teoría de campo de cuerdas de la que participó Hawking y cuyo máximo exponente es el físico teórico Michio Kaku (1947 -), aunque no ha sido demostrada experimentalmente.

5. EL ESPACIO EXISTENCIAL Y SU CONCEPTUALIZACIÓN EN LA SOCIEDAD CONTEMPORÁNEA

Tras la revisión diferenciada y comparativa de las múltiples teorías vistas hasta el momento, podemos apreciar el interés cada vez más enfocado hacia el espacio físico, en el que la experiencia del sujeto participa de la conceptualización del mismo con más o menos protagonismo. Y es que la conceptualización del espacio para el sujeto es esencial para la construcción del espacio psicológico según el profesor de psicología social Vicente Lázaro Ruiz (2000). De esta forma consideramos necesario el análisis sobre el concepto de espacio realizado por el filósofo Henri Lefebvre (1901 – 1991); ya que su estudio se corresponde a nuestros tiempos al relacionarlo con los valores de la sociedad capitalista y las relaciones de producción: “Las ciudades no vendrán a ser más que unidades de consumo correlativas de las grandes unidades de producción”. (Lefebvre, 1976, pg. 32). Su interpretación del espacio está mucho más relacionada con la vida diaria del sujeto que percibe por los sentidos, desligándose de planteamientos matemáticos o científicos. “[...] el espacio es el objetivo o más bien la objetivación de lo social y, consecuentemente, de lo mental”. (Ibídem, pg. 30). Pero no se trata de un espacio completamente empírico, pues a pesar de ser un espacio tangible, este parte desde un concepto racional proyectado para la consecución de unos intereses determinados –políticos principalmente- e imponerse a la sociedad. El espacio al que Lefebvre se refiere es el de la civilización humana, el de la ciudad concretamente; caracterizado por su sistematización e incluyendo en ello el tiempo: el espacio social.

El espacio de Lefebvre es entendido pues como un producto que contiene en sí mismo la información acerca de causas, procesos y consecuencias de su producción o “[...] fuerzas productivas (naturaleza, trabajo y organización de trabajo)” (Lefebvre, 2013, p. 105); a pesar de que como él establece, la sociedad no es muy consciente de ello. Deducimos pues que del análisis de los espacios seremos capaces de comprender los fundamentos de la sociedad. De esta forma cada sistema de producción o “modo de producción” tiene su espacio determinado y las transiciones entre estos van

alterando los espacios. Lo mismo ocurre aplicándolo al tiempo, pues cada periodo muestra sus formas de producción. Estas relaciones entre espacio y modo de vida son tan estrechas que Lefebvre afirma la necesidad de cambiar los espacios si se necesita instaurar un nuevo sistema. Dichas relaciones quedan reflejadas por el filósofo en la diferenciación entre diversas categorías, a las que él llama “[...] los tres momentos del espacio social [...]” (Ibídem, p. 98), que serían: lo percibido, lo concebido y lo vivido. En cada uno de ellos se establece que el cuerpo en cuanto a un sujeto social resulta fundamental para referirnos a los mismos desde conceptos espaciales: *práctica del espacio, representaciones del espacio y espacios de representación*.

Para seguir desarrollando estos tres momentos, conviene introducir algunos detalles.

- La práctica del espacio, relacionada con lo percibido, consistiría en las relaciones entre los sujetos que se establecen en la sociedad.
- La representación del espacio, relacionada con lo concebido, dependería del conocimiento científico junto a las ideologías específicas de una sociedad. La relación de los sujetos con el entorno o el medio. En términos psicológicos, este momento del espacio de Lefebvre sería interpretado por la psicología ambiental¹⁰, que se encarga del estudio de cómo la mente genera representaciones del espacio físico con el fin de comprender el espacio y vivir en él. Estas representaciones psicológicas darían lugar al mapa cognitivo, una especie de modelo mental que el ser humano crea a partir de un determinado entorno desde la experiencia, basado en la localización y el contexto o las características del espacio.
- Los espacios de representación, relacionados a lo vivido, sería el aspecto más complejo según Lefebvre, por la influencia de la cultura repleta de simbolismos y la religión. Los templos serían estos espacios de representación por estar cargados de signos y símbolos, pero cualquier otro edificio también puede ser considerado como espacio de representación en cuanto a lo que cada uno de ellos representan; aunque su origen está en la representación de lo divino.

Lefebvre explica la relación entre estos tres momentos del espacio con el Renacimiento como ejemplo; determinando que el nacimiento del nuevo sistema de representación, la perspectiva matemática, estaría influenciado por el nuevo protagonismo del hombre como centro del universo: “[...] la representación del espacio dominó y subordinó al espacio de representación (de origen religioso) que era reducido a figuras simbólicas, el Cielo y el Infierno, el demonio y los ángeles”. (Ibídem, p. 99).

¹⁰ “[...] «rama de la psicología que se ocupa de suministrar una explicación sistemática de las relaciones entre la persona y el entorno»” (Lázaro, 2000, p. 34).

Actualmente, en una época en la que según Lefebvre, la apariencia oculta la verdadera esencia de las realidades: “La apariencia y la ilusión de realidad no se hallan en el uso de las cosas ni en el placer derivado del uso, sino en la cosa misma en calidad de soporte de signos y significados falaces”. (Ibídem, p. 137). Esto implica que la realidad sea entendida en cuanto que materia vacía de contenido histórico o social, dando lugar a una falta de conocimiento basado en la superficialidad y en la falta de profundización sobre los objetos o realidades, conjuntamente a la carencia de abstracciones y pensamientos; lo cual finaliza suponiendo un error en la conceptualización del espacio a través de la frontera, símbolo de posesión y objetualización del espacio. Sin embargo Lefebvre determina que el espacio debe ser producto de las relaciones sociales. Pero en un mundo en el que estas relaciones dependen cada vez más de la tecnología y las redes de comunicación electrónicas como los medios de comunicación: ¿Qué transformación sufre la producción del espacio? ¿Cómo se transforma y hacia dónde se dirige su representación? El autor argumenta lo siguiente: “[...] las relaciones sociales poseen una existencia social en tanto que tienen existencia espacial; [...]. De no ser así, las relaciones sociales permanecerían en la «pura» abstracción, es decir, en las representaciones [...]”. (Ibídem, p. 182). Deducimos entonces que una sociedad basada en la continua comunicación a través de los medios de masas y las redes sociales se basaría en la superficialidad, las palabras e imágenes sustituirían los hechos. Llegados a este punto surgen nuevas preguntas: ¿Sería entonces la superficialidad que caracteriza a la sociedad contemporánea fruto de la pérdida de protagonismo de un espacio social físico; o es esa falta de espacio físico y tridimensional –ya que las pantallas ofrecen imágenes bidimensionales- la causante de la superficialidad?

Vemos que mientras que la mayoría de postulados filosóficos y científicos trataría al espacio como una creación o una realidad a priori; Lefebvre, acercándose a la posición empirista, coloca al sujeto en el papel de creador del mismo. Sería la percepción del mismo mediante la experiencia y su procesamiento mediante la razón, lo que finalmente es aceptado por el ser humano como definición de espacio y responsable de la existencia de dicho concepto en la psicología humana. Nos opondríamos por lo tanto al concepto de Kant y todos aquellos espacios absolutos a priori, que carecen de historia –dicha negación es esencial en el nuevo existencialismo-. Podríamos interpretarlo como una estructura mental que tiene lugar a partir de la interrelación del sujeto con su contexto social, donde la cultura participa activamente.

6. DISCUSIÓN

Tras la aplicación de nuestro método comparativo y finalizada la división y clasificación de las diferentes posturas acerca de la conceptualización del espacio, vemos que con respecto al espacio tridimensional, con la correlación existente entre

los juicios sintéticos a priori de la geometría euclidiana según Kant y el concepto de espacio, a la vez que su aplicación en el espacio físico; queda más que afianzada la consideración de este como tridimensional. Idea que tomó su origen con Aristóteles, aportándosele a través de Euclides y Galileo cada vez más fundamentación científica. ¿Pero qué es la dimensión? Según Peter Janich el término, nacido en un contexto científico, se ha trasladado al lenguaje común, como vemos en la siguiente cita:

“The Latin meaning of the Word in its loosest form can be found here: the prefix “di” or “dis” means “separate” or “different”, and the second part of the Word means measure or measurement. Thus, the literal translation of “dimension” means spatial measurement in different (or all possible) directions”¹¹. (Janich, 1992, p. 173).

Las dimensiones de un sólido lo son en cuanto a su contexto espacial, ya que necesitamos de un punto de referencia – origen- desde el cual tomar las medidas. Ya sea en cualquiera de las tres direcciones perpendiculares entre sí, las cuales dan lugar a tres pares de planos paralelos entre sí, que conformarían una especie de hexaedro. Este sería finalmente el patrón a emplear para medir el espacio y sobre el cual conceptualizamos el espacio tridimensional. Siguiendo el postulado kantiano, un espacio fundamentado en el conocimiento científico, perceptible por los sentidos y demostrable desde la geometría euclidiana –aunque no de forma universal, pues existen muchas tipologías de geometrías diferentes a la euclidiana que son aplicables a otros aspectos del estudio del espacio-. Pero sí que la geometría ha posibilitado la abstracción matemática del espacio. Aun así, el ser humano necesita de la experiencia y la intuición para poder legitimarlo.

Pero una vez superada la geometría euclidiana como método infalible de representación del espacio y considerada esta una convención, vemos cómo tienen lugar las investigaciones acerca de la existencia de más posibles dimensiones. Si bien las teorías del hiper-cubo y las n -dimensiones basadas en geometrías alternativas a la euclidiana – aunque partieran de esta- influenciaron; fue la teoría de la relatividad general de Einstein la que dio lugar a una conceptualización del espacio científicamente demostrable, constatándose como la referencia espacial veraz.

El espacio n -dimensional científicamente comprobado podría resumirse con las siguientes premisas:

- El espacio - tiempo forma un conjunto tetradimensional compuesto por materia y energía en aceleración constante.

¹¹ “El significado latino de la Palabra en su forma más débil puede ser encontrada aquí: el prefijo “di” o “dis” significa “separado” o “diferente”, y la segunda parte de la Palabra significa medida o medición. Por lo tanto, la traducción literal de “dimensión” significa medición espacial en diferentes (o en todas las posibles) direcciones”.

- Negación de la consideración universal sobre la geometría euclidiana como la aplicable al espacio, dada la naturaleza curva del espacio por acción de la gravedad en el mismo. Siendo la gravedad entendida como la propia unión de materia y energía que distorsionan el espacio-tiempo.
- La relevancia de la experiencia espacio temporal del sujeto basada en el movimiento de los cuerpos para la conceptualización del espacio – tiempo.
- Demostración parcial y no total, lo que permite que el estudio del espacio se mantenga abierto a nuevas interpretaciones.

7. CONCLUSIONES

Los continuos avances científicos evidencian la existencia de contradicciones de las nuevas teorías con respecto a las anteriores, demostrando que la ciencia no aporta hipótesis absolutas y universales; sino que estas se van modificando a lo largo del tiempo, y los avances se deben fundamentalmente a la experiencia. La validez de las posibilidades geométricas como la euclidiana y no-euclidianas – incluyendo las n -dimensionales- representan la falta de correspondencia de estos espacios abstractos con el espacio de la percepción inmediata, obteniendo como consecuencia la conceptualización del espacio como aquello aprehendido desde la experiencia y asimilado por la razón. Y es esta la que sería nuestra interpretación acerca de lo que el espacio es, pudiendo ser posiblemente discutida desde muchos puntos de vista.

Partiendo de esas dos primeras definiciones que el diccionario de la RAE ofrecía sobre la palabra espacio, hemos llevado a cabo una recopilación de numerosos autores –matemáticos, físicos, filósofos principalmente- con la intención de introducir una breve historia del espacio en términos generales para de algún modo evidenciar cómo la idea del concepto espacio ha ido evolucionando en el pensamiento, adecuándose a los pensamientos de cada momento. Vemos que con la evolución del concepto, este ha adquirido características a veces contradictorias entre las diferentes teorías, pero finalmente son algunos aspectos los que han persistido. De esta manera podríamos concluir a favor de un espacio a posteriori que depende fundamentalmente del sujeto. Es este, contextualizado entre las múltiples relaciones de la materia, el que establece unos juicios acerca de qué entiende por espacio – tiempo. Se trataría pues de un espacio finito –en cuanto a que el espacio no puede ser nada que el ser humano no pueda reconocer-. Un concepto, una convención, igual que el abanico posible de geometrías aplicables a cada una de las situaciones espacio-temporales en función de qué características de éste -qué relaciones de entre la materia- son las que se quieren estudiar. Cómo no, debemos incluir aquí esa aportación de Lefebvre: la sociedad. El sujeto en el espacio-tiempo depende fundamentalmente de la sociedad que lo rodea, modelando esta lo percibido por él, según los criterios establecidos para la gran mayoría. Es nuestra conclusión que aquello cuya naturaleza ha sido siempre -y lo será- un objeto de análisis: el espacio, no es más que una creación del ser humano

para dar respuesta a su existencia y a la razón de su ser. Es este, el sujeto, el que lo crea físicamente a partir de la modificación de la materia, estableciendo así nuevas relaciones espacio temporales entre la misma, modificando de nuevo los esquemas físicos en los que debe desenvolverse.

8. BIBLIOGRAFÍA

- Aristóteles; Echandía, D. (1995). *Aristóteles: Física*. Barcelona: Gredos [en línea]. Disponible en: <http://juango.es/files/ARISTOTELES---Fisica.pdf>
- Aristóteles (2009). *De Caelo*. Santa Fe, Argentina: El Cid [en línea]. Disponible en: <https://ebookcentral.proquest.com/lib/ugr/reader.action?docID=3183871#>
- Álvarez J, C. (2004). Kant, la Geometría y el Espacio. *Revista Digital Universitaria*, 5, (11), pp. 1-14. [en línea]. Disponible en: <https://ebookcentral.proquest.com>
- Bejarano Canterla, R. (2010). *Habitación del vacío: Heidegger y el problema del espacio después del humanismo*. Valencia: Thémata. [en línea]. Disponible en: <https://ebookcentral.proquest.com/lib/ugr/detail.action?docID=3213699>
- Bergson, H; Dopazo, A. (2013). *El concepto de lugar en Aristóteles*. Madrid: Encuentro [en línea]. Disponible en: <https://ebookcentral.proquest.com/lib/ugr/reader.action?docID=3219685>
- Bork, A. M. (1964). The Fourth Dimension in Nineteenth-Century Physics. *Isis*, 55(3), pp. 326–338 [en línea]. Disponible en: https://www.jstor.org/stable/228574?seq=1#metadata_info_tab_contents
- Calduch, J. (2010). *Temas de composición arquitectónica: espacio y lugar*. ECU: Alicante [en línea]. Disponible en: <https://ebookcentral.proquest.com/lib/ugr/detail.action?docID=3205195>
- Cárdenas Castañeda, L.; Botero Flórez, C. D. (2009). Leibniz, Mach y Einstein: Tres Objeciones al espacio absoluto de Newton. En *Discusiones Filosóficas*. 10 (5), pp. 51–68 [en línea]. Disponible en: http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S0124-61272009000200004&script=sci_abstract&tlng=es
- Einstein, A; Paredes Larrucea, M. (1999). *Sobre la teoría de la relatividad especial y general*. Madrid: Atalaya.
- Euclides; Simson, R. (2014). *Los seis primeros libros, y el undécimo, y duodécimo de los elementos de Euclides*. Valladolid: Maxtor
- Galilei, G; Beltrán Marí, A. (2011) *Diálogo sobre los dos máximos sistemas del mundo ptolemaico y copernicano*. Madrid: Alianza
- Guerrero Pino, G. 2005. Teoría Kantiana del Espacio, Geometría y Experiencia. *Praxis Filosófica*. 1, (20), pp. 31-66. [en línea]. Disponible en: <https://www.redalyc.org/pdf/2090/209020317002.pdf>

- Hawking, S; Jou i Mirabent, D. (2002). *El universo en una cáscara de nuez*. Barcelona: Planeta
- Howard Hinton, C. (1888). *A New Era of Thought*. Londres: Swan Sonnenschein & Co. [en línea]. Disponible en: http://www.iapsop.com/ssoc/1888__hinton__a_new_era_of_thought.pdf
- Howard Hinton, C. (1912). *The Fourth Dimension*. Londres: George Allen & Co., LTD. [en línea]. Disponible en: <https://archive.org/details/fourthdimension00hintarch/page/n7>
- Janich, P. (1992). *Euclid's Heritage: Is Space Three-Dimensional*. Dordrecht: Springer Netherlands [en línea]. Disponible en: <https://doi.org/10.1007/978-94-015-8096-0>
- Lázaro Ruiz, V. (2000). *La representación mental del espacio a lo largo de la vida*. Zaragoza: Egido
- Lefebvre, H. (1976). *Espacio y Política: El Derecho a la Ciudad, II*. Barcelona: Península.
- Lefebvre, H. (2013). *La producción del Espacio*. Madrid: Capitán Swing Libros
- Kant, I; Ribas, P. (2005). *Crítica de la razón pura*. Madrid: Taurus.
- Maderuelo Raso, J. (2008). *La idea de espacio en la arquitectura y el arte contemporáneos, 1960 – 1989*. Madrid: Akal.
- Newton; Rada, E. (2010). *Principios matemáticos de la filosofía natural*. Madrid: Alianza
- Peláez Cedrés, Á. J. (2005). Idealización, constitución y convención en la filosofía de la geometría de Henri Poincaré. En Txapartegi, E. (2005). *Los objetos de la ciencia el mundo que la ciencia construye*. Córdoba: Brujas. P. 145 – 158 [en línea]. Disponible en: <https://ebookcentral.proquest.com>
- Platón; Azcárate, P. de. (1872). *Timeo o de la naturaleza*. Madrid [en línea]. Disponible en: <http://www.filosofia.org/cla/pla/img/azf06131.pdf>
- Real academia española. (2019). *Real Academia Española* [en línea]. Disponible en: <https://dle.rae.es/?id=GSlrtMv>
- Reid, J. (2019). Descarte's Indefinitely Extended Universe. *Dialogue: Canadian Philosophical Review*, 58. (2). pp. 341-369 [en línea]. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0012217318000203>
- Robbin, T. (2006). *Shadows of reality: The fourth dimension in relativity, cubism and modern thought*. New Haven & Londo: Yale University Press [en línea]. Disponible en: <https://ebookcentral.proquest.com>
- Storrie, S. (2013). Kant's 1768 attack on Leibniz' conception of space. *Kant-Studien*, 104, (2), pp. 145-166. DOI:10.1515/kant-2013-0011
- Strathern, P. (2014). *Leibniz*. Madrid: Siglo XXI de España [en línea]. Disponible en: <https://ebookcentral.proquest.com/lib/ugr/reader.action?docID=3223633>