

## Selección de modelos hipsométricos locales y generales para *Eucalyptus globulus* en macizos del sudeste de la provincia de Buenos Aires, Argentina

### Selection of local and general hypsometric models for *Eucalyptus globulus* in stands of the southeast of Buenos Aires province, Argentina

#### Andrés Hirigoyen

Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria (INIA) Tacuarembó, Uruguay

#### Bruno César Varela

Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales, Universidad Nacional de La Plata, Argentina

#### Juan Manuel Cellini

Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales, Universidad Nacional de La Plata, Argentina

#### Fabio Germán Achinelli\*

Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales, Universidad Nacional de La Plata, Argentina; Comisión de Investigaciones Científicas de la Provincia de Buenos Aires, Argentina

#### Revista de la Facultad de Agronomía

Universidad Nacional de La Plata, Argentina

ISSN: 1669-9513

Periodicidad: Semestral

Vol. 120, núm. 2, 2021

redaccion.revista@agro.unlp.edu.ar

Recepción: 13/07/2020

Aprobación: 12/04/2021

URL: <http://portal.amelica.org/ameli/jatsRepo/23/232371006/index.html>

DOI: <https://doi.org/10.24215/16699513e077>

\* Autor de correspondencia: [fachinel@agro.unlp.edu.ar](mailto:fachinel@agro.unlp.edu.ar)

## Resumen

El objetivo de este trabajo fue seleccionar modelos hipsométricos locales y generales para estimar alturas totales ( $h$ ; m) de *Eucalyptus globulus* Labill. en macizos del sudeste de Buenos Aires, Argentina. Del conjunto inicial de 53 modelos candidatos, fueron seleccionados 14 para su validación. Se emplearon 236 árboles apeados para el ajuste y la validación cruzada, efectuando posteriormente una validación independiente con 743 árboles, cuyos datos de altura y diámetro a la altura del pecho ( $d$ ) se obtuvieron en un inventario no destructivo. Las ecuaciones locales tuvieron en general la menor calidad de ajuste y precisión. Los mejores resultados con ecuaciones generales se lograron incorporando variables de rodal como el diámetro medio cuadrático ( $d_g$ ; cm), el número de individuos vivos por hectárea ( $N$ ) y la altura dominante ( $H_0$ ; m). La inclusión de otras variables como la edad, el índice de sitio, el diámetro máximo y el área basal no mejoraron los indicadores de ajuste y validación. Se seleccionaron los tres modelos que obtuvieron los mejores estadísticos de ajuste y validación (Coeficiente de determinación ajustado  $R^2_{aj.}>0,69$ ; Eficiencia del modelo  $>0,76$ ; Raíz del error medio cuadrático  $<3,3$  m), buscando un compromiso entre calidad de predicción por un lado y sencillez de uso por otro. Los modelos fueron recalibrados para toda la muestra ( $n=979$ ), y estuvieron dirigidos a cubrir un amplio rango de usos posibles. Para aquellas aplicaciones expeditivas se seleccionó el modelo local 1, de tipo exponencial. Para usuarios que busquen estimaciones de altura más precisas sin medir ninguna altura del rodal, se seleccionó el modelo general 4, basado en  $d$ ,  $d_g$  y  $N$ , en tanto que para aquellas aplicaciones que requieran una mayor precisión se seleccionó el modelo general 7, que utiliza  $d$  y  $H_0$  como variables predictoras. El uso combinado de los modelos 1, 4 y 7 permite estimar  $h$  en un rango de tamaños de árbol de 2 a 55 cm de  $d$  con un error relativo porcentual inferior a  $\pm 10\%$ .

**Palabras clave:** predicción, altura-total, diámetro medio cuadrático, altura-dominante, densidad

## Abstract

The objective of this work was to select local and general hypsometric models to estimate total heights ( $h$ ; m) of *Eucalyptus globulus* Labill. trees growing in stands of the southeast of Buenos Aires Province, Argentina. Out of 53 candidate models evaluated, 14 were selected for validation. Model fitting and cross-validation were performed from a sample of 236 felled trees, subsequently carrying out an independent validation with height and diameter at breast height ( $d$ ) data from another sample of 743 individuals, obtained in a non-destructive inventory. Fitting statistics and precision were in general the poorest for local equations. For generalized models, the best results were achieved by incorporating stand variables such as quadratic mean diameter ( $d_g$ ; cm), number of living individuals per hectare ( $N$ ) and dominant height ( $H_0$ ; m). The inclusion of other variables such as age, site index, maximum diameter, and basal area did not improve the fit and validation indicators. Three models with the best fit and validation statistics were finally selected ( $R^2_{aj.}>0,69$ ; Model efficiency  $>0,76$ ; Root mean square error  $<3,3$  m), seeking a compromise between prediction quality on the one hand and ease of use on the other. The models were recalibrated for the entire sample of 979 trees, and aimed to cover a wide range of possible uses. For expeditive applications, the local, exponential model 1 was selected. For those users looking for more accurate height estimates without measuring any stand height, the general model 4 was selected, which is based on  $d$ ,  $d_g$  and  $N$ . Finally, for those applications that require greater precision, we selected the general model 7, that employ  $d$  and  $H_0$  as predictor variables. The combined use of models 1, 4 and 7 allows  $h$  estimations with relative errors smaller than  $\pm 10\%$ , in a range of tree sizes from 2 to 55 cm of  $d$ .

**Keywords:** prediction, total height, quadratic mean diameter, dominant height, density

## INTRODUCCIÓN

La obtención de datos sobre las alturas totales ( $h$ ) de los árboles de un rodal es de gran relevancia en un inventario forestal, aunque su medición es más costosa e imprecisa que otras variables tales como el diámetro a la altura del pecho ( $d$ ) (Zhang et al., 2002). Por ello, los inventarios se basan generalmente en un número reducido de mediciones directas de las alturas, siendo las restantes estimadas mediante modelos que relacionan  $h$  con  $d$  (López Sánchez et al., 2003; Crescente Campo et al., 2010), también llamados modelos hipsométricos o curvas de alturas de rodal (Prodan et al., 1997).

Para la mayoría de los rodales monoespecíficos y coetáneos es posible ajustar la dispersión de las alturas respecto a  $d$  mediante un modelo parabólico de segundo grado (Prodan et al., 1997). Una limitante de este modelo es que sólo resulta aplicable a ese rodal en particular, debido a que la relación  $h-d$  está frecuentemente afectada por la edad, la calidad de sitio y la densidad entre otros factores (Tomé, 1988; Prodan et al., 1997; Zhang et al., 2002; López Sánchez et al., 2003). Con base en lo anterior, Tomé (1988) denominó a los primeros modelos como locales, a diferencia de los modelos generales que incluyen variables de predicción adicionales como por ejemplo la densidad o el área basal. En Argentina se han publicado 117 ecuaciones para la estimación de la altura total de ejemplares de especies arbóreas nativas y exóticas, predominando los modelos locales por sobre los generales (Bellón, 2020).

El sudeste de la Provincia de Buenos Aires es una región agroecológica en donde *Eucalyptus globulus* Labill. encuentra su óptimo de adaptación en Argentina (Moschini et al., 2000; López et al., 2004), con crecimientos medios de  $24,7 \text{ m}^3 \cdot \text{ha}^{-1} \cdot \text{año}^{-1}$ , y más de 5.600 ha de macizos forestales (MAA Buenos Aires, 2011). Este cultivo tuvo un gran dinamismo durante la década de 1990, con exportaciones de madera a través del Puerto de Quequén, y la expansión del área forestada con macizos y cortinas de alta densidad (Dillon, 2000).

A pesar del aumento de la superficie forestal, existen áreas del conocimiento en donde la información necesaria para el manejo de la especie es todavía muy escasa o no se encuentra disponible. En lo referente a su silvicultura cuantitativa, no hay registros académicos de ecuaciones para la estimación de alturas, las que en combinación con otras funciones como las de volumen y de ahusamiento, resultan indispensables para cuantificar el rendimiento y planificar a mediano y largo plazo el desarrollo del recurso forestal en la región. Durante el inventario de macizos efectuado en 2010 y 2011 (MAA Buenos Aires, 2011) se obtuvieron datos en parcelas temporarias y se ajustó en forma preliminar un modelo de predicción de este tipo ( $h-d$ ), sin que el mismo fuera publicado hasta la fecha. Esta escasez de antecedentes contrasta con la disponibilidad de modelos hipsométricos para otras especies de eucalipto cultivadas en Argentina, con 11 modelos publicados para *E. grandis*, y 5, 2 y 1 para *E. camaldulensis*, *E. dunnii* y *E. maidenii* respectivamente (Bellón, 2020).

Dado que *E. globulus* es una especie ampliamente difundida a nivel internacional, se dispone de antecedentes sobre modelos hipsométricos ajustados para diversas regiones. Para generalizar los modelos  $h-d$  en esta especie distintos autores han utilizado la edad del rodal ( $t$ , años), para tratar de interpretar y describir los cambios de la misma con el paso del tiempo. También se han empleado variables vinculadas con la calidad de sitio (altura dominante  $H_0$ , m; índice de sitio  $IS$ , m), con la densidad (número de individuos por hectárea,  $N$ ; diámetro medio cuadrático  $d_g$ , cm), así como otras variables vinculadas tanto con la calidad de sitio como con la densidad (área basal por hectárea  $G$ ,  $\text{m}^2 \cdot \text{ha}^{-1}$ ) (Bi et al., 2000; Methol, 2006; Tomé et al., 2007; Crescente Campo et al., 2010).

Debido a la escasez de información sobre el tema y la necesidad de contar con modelos hipsométricos para el manejo de *E. globulus* en la región, este trabajo retomó el análisis de la información dasométrica del inventario de 2010-2011 (MAA Buenos Aires, 2011), y amplió la base de datos con el objetivo de obtener funciones de predicción de alturas aplicables en el sudeste de Buenos Aires. Los objetivos específicos planteados fueron: a- ajustar y validar funciones hipsométricas locales y generales, b- comparar los ajustes logrados respecto del modelo obtenido en 2011, seleccionando aquellas de mejor desempeño y c- evaluar la precisión de las funciones hipsométricas seleccionadas respecto de la estimación posterior del volumen total individual con corteza ( $V_{tcc}$ ;  $\text{m}^3$ ).

## METODOLOGÍA

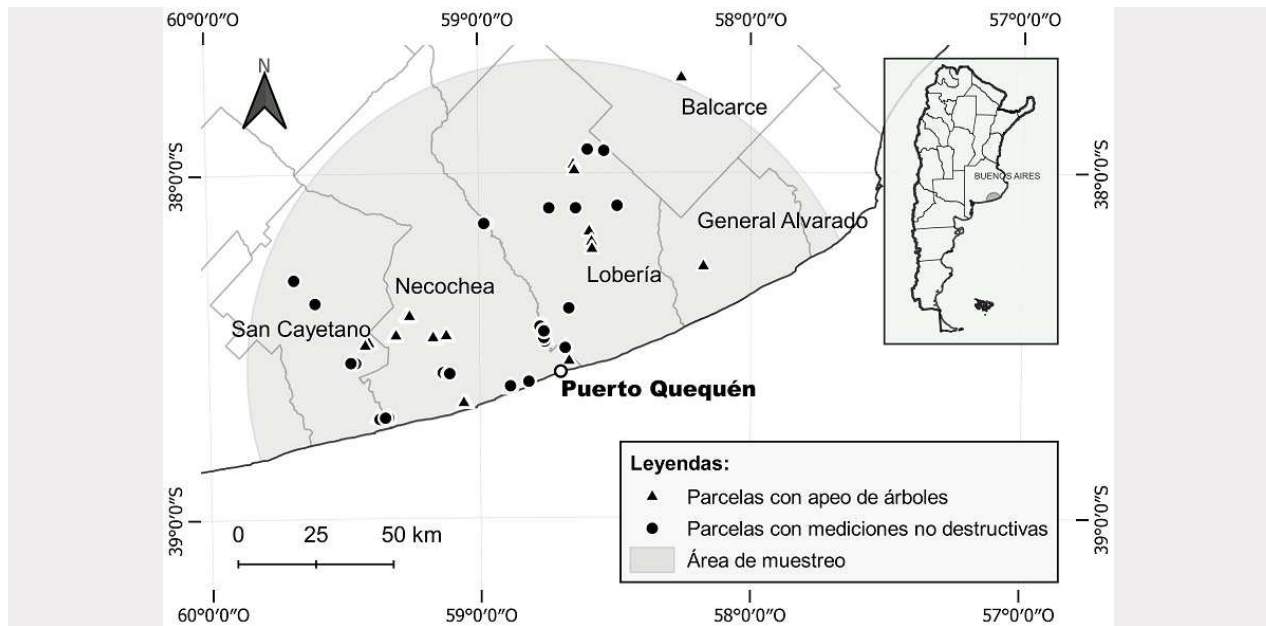
### ÁREA DE ESTUDIO

El área de estudio abarcó 1587 km<sup>2</sup> de superficie, y estuvo comprendida dentro de un radio de 100 km desde la Ciudad de Quequén, Buenos Aires, Argentina (Figura 1), en donde se localiza el 88% de las existencias en volumen de *E. globulus* en la región (MAA Buenos Aires, 2011).

### DATOS

Los registros de  $h$  y de  $d$  para el ajuste inicial y la validación cruzada ( $vc$ ) de los modelos fueron obtenidos mediante el apeo de una muestra de 236 árboles, provenientes de 58 parcelas de muestreo rectangulares (PM) localizadas en rodales puros y coetáneos de *E. globulus* de la región (Figura 1) (MAA Buenos Aires, 2011); la muestra fue dividida en dos submuestras, separando los árboles de edad conocida para así poder ajustar funciones que incluyeran dicha variable de entrada (Tabla 1). La muestra fue representativa de los macizos presentes en la región, los cuales se implantaron en su mayoría con distanciamientos de 3 m por 3 m o similares (MAA Buenos Aires, 2011). Los registros a campo se obtuvieron en una primera etapa durante el Inventario de 2010-2011 (MAA Buenos Aires, 2011; 146 árboles) y luego se continuaron durante 2016 (90 árboles; Achinelli, 2018). En las dos instancias se utilizó el mismo protocolo de trabajo: todas las PM incluyeron 30 lugares de plantación, en donde se midieron con cinta diamétrica al  $mm$  más cercano los  $d$  de todos los ejemplares vivos, y las  $h$  de nueve (9) árboles, utilizando hipsómetro Suunto y distanciómetro digital. Estos 9 ejemplares fueron elegidos de modo de abarcar el rango de tamaños presente, incluyendo las  $h$  de los tres árboles de mayor  $d$ . Las  $h$  no medidas de los restantes ejemplares de la PM fueron estimadas mediante un modelo  $h-d$  ajustado para cada PM (Köhl et al., 2006). Posteriormente, se analizó la dispersión de  $d$  en la PM mediante cuartiles, y se definió una muestra de cuatro (4) árboles (uno por cuartil), los que fueron apeados para medir  $h$  nuevamente, con cinta métrica al  $cm$  más cercano.

Se obtuvieron de este modo mediciones directas de  $d$  y  $h$  para 4 árboles por PM, así como información del rodal referida a: diámetro máximo a la altura del pecho en la parcela ( $D_{m\acute{a}x}$ ; cm) y altura dominante ( $H_0$ ; m) según la definición de Assmann (1970), diámetro medio cuadrático ( $d_g$ ; cm) según Prodan et al. (1997), frecuencia de individuos vivos ( $N$ ; ind.ha<sup>-1</sup>), área basal ( $G$ ; m<sup>2</sup>.ha<sup>-1</sup>) y la altura media, expresada como el promedio de las  $h$  medidas y estimadas para cada PM ( $H_m$ , m).



**Figura 1**

Área de estudio de 100 km de radio, con centro en el Puerto de Quequén, definida para el establecimiento de parcelas y muestreo de ejemplares de *E. globulus* en macizos (superficie total abarcada: 1587 km<sup>2</sup>).

En base a los datos de edad ( $t$ ; años) y  $H_0$  se estimó el índice de sitio ( $IS$ ; m) de cada PM como indicador indirecto de calidad de sitio, utilizando una curva guía (Achinelli et al., 2017) en donde la edad base considerada fue de 15 años. Para la validación independiente ( $vi$ ) y re-calibración final de los modelos se utilizaron datos de una segunda muestra de 743 ejemplares de *E. globulus*, con mediciones de  $h$  trigonométricas (no destructivas) realizadas durante 2016 en 66 PM de la región sudeste (Achinelli, 2018; Figura 1). Se calcularon los valores promedio, mínimo, máximo y desvío estándar de las variables dasométricas y de rodal comprendidos en las muestras mencionadas (Tabla 1).

### MODELOS EVALUADOS

La evaluación de los modelos se realizó por etapas. En la primera etapa se analizó el ajuste de un total de 53 modelos, reportados en la bibliografía para *E. globulus* (Soares & Tomé, 2002; Methol, 2006; Tomé et al., 2007; Wang & Baker, 2007) y otras especies (Prodan et al., 1997; Bi et al., 2000; López Sánchez, 2003; Ercanli, 2015; Özçelik et al., 2018). En la siguiente etapa se seleccionaron los modelos que tuvieron los mejores desempeños en cuanto a calidad de ajuste mediante una validación cruzada.

Los modelos fueron clasificados siguiendo un criterio similar al empleado por López Sánchez et al. (2003). Se distinguieron seis categorías de complejidad creciente:  $L$ = modelos locales que predicen  $h$  a partir de  $d$ ;  $G_1$ =, modelos generales que utilizan  $d$  y requieren información sobre la estructura horizontal del rodal;  $G_2$ = modelos generales que utilizan  $d$  y  $t$  solamente, o  $t$  y datos de la estructura horizontal;  $G_3$ = modelos generales que utilizan  $d$  y requieren información sobre la estructura vertical del rodal, acompañada o no por datos de estructura horizontal;  $G_4$ = modelos generales que utilizan  $d$ ,  $t$ , y datos de la estructura horizontal y vertical del rodal, y  $G_5$ = modelos generales que utilizan  $d$  y  $H_m$  solamente, o  $d$ ,  $H_m$  e información sobre la estructura horizontal del rodal (Tabla 2).

Los modelos seleccionados en la etapa de validación cruzada fueron sometidos a una tercera etapa de validación independiente utilizando un conjunto de datos de 743 ejemplares (Tabla 1), lo cual permitió identificar a las mejores funciones en base a su comportamiento en ambos procesos de validación.

Finalmente, estas ecuaciones fueron re-calibradas realizando un ajuste final para la base de datos completa de  $d$  y  $h$  ( $n= 979$  árboles), y así contemplar toda la variabilidad presente en las bases de datos.

### ANÁLISIS ESTADÍSTICO

El ajuste de los modelos en las etapas mencionadas se llevó a cabo mediante técnicas de regresión no lineal utilizando la función `regsubsets`, implementada en el paquete LEAPS (Lumey, 2009) del entorno R (R Core Team, 2018). Para la estimación de los parámetros se utilizó el algoritmo propuesto por Marquardt (1963). Los valores de partida de los parámetros fueron extraídos de la bibliografía, u obtenidos en forma iterativa. Los residuales estandarizados de cada modelo fueron analizados en forma gráfica para evaluar la homogeneidad de varianza. Ante la presencia de heterocedasticidad se aplicó un factor de ponderación  $=1/\sqrt{(d)^2}$ .

La evaluación del desempeño de los modelos se realizó mediante indicadores de bondad de ajuste y de capacidad predictiva. Para analizar el ajuste en la primera etapa se utilizaron el coeficiente de determinación ajustado ( $R^2_{aj}$ ), el sesgo ( $\bar{E}$ ), la raíz del error cuadrático medio ( $RECM$ ) y el criterio de información de Akaike ( $AIC$ ) según Hirigoyen et al. (2018), cuyas fórmulas de cálculo son:

$$R^2_{aj} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2} \left( \frac{n-1}{n-p} \right)$$

$$\bar{E} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)}{n}$$

$$RECM = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-p}}$$

$$AIC = -2\log Lik + 2 \times p$$

En donde:  $y_i$  = valores observados;  $\hat{y}_i$  = valores predichos;  $\bar{y}_i$  = valor promedio de la variable dependiente;  $n$  = número de observaciones;  $p$  = número de parámetros del modelo;  $\log Lik$  = logaritmo de la máxima verosimilitud.

**Tabla 1**

Valores promedio, mínimo, máximo y desvío estándar de las variables dasométricas y de rodal incluidos en la muestra destructiva y la muestra no destructiva en rodales de *E. globulus* del sudeste de Buenos Aires. Los ejemplares apeados se utilizaron en la etapa inicial de ajuste y validación cruzada (vc), mientras que las mediciones no destructivas se utilizaron en la validación independiente (vi) y la recalibración de los mejores modelos.

Muestra	Variable	Promedio	Mínimo	Máximo	Desvío estándar	Árboles medidos
<i>destructiva</i>	$h$ (m)	19,3	5,6	35,4	6,0	236
	$d$ (cm)	19,6	3,7	42,5	7,3	236
	$t$ (años)	12,7	9,0	16,0	1,6	207
	$N$ (ind.ha <sup>-1</sup> )	965,4	198	1666	191,1	236
	$D_{\text{máx}}$ (cm)	28,2	20,0	42,5	5,3	236
	$H_0$ (m)	22,3	13,4	36,7	5,1	236
	$H_m$ (m)	18,5	9,3	30,1	4,6	236
	$d_g$ (cm)	19,2	12,6	32,4	4,0	236
	$G$ (m <sup>2</sup> .ha <sup>-1</sup> )	27,7	12,4	48,8	9,5	236
	$IS$ (m)	22,8	15,7	34,1	4,6	207
<i>no destructiva</i>	$h$ (m)	19,3	2,8	39,3	6,8	743
	$d$ (cm)	19,5	2,0	55,4	8,0	743
	$t$ (años)	15,7	13	30	3,4	743
	$N$ (ind.ha <sup>-1</sup> )	992,2	606	1440	140,9	743
	$D_{\text{máx}}$ (cm)	29,3	20,0	55,4	6,4	743
	$H_0$ (m)	23,1	15,1	38,2	5,9	743
	$H_m$ (m)	18,9	9,3	31,2	5,2	743
	$d_g$ (cm)	19,5	12,5	32,4	4,3	743
	$G$ (m <sup>2</sup> .ha <sup>-1</sup> )	30,4	14,2	59,2	12,3	743
	$IS$ (m)	22,9	15,7	36,1	4,9	743

$h$  = altura total;  $d$  = diámetro a la altura del pecho;  $t$  = edad del rodal;  $N$  = individuos vivos por hectárea;  $D_{\text{máx}}$  =  $d$  máximo de la parcela;  $H_0$  = altura dominante (Assmann, 1970);  $H_m$  = altura media de la parcela;  $d_g$  = diámetro medio cuadrático (Prodan et al., 1997);  $G$  = área basal;  $IS$  = índice de sitio (Achinelli et al., 2017).

En la segunda etapa se analizó la calidad predictiva de los modelos mediante la técnica de validación cruzada (Myers, 1986). A partir de la misma fue posible obtener la suma de cuadrados de los residuos eliminados (*PRESS*), que fue luego empleada para los cálculos de los criterios de selección finales: el sesgo ( $\bar{E}$ ), la raíz del error cuadrático medio (*RECM*) (según lo indicado más arriba) y la eficiencia del modelo ajustada ( $EF_{aj.}$ ) de acuerdo con Hirigoyen et al. (2018).

Las expresiones de *PRESS* y  $EF_{aj.}$  se muestran a continuación:

$$PRESS = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_{(i-1)})^2$$

$$EF_{aj} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_{(i-1)})^2} \left( \frac{n-1}{n-p} \right)$$

En donde:  $y_i$ = valores observados;  $\hat{y}_i$ = valores predichos;  $\bar{y}_{(i-1)}$ = valor promedio de la variable dependiente excluyendo la *i-esima* observación; *n*= número de observaciones; *p*= número de parámetros estimados.

La validación independiente se realizó en forma complementaria a la validación cruzada, utilizando un conjunto de datos distinto al empleado en el ajuste (muestra no destructiva, Tabla 1). Con los modelos seleccionados en la validación cruzada se efectuaron predicciones de *h* para la muestra independiente, sobre las cuales se calcularon nuevamente los estadísticos  $\bar{E}$ , *RECM* y  $EF_{aj.}$  descritos anteriormente. Para complementar el análisis de la capacidad predictiva de los modelos seleccionados se agregó el error relativo (*ER%*) de las predicciones de altura total ( $\hat{y}_i$ ) respecto de las alturas observadas ( $y_i$ ) según Chave et al. (2005). La expresión de *ER%* se muestra a continuación:

$$ER\% = 100 \frac{(\hat{y}_i - y_i)}{y_i}$$

En donde:  $y_i$ = valores observados;  $\hat{y}_i$ = valores predichos.

En el análisis de la calidad de ajuste se seleccionaron los modelos con menores valores de  $\bar{E}$ , *RECM* y *AIC*, junto con los mayores valores de  $R^2_{aj.}$ . En cuanto a la evaluación de la capacidad predictiva, se tuvo en cuenta también  $EF_{aj.}$ , que representa la proporción de la variabilidad observada en los datos originales que resulta explicada por cada modelo, variando entre 0 (falta completa de ajuste) y 1 (ajuste perfecto) (Vanclay & Skovsgaard, 1997). Finalmente, la magnitud del error relativo (*ER%*) medio se ponderó como indicador del sesgo general de cada modelo, correspondiendo los menores valores a los modelos con menor sesgo.

Con el fin de ampliar la comparación de los nuevos modelos, la validación independiente incluyó al modelo hipsométrico ajustado en el Inventario de 2011 (MAA Buenos Aires, 2011), a pesar de que nunca fue publicado. Se trata de una ecuación cuya expresión corresponde al modelo local de tipo 1 (Tabla 2 y Tabla 4), y que fue ajustado sobre una muestra de *n*= 176 árboles ( $R^2_{aj.}$ = 0,6805; *RECM*= 3,46).

### **INFLUENCIA DE LA PRECISIÓN DE LOS NUEVOS MODELOS SOBRE LA ESTIMACIÓN DE VOLUMEN TOTAL**

En el contexto de inventarios forestales, es común el uso modelos hipsométricos para estimar la *h*, que junto con los datos de *d*, integran funciones de estimación de volumen (Hirigoyen et al. 2018). Por lo anterior, se consideró importante evaluar cuál es el impacto de los errores relativos de los modelos seleccionados respecto de las estimaciones de volumen total con corteza (*Vtcc*; m<sup>3</sup>) de árboles individuales de *E. globulus*. Dado que hasta el momento se carece de ecuaciones de volumen publicadas para esta especie (Maggio & Cellini, 2016), para la evaluación se recurrió a la ecuación de volumen total ajustada en el Inventario 2011 (MAA Buenos Aires, 2011), cuya expresión

$$(A) \quad Vtcc = 0,00008282 d^{1,68647} \cdot h^{1,05542}$$

En donde:  $V_{tcc}$ = volumen total con corteza,  $m^3$ ;  $d$ = diámetro a la altura del pecho,  $cm$ ;  $h$ = altura total,  $m$ .

Utilizando los datos de  $d$  y  $h$  de la muestra no destructiva (Tabla 1) se estimaron los  $V_{tcc}$  mediante la ecuación "A", siendo considerados a los fines de la evaluación como  $V_{tcc}$  observados. Posteriormente, esta misma ecuación de volumen fue aplicada para los datos de  $d$  de dicha muestra, pero utilizando estimaciones de  $h$  obtenidas mediante las nuevas ecuaciones hipsométricas. Los valores de  $V_{tcc}$  así calculados fueron considerados como  $V_{tcc}$  estimados. Finalmente, y para evaluar el impacto del error de cada modelo de altura sobre las estimaciones de  $V_{tcc}$ , se calculó el error relativo  $ER\%$ , siendo esta vez aplicado a las diferencias relativas entre  $V_{tcc}$  observado y  $V_{tcc}$  estimado.

## RESULTADOS

Buscando dar respuesta a un amplio rango de usos posibles, se exploró inicialmente un grupo de 53 modelos candidatos, el cual quedó reducido a 39 luego de que se excluyeron las funciones que presentaban falta de convergencia o algún parámetro cuyo valor no difería significativamente de cero (análisis no mostrados). Las etapas de ajuste final y validación se centraron en los 14 modelos que tuvieron los mejores desempeños en cuanto a calidad de ajuste (Tabla 2), seleccionando, cuando fuera posible, tres modelos por cada categoría.

Dentro de cada categoría, los modelos fueron ordenados según eficiencia ( $EF_{aj.}$ ) decreciente calculada en la validación independiente. El menor valor se obtuvo para el modelo 6 ( $EF_{aj.}= 0,6749$ ), y el mayor valor para el modelo 7 ( $EF_{aj.}= 0,9270$ ) (Tabla 3). Los parámetros ( $b$ ) para los 14 modelos obtenidos en el ajuste resultaron significativos para un nivel de probabilidades igual o menor que  $p=0,05$  (Tabla 4).

### CALIDAD DE AJUSTE DE LOS MODELOS

En las categorías L,  $G_3$  y  $G_4$  se pudieron ajustar tres o más modelos, mientras que para las categorías  $G_2$  y  $G_5$  dos, y sólo uno en la categoría  $G_1$ . En los casos de las funciones N° 5, 10, 11, 12, 13 y 14 los ajustes se alcanzaron luego de que las mismas fueran modificadas respecto de su expresión original, en general eliminando una o más variables de predicción.

Dentro de las categorías L,  $G_3$  y  $G_4$  los estadísticos de ajuste fueron muy similares, mientras que presentaron mayor heterogeneidad en  $G_2$  y  $G_5$  (Tabla 3).

Los mejores valores de  $R^2_{aj.}$  y  $RECM$  se obtuvieron para las ecuaciones de la categoría  $G_3$ , seguidos por los de la categoría  $G_4$ . Para ambos se requiere la instalación de parcelas y la medición de algunas alturas en las mismas (Tabla 3), aunque los modelos  $G_3$  son más sencillos y no utilizan la edad como variable.

Finalmente, las funciones del grupo  $G_5$  tuvieron peores ajustes que las ecuaciones de los tipos  $G_3$  y  $G_4$ , con el inconveniente adicional de incluir a la altura media ( $H_m$ ) del rodal como variable predictora.

### VALIDACIÓN

En general, se encontró una marcada coincidencia entre los indicadores estadísticos de bondad de ajuste, validación cruzada y validación independiente, ya que los modelos con mejor ajuste (menores  $RECM$ ,  $\bar{E}$  y  $AIC$ ; mayores valores de  $R^2_{aj.}$ ) también tuvieron mejores indicadores de calidad de predicción (menores  $RECM$  y  $\bar{E}$ ; mayores valores de eficiencia  $EF_{aj.}$ ) (Tabla 3).

A pesar de que las validaciones muestran que las ecuaciones locales (L; Tabla 2) resultan poco precisas (valores de  $RECM$  entre 3,34 m y 3,43 m en la  $vi$ ; Tabla 3) y tienen bajas eficiencias, son importantes por su aplicabilidad en relevamientos expeditivos. Dentro de ese grupo se destaca la función N° 1, con una  $EF_{aj.}=0,7650$  en la  $vi$ , y con una precisión relativamente estable en todo el rango de diámetros evaluados (Figura 2 y Figura 3). Asimismo, los tres modelos locales ajustados en este trabajo tuvieron un mejor desempeño en la etapa de  $vi$  en comparación con el modelo hipsométrico de 2011, para el cual se obtuvieron valores de  $RECM=3,52$ , de  $\bar{E}=-0,464$  y de  $EF_{aj.}= 0,7385$ .

De acuerdo con los indicadores obtenidos, es posible reducir el error absoluto medio en la estimación de  $h$  hasta 2,7 m e incrementar la eficiencia hasta 0,8467 mediante la utilización del modelo general N° 4, aunque a expensas de un mayor sesgo (-0,7520 m). La ecuación N° 4 tiende además a sobreestimar las alturas en los extremos del rango diamétrico evaluado, en especial para los  $d$  mayores (Figura 2 y Figura 3).



**Tabla 2**

Modelos de predicción de *h* evaluados y seleccionados en las etapas de validación cruzada y validación independiente para *E. globulus* en el sudeste de Buenos Aires, agrupados en categorías según la cantidad y el tipo de variables de predicción utilizadas.

ecuación Nº	Categoría	Modelo	Autor (es)
1	L	$h = b_0 \times d^{b_1}$	Prodan et al., 1997
2	L	$h = b_0 + b_1 \times d + b_2 \times d^2$	Staebler (1954), citado por Soares & Tomé, 2002.
3	L	$h = \frac{d}{b_0 + b_1 \times d}$	Prodan (1965), citado por Soares & Tomé, 2002.
4	G <sub>1</sub>	$h = e^{b_0 + b_1 \times \ln(d_g) + b_2 \times \ln(N) + b_3 \times d^{0.5}}$	Cox (1994).
5	G <sub>2</sub>	$h = 1,3 + 10^{b_0 + b_1 \times d^{-1} + b_2 \times t^{-0.5} + b_3 \times d^{-1} \times t^{-0.5}}$	* Clutter & Allison (1974), citado por López Sánchez et al., 2003.
6	G <sub>2</sub>	$h = 10^{b_0 + b_1 \times d^{-1} + b_2 \times t^{-1} + b_3 \times (d_g \times t)^{-1}}$	Curtis (1967), citado por López Sánchez et al., 2003.
7	G <sub>3</sub>	$h = H_0 \times (1 + b_0 \times e^{b_1 \times H_0}) \times (1 - e^{-b_2 \times d \times H_0^{-1}})$	Harrison et al. (1986).
8	G <sub>3</sub>	$h = 1,3 + (b_0 + b_1 \times G + b_2 \times H_0) \times e^{b_3 \times d^{-1}}$	Adame et al., (2008), citado por Ercanli, 2015.
9	G <sub>3</sub>	$h = 1,3 + b_0 \times (H_0 - 1,37)^{b_1} \times e^{-b_2 \times d^{-b_3} + b_4 \times G}$	Budhathoki et al. (2008), citado por Ercanli, 2015.
10	G <sub>4</sub>	$h = e^{b_0 + b_1 \times IS \times \ln(N) + b_2 \times t^{-1} + b_3 \times d^{-1}}$	* Bennett & Clutter (1968), citado por López Sánchez et al., 2003.
11	G <sub>4</sub>	$h = e^{b_0 + b_1 \times H_0 + b_2 \times N \times d^{-1} + b_3 \times d^{-1} \times t^{-1}}$	* Burkhart & Strub (1974), citado por López Sánchez et al., 2003.
12	G <sub>4</sub>	$h = b_0 \times H_0^{b_1} \times 10^{(t^{-1} + d^{-1} - D_{\max}^{-1}) \times b_2 \times \text{Log } N \times t^{-1}}$	* Amateis et al. (1995), citado por López Sánchez et al., 2003.
13	G <sub>5</sub>	$h = b_0 \times H_m + b_1 \times d_g + b_2 \times d$	* Cox (1994), citado por López Sánchez et al., 2003.
14	G <sub>5</sub>	$h = 1,3 + (H_m - 1,3) \times e^{b_0 \times (1-d) \times e^{b_1 \times (d-d^{-1})}}$	* Sloboda et al. (1993), citado por López Sánchez et al., 2003.

*b*<sub>1</sub>= parámetros; *h*= altura total; *d*= diámetro a la altura del pecho; *t*= edad del rodal (años); *N*= individuos vivos por hectárea; *D*<sub>máx</sub>= *d* máximo de la parcela; *H*<sub>0</sub>= altura dominante (Assmann, 1970); *d*<sub>g</sub>= diámetro medio cuadrático (Prodan et al., 1997); *G*= área basal; *IS*= índice de sitio (Achinelli et al., 2017); *H*<sub>m</sub>= altura media (*m*); (\*) modificado en este trabajo.

**Tabla 3**  
 Estadísticos considerados en la evaluación de la calidad de ajuste y validaciones de 14 modelos hipsométricos para *E. globulus* en el sudeste de Buenos Aires.

MODELO N°	Categoría	Variables	AJUSTE				VALIDACIÓN CRUZADA				VALIDACIÓN INDEPENDIENTE			
			RECM	$\bar{E}$	$R^2_{aj}$	AIC	RECM	$\bar{E}$	$Ef_{aj}$	RECM	$\bar{E}$	$Ef_{aj}$	RECM	$\bar{E}$
1	L	<i>d</i>	3,31	-0,0039	0,6947	161290	3,32	0,0067	0,6894	3,34	0,0910	0,7650		
2	L	<i>d</i>	3,31	-0,0798	0,6956	161300	3,32	0,003	0,6882	3,37	0,0110	0,7605		
3	L	<i>d</i>	3,32	0,038	0,6931	161300	3,33	-0,008	0,6874	3,43	0,1510	0,7513		
4	G1	<i>d, d<sub>g</sub>, N</i>	2,38	-0,020	0,8426	1084,3	2,42	0,026	0,8340	2,70	-0,7520	0,8462		
5	G2	<i>d, t</i>	3,17	0,135	0,6858	123590	3,21	-0,159	0,6717	3,43	0,3510	0,7523		
6	G2	<i>d, d<sub>g</sub>, t</i>	2,64	0,087	0,7815	123490	2,68	-0,088	0,7706	3,93	1,5010	0,6749		
7	G3	<i>d, H<sub>0</sub></i>	1,79	-0,008	0,9105	161060	1,81	0,0114	0,9077	1,86	-0,4510	0,9270		
8	G3	<i>d, H<sub>0</sub>, G</i>	1,76	0,034	0,9136	161120	1,78	-0,0339	0,9100	2,03	-0,4960	0,9126		
9	G3	<i>d, H<sub>0</sub>, G</i>	1,75	-0,012	0,9150	161070	1,76	0,0150	0,9109	2,03	-0,6100	0,9126		
10	G4	<i>d, t, N, IS</i>	1,89	0,074	0,8830	123420	1,91	-0,0765	0,8828	2,07	-0,5590	0,9100		
11	G4	<i>d, H<sub>0</sub>, N, t, d, H<sub>0</sub>, t, N, D<sub>max</sub></i>	2,00	0,119	0,8754	123440	2,03	-0,1181	0,8683	2,46	1,0180	0,8730		
12	G4	<i>D<sub>max</sub></i>	2,05	0,135	0,8690	123460	2,07	-0,1372	0,8639	2,52	0,0630	0,8662		
13	G5	<i>d, H<sub>m</sub>, d<sub>g</sub></i>	2,27	-0,004	0,8565	161240	2,30	0,0084	0,8504	2,11	-0,1080	0,9060		
14	G5	<i>d, H<sub>m</sub></i>	3,11	0,578	0,7309	161480	3,15	-0,5618	0,7205	3,72	0,0420	0,7082		

*h*= altura total; *d*= diámetro a la altura del pecho; *t*= edad del rodal; *N*= individuos vivos por hectárea; *D<sub>max</sub>*= *d* máximo de la parcela; *H<sub>0</sub>*= altura dominante (Assmann,1970); *d<sub>g</sub>*= diámetro medio cuadrático (Prodan et al., 1997); *G*= área basal; *IS*= índice de sitio (Achinelli et al., 2017); *H<sub>m</sub>*= altura media (m).

**Tabla 3 (Continuación)**

*L= modelos locales que predicen h a partir de d; G<sub>1</sub>=, modelos generales que utilizan d y requieren información sobre la estructura horizontal del rodal. G<sub>2</sub>= modelos generales que utilizan d y t solamente, o t y datos de la estructura horizontal; G<sub>3</sub>= modelos generales que utilizan d y requieren información sobre la estructura vertical del rodal, acompañada o no por datos de estructura horizontal; G<sub>4</sub>= modelos generales que utilizan d, t, y datos de la estructura horizontal y vertical del rodal; G<sub>5</sub>= modelos generales que utilizan d y H<sub>m</sub> solamente, o d, H<sub>m</sub> e información sobre la estructura horizontal del rodal. RECM= raíz del error medio cuadrático;  $\bar{E}$ = sesgo; R<sup>2</sup><sub>aj.</sub>= coeficiente de determinación ajustado; AIC= criterio de información de Akaike; EF<sub>aj.</sub>= eficiencia ajustada.*

**Tabla 4**

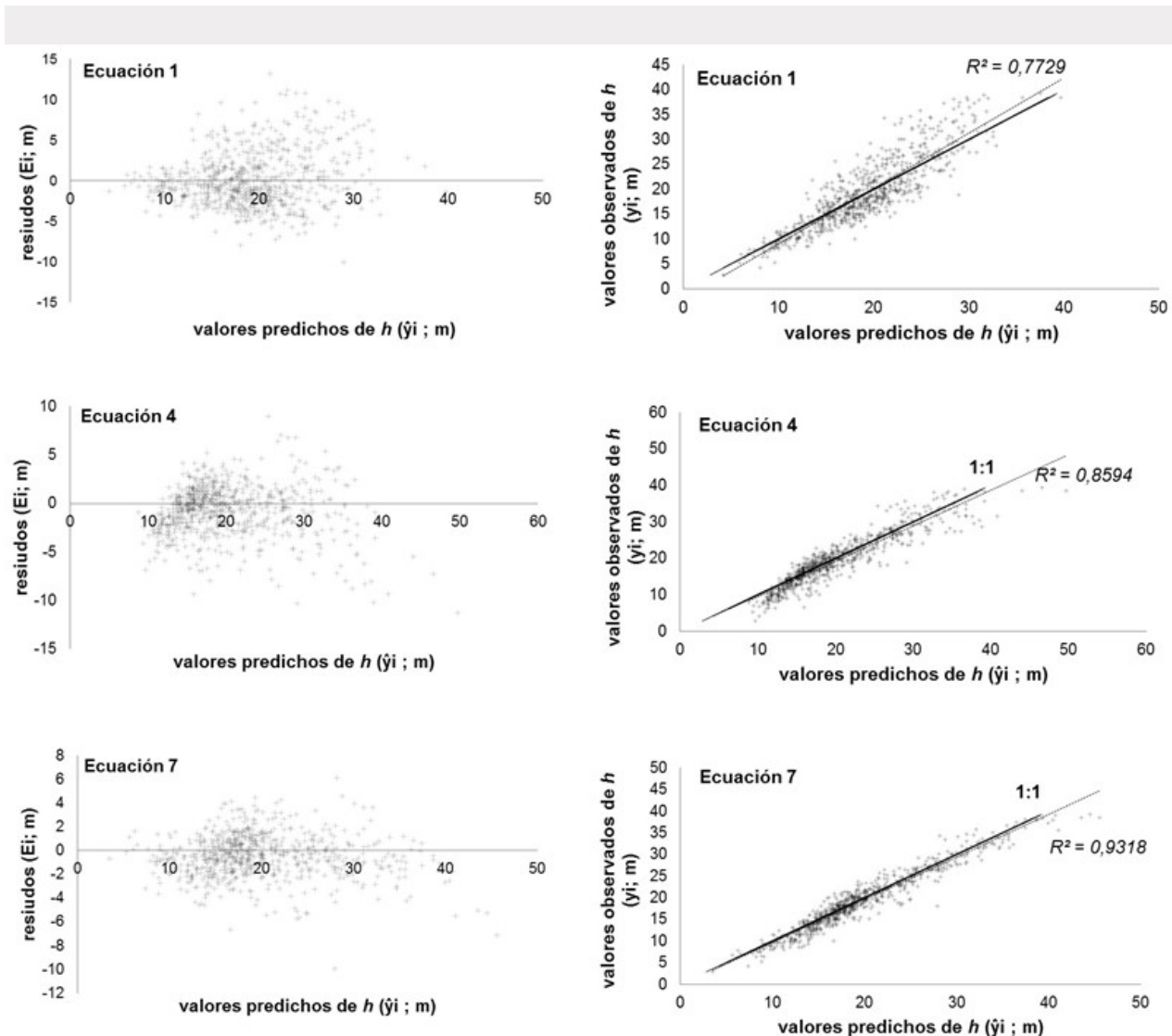
*Valores estimados de los parámetros b<sub>i</sub> obtenidos en la etapa de ajuste para los 14 modelos hipsométricos seleccionados en este trabajo.*

MODELO N°	CATEGORÍA	VARIABLES	PARÁMETROS				
			b <sub>0</sub>	b <sub>1</sub>	b <sub>2</sub>	b <sub>3</sub>	b <sub>4</sub>
2011*	L	d	3,51528	0,58828			
1	L	d	2,60581	0,67867			
2	L	d	3,13912	0,990251	-0,007364		
3	L	d	0,651029	0,016955			
4	G <sub>1</sub>	d, d <sub>g</sub> , N	-3,06521	0,82375	0,38534	0,21497	
5	G <sub>2</sub>	d, t	1,9558	-11,8892	-1,5979	25,5441	
6	G <sub>2</sub>	d, d <sub>g</sub> , t	1,93557	-3,17459	-2,48613	-0,41623	
7	G <sub>3</sub>	d, H <sub>0</sub>	0,08425	0,035008	1,5953		
8	G <sub>3</sub>	d, H <sub>0</sub> , G	8,3723	0,15243	0,72884	-8,48009	
9	G <sub>3</sub>	d, H <sub>0</sub> , G	8,091587	0,5011	4,944999	0,59851	0,005017
10	G <sub>4</sub>	d, t, N, IS	2,9611911	0,0043011	-3,431653	-7,705134	
11	G <sub>4</sub>	d, H <sub>0</sub> , N, t	2,5985529	0,0330508	-0,001695	-0,424584	
12	G <sub>4</sub>	d, H <sub>0</sub> , t, N, D <sub>máx</sub>	1,12499	0,9032	-5,91273		
13	G <sub>5</sub>	d, H <sub>m</sub> , d <sub>g</sub>	0,70816	-0,30703	0,61485		
14	G <sub>5</sub>	d, H <sub>m</sub>	-0,51956	-0,49593			

*b<sub>i</sub>= parámetros de modelo; d= diámetro a la altura del pecho; t= edad del rodal; N= individuos vivos por hectárea; D<sub>máx</sub>= d máximo de la parcela; H<sub>0</sub>= altura dominante (Assmann, 1970); d<sub>g</sub>= diámetro medio cuadrático (Prodan et al., 1997); G= área basal; IS= índice de sitio (Achinelli et al., 2017); H<sub>m</sub>= altura media (m).*

*L= modelos locales que predicen h a partir de d; G<sub>1</sub>=, modelos generales que utilizan d y requieren información sobre la estructura horizontal del rodal. G<sub>2</sub>= modelos generales que utilizan d y t solamente, o t y datos de la estructura horizontal; G<sub>3</sub>= modelos generales que utilizan d y requieren información sobre la estructura vertical del rodal, acompañada o no por datos de estructura horizontal; G<sub>4</sub>= modelos generales que utilizan d, t, y datos de la estructura horizontal y vertical del rodal; G<sub>5</sub>= modelos generales que utilizan d y H<sub>m</sub> solamente, o d, H<sub>m</sub> e información sobre la estructura horizontal del rodal.*

*(\*) Modelo hipsométrico ajustado para el Inventario de macizos 2011 (MAA Buenos Aires, 2011).*



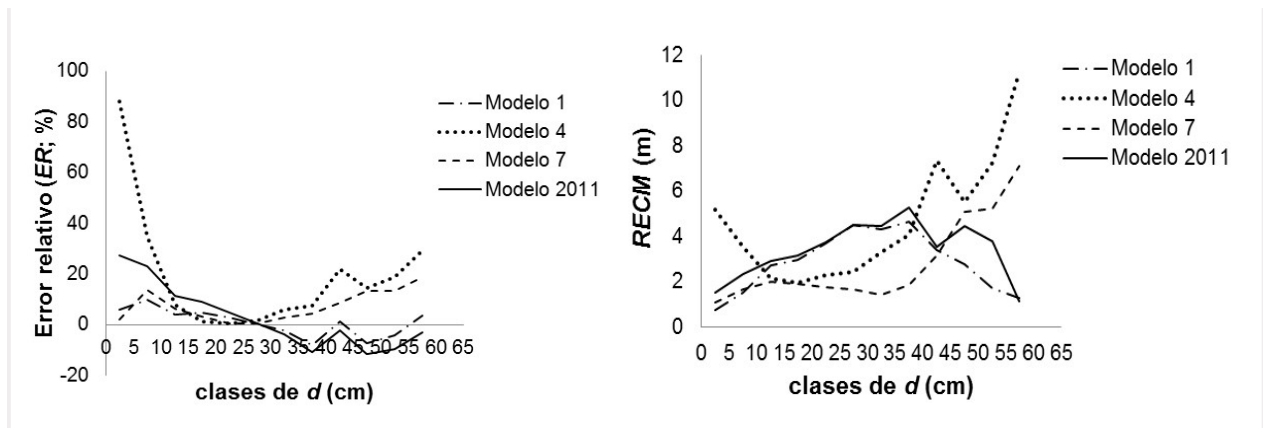
**Figura 2**

Gráficos de distribución de residuos ( $E_i$ ) respecto de valores de  $h$  predichos ( $\hat{y}_i$ ) (izq.) y gráficos de distribución de valores observados de  $h$  ( $y_i$ ) respecto de valores predichos ( $\hat{y}_i$ ) (der.) para las ecuaciones 1, 4 y 7 obtenidos en la etapa de validación independiente. Der.: la línea continua señala la diagonal de correspondencia 1:1, mientras que la línea de puntos representa el ajuste de un modelo lineal a los datos, y su correspondiente valor de  $R^2$ .

La mayor calidad en la predicción de  $h$  se obtuvo con el modelo general N° 7 ( $RECM=1,86$  m;  $\bar{E}=-0,4510$ ;  $EF_{a,j}=0,9272$ ;  $ER\%_{\text{medio}}=3,90\%$ ), que utiliza la altura dominante del rodal ( $H_0$ ) junto con el  $d$  del individuo para predecir  $h$ . Este modelo tiene además un mejor comportamiento que el modelo N° 4 ( $ER\%_{\text{medio}}=7,31\%$ ;  $RECM=2,70$ ), principalmente para las clases diamétricas más pequeñas (Figura 2 y Figura 3). Por otro lado, el modelo local 1 se destaca por tener  $ER\%$  relativamente bajos y más estables en todo el rango de  $d$  analizado, y por poseer el menor valor de error relativo medio ( $ER\%_{\text{medio}}=3,22\%$ ). Comparativamente, el modelo hipsométrico del inventario 2011 muestra un desempeño inferior a los nuevos modelos ( $ER\%_{\text{medio}}=7,59\%$ ).

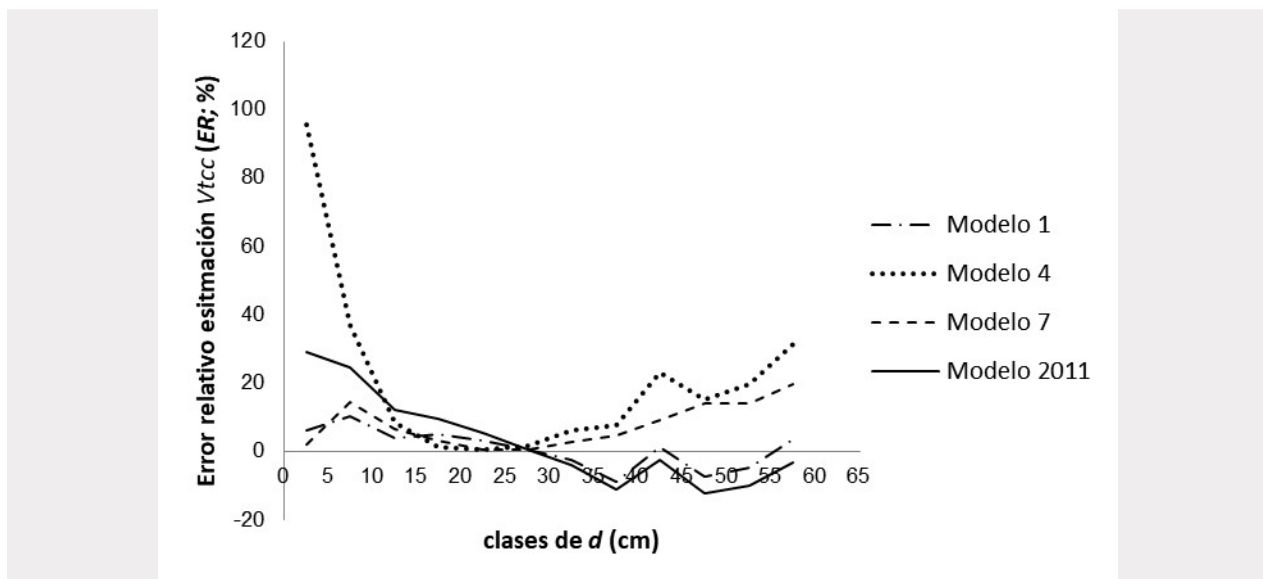
En relación a la precisión en la estimación del volumen total individual, se ha notado que el impacto de los  $ER\%$  en la predicción de  $h$  (Figura 3, izq.) se traslada en forma muy similar hacia los  $ER\%$  que resultan

de la predicción del volumen total individual con corteza ( $V_{tcc}$ ;  $m^3$ ) mediante la ecuación de volumen ajustada para el inventario 2011 (Figura 4). El menor error relativo promedio en la predicción de  $V_{tcc}$  se alcanza utilizando las alturas estimadas mediante el modelo 1 ( $ER\%_{medio}=3,49\%$ ) y en segundo lugar con las  $h$  estimadas con el modelo 7 ( $ER\%_{medio}=4,16\%$ ); los mayores errores aparecen con la utilización de los modelos 4 ( $ER\%_{medio}=7,83\%$ ) y el modelo hipsométrico del inventario 2011 ( $ER\%_{medio}=8,13\%$ ).



**Figura 3**

Valores de error relativo ( $ER\%$ ; izq.) y de raíz cuadrada del error medio cuadrático ( $RECM$ ; der.) obtenidos para los modelos 1, 4 y 7 según clases diamétricas de 5 cm de amplitud en la etapa de validación independiente (vi). Con fines comparativos se incluyen los  $ER\%$  y  $RECM$  para el modelo ajustado en ocasión del inventario 2011 (MAA Buenos Aires, 2011).



**Figura 4**

Valores de error relativo ( $ER\%$ ) obtenidos para la estimación de volumen total con corteza ( $V_{tcc}$ ;  $m^3$ ) de ejemplares de *E. globulus* utilizando la ecuación de volumen total del inventario 2011 y datos de  $h$  estimados mediante los modelos 1, 4 y 7 según clases diamétricas de 5 cm. Con fines comparativos se incluyen los  $ER\%$  para las estimaciones utilizando el modelo hipsométrico del inventario 2011 (MAA Buenos Aires, 2011).

## DISCUSIÓN

Las aplicaciones de modelos hipsométricos para una especie y región determinada pueden efectuarse en diferentes situaciones, desde relevamientos expeditivos a parcelas permanentes de muestreo en sistemas de inventario. En las primeras, se prioriza el uso de funciones sencillas (modelos locales, L; Tabla 2), mientras que, si las aplicaciones se asemejan a las segundas, se busca mayor exactitud, y lo cual se logra utilizando expresiones que incluyen como variables a la edad, calidad de sitio, estructura horizontal y vertical del rodal (López Sánchez et al., 2003; Crescente Campo et al., 2010) (modelos generales, G<sub>i</sub>; Tabla 2).

De modo similar a lo publicado para otras especies (López Sánchez et al., 2003), las funciones locales en este trabajo mostraron el desempeño general más modesto entre todas las categorías, destacándose sin embargo por su bajo sesgo ( $\bar{E}$ ), con valores incluso inferiores a los sesgos de algunos modelos generalizados. Por otro lado, la bondad de ajuste de los modelos generales resultó superior a la de los modelos locales, con excepción de la función 5 (G<sub>2</sub>; Tabla 3) que tuvo una menor bondad de ajuste pese a incorporar  $t$  como variable predictora. La edad de la plantación tampoco estuvo vinculada con mejoras substanciales en los estadísticos de ajuste de los modelos de la categoría G<sub>4</sub> respecto de los modelos G<sub>3</sub>. Lo anterior es relevante en el sudeste bonaerense, ya que por un lado es frecuente que la información de edad esté ausente o sea imprecisa, y por otro que las técnicas de datación basadas en el conteo de anillos de crecimiento anuales son difíciles de aplicar en *E. globulus*. (Leal et al., 2004).

En contraste con la edad, la utilización del diámetro medio cuadrático ( $d_g$ ) y el número de individuos vivos por hectárea ( $N$ ) en el modelo N° 4 de Cox (1994) se vincula con una importante mejora en el  $R^2_{aj.}$  y la precisión (menor  $RECM$ ). La inclusión de variables estructurales del rodal en las ecuaciones hipsométricas en general reducen el sesgo e incrementan la precisión, en especial aquellas vinculadas con la densidad (Crescente Campo et al., 2010).

El mejor compromiso entre calidad predictiva y esfuerzo de relevamiento de todos los modelos evaluados se obtuvo incorporando  $H_0$  en el modelo N° 7 desarrollado por Harrison et al. (1986), el cual fue utilizado satisfactoriamente para *E. globulus* en Portugal (Soares & Tomé, 2002; Tomé et al., 2007). Si bien este modelo presenta importantes mejoras respecto de las funciones N° 1 y 4, sus estadísticos muestran una bondad de ajuste intermedia entre los valores alcanzados por Wang & Baker (2007) en Australia ( $R^2_{aj.}=0,87$ ) y por Tomé et al. (2007) en Portugal ( $R^2_{aj.}= 0,95$ ).

Para *E. globulus* sólo se dispone de antecedentes sobre modelos hipsométricos del extranjero, en donde la inclusión de la altura dominante y la edad, entre otras variables, ha sido relevante para la generalización de los modelos, como en los casos de Portugal (Tomé et al., 2007) y Uruguay (Methol, 2006). En nuestro país los estudios de ecuaciones hipsométricas en el género *Eucalyptus* se han desarrollado en las especies de mayor cultivo, y especialmente sobre *E. grandis*. Fassola et al. (2007) ajustaron dos modelos generalizados para aplicarse en diferentes regiones agroecológicas, obteniendo en un caso indicadores de calidad de ajuste ( $R^2_{aj.}=0,984$ ) y capacidad predictiva ( $ER\%_{medio}=-0,04\%$ ), superiores a los alcanzados en este trabajo para el modelo 7. Es importante notar que los tres modelos seleccionados en este trabajo tienen un desempeño superior respecto del modelo ajustado en 2011 para el inventario de macizos, lo que constituye un avance desde el punto de vista de la silvicultura cuantitativa de la especie en Argentina.

Un aspecto que aparece como una debilidad del presente trabajo es que la muestra destructiva utilizada para el ajuste y la validación cruzada (Tabla 1) fue de un tamaño muy reducido ( $n=207$ , o  $n=236$  según se considere o no la edad), en comparación con las muestras empleadas por Wang & Baker (2007) ( $n=2170$ ), por Fassola et al. (2007) ( $n=1994$ ) y por Tomé et al. (2007) ( $n=87974$ ). Esta debilidad se observa especialmente en la escasez de datos disponibles para los árboles de tamaños extremos del rango, lo cual se pone en evidencia en la aparición de errores relativos elevados en las clases de  $d$  pequeñas y grandes del modelo 7 y en especial del modelo 4 (Figura 2 y Figura 3). Lo anterior se ha visto acentuado en la etapa de validación independiente, pues los modelos se pusieron a prueba con una muestra no destructiva cuyo rango de tamaños fue más amplio que el de la muestra de ajuste (Tabla 1). Por todo ello, creemos que sería posible mejorar el desempeño de estos modelos en trabajos futuros, en especial incrementando el muestreo de árboles en los extremos del rango de  $d$ .

En este sentido, los gráficos de  $ER\%$  y de  $RECM$  por clase diamétrica (Figura 3) son de utilidad práctica al momento de evaluar la conveniencia de uso de cada modelo, tanto desde el punto de vista de la incorporación de variables adicionales al  $d$ , como en la elección del modelo adecuado según el tamaño de los árboles del rodal.

Ello trae implicancias si se pretenden utilizar los modelos hipsométricos para la estimación del volumen individual. De acuerdo con lo observado en la Figura 4, los errores relativos de la estimación de  $h$  con los modelos 1, 4 y 7 se trasladan en una magnitud porcentual muy similar a los errores relativos de estimación de volumen total con corteza, utilizando la ecuación de volumen ajustada para el inventario 2011.

Así, según las necesidades de precisión del usuario, puede optarse por la utilización de un solo modelo, o la combinación de dos o tres variando su aplicación según el  $d$  del individuo cuya altura se pretende estimar. Una estrategia viable en este sentido sería utilizar el modelo 1 para estimaciones de  $h$  de árboles cuyo  $d < 12$  cm, emplear los modelos 4 o 7 para individuos con  $d$  comprendidos entre los 12 cm y 28 cm, y aplicar el modelo 1 para árboles con  $d > 28$  cm, lo cual haría posible una estimación del  $V_{tcc}$  con un error relativo porcentual comprendido dentro de un rango de  $\pm 10\%$  (Figura 4).

## CONCLUSIONES

Para *E. globulus* implantado en macizos del sudeste de la provincia de Buenos Aires se seleccionaron tres modelos hipsométricos, los cuales tienen una mayor capacidad predictiva y versatilidad de uso que el modelo  $h-d$  ajustado en el Inventario de macizos de 2011. Estos tres modelos constituyen el primer antecedente sobre el tema publicado para la especie en la Argentina.

El modelo hipsométrico local 1 permite estimar la altura total ( $h$ ) a partir del diámetro a la altura del pecho ( $d$ ) en forma sencilla y expeditiva, aunque con una modesta precisión. Este modelo tiene la siguiente expresión, luego de haber sido recalibrado para la totalidad de la muestra:

$$h = 2,17643 \times d^{0,73962}$$

El modelo general 4 permite obtener una mayor calidad predictiva, siendo su expresión:

$$h = e^{-2,973774 + 0,685179 \times \ln(d_g) + 0,412195 \times \ln(N) + 0,239531 \times d^{0,5}}$$

Este modelo puede utilizarse sin tener que recurrir a ninguna medición de altura en el rodal, aunque es poco preciso en árboles con diámetros pequeños (hasta 0-10 cm) y grandes (40-60 cm).

El modelo hipsométrico general 7 incorpora la altura dominante ( $H_0$ ) como variable predictora y tiene mayor precisión que los dos anteriores, siendo su expresión:

$$h = H_0 \times (1 + 0,106608 \times e^{0,026312 \times H_0}) \times (1 - e^{-1,535889 \times d \times H_0^{-1}})$$

Este modelo requiere sin embargo de la medición de algunas de las alturas del rodal, y también tiene menor precisión en árboles con diámetros grandes (45-60 cm) respecto del modelo N° 1.

Tomando como base la información de los errores relativos de los modelos según las clases de tamaño de los árboles, los usuarios pueden utilizar distintas ecuaciones según las condiciones particulares del rodal bajo análisis, así como de los medios disponibles para el relevamiento de variables.

Los tres modelos seleccionados pueden solicitarse a los autores al siguiente mail: [inventarioglobulus@gmail.com](mailto:inventarioglobulus@gmail.com), en formato compatible con planillas de cálculos.

## Agradecimientos

A todos los productores que permitieron el apeo de ejemplares en sus propiedades y al consorcio del Puerto de Quequén por el inestimable apoyo logístico brindado. Una parte de los ejemplares apeados y cubicados fue obtenida en el marco del Proyecto PIA 14011 (Programa de Sustentabilidad y Competitividad Forestal BID 2853/OC-AR).

## BIBLIOGRAFÍA

- Achinelli, F., J. Goya, S. Galarco, L. Larriou & M. Arturi.** 2017. Ajuste preliminar de un modelo de rendimiento para *Eucalyptus globulus* Labill. en macizos del sudeste de la provincia de Buenos Aires. Actas de las XXXI Jornadas Forestales de Entre Ríos, 5 y 6 de Octubre, Concordia, Entre Ríos, Argentina. 5 pp. Disponible en: [http://www.jornadasforestales.com.ar/jornadas/2017/Achinelli-et-al\\_Modelo-de-rendimiento-para-E-globulus.pdf](http://www.jornadasforestales.com.ar/jornadas/2017/Achinelli-et-al_Modelo-de-rendimiento-para-E-globulus.pdf). Último acceso: julio de 2020.
- Achinelli, F.** 2018. Análisis de los factores de producción y modelización del rendimiento en plantaciones de *Eucalyptus globulus* Labill. en el sudeste de la provincia de Buenos Aires. Informe final, Proyecto PIA 14011, Programa de Sustentabilidad y Competitividad Forestal, Proyecto BID 2853/OC-AR. 53 pp.
- Assmann, E.** 1970. The principles of Forest Yield Study. Pergamon Press, Oxford. 506 pp.
- Bellón, S.** 2020. Recopilación de ecuaciones hipsométricas para especies forestales nativas y exóticas en la República Argentina. Trabajo final para la Carrera de Ingeniería Forestal, Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales, Universidad nacional de La Plata. 157 pp.
- Bi, H., V. Jurskis, & J. O’Gara.** 2000. Improving height prediction of regrowth eucalypts by incorporating the mean size of site trees in a modified Chapman-Richards equation. *Australian Forestry* 63: 255-264.
- Chave, J., C. Andalo, S. Brown, A. Cairns, J. Chambers, D. Eamus, H. Foister, F. Fromard, N. Higuchi, T. Kira, J. Lescure, B. Nelson, H. Ogawa, H. Puig, B. Riera, & T. Yamakura.** 2005. Tree allometry and improved estimation of carbon stocks and balance in tropical forests. *Oecologia* 145: 87-99.
- Cox, F.** 1994. Modelos parametrizados de altura. Informe de Convenio Investigación Interempresas. INFORA, Santiago, Chile. 28 pp.
- Crescente Campo, F., M. Tomé, P. Soares & U. Diéguez-Aranda.** 2010. A generalized nonlinear mixed-effects height-diameter model for *Eucalyptus globulus* L. in northwestern Spain. *Forest Ecology and Management* 259(5): 943-952.
- Dillon, G.** 2000. Aplicación de un conjunto de técnicas silviculturales intensivas en la producción de *Eucalyptus globulus*. Seminario Internacional del *Eucalyptus globulus*. Mar del Plata, Argentina. pp. 32-49.
- Ercanli, I.** 2015. Nonlinear mixed effect models for predicting relationships between total height and diameter of oriental beech trees in Kestel, Turkey. *Revista Champingo – Serie Ciencias Forestales y del Ambiente* 21(2): 185-202.
- Fassola, H., E. Crechi, A. Keller, S. Barth & T. Fernandez.** 2007. Funciones y Algoritmos dasométricos para manejo silvícola intensivo, de aplicación en plantaciones forestales orientadas a producción de madera de alto valor agregado. Región Mesopotámica: *Pinus elliotti* y *Eucalyptus grandis*. Parcial para *Pinus taeda*. PAN 571. E.E.A. Montecarlo, INTA. Montecarlo, Misiones, Argentina. Informe técnico N° 61. 103 pp.
- Harrison, W.C., T.E. Burk & D.E. Beck.** 1986. Individual tree basal area increment and total height equations for Appalachian mixed hardwoods after thinning. *Southern Journal of Applied Forestry* 10: 99-104.
- Hirigoyen, A., J. Franco & U. Diéguez.** 2018. Modelo dinámico de rodal para *Eucalyptus globulus* (L.) en Uruguay. *Agrociencia Uruguay* 22(1): 63-80.
- Köhl, M., S. Magnussen & M. Marchetti.** 2006. Sampling Methods, Remote Sensing and GIS Multiresource Forest Inventory. Tropical Forestry Series. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg. pp. 39-42.
- Leal, S., H. Pereira, M. Grabnerz & R. Wimmert.** 2004. Tree-ring structure and climatic effects in young *Eucalyptus globulus* Labill. grown at two Portuguese sites: preliminary results. *Dendrochronologia* 21: 139-146.
- López, G., P. Pathauer & M. Galetti.** 2004. Avances en el desarrollo de germoplasma de *Eucalyptus globulus*. *Sagpya Forestal* 30: 2-5.
- López Sánchez, C.A., J. Varela, F. Dorado, A. Alboreca, R. Soalleiro, J. Álvarez González & F. Rodríguez.** 2003. A height–diameter model for *Pinus radiata* D. Don in Galicia (Northwest Spain). *Annals of Forest Science* 60: 237-245.
- Lumley, L.** 2009. Package “LEAPS”: Regression subset selection. R package version 2.9. Disponible en: <https://cran.r-project.org/web/packages/leaps/leaps.pdf>. Último acceso: julio de 2020.
- Maggio, A. & J.M. Cellini.** 2016. Recopilación de ecuaciones de volumen y biomasa de especies forestales de la República Argentina. Ministerio de Ambiente y Desarrollo Sustentable. Buenos Aires, Argentina. 219 pp.



- Marquardt, D.W.** 1963. An algorithm for least squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the Society of Industrial and Applied Mathematics* 2: 431-441.
- Methol, R.** 2006. SAG globulus: Sistema de apoyo a la gestión de plantaciones de *Eucalyptus globulus*. Montevideo: INIA, Serie Técnica N° 158. 34 pp.
- Ministerio de Asuntos Agrarios de la Provincia de Buenos Aires.** MAA Buenos Aires. 2011. Inventario de macizos forestales de *Eucalyptus globulus* Labill. en el sudeste de la Provincia de Buenos Aires. 32 pp. Disponible en: <http://aulavirtual.agro.unlp.edu.ar/mod/resource/view.php?id=26139>. Último acceso: julio de 2020.
- Moschini, R., H. Conti, M. Alonso, J. Rodríguez Traverso, V. Nakama & A. Alfieri.** 2000. Delimitación de áreas de aptitud climática para el cultivo de eucaliptos en la región pampeana. *SAGPyA Forestal* 15: 2-11.
- Myers, R.H.** 1986. *Classical and modern regression with applications* (2nd Ed.). Duxbury Press, Belmont. 486 pp.
- Özçelik, R., Q.V. Cao, G. Trincado & N. Göçer.** 2018. Predicting tree height from tree diameter and dominant height using mixed-effects and quantile regression models for two species in Turkey. *Forest Ecology and Management* 419: 240-248.
- Prodan, M., R. Peters, F. Cox & P. Real.** 1997. *Mensura Forestal*. Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura (IICA), Costa Rica. 561 pp.
- R Core Team.** 2018. R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing. Vienna, Austria. Disponible en: <https://www.R-project.org>. Último acceso: Julio de 2020.
- Soares, P. & M. Tomé.** 2002. Height–diameter equation for first rotation eucalypt plantations in Portugal. *Forest Ecology and Management* 166: 99–109.
- Tomé, M.** 1988. *Modelação do Crescimento da Árvore Individual em Povoamentos de Eucalyptus globulus* Labill. (1ª rotação) na Região Centro de Portugal. Tese de Doutoramento em Engenharia Silvícola. Instituto Superior de Agronomia, Lisboa, Portugal. 277 pp.
- Tomé, M., F. Ribeiro & S. Faias.** 2007. Relação hipsométrica geral para *Eucalyptus globulus* Labill. em Portugal. *Silva Lusitana* 15(1): 41-55.
- Vanclay, J.K. & J.P. Skovsgaard.** 1997. Evaluation of forest growth models. *Ecological Modelling* 98: 1-12.
- Wang, Y. & T.G. Baker.** 2007. A regionalised growth model for *Eucalyptus globulus* plantations in south-eastern Australia. *Australian Forestry* 70: 93-107.
- Zhang L., C. Peng, S. Huang & X. Zhou.** 2002. Development and evaluation of ecoregion - based jack pine height - diameter models for Ontario. *The Forestry Chronicle* 78(4): 530-538.