

# **DIEZ RECOMENDACIONES SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA MEDIDA EN LA FORMACIÓN INICIAL DE LOS MAESTROS DE PRIMARIA**

**María del Carmen Chamorro Plaza. Dpto. de Didáctica de las Matemáticas.  
Facultad de Educación. Universidad Complutense.**

**Resumen-** La medida de magnitudes constituye un objeto de enseñanza fijado desde hace mucho tiempo, lo que lleva a pensar que se trata de un objeto transparente en torno al cual hay pocas divergencias, tanto para determinar el curriculum como la metodología.

Un análisis en profundidad de los contenidos matemáticos y de la transposición didáctica estándar, permite, sin embargo, la identificación de fenómenos importantes de enseñanza, así como de efectos reductores y obstáculos de distinta índole, que configuran la enseñanza de la medida como uno de los temas más difíciles del currículo.

El conocimiento por parte de los futuros maestros de los aspectos anteriores, así como de los procesos cognitivos, pormenorizados a través de los invariantes operatorios y los esquemas propios de este Campo Conceptual, parece necesario si se desea operar un cambio cualitativo en la enseñanza de la medida. El análisis de los diferentes modelos de medida de que disponen los alumnos, el paso de unos a otros y la evolución de las diferentes concepciones, constituye también un apartado importante que se encuentra ausente de los currícula de formación inicial.

La formación inicial debería, también, tomar en consideración algunos disfuncionamientos importantes que hacen, por ejemplo, que el *transparente* término medida sea entendido como un compendio de saberes que poco o nada tienen que ver con ella, actuando de forma decidida sobre la metodología clásica y el contrato didáctico impuesto por la misma, en tanto que generadores de obstáculos.

---

## **0. Introducción**

Esbozar un programa es siempre complejo, pues son muchas las cosas que han de tomarse en cuenta, desde los aspectos institucionales hasta los epistemológicos, pasando necesariamente por la temporalización y adecuación a la realidad de cada curso concreto. Por ello, hemos preferido hacer un estudio lo más general posible en lo que se

refiere a su posible aplicación, abordando, sin embargo, los elementos que nos parecen esenciales para producir un cambio cualitativo en el tratamiento de la medida de magnitudes. Hemos resumido todo ello a través de recomendaciones que girarán en torno a los siguientes aspectos: la adecuación epistemológica al saber sabio de referencia, la medida en tanto que objeto de enseñanza, las prácticas escolares habituales y los aspectos de nueva inclusión en el currículo.

### **1. La medida y el saber sabio de referencia. Los entornos de la medida.**

La transposición didáctica de la medida de magnitudes se caracteriza, entre otras cosas, por la existencia de una gran variedad de términos y el uso de un vocabulario flotante que designa de forma indistinta tanto acciones como conceptos de naturaleza matemática y social bien distintas. Lo anterior no es sino un signo externo del deficiente tratamiento que recibe la medida tanto en la enseñanza primaria como secundaria, en las que abundan los errores de tipo matemático y se obvian importantes aspectos de la medida de magnitudes, obteniéndose como resultado una transposición didáctica reductora e incompleta, que bajo el pretexto de enseñar aspectos prácticos útiles para la vida corriente, dedica la mayor parte del tiempo al aprendizaje de procesos algoritmizados de escasa utilidad más allá de los ejercicios escolares.

Un análisis de los Programas y Cuestionarios Oficiales, desde la legendaria E.G.B hasta nuestros días, pone en evidencia este tratamiento reductor. El concepto de magnitud está ausente, sin que preocupen los problemas de decantación y apreciación de cada magnitud en particular, y sin que haya un trabajo sistemático sobre los métodos de comparación, lo que es ciertamente complejo en magnitudes como la superficie o el volumen. Las dificultades que presenta la aprehensión de la bidimensionalidad o tridimensionalidad, y su coordinación con las dimensiones lineales se obvian, dejando bajo la responsabilidad del alumno justamente las cuestiones más delicadas y complejas.

Los aspectos relativos a la medida de una magnitud tienen un tratamiento confuso que mezcla e identifica: la medida en tanto que aplicación, la imagen obtenida mediante esa aplicación y la medida concreta dada por un número y una unidad. El vocabulario es tan confuso que en los libros de texto se generan muchas expresiones sin sentido a las que no se sabe muy bien que significación acordar, mientras que en otras hay una identificación de planos, por ejemplo: *“La superficie de una figura es la*

*cantidad de centímetros cuadrados que se necesitan para cubrir la figura*”, confundiendo la magnitud (la superficie), la aplicación medida que viene determinada por la unidad de medida escogida (el centímetro cuadrado), y el método de medición empleado (cubrir la superficie con la unidad).

Unidad e instrumento de medida aparecen muchas veces como intercambiables, y hay un predominio casi absoluto de unidades provenientes del Sistema Métrico Decimal.

La medición es casi siempre ficticia y tiene un claro carácter ostensivo<sup>1</sup>, que tiene por finalidad sustituir la medición en la realidad de objetos concretos. Por ello las nociones de aproximación, estimación y orden de magnitud no suelen estar contempladas y desarrolladas en los currícula.

Si tomamos como referencia los diferentes planos o entornos que se pueden considerar en la medida de magnitudes, enumerados por Lucienne Félix<sup>2</sup> y retomados más tarde por Guy Brousseau<sup>3</sup>, y que son:

- 1) Objetos soporte,**
- 2) La magnitud,**
- 3) El valor particular o cantidad de magnitud,**
- 4) La medida aplicación,**
- 5) La medida imagen,**
- 6) La medida concreta,**
- 7) La medición, y**
- 8) El orden de magnitud,**

podemos apreciar que hay identificación de entornos en algunos casos, y ausencia de otros que son sistemáticamente ignorados, por lo que las manipulaciones a que se somete el saber sabio de referencia a efectos de ser enseñado, producen reducciones y graves modificaciones que pueden calificarse de ilegítimas desde un punto de vista epistemológico.

---

<sup>1</sup> El adjetivo ostensivo proviene del latín ostendere que significa presentarse con insistencia, es decir, ostentar.

<sup>2</sup> FELIX, Lucienne: *Notions de mesures et nombres réels*, Paris, Albert Blanchard, 1970.

<sup>3</sup> BROUSSEAU, Guy: " Le poid d'un recipient ou l'étude par les élèves du CM des problèmes de mesurage", *Grand N*, nº 50, 1992, p.p. 65-87, IREM de Grenoble.

Como primera consecuencia, cara a la formación inicial de los futuros maestros, enunciaríamos las primeras recomendaciones:

**Recomendación 1: “La construcción matemática del concepto de magnitud debería aparecer en los currícula de formación inicial, ejemplificándose, en particular, para las magnitudes espaciales longitud, superficie y volumen.”**

**Recomendación 2: “Desde un punto de vista didáctico, si bien es necesario, no es sin embargo suficiente incluir en el curriculum la construcción matemática de una magnitud, se requiere también esclarecer el concepto de medida, unidad de medida y propiedades de dicha aplicación, prestando especial atención a la diferenciación y entidad de cada uno de los entornos”.**

Lo anterior cobra gran importancia ya que muchos de los maestros en formación poseen concepciones erróneas de la medida que se encuentran fuertemente arraigadas. Confunden a menudo unas magnitudes con otras, piensan que la unidad de medida debe ser forzosamente menor que el objeto a medir, lo que les sitúa en una concepción de la medida más primitiva que el fraccionamiento de la unidad<sup>4</sup>, y tropiezan aún con obstáculos epistemológicos bien conocidos como el de identificación y dependencia entre perímetro y superficie.

#### ***- Los problemas de conservación y dimensionalidad***

Los aspectos relativos a la conservación de la cantidad de magnitud, y por tanto la comprensión y utilización de los criterios para determinar la equivalencia en magnitud, si bien resultan banales en magnitudes como la masa o la longitud, son sin embargo complejos en el caso de la superficie y el volumen.

La conservación de la superficie tropieza con un obstáculo importante: la forma, que actúa como componente dominante del concepto de superficie; y así, cuando los alumnos identifican una superficie lo hacen en primer lugar a través de la forma, de ahí que cualquier cambio en ésta lleve aparejada la idea de que se ha obtenido una superficie diferente, por lo que se niega la conservación de la superficie. La

---

<sup>4</sup> Los dos métodos de medida racional, la conmensuración y el fraccionamiento de la unidad, han sido descritos e identificados en los alumnos por RATSIMBA-RAJOHN, Harrison, en su tesis titulada: Étude de deux méthodes de mesure rationnelles, Thèse de Troisième Cycle, Université de Bordeaux I, 1981.

conservación de la superficie pasa por coordinar las compensaciones aditivas (aumento o disminución de los lados), y las compensaciones multiplicativas (duplicar por ejemplo el largo y reducir a la mitad el ancho). Las relaciones multiplicativas no son convenientemente coordinadas, y la coordinación entre la linealidad de cada una de las dimensiones y la linealidad de la superficie no se establece.

La especificidad del volumen plantea cuestiones que tardan en ser comprendidas por los individuos hasta al menos los 15 años, y se subestima su dificultad tanto por parte de los profesores como de los autores de manuales escolares. Así, por ejemplo, no es evidente para los futuros profesores que un volumen hueco y otro lleno puedan ser medidos con la misma unidad, o un volumen sólido y otro líquido. La consideración de la superficie como magnitud bidimensional, o del volumen como tridimensional, supone un análisis psicogeométrico del espacio, así como su aplicación a lo numérico y lo dimensional.

Autores como Vergnaud y Rogalski<sup>5</sup> han estudiado los problemas ligados a la dimensionalidad de las medidas producto como las de superficie y de volumen, señalando la existencia de obstáculos conceptuales múltiples en la adquisición de tales medidas. Entre ellos citan: la dimensionalidad, el estatuto de las unidades de medida y su relación con las unidades de longitud (para las medidas espaciales), y la constitución del producto cartesiano (para cantidades numéricas).

Creemos que, en general, los futuros profesores reciben poca o nula información sobre estas cuestiones, información limitada en muchos casos al relato de las experiencias llevadas a cabo por Piaget, sin que a estudios de mayor calado y especificidad, como los ya citados, se les dedique la atención suficiente. Emitimos por tanto la

**Recomendación 3: “El conocimiento de los aspectos psicogenéticos ligados a la percepción y conservación de las magnitudes debe formar parte del estudio de la medida de magnitudes en la formación inicial de los maestros”.**

---

<sup>5</sup> VERGNAUD, G.: “Didactique et acquisition du concept de volume”, Grenoble, Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 4.1., La Pensée Sauvage, 1983.

### **- Los diferentes modelos de medida**

Un buen diseño de situaciones didácticas demanda un análisis previo, desde el punto de vista matemático, de los métodos de medida posibles y el paso de unos a otros, por eso, el conocimiento de los métodos generales de medida racional- la conmensuración y el fraccionamiento de la unidad-, nos parece indispensable para un maestro.

De igual forma, particularizando para cada una de las magnitudes espaciales, los alumnos deberían recibir información sobre:

- los dos modelos de designación de una longitud: medida con un patrón y localización sobre una escala.

- los métodos de medida y evaluación directa, a través del pavimentado, en magnitudes bi o tridimensionales, lo que supone su consideración como magnitudes unidimensionales.

- los métodos de medición indirecta, que utilizan procesos de aritmetización basados en la descomposición de una medida como producto de medidas. Así como:

- la relación existente entre la medida producto y el producto de medidas, y por tanto las propiedades del isomorfismo que pasa de una a otro, es decir, las propiedades de la bi o trilinealidad, según se trate de la medida de la superficie o del volumen, que sustentan la validez de las fórmulas comúnmente utilizadas.

**Recomendación 4: “El conocimiento, por parte de los futuros maestros, de los diferentes modelos de medida es de gran utilidad, tanto para detectar las concepciones de los alumnos como para diseñar situaciones didácticas.”**

### **2. La medida como objeto de enseñanza.**

Dice Boyer: “*La medida es un objeto epistemológico particularmente interesante, desde el momento en que se encuentran, y confluyen en ella, lo teórico (la matemática), lo empírico (la observación) y lo técnico (el instrumento)*”<sup>6</sup>, quizás por ello se trata de un objeto de enseñanza que, con desigual fortuna y amplitud, ha formado siempre parte del saber a enseñar, sin que su inclusión en el currículo de matemáticas haya sido motivo de controversia.

---

<sup>6</sup> BOYER, A.: “De la juste mesure”, en La mesure, Instruments et Philosophies, Paris, Champ Vallon, 1994.

Es por tanto curioso que tratándose de un objeto de enseñanza muy antiguo, al que los profesores acuerdan gran importancia, la transposición didáctica estándar que se ha hecho de la medida de magnitudes sea tan deficiente, y lo que es más preocupante, tenga tan poca legitimidad desde el punto de vista epistemológico.

**- *Esto no es medida***

Ya hemos señalado que la confusión entre planos es constante. Predomina un tratamiento reductor en el que destaca la ausencia de ciertos aspectos, como el tratamiento matemático de la magnitud y los problemas de conservación ya mencionados. El descubrimiento y aplicación de los criterios de equivalencia, fundamentales en magnitudes como la superficie y el volumen, no son objeto de trabajo específico, por lo que se recurre a la comparación a través de los resultados obtenidos por medición, produciéndose así un deslizamiento epistemológico que sustituye las actividades de medida por meras actividades de tipo numérico.

Así, la medida concreta de los objetos, expresada por un número y una unidad, sirve de soporte a la mayoría de las actividades que se proponen a los alumnos, sustituyéndose las engorrosas prácticas de medición de objetos por operaciones aritméticas elementales o ejercicios de ordenación de números, que suplen las tareas de clasificar y ordenar objetos atendiendo a una magnitud. La mayoría de los problemas que tratan de medida parten en sus enunciados de medidas concretas ya realizadas, por lo que el trabajo a realizar se reduce a su adición o sustracción, o bien multiplicación o división por un número natural, respondiendo claramente a enunciados típicos de problemas aditivos. En el caso de las magnitudes pluridimensionales la correspondencia con los enunciados de producto de medidas es total: conocidas las dimensiones lineales hay que encontrar la superficie o el volumen, o bien, conocidas la superficie o el volumen y la otra u otras dimensiones hay que encontrar la que falta.

Hay por tanto una clara sustitución de saberes en la que los verdaderos problemas de medida se sustituyen por problemas aritméticos, los procesos de medición por el uso de fórmulas, y los ejercicios sobre conversiones, que ocupan más de la mitad del tiempo de trabajo dedicado a la medida, son un mero ejercicio de numeración decimal.

**- *La falta de referencias***

La gran importancia social que la medida tiene ha ejercido también su influencia a la hora de fijar la transposición didáctica. Muchos conocimientos de medida de gran uso social habían dejado de enseñarse por considerar que podían aprenderse de forma privada; tal es el caso de los procedimientos de medición, el manejo de instrumentos de medida, el uso y lectura de instrumentos graduados y la estimación de medidas. Sin embargo, los profundos cambios sociales, así como los avances tecnológicos en metrología, han desterrado la mayoría de las prácticas sociales de medición, de manera que los conocimientos que antes podían extraerse del ámbito privado son ahora muy escasos. Los metros láser han desplazado a la cinta métrica, las balanzas digitales a las de platillos, los objetos industriales a los artesanales, y con ello se ha privado a los alumnos de las experiencias necesarias para conceptualizar las nociones de medida, por lo que la escuela debería replantearse de forma urgente retomar a su cargo esos aprendizajes.

#### **- *Los obstáculos***

A los efectos reductores de la transposición didáctica hay que unir las prácticas habituales, productoras de obstáculos didácticos, que refuerzan a menudo obstáculos epistemológicos constatados y tipificados. Tal es el caso de:

- el uso casi exclusivo, como objetos soporte de las diferentes magnitudes, de objetos idealizados, previamente decantados, provenientes casi siempre del microespacio, dibujados la mayoría de las veces, y matematizados en el caso de la superficie y el volumen (polígonos y poliedros), que dificulta el reconocimiento en la realidad y en los objetos cotidianos de la magnitud correspondiente, convirtiendo las mediciones en acciones casi imposibles.

- el constante ejercicio de conversiones de unidades, expresando una medida en unidades sucesivamente distintas y de diferente orden de magnitud, que tiene como efecto la imposibilidad de fijar el orden de magnitud de los objetos más comunes, destruyéndolo en algunos casos, e imposibilitando la consecución de un objetivo importante en medida: la estimación.

- la costumbre habitual de dar las superficies dibujadas y no recortadas, constituye un obstáculo didáctico que favorece la identificación perímetro/superficie. Esta representación favorece la identificación de la superficie con el borde, permitiendo la confusión entre el objeto representado y el contenido de la representación. Esta



práctica impide, además, la aparición de procedimientos de comparación de superficies, que contribuyen a instalar en los alumnos una concepción geométrica de la superficie.

- el tratamiento estándar del cambio de unidades, que es un problema clave para comprender el concepto de medida, utiliza un procedimiento algorítmico basado en la memorización (escalera, casillas de unidades, etc.), altamente didactificado, y que nada tiene que ver con el problema conceptual del cambio de unidades. El desarrollo de las representaciones que se hace un individuo en torno al cambio de unidades, está ligado a la adquisición e interiorización de distintas representaciones del mismo hecho, y que tienen tanto un soporte verbal, como manipulativo, geométrico o aritmético, por lo que la práctica habitual en nada contribuye a tales propósitos.

Lo anterior nos permite enunciar algunas recomendaciones relacionadas con el trabajo didáctico a realizar:

**Recomendación 5 :** “La medición real de objetos diversos tomados del entorno cotidiano, es una actividad didáctica no sólo conveniente, sino también posible, si bien exige un gran esfuerzo de preparación didáctica por parte del profesor. La medición es la puerta de entrada para abordar cuestiones inherentes a la medida como son el problema del error y la aproximación.”

**Recomendación 6:** “Para asegurar la comprensión y descubrimiento de las relaciones entre unidades, es necesario recurrir a actividades de manipulación, tanto en el marco aritmético como geométrico. En particular, abordar el Sistema Métrico Decimal sin haber tratado previamente el cambio de unidades no convencionales, dificulta, y puede llegar a imposibilitar, la comprensión de las regularidades propias del mismo.”

**Recomendación 7:** “ El uso de superficies recortadas, y no dibujadas como es habitual, favorece la aprehensión de la magnitud, permitiendo la decantación de superficie y perímetro, así como el descubrimiento de criterios operativos de comparación de superficies.”

### **3. La realidad escolar. Las dificultades de alumnos y profesores.**

A pesar de ser un tema habitual en todos los currícula de matemáticas, las cuestiones metodológicas más complejas en torno a la enseñanza de las magnitudes siguen sin resolverse. Los profesores en ejercicio se quejan de que es un tema abstracto

y de poca utilidad en la realidad, lo que da una idea del tratamiento tan teórico que se hace de él, y en el que subyace una concepción ligada a la transposición didáctica clásica, en la que predominan los aspectos institucionalizados y algoritmizados: escritura correcta de una medida, cambios constantes de unidades, resolución de problemas aritméticos con medidas, etc. Las condiciones materiales en las que se desarrolla el trabajo escolar pueden calificarse también de mínimas, los maestros cuentan, por todo material, con reglas y cintas métricas, por lo que las actividades de tipo práctico, y las mediciones en particular, son muy escasas y se realizan con muchos obstáculos materiales y de gestión de la clase.

Las dificultades de los alumnos en este tema siguen siendo las mismas de una generación a otra de estudiantes, lo que unido a lo anterior, configura un panorama en el que los cambios operados en los sucesivos cuestionarios han afectado poco a las cuestiones didácticas de fondo.

Las prácticas escolares, que son muy homogéneas de unas clases a otras, se centran sobre todo en las actividades de tipo formal, dedicando mucho tiempo a solucionar los problemas derivados de la escritura correcta de una medida y a las conversiones de unidades, en las que, sin embargo, se siguen concentrando las mayores dificultades de los alumnos. Por el contrario, las actividades de estimación y aproximación de medidas, que serían de gran utilidad en la vida corriente, son las menos frecuentes. El aprendizaje del manejo de instrumentos se limita a la cinta métrica y la balanza, sin que ni siquiera haya un trabajo sistemático que permita asegurar que los alumnos comprenden el sentido de la graduación de estos instrumentos.

En Primaria y E.S.O. la magnitud más tratada es la longitud, seguida del tiempo, la capacidad, la masa, y a mucha distancia, la superficie y el volumen. Los alumnos confunden con frecuencia superficie con volumen, perímetro con superficie, y masa con volumen. Las unidades de medida usadas son, casi de forma exclusiva, las del Sistema Métrico Decimal, cuya introducción no suele verse precedida de sistemas de unidades no convencionales. Las equivalencias entre las diferentes unidades se encuentran con ayuda de procedimientos basados en la algoritmización y no en la comprensión, siendo la escalera el más utilizado.

El tratamiento de la superficie y el volumen comporta aún más dificultades que el de las magnitudes lineales, ya que, entre otras cosas, las concepciones de tipo

perimétrico que poseen los alumnos constituye un fuerte obstáculo que se manifiesta bajo aspectos diferentes. A este respecto cabe decir que los futuros maestros, en un gran porcentaje, poseen concepciones erróneas o incompletas sobre la superficie y el volumen, siendo la enseñanza que reciben en la formación inicial la oportunidad de someter tales concepciones a procesos de falsación que las hagan evolucionar y desaparecer.

Los métodos de medida de superficie y volumen están también muy algoritmizados, usándose medios didactificados como la cuadrícula o aritmetizados como las fórmulas obtenidas usando las dimensiones lineales, en tanto que métodos como la equidescomposición o la pavimentación, que toman en consideración la naturaleza del concepto de magnitud, son poco frecuentes.

**Recomendación 8 : “ El conocimiento de las prácticas escolares actuales por parte de los futuros profesores proporciona una excelente plataforma para cambiar las concepciones de los futuros maestros sobre la medida.”**

**4. Lo que no está en los currícula: adquirir instrumentos de análisis didáctico.**

**- Los campos conceptuales**

Un trabajo de naturaleza didáctica con los futuros profesores sobre la medida de magnitudes nos parecería incompleto sin abordar el estudio de los **invariantes operatorios** y **esquemas** propios de este campo conceptual<sup>7</sup>. Comprender la naturaleza de los aprendizajes que se producen en la medida, tienen mucho que ver con determinar los procedimientos, haciendo un seguimiento de los mismos desde su aparición, y evaluando su evolución. Este aspecto cobra especial relevancia dada la importancia que el actual D.C..B. concede a la adquisición de procedimientos por parte de los escolares, y la dificultad que hemos observado en los maestros para interpretarlos y diseñar actividades encaminadas a su consecución.

Un aspecto esencial de la construcción del conocimiento es la elaboración de invariantes operatorios, que no son otra cosa que acciones de pensamiento estables ante

---

<sup>7</sup> VERGNAUD, G.: La théorie des champs conceptuels”, en Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 10, 2.3., Grenoble, La Pensée Sauvage, 1991, págs. 133-169.

acciones del individuo y ciertas transformaciones físicas. Interrogarse sobre la naturaleza de los saberes que concurren en la medida, describiéndolos y organizándolos, permite comprender las filiaciones y rupturas entre los conceptos, siendo el esquema la unidad estructural de base que organiza y da sentido a las acciones, situaciones y representaciones simbólicas.

Tareas aparentemente sencillas como calcular el área de una superficie ponen en juego aspectos muy diversos como son:

- sus aspectos geométricos: forma, disposición espacial, tipo de superficie, si es poligonal o no, etc.,

- las estructuras aditivas: encontrar el área de una superficie sirviéndose de una unidad, consiste en pavimentar dicha superficie con esa unidad, contando o sumando, el número total de éstas.

- las estructuras multiplicativas: considerando las dos dimensiones de la superficie, buscamos el número de veces que podemos transportar las longitudes de la unidad en cada dimensión respectivamente, el producto de esas dos razones da el número total de unidades de superficie necesarias para pavimentar totalmente.

Profundizar en las tareas cognitivas que el alumno ha de realizar para dominar progresivamente, hasta automatizar, los procedimientos estándar de medida, poniéndolas en relación con las capacidades que a cada edad se poseen, es un trabajo que creemos muy formativo para los futuros maestros.

La determinación de esquemas permitiría interpretar los errores cometidos por los alumnos en términos de resistencia y dificultades que encuentran los esquemas que posee el sujeto para la realización de una tarea que supone una adaptación a situaciones nuevas; y en tanto que formas provisionales de esquemas podrían servir de hilo conductor para identificar los invariantes operatorios sobre los que reposa la conceptualización de los procedimientos en medida.

Una de las tareas más urgentes en didáctica es, a nuestro juicio, la de buscar elementos objetivos que permitan decidir si ha habido o no aprendizaje en los alumnos y cómo se ha producido éste, por lo que detallar el contenido en esquemas, sean de acción (procedimientos, reglas, etc.) o expresiones lingüísticas asociadas, de la medida

de magnitudes, proporcionaría una posible progresión en los aprendizajes, tomando como referencia el contenido de las acciones cognitivas del sujeto que aprende.

La ingeniería didáctica debería diseñarse a través de situaciones didácticas que permitieran la adquisición de invariantes operatorios determinados de antemano. De esta forma, una situación didáctica para la enseñanza de las magnitudes podría ser analizada y juzgar su pertinencia o no, tomando como referencia los esquemas que hace aparecer, y lo que es más importante, atendiendo a si se favorece su evolución hacía otros más generales y eficaces. Todo lo anterior nos lleva a efectuar la

**Recomendación 9 : “ La presentación como campo conceptual, determinando invariantes operatorios y sus contenidos en esquemas, de las magnitudes espaciales, debería formar parte del currículo de los maestros en formación.”**

***- Los fenómenos de enseñanza***

Poner en evidencia e identificar los fenómenos específicos de determinados conocimientos, forma parte del estudio de comunicación de saberes matemáticos de los que se encarga la didáctica de las matemáticas, que pretende explicar las causas y orígenes de dichos fenómenos. A partir de esta identificación y explicación de fenómenos, se trata de producir medios de enseñanza más eficaces, más ajustados al saber-sabio de referencia y más satisfactorios, que mejoren la enseñanza de las magnitudes, buscando un mejor equilibrio entre los diferentes entornos y variables que intervienen en su enseñanza.

El estudio sistemático por parte de los futuros maestros de los diferentes currículos, de manuales escolares, evaluaciones y prácticas escolares debería formar parte de las tareas didácticas habituales, se dispondría así de los elementos necesarios para proceder a la determinación de fenómenos y efectos didácticos.

La observación de prácticas escolares debería ser usada, también, con esta finalidad. De esta forma, el diseño de situaciones tendría siempre como referencia un equilibrio a guardar y unos efectos a evitar, contando para ello con el juego de las variables didácticas.

Entre otros fenómenos, algunos ya mencionados, que los futuros maestros deberían conocer, están:

- la sustitución de saberes.
- la aritmetización de la medida.
- el uso de la ostensión disfrazada y la evocación de mediciones efectivas que impide los aprendizajes a-didácticos.
- la existencia de una transposición didáctica reductora y desequilibrada que sólo toma en cuenta ciertos planos de los que intervienen en el concepto de medida.
- la evacuación del currículo de ciertos contenidos que quedan bajo la exclusiva responsabilidad del alumno que debe hacer uso de sus conocimientos privados: criterios de ordenación y clasificación, construcción y sentido de la graduación, técnicas de medición de superficie y volúmenes, etc.
- el tratamiento monográfico como medidas producto, de las magnitudes pluridimensionales.
- el uso de procedimientos didactificados y algoritmizados tales como la escalera, la cuadrícula, el uso de fórmulas, etc.

Enunciamos en consecuencia nuestra última recomendación:

**Recomendación 10 : “La determinación de fenómenos didácticos, provenientes fundamentalmente de la transposición o del contrato didáctico, es no sólo útil en el análisis didáctico de las magnitudes, tiene a nuestro juicio un gran valor formativo, pues entendemos que un trabajo prioritario en la formación de maestros, es dotarles de instrumentos de análisis didáctico como herramientas de trabajo válidas en otros temas del currículo.”**

Creemos haber esbozado las líneas más generales para un tratamiento adecuado de la medida de magnitudes en la formación inicial de los maestros, dejando que sea cada equipo de didactas, en función de las circunstancias particulares de sus alumnos, quien particularice, amplíe o elimine ciertos aspectos de los mencionados, tratándolos en una o varias magnitudes, lo que daría un abanico temporal lo bastante amplio como para adaptarse a los créditos concretos de que se dispone en los programas de cada Universidad.

## **BIBLIOGRAFÍA**

- A.P.M.E.P.: Grandeur. Mesure, Tome VI Collection Mots, París, APMEP, 1982.
- BESSOT, A. et EBERHARD, M.: “Une approche didactique des problèmes de la mesure”, en Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 4.3., Grenoble, La Pensée Sauvage 1983, págs. 293-324.
- BROUSSEAU, G.: Fundamentos de Didáctica de las Matemáticas, Zaragoza, Universidad de Zaragoza, 1989.
- BROUSSEAU, G.: “Les obstacles épistémologiques et les problèmes de mathématiques”, en Actes de la XXVIIIème Rencontre de la CIEAEM, Louvain la Neuve, 5-12 août 1976 págs. 153-168.
- CHAMORRO, M.del Carmen: El aprendizaje significativo en el área de Matemáticas, Madrid, Alhambra-Longman, 1992.
- CHAMORRO, M del Carmen: “El paper dels esquemes y els obstacles en el coneixement matemàtic”, en Perspectives Metodològiques sobre processos d’aprenentatge, Barcelona, Ed. Raima, 1993.
- CHAMORRO, M. del Carmen: “ Aproximación a la medida de magnitudes en la Enseñanza Primaria, en UNO nº3, Barcelona, Ed. Grao, 1995.
- CHAMORRO, M. del Carmen: “Los procesos de aprendizaje en Matemáticas y sus consecuencias metodológicas en Primaria”, en UNO nº 4, Barcelona, Ed. Grao, 1995.
- CHAMORRO, M. del Carmen: El curriculum de medida en Educación Primaria y E.S.O. y las capacidades de los escolares”, en UNO nº 10, BARCELONA, DE. GRAO, 1996.
- CHAMORRO, M. del Carmen y BELMONTE, J.M.: El problema de la medida, Madrid, Ed. Síntesis, 1991.
- D’HOMBRES, J.: Nombre, mesure et continu. Épistémologie et histoire, Paris, CEDIC-NATHAN, 1978.
- VERGNAUD, G.: L’enfant, la mathématique et la réalité, Berne , Peter Lang, 1981.

VERGNAUD, G. et al.: “Didactique et acquisition de la notion de volume”, en Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 4.1., Grenoble, La Pensée Sauvage, 1983.