Tiempo de actuación para descargar eléctricamente un cumulonimbus

Aníbal Seminario García. Graduado en Ingeniería de Recursos Mineros y Energéticos. Máster en Ciencias y Tecnología de Materiales y Doctor en Materiales por la Universidad de Oviedo.

La variación de energía en una nube de tormenta depende de su potencial eléctrico y de su variación en la carga. En este artículo, a través de ecuaciones de electromagnetismo, se demuestra, entre otras cosas, que la potencia eléctrica desarrollada en una nube aumenta con la quinta potencia de su tamaño.

Palabras clave: seguridad, puertos, autoprotección, protección, infraestructuras críticas

INTRODUCCIÓN

Empleando las ecuaciones de electromagnetismo se demuestra que la potencia eléctrica desarrollada de una nube aumenta con la quinta potencia de su tamaño (1).

Por otra parte la energía de la nube se determina de la manera que describimos a continuación.

En una nube de tormenta, su carga aumenta a medida que su volumen se hace mayor. El choque entre partículas de agua y hielo, debido a las corrientes de aire ascendentes y descendentes, junto al campo eléctrico terrestre hace que se ionice el ambiente dando origen a cargas eléctricas. Consideramos la nube como un volumen cilíndrico que crece en altura y en diámetro a la vez que las partículas con carga aumentan.

Denominamos densidad volumétrica de carga a la variación de la carga con respecto al volumen

$$\varphi_v = \frac{dq}{dv} \;\; ; \;\; dq = \varphi_v \cdot dv \qquad (1)$$

Por otra parte, la variación de energía en una nube de tormenta depende de su potencial eléctrico y de su variación en la carga; es decir, representa el trabajo realizado para juntar la carga desde el infinito hasta la nube o también podía ser en sentido contrario: desde un punto inicial hacia el infinito. A medida que el radio **r** de la nube y su altura **z** aumenta también lo hará la cantidad de carga.

Por tanto la energía, en julios, viene dada por la expresión (2):

$$dw = \phi \cdot dq \qquad (2)$$

Donde el potencial ϕ depende de la carga

$$\phi = \frac{q}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot R} \qquad (3)$$

Sustituyendo la ecuación (3) en la (2) y pasando a la integral tenemos:

$$w = \int \frac{q \cdot dq}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot R} \qquad (4)$$

En principio consideramos la nube como un cilindro de altura **z** y radio **r** (figura 1) con su potencial eléctrico ϕ, a medida que aumenta sus dimensiones también lo hace su carga en un elemento diferencial *dq*.

El volumen inicial de la nube viene dado por:

$$v = \pi \cdot r^2 \cdot z \qquad (5)$$

La carga existente en ese volumen es:

$$q = \varphi_v \cdot \pi \cdot r^2 \cdot z \qquad (6)$$

Donde φ_v es la densidad volumétrica de carga.

El elemento diferencial de carga será:

$$dq = \varphi_v \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr \cdot dz \qquad (7)$$

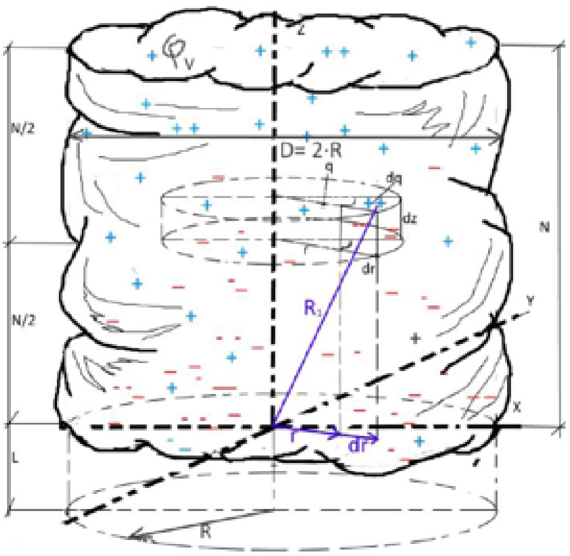

Figura 1. Variación de la carga a medida que crece la nube

Denominamos:

N = Altura total de la nube en metros

K = Relación entre diámetro de la nube y su altura

$$K = \frac{2\cdot R}{N} \qquad (8)$$

φ_υ = densidad volumétrica de carga en C / m^3

Sustituyendo en (4) los valores q y dq dados en (6) y (7) obtenemos:

$$W = \frac{\varphi_v^2\cdot\pi}{2\cdot\varepsilon_0}\cdot\iint_{0,0}^{R,N}\frac{r^3\cdot z}{R_1}\cdot dr\cdot dz \qquad (9)$$

Donde:

$$R_1 = \sqrt{r^2 + z^2} \qquad (10)$$

Finalmente la expresión (9) queda:

$$W = \frac{\varphi_v^2\cdot\pi}{2\cdot\varepsilon_o}\cdot\iint_{0,0}^{R,N}\frac{r^3\cdot z}{\sqrt{z^2+r^2}}\cdot dr\cdot dz \qquad (11)\ *$$

Resolviendo esta integral obtenemos:

$$W = \frac{\varphi_v^2\cdot\pi\cdot N^5}{30\cdot\varepsilon_o}\cdot\left[\left(1+\frac{K^2}{2^2}\right)^{3/2}\cdot\left(3\cdot\frac{K^2}{2^2}-2\right)-3\cdot\left(\frac{K}{2}\right)^5+2\right] \qquad (12)$$

Denominamos β a:

$$\beta = \left(1+\frac{K^2}{2^2}\right)^{3/2}\cdot\left(3\cdot\frac{K^2}{2^2}-2\right)-3\cdot\left(\frac{K}{2}\right)^5+2 \qquad (13)$$

Finalmente la energía en una nube de tormenta es:

$$W = \frac{\varphi_v^2\cdot\pi\cdot N^5}{30\cdot\varepsilon_o}\cdot\beta \qquad (14)$$

W = Energía en Julios

N = Altura en metros

φ_υ = Densidad volumétrica de carga (C/ m^3)

β = factor adimensional que depende de la relación K

ε_o = Constante dieléctrica 8,85 • 10^{-12} Culomb^2 / N·m^2

*Para resolver esta integral primero se integra respecto a la altura ***z*** desde el límite ***z*** = ***l*** = ***0*** hasta ***z*** = ***N***, dando el siguiente resultado:

$$W = \frac{\pi\cdot\varphi_v^2}{2\cdot\varepsilon_0}\cdot\left[\int_0^R r^3\cdot\sqrt{N^2+r^2}\cdot dr - \int_0^R r^4\cdot dr\right] \qquad (15)$$

Mediante el siguiente cambio de variable:

$$t = N^2 + r^2 \rightarrow r^2 = t - N^2 \rightarrow r\cdot dr = \frac{dt}{2}$$

se sustituye en (15) e integrando se obtiene:

$$W = \frac{\pi\cdot\varphi_v^2}{2\cdot\varepsilon_0}\cdot\left[(N^2+R^2)^{3/2}\cdot\frac{(3\cdot R^2-2\cdot N^2)}{15}+\frac{2\cdot N^5}{15}-\frac{3\cdot R^5}{15}\right] \qquad (16)$$

Sabemos que: $R = \frac{k\cdot N}{2}$ (17)

Sustituyendo (17) en (16) y sacando factor común a ***N***^{12} ***/ 15*** nos queda la expresión (12).

La energía de la nube está en función del cuadrado de la densidad de carga, de la quinta potencia de la altura de la nube y de un parámetro β que a su vez depende de la relación entre el diámetro / altura-nube.

Según algunos valores de K tenemos:

Para K = 0,5 β = 0,012

Para K = 1 β = 0,16

Para K = 1,5 β = 0,68

TIEMPO DE ACTUACIÓN PARA DESCARGAR UNA NUBE DE TORMENTA

Combinando la potencia de un rayo y la energía en la nube podemos obtener el tiempo teórico que tarda el Cumulonimbus en descargarse. Los parámetros que intervienen son:

– Tiempo total para descargar la nube (T_τ) en segundos

– Potencia eléctrica del rayo (P_{rayo}) en vatios. Para simplificar el problema consideramos cada rayo con potencias muy similares.

– Energía de la nube en julios, viene expresada por la ecuación (14)

– Número de rayos caídos *n* en el tiempo T_τ

La ecuación que relaciona estos parámetros es:

$$T_t = \frac{\pi \cdot \beta \cdot {\varphi_v}^2 \cdot N^5}{30 \cdot \varepsilon_0 \cdot n \cdot P_{rayo}} \qquad (18)$$

Resulta difícil calcular la densidad de carga (φ_v), altura de la nube (*N*) y potencia del rayo (P_{rayo}), en cambio sí se puede contabilizar el número de rayos caídos y la duración de la tormenta. Conocidos estos datos reducimos a tres variables la expresión anterior:

$$P_{rayo} = \frac{\pi \cdot \beta}{30 \cdot \varepsilon_0 \cdot n \cdot T_t} \cdot {\varphi_v}^2 \cdot N^5 \qquad (19)$$

Llamamos "A" al cociente:

$$A = \frac{\pi \cdot \beta}{30 \cdot \varepsilon_0 \cdot n \cdot T_t} \quad \left(\frac{N \cdot m^2}{c^2 \cdot s}\right) \qquad (20)$$

Finalmente tenemos:

$$P_{rayo} = A \cdot {\varphi_v}^2 \cdot N^5 \qquad (21)$$

La potencia del rayo es directamente proporcional al cuadrado de la densidad de carga y a la quinta potencia de la altura de la nube, el factor de proporcionalidad varía según el tiempo que dura la tormenta y número de rayos caídos.

CONCLUSIONES

El parámetro más complicado de hallar es la densidad de carga volumétrica. Se puede hacer aproximaciones para diferentes valores de *N* y (P_{rayo}), siempre y cuando tengamos datos fiables del número de rayos caídos en una tormenta de duración T_τ. Si despejamos de la ecuación (21) el valor de φ_v observamos que depende principalmente de: $1N^{5/2}$; es decir, disminuye rápidamente a medida que crece la nube. Además, cuando se alcanzan grandes alturas, el posible aumento de potencia del rayo solo consigue pequeños incrementos de densidad de carga. Lo mismo ocurre si se aumenta el número de rayos. ■

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Earle R. Williams "Investigación y Ciencia. Tema 12: La Atmósfera",1998, artículo "Electrificación en las Tormentas", pp 42-52.
- Richard Feynman, Robert B. Leighton y Matthew Sand, "Física, Volumen II: Electromagnetismo y Materia". Pearson Educación. Capítulo 8, apartado 1.1