

# Aprendizaje del concepto de densidad: la comprensión de las relaciones entre las variables



Raviolo, Andrés<sup>1,2</sup>, Carabelli, Patricia<sup>1</sup>, Tatiana Ekkert<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidad Nacional de Río Negro, Bariloche, Río Negro, Argentina.

<sup>2</sup>Universidad Nacional del Comahue, Bariloche, Río Negro, Argentina.

E-mail: araviolo@unrn.edu.ar

(Recibido el 12 de abril de 2022, aceptado el 27 de mayo de 2022)

## Resumen

La densidad es un concepto inicial y básico para las ciencias experimentales. La mayoría de las investigaciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la densidad se centran en aplicaciones del concepto en otros temas, como flotación. Se presenta una discusión en torno a la comprensión del concepto de densidad focalizando en las relaciones entre las variables involucradas en su definición. Los fundamentos se desarrollan a partir de definir cuatro objetivos de aprendizaje sobre aspectos del concepto. Se muestran y discuten los resultados obtenidos de la aplicación, a 72 estudiantes argentinas/os de primer año de universidad, del cuestionario "Razonando con Densidad". Este cuestionario indaga las relaciones lógico-matemáticas entre las variables  $m$ ,  $V$  y  $d$ . De los resultados se desprende que más de la mitad de las y los estudiantes no posee un conocimiento conceptual profundo de la densidad. La principal dificultad yace en tareas de proporcionalidad inversa cuando deben relacionar cualitativamente la masa de soluto (extensiva) y la densidad (intensiva) para determinar qué muestra tiene un volumen menor.

**Palabras clave:** Densidad, Proporcionalidad, Aprendizaje.

## Abstract

Density is an initial and basic concept for experimental sciences. Most research on the teaching and learning of density focuses on applications of the concept to other topics, such as buoyancy. A discussion is presented around the understanding of the concept of density, focusing on the relationships between the variables involved in its definition. The fundamentals are developed from defining four learning objectives on aspects of the concept. The results obtained from the application, to 72 Argentine students of the first year of university, of the questionnaire "Reasoning with Density" are shown and discussed. This questionnaire investigates the logical-mathematical relationships between the variables  $m$ ,  $V$  and  $d$ . The results show that more than half of the students do not have a deep conceptual knowledge of density. The main difficulty lies in inverse proportionality tasks when they must qualitatively relate solute mass (extensive) and density (intensive) to determine which sample has a smaller volume.

**Keywords:** Density, Proportionality, Learning

## I. INTRODUCCIÓN

La densidad es un concepto inicial y básico para las ciencias experimentales, dado que relaciona dos propiedades generales de la materia (masa y volumen) que frecuentemente son incluidas en las primeras mediciones que se realizan en instituciones educativas. La noción de densidad se aplica, o está involucrada, en muchos otros fenómenos como: identificación de sustancias, estados de agregación de la materia, separación de sistemas materiales, flotación, hidrostática, etc.

Por otro lado, la densidad constituye un tema idóneo para desarrollar conceptos y razonamientos matemáticos como razón y proporcionalidad [1]. Por ello, la densidad es considerada como un concepto estructurante dado que, con una propuesta didáctica adecuada, apoya y desarrolla habilidades cognitivas y de relación con otros conceptos [2].

A pesar de que es un tema que está presente desde la escuela primaria, persisten en estudiantes de distintos niveles educativos, incluso universitarios [3], dificultades y concepciones alternativas sobre este concepto, algunas fueron enumeradas por Raviolo *et al.* [4]:

- No diferencian los conceptos masa, volumen y densidad: atribuyen características de uno a otro.
- Relacionan a la densidad con una de las variables (masa o volumen) y no con la relación entre ellas. La asocian en términos absolutos a la masa y no en términos relativos, masa por unidad de volumen.
- Confunden cambios de forma con cambios de volumen y, por lo tanto, con cambios de densidad.
- No consideran que es una propiedad intensiva, que no cambia con la cantidad.
- No la asocian como una propiedad característica específica de una sustancia, que permite diferenciarla de otras sustancias.

- No tienen en cuenta la influencia de la temperatura (o la presión en los gases) sobre la densidad.
- Confunden viscosidad con densidad en el caso de líquidos.

La noción de densidad tiene presencia en la vida cotidiana, en las experiencias sensoriales y en el lenguaje común. En el lenguaje común se emplea el término denso como sinónimo de pesado, viscoso, apretado, espeso, etc. La masa y el volumen se perciben con nuestros sentidos, esto lleva a que el tamaño o la forma influyan en su apreciación. La noción de densidad se trasluce cuando se menciona que algo es “pesado para su tamaño”.

En una revisión bibliográfica se aprecia que se ha evaluado el aprendizaje de densidad a partir de su aplicación en otros temas, en especial en el tema flotación; por lo tanto, la mayoría de las concepciones alternativas informadas se refieren a este aspecto, como la asociación de la densidad con la flotabilidad de un cuerpo [5].

En este artículo, distinguimos cuatro objetivos de aprendizaje y enseñanza sobre densidad, referidos a aspectos del concepto, sobre los cuales organizamos la presentación de la problemática. Estos son, que las y los estudiantes: (I) identifiquen y diferencien las variables involucradas en su definición ( $m$ ,  $V$  y  $d$ ); (II) reconozcan la naturaleza de estas variables (extensivas:  $m$  y  $V$ ; intensivas:  $d$ ), (III) establezcan las relaciones entre ellas (de proporcionalidad directa y de proporcionalidad inversa) y (IV) reconozcan a la densidad como una propiedad específica (que permite diferenciar sustancias).

### A. Identificación y diferenciación de las variables

La masa es la cantidad de materia de un cuerpo. Toda materia tiene masa. Esta magnitud tiene como unidades frecuentes al gramo y al kilogramo. A la masa se la denomina cotidianamente como peso, aunque, para la ciencia, masa y peso son dos conceptos diferentes. Esta idea de cantidad de materia se deriva del hecho de que la materia está formada por partículas (átomos, iones) y estas partículas pesan. Por lo tanto, la masa de un objeto es la suma de las masas de las partículas que lo componen, si las partículas están más o menos separadas entre sí no afecta la masa. La forma del objeto puede influir en la percepción de su peso, por ejemplo, un cuerpo achatado da la percepción de que pesa menos, por la “sensación de presión” sobre la mano.

El volumen es la cantidad de espacio que ocupa un cuerpo. Toda materia tiene volumen. Esta magnitud tiene como unidades frecuentes al  $m^3$ ,  $cm^3$ , L y mL. El volumen de cualquier objeto se puede medir por desplazamiento de agua y, si el objeto es regular, se puede calcular a partir de sus dimensiones. No cambia el volumen de un líquido si se lo transfiere a otro recipiente con otra forma (conservación del volumen). La “superficie percibida” o la forma de un objeto pueden influir en la apreciación de su volumen.

La densidad se define como la relación entre la masa de un cuerpo y el volumen que ocupa, como el cociente entre la masa y el volumen del cuerpo. Sus unidades frecuentes son  $g/mL$ ,  $g/cm^3$ ,  $kg/m^3$ . Desde el punto de vista

epistemológico es un concepto de segundo orden dado que relaciona dos magnitudes directamente medibles. Conceptualmente la densidad es la masa de una unidad de volumen, por ejemplo, la masa de un  $cm^3$  de una sustancia. Al ser masa por unidad de volumen es independiente de la cantidad considerada o volumen del objeto.

La comprensión de la densidad connota la apreciación simultánea de dos variables:  $m$  y  $V$ ; lo que demanda identificar y diferenciar ambos conceptos.

Las y los estudiantes poseen ideas previas sobre los conceptos masa, volumen y densidad, construidos en su interacción cotidiana con los materiales y en su interacción social. Ya en niñas/os de primaria aparece la noción de “pesado para su tamaño”, aunque esta opción no implica que diferencien apropiadamente masa de densidad (peso de peso específico) [6]. En la investigación realizada por Bullejos y Sampedro [7] se halló que un elevado porcentaje de estudiantes de nivel medio muestran dificultades en la diferenciación entre masa y volumen, en identificar las causas de la flotación y en aplicar la relación  $m/V$ .

Napal *et al.* [8] indagaron la competencia en la estimación de la densidad por parte de una muestra de 196 estudiantes de secundaria. Hallaron que algunas/os realizaban estimaciones erróneas basándose en el peso percibido, el tamaño o la viscosidad. Solamente un 6% de los estudiantes universitarios indagados por Roach [9] demostró conocer que la densidad es independiente del tamaño y la forma del objeto.

En el estudio de Yeend *et al.* [10] se halló que los entrevistados asociaban cada una de las cantidades masa, volumen y densidad con el tamaño, de modo que el cuerpo de mayor tamaño tiene más masa, más volumen y más densidad. Sin asumir que la densidad es una relación entre masa y volumen.

Por su parte, Madrigal y Slisko [11] indagaron las explicaciones de estudiantes de tercer año de bachillerato sobre flotación y encontraron que las y los estudiantes utilizaban esquemas explicativos monocausales (la flotación depende solo del peso del objeto) más que multicausales (la flotación depende del peso del objeto y del empuje que ejerce el líquido sobre el objeto). El razonamiento multicausal demandaría relacionar la densidad del cuerpo con la densidad del líquido. En cambio, el razonamiento monocausal asigna a la flotabilidad como una propiedad intrínseca del objeto.

### B. Naturaleza de las variables

La noción de propiedad intensiva, de propiedad que no depende del tamaño de la muestra homogénea, se corresponde matemáticamente con una razón ( $a = x/y$ ), donde el denominador es el volumen, el tamaño del cuerpo, y el numerador es otra propiedad extensiva, la masa del cuerpo. La propiedad intensiva se distribuye uniformemente en el cuerpo y por lo tanto no varía con la cantidad considerada, es constante por unidad de volumen. Otras magnitudes intensivas abordadas en investigaciones de didáctica de las ciencias son velocidad, concentración de disoluciones, temperatura, etc.

Para el caso de un concepto similar, como el de concentración de disoluciones, niñas y niños (6 a 10 años), al no contar con la noción de propiedad intensiva, se dejan influir por los aspectos perceptibles de la cantidad total de disolución y aplican razonamientos del tipo “más de A, más de B”, a mayor cantidad de disolución mayor concentración [12]. Este razonamiento lo aplican sujetos de distintas edades como una regla intuitiva. Por su parte, Raviolo *et al.* [13] adjudicaron la indiferenciación conceptual, entre la concentración y una de las propiedades extensivas, al hecho de no reconocer la naturaleza de estas variables. Estos estudiantes universitarios, al ser entrevistados, no hicieron mención explícita a los conceptos de propiedad extensiva o intensiva.

Lo anterior se observó también para la densidad en el trabajo de Yeend *et al.* [10] y Fassoulopoulos *et al.* [14]. Estos últimos investigaron las ideas de estudiantes griegos (12 y 15 años) sobre la densidad. Un 25% sostuvo una visión extensiva de la densidad que “la densidad es mayor en el vaso que contienen más agua”. Se halló que los estudiantes que tienen una visión extensiva tienden a reducir las dos variables (la intensiva y la extensiva) en una, de acuerdo a las características perceptuales de la tarea. En la indagación de Napal *et al.* [8], con estudiantes de secundaria, verificaron que, si bien la mitad de la muestra usó modelos que referían a la densidad como propiedad intensiva, otro 40 % consideran a la densidad como una propiedad extensiva.

Varios autores, como Yeend *et al.* [10] y Dole *et al.* [15], sugieren que es necesario priorizar en la enseñanza el carácter intensivo de la densidad y fortalecer la comprensión de las dos variables extensivas (masa y volumen) de las que depende.

### C. Relaciones entre las variables

Al comparar densidades entre muestras de distintas sustancias, o en general entre distintos cuerpos homogéneos de composición constante, la densidad es proporcional a la masa (a igual volumen de las muestras) e inversamente proporcional al volumen (a igual masa de las muestras). La densidad es la constante de proporcionalidad entre la masa y el volumen.

En el razonamiento de muchas/os estudiantes, la densidad se relaciona directamente con la masa, estableciendo una relación absoluta y monocausal, a mayor masa mayor densidad. En realidad, al comparar dos sustancias, la más densa será la que pesa más por una unidad de volumen. Podemos tener el mismo peso de dos sustancias, la que ocupe un menor volumen tendrá mayor densidad. Entender esto supone concebir a la densidad como un concepto relativo. En cuestiones sobre flotación se transfiere este razonamiento monocausal si se considera que la flotación depende solamente de la densidad del objeto.

Varios autores sostienen, como Howe *et al.* [1], que el abordaje de propiedades intensivas, como la densidad y la velocidad, constituye una oportunidad para profundizar en las relaciones y razonamientos de proporcionalidad. En general, la principal dificultad surge con la

proporcionalidad inversa. Whitmer [16] resalta que hay que prestar mayor atención en la enseñanza al hecho de que a masa constante la densidad es inversamente proporcional a su volumen. En el estudio que llevó adelante Stavý [17], con estudiantes menores de 14 años, se concluyó que la principal dificultad para comprender el concepto de concentración estaba relacionada a la proporcionalidad inversa, al no poder entender que con un incremento en la cantidad de solvente decrece la concentración de la disolución.

Solis [18] propone un enfoque conceptual de enseñanza de la física para nivel secundario, que hace hincapié en la proporcionalidad, en el cual la comprensión de las magnitudes físicas se da a partir de la identificación de las relaciones matemáticas entre variables, en la caracterización de las constantes de proporcionalidad y en la expresión en términos de relación unitaria del tipo “cada  $\text{cm}^3$  de oro tiene una masa de 19,3 g”.

Es importante mencionar que obtener respuestas correctas en problemas proporcionales no constituye una evidencia del desarrollo del razonamiento proporcional, dado que puede basarse en una resolución algorítmica, por ejemplo, el uso de regla de tres. Esta utilización mecánica puede llevar a que sea aplicada en situaciones no proporcionales [19].

### D. Propiedad específica

La densidad es una propiedad específica muy utilizada para caracterizar y diferenciar sustancias entre sí. Al respecto, resulta necesario que el concepto de sustancia esté consolidado en sus tres aspectos: (a) materia homogénea, (b) de composición fija (definida por su fórmula química) y (c) con propiedades específicas (que la caracterizan y diferencian de otras sustancias). En el análisis que se viene realizando se consideran no solo sustancias, sino también propiedades específicas de materiales homogéneos de composición uniforme, por ejemplo, una aleación.

En varias investigaciones se halló que las y los estudiantes no reconocían a la densidad como una propiedad específica de las sustancias [20, 5].

Por otro lado, el hecho de que las y los estudiantes consideren a la densidad como una propiedad característica de la sustancia, que en los cuestionarios asuman que si no cambia la sustancia la densidad es la misma, no implica que tengan una comprensión profunda del concepto [3], es decir, que dominen los tres primeros objetivos mencionados anteriormente. En tareas piagetianas de conservación, Brainerd [21] había confirmado que a las y los estudiantes les resultan más complejas las situaciones sobre volumen que sobre densidad, dado que resolvían exitosamente cuestiones de conservación de la densidad apoyándose en el hecho de que la densidad es una característica propia de cada sustancia.

En el mismo sentido, Fassoulopoulos *et al.* [14] observaron que la mayoría de los alumnos que conciben a la densidad como propiedad intensiva, es decir independiente de la cantidad, lo hacían porque perciben a la densidad como dependiente del tipo de material más que

por un razonamiento de proporcionalidad que relacione las variables masa y volumen.

Esta afirmación se aprecia en la investigación de Lindow *et al.* [22], con estudiantes universitarios, donde todos los ítems en el cuestionario empleado tienen igual respuesta, que la densidad es la misma en todos los casos. Las y los estudiantes podrían contestar bien ese cuestionario asociando a la densidad como una propiedad específica característica de cada sustancia, a igual sustancia igual densidad, sin poner en juego las relaciones entre las variables involucradas en el concepto como lo hace el cuestionario que presentaremos en este artículo.

## II. METODOLOGÍA

### A. Instrumentos empleados para indagar la comprensión de densidad

La mayoría de los instrumentos utilizados para indagar la comprensión de densidad se centran en indagar consecuencias de la densidad, como la flotación y el desplazamiento de líquido, y no el concepto en sí. Por ejemplo, se han evaluado cuestiones de flotación y/o desplazamiento de agua con estudiantes de educación secundaria en los trabajos de Hewson [23], Bullejos y Sampedro [7], Madrigal y Slisko [11] y Palacios y Criado [24].

En el cuestionario de Bullejos y Sampedro [7] se hacen preguntas sobre flotación y desplazamiento de volúmenes, que aluden indirectamente a la densidad, y se espera que las y los estudiantes den argumentos que incluyan el uso correcto del concepto de densidad. Este cuestionario tiene 8 ítems, en el último incluye proposiciones del estilo “el agua es más densa que el alcohol” aunque el objetivo es inquirir sobre en qué líquido desplaza más volumen un objeto.

Fassoulopoulos *et al.* [14] emplean cuestiones que indagan sobre la densidad del agua al cambiar de recipiente o al modificar su volumen. Shepherd y Renner [25] indagan sobre la variación de la densidad del agua con la temperatura.

Cuestiones sobre la comprensión cualitativa del concepto de densidad y la diferenciación entre masa, volumen y densidad se aprecian en el trabajo con estudiantes de secundaria de Napal *et al.* [8]. En esta investigación se presentó al estudiantado material concreto compuesto por tres cilindros de aluminio, un cubo de aluminio, un cilindro de cobre y dos esferas de poliestireno.

Cuestiones conceptuales sobre densidad suministradas a estudiantes de nivel universitario se hallan, por ejemplo, en los trabajos de Yeend *et al.* [10], Lindow *et al.* [22] y Martínez-Borreguero *et al.* [3].

Yeend *et al.* [10] implementaron un test de elección múltiple en la que se presentan situaciones que incluyen un cuerpo paralelepípedo rectangular cortado en tres piezas de distinto tamaño y se pregunta cuál tiene más masa, más volumen y más densidad. La respuesta a todas las cuestiones es que tienen la misma densidad, dado que están

orientadas a indagar la idea de que la densidad es una propiedad intensiva de esas sustancias sólidas.

Lindow *et al.* [22] emplearon una versión modificada del cuestionario de Yeend *et al.* [10]. Encontraron que el reconocimiento que hacen las y los estudiantes de la densidad como una propiedad intensiva depende, en parte, de la formulación de la pregunta: (1) Cuando se da una razón, o un número específico, muchas/os usan esa información en la respuesta; (2) Cuando se pregunta sobre la densidad de dos partes provenientes de un solo objeto es más probable que afirmen que tienen la misma densidad.

En estas investigaciones mencionadas en el nivel universitario se incluyen imágenes en los ítems, como dibujos de cubos y círculos [10, 22] u objetos como llaves, botellas, cubos, esferas y tornillos [3]. Estas imágenes pueden pautar o influir en las respuestas. Por ejemplo, puede influir la “percepción de superficie” en imágenes en dos dimensiones o las experiencias previas con esos materiales concretos. En el ítem 6 de Martínez-Borreguero *et al.* [3] se muestran 4 llaves de distintos materiales, y las/os estudiantes deben suponer que todas tienen el mismo volumen.

Si se tiene en cuenta el esquema (Figura 1), presentado por Palacios y Criado [24], la flotación se ubica como un concepto de cuarto orden.

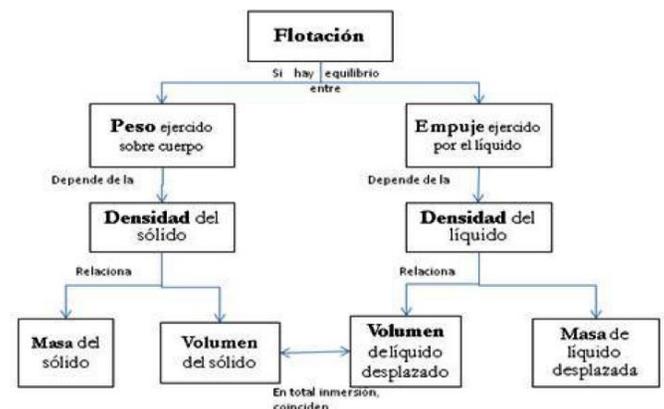


FIGURA 1: Esquema conceptual sobre flotación (Palacios y Criado, 2016).

Consideramos que es necesario profundizar en indagaciones sobre la comprensión de los dos primeros órdenes, sobre las relaciones entre masa, volumen y densidad; en las relaciones entre las variables: dos extensivas y una intensiva, en la noción de razón. Ese es el objetivo del instrumento desarrollado en esta investigación.

### B. Cuestionario Razonando con Densidad (RCD)

En la investigación educativa en matemática, las tareas que incluyen proporciones, fueron clasificados por Cramer y Post [26] en: a) problemas de comparación numérica, b) problemas del valor faltante y c) problemas de comparación o predicción cualitativa. En los problemas de comparación numérica se dan cuatro variables (a, b, c y d) y el objetivo

es determinar la relación de orden (mayor, menor, igual) que hay en  $a/b$  y  $c/d$ . En los problemas del valor faltante se proveen tres de los cuatro valores de la proporción  $a/b = c/d$  y se debe hallar el valor que falta. En los problemas de comparación cualitativa se llevan a cabo comparaciones no dependientes de los valores numéricos específicos, incluso estos problemas pueden no incluirlos. Una aplicación de esta clasificación de tareas con el concepto de densidad en  $g/mL$  se presenta en la Figura 2.

- a) Problemas de comparación numérica:  
¿Cuál de las siguientes sustancias líquidas es más densa: (a) 210,0 g de la sustancia A ocupan un volumen de 200,0 mL o (b) 240,0 g de la sustancia B ocupan un volumen de 220,0 mL?
- b) Problemas del valor faltante:  
¿Cuál es la masa de una muestra de mercurio que ocupa un volumen de 24,2 mL, si la masa de un mL de mercurio es 13,6 g?
- c) Problemas de comparación o predicción cualitativa:  
Se tienen dos muestras de una sustancia en estado líquido de densidad 0,82  $g/mL$ . ¿Cuál tiene mayor masa? a) La que ocupa menor volumen o b) la que ocupa mayor volumen.

**FIGURA 2.** Ejemplos de problemas de densidad clasificados de acuerdo con los tres tipos de tareas de proporcionalidad.

La enseñanza frecuente hace hincapié en planteamientos con proporciones más que con razones. Los problemas habituales consisten en hallar el valor que falta, multiplicaciones cruzadas o de regla de tres, por lo que se debería profundizar en el empleo de razones que hagan explícito que se trata de cantidad de masa por unidad de volumen, es decir, hacer hincapié en la naturaleza intensiva de la densidad.

Para Lamon [27], el razonamiento de proporcionalidad está inmerso en una situación que supone simultáneamente covarianza de cantidades e invariancia de razones o productos. La covarianza se refiere al cambio simultáneo en dos variables entre las que existe alguna relación que las vincula; y la invariancia alude a la constancia, en una o varias transformaciones, de la relación existente entre las dos variables.

La elaboración del instrumento utilizado en esta investigación se basó en estas consideraciones con el objetivo de indagar la comprensión profunda de la densidad a través de cuestiones conceptuales. Al operar con este concepto se relacionan tres variables, dos variables extensivas: masa y volumen, y una variable intensiva: la densidad. Comprender el concepto de densidad implicaría establecer las relaciones adecuadas entre estas tres variables, que demandarían poner en juego razonamientos que involucran el control de variables y la proporcionalidad, en el contexto de las ciencias experimentales.

El análisis lógico-matemático de la ecuación  $d = m/V$  se plantea en la Figura 3.

$d \cdot V = m$ ;  $k =$  constante de proporcionalidad

.Si  $d$  es constante:  $V \cdot k = m$ ; a mayor  $V$ , mayor  $m$ ; a menor  $m$ , menor  $V$

.Si  $V$  es constante:  $d \cdot k = m$ ; a mayor  $d$ , mayor  $m$ ; a menor  $m$ , menor  $d$

.Si  $m$  es constante:  $d \cdot V = k$ ; a mayor  $d$ , menor  $V$ ; a menor  $V$ , mayor  $d$

**FIGURA 3.** Relaciones lógico-matemáticas de las variables incluidas en la definición de densidad.

Se confeccionó el cuestionario “Razonando con Densidad” (RCD) (ver Anexo) para indagar sobre estas 6 relaciones entre las variables de la densidad desde tareas de proporcionalidad de comparación cualitativa [26], que incluyen simultáneamente covarianza e invariancia en una situación [27]. Siguiendo este control de variables, resulta un instrumento con grado creciente de dificultad. Durante la administración de este instrumento se indica al estudiantado que deben resolverlo mentalmente, sin calculadora y sin realizar cálculos en la hoja. El tiempo promedio de contestación es aproximadamente 15 minutos. De este modo, resulta un instrumento, cuya administración es de corta duración, que permite profundizar el estudio de la comprensión del concepto de densidad. Una versión análoga de este cuestionario fue utilizada para indagar la comprensión del concepto de concentración de disoluciones en gramos de soluto por litro de disolución [13].

Se adopta como unidad de densidad  $g/mL$  por ser unidades de uso cotidiano para las y los estudiantes. Se evita la dificultad que tendría la unidad del Sistema Internacional  $kg/m^3$ , originada por la comprensión del metro cúbico.

### C. Contexto

La muestra estuvo conformada por 72 estudiantes de primer año de universidad, de la materia Química General, compuesta por 38 estudiantes de Licenciatura en Biología y 17 estudiantes de Ingeniería (Universidad Nacional del Comahue) y 17 estudiantes de los Profesorados de Física y de Química (Universidad Nacional de Río Negro), todos de la ciudad de San Carlos de Bariloche (Provincia de Río Negro, Argentina). La edad promedio es de 22,3 años.

Estos estudiantes cursaban el segundo mes de universidad, con programas y metodologías de enseñanza similares. Habían abordado la densidad en forma superficial, como un concepto que se debería saber de la etapa de educación anterior. La densidad fue aplicada como prerequisite en otras cuestiones, por ejemplo, en propagación de errores de medición y cifras significativas. También habían participado en un práctico de laboratorio donde se midieron masas y volúmenes con distintos instrumentos y se prepararon disoluciones, que en algunos

### III. RESULTADOS

Para evaluar el cuestionario se asignó un punto a cada respuesta correcta y cero puntos a las respuestas incorrectas. En una escala que va de 0 a 6, el resultado promedio general fue de 4,1 con una desviación estándar 1,3. Los resultados obtenidos se presentan en la Tabla 1:

**TABLA 1.** Frecuencias de respuestas obtenidas en cada opción (N= 72). En negrita la respuesta correcta.

Ítem	1	2	3	4	5	6
Opción a	8	<b>58</b>	6	9	<b>41</b>	39
Opción a	<b>53</b>	6	2	<b>54</b>	6	5
Opción a	11	8	<b>63</b>	7	25	<b>28</b>
No contesta	0	0	1	2	0	0
Total	72	72	72	72	72	72

Los porcentajes de las opciones elegidas atendiendo a si se trata de la respuesta correcta, intermedia u opuesta, se muestran en la Tabla 2. Se considera respuesta opuesta cuando seleccionan la tendencia contraria, es decir la elección del menor valor cuando corresponde el mayor o viceversa:

**TABLA 2.** Porcentajes de respuestas correspondientes a las opciones ordenadas (N= 72).

Ítem	1	2	3	4	5	6
Opción correcta	73,6	80,6	87,5	75,0	56,9	38,9
Opción opuesta	15,3	8,3	8,3	12,5	34,7	54,2
Opción intermedia	11,1	11,1	2,8	9,7	8,3	6,9

El 68,8% del total de las opciones elegidas por las y los estudiantes correspondió a la opción correcta, el 22,2% correspondió a la opción opuesta y solo un 8,3% a la intermedia. Esto permite aseverar que las opciones de este cuestionario no fueron elegidas al azar, sino siguiendo algún tipo de razonamiento. Esta tendencia de polarización se profundiza en los ítems de mayor y de menor porcentaje de respuestas correctas (ítems 3 y 6 respectivamente).

En los ítems 1 al 4 se aprecia que más de dos tercios de la muestra seleccionaron la respuesta correcta, hallándose dificultades particulares al responder los ítems 5 y 6 que implican razonamientos de proporcionalidad inversa. Solamente el 16,7% de las/os estudiantes contestó bien los seis ítems del cuestionario.

### IV. DISCUSION

La comprensión conceptual profunda de densidad implicaría el conocimiento de los siguientes aspectos: (I) identificar y diferenciar las variables involucradas en su definición (m, V y d); (II) reconocer la naturaleza de estas variables (extensivas: m y V; intensivas: d), (III) establecer las relaciones entre ellas (de proporcionalidad directa y de proporcionalidad inversa) y (IV) reconocer a la densidad como una propiedad específica (que permite diferenciar sustancias).

Los altos porcentajes de respuestas opuestas en los ítems 5 y 6, de proporcionalidad inversa, indica que estas/os estudiantes mantienen dificultades en relacionar entre sí las variables del concepto densidad al asumir que a mayor volumen mayor densidad, por más que se mencione que la masa de las muestras es la misma. Esto podría explicarse en términos de reglas intuitivas [12], para estas autoras las respuestas de las y los estudiantes ante situaciones de comparación, en distintos contextos de contenido, se rigen por un número reducido de reglas intuitivas, entre ellas: “cuanto más A, más B”. En los ítems 1, 2, 3 y 4, aplicar esta regla conduce a la respuesta correcta, en cambio, en los ítems 5 y 6 conduce a la respuesta opuesta e incorrecta. Esta tendencia de las personas a la generalización se ve reforzada por experiencias aparentemente similares en contextos cotidianos y educativos. Se considera que es un razonamiento intuitivo porque a los sujetos les parece evidente y les aporta seguridad. Si bien esta regla es frecuente en niñas/os, no se abandona con la edad y puede resurgir en contextos desconocidos para la persona, como en ciencias experimentales.

El hecho de que las y los estudiantes no conciban a la densidad como una relación entre masa y volumen, como una noción relativa, hace que fijen su atención en una sola propiedad del sistema como el volumen, trasluciendo una concepción extensiva de la densidad [8].

Wink y Ryan [28], que abordaron la comprensión de otra variable intensiva como la concentración de disoluciones, afirman que las y los estudiantes que ingresan en la universidad disponen de habilidades de razonamiento proporcional, que les permitiría resolver estas situaciones que son matemáticamente simples, pero que no logran transferirlas correctamente. A menudo, las y los estudiantes se apoyan en un conjunto relativamente simple de explicaciones, como el esquema de razonamiento extensivo, que conlleva una falta de rigor matemático al no considerar a las propiedades intensivas como constantes de proporcionalidad.

Respecto a los razonamientos que requiere operar eficientemente con la densidad, Madrigal y Slisko [11] sostienen que la comprensión del fenómeno de flotación demandaría de un pensamiento formal, en el sentido piagetiano, dado que las y los estudiantes deben relacionar las densidades del cuerpo y del líquido, siendo la densidad un concepto abstracto.

El bajo número de respuestas correctas en el ítem 6, comparado con los otros, se puede explicar por la complejidad de la tarea asociada al tipo de variables que

tienen que relacionar. La notable diferencia obtenida entre los dos ítems que requerían razonamientos de proporcionalidad inversa, ítems 5 (56,9 %) y 6 (38,9 %), se debe al hecho de que en el ítem 5 quien responde considera, o visualiza, distintos volúmenes con la misma masa y arriba a la respuesta correcta, que, a menor volumen, mayor densidad. En cambio, en el ítem 6 debe considerar la misma masa en distintas densidades, es decir, la relación entre  $m$  y  $d$ , y arribar a la conclusión de que la de mayor densidad, ocupa menor volumen. En el ítem 5 se compara 100 g en 110 mL, 100 g en 120 mL y 100 g en 130 mL, y se arriba a una relación de proporcionalidad inversa a partir de dos variables extensivas; en cambio, en el ítem 6 se debe arribar a esta relación de proporcionalidad inversa a partir de una variable extensiva y una variable intensiva (una razón). Esto genera una mayor carga cognitiva y una visible perturbación en los y las estudiantes cuando se enfrentan a este último ítem del cuestionario.

En el ítem 8 del cuestionario empleado por Martínez-Borreguero *et al.* [3], se les presenta a las y los estudiantes una situación similar en la que tienen que hacer corresponder cuatro botellas, que tienen igual masa, pero distinto volumen, con cuatro densidades diferentes. En este ítem obtuvieron, para el grupo experimental, los resultados más bajos de aciertos (26%). Aunque, si bien afirman que es la situación más compleja del cuestionario, no profundizan en las razones de este resultado. Las imágenes empleadas (la misma botella comercial con distintos tamaños), puede confundir, porque puede dar la idea de que está más alejada o más cercana, una cuestión de perspectiva, dado que la consigna no menciona que son de diferentes volúmenes.

Comparado con los resultados obtenidos para el concepto de concentración en g/L [13], se aprecian las mismas tendencias en los ítems correspondientes, lo que haría suponer que las dificultades van más allá del concepto en sí (densidad o concentración) y de sus unidades, sino en establecer correctamente todas las combinaciones de relaciones entre las variables involucradas.

Los dos primeros ítems del cuestionario RCD tratan de la misma sustancia, las y los estudiantes podrían haber arribado a respuestas correctas sosteniendo que “a igual material igual densidad”, asumiendo a la densidad como una propiedad específica de la sustancia. Para discernir sobre este aspecto se plantea realizar en esta investigación, en una próxima etapa, entrevistas del tipo pensando en vos alta. Resulta interesante verificar si los porcentajes más altos obtenidos en estos dos ítems para el caso de la densidad, comparado con los obtenidos para concentración en g/L (66,4% y 75,7% respectivamente), se deben a que asocian densidad con sustancia. Esta asociación no es aplicable para el concepto de concentración dado que la concentración no es una propiedad que permite identificar a una disolución; por ejemplo, a una disolución de sal en agua.

A pesar que se indicó que resolvieran el cuestionario sin hacer cuentas, algunas/os estudiantes las realizaron en la hoja. Esta resolución algorítmica, sin un dominio real del concepto es fomentada, frecuentemente, en la enseñanza y

en los libros de texto. Los libros de texto generalmente introducen la densidad como una fórmula matemática sin previo desarrollo cualitativo [29]. No suelen incluir un enfoque conceptual que tenga en cuenta las concepciones alternativas o principales confusiones sobre el tema.

## **A. Sugerencias para la enseñanza**

Al igual que con los instrumentos de investigación sobre la comprensión del concepto de densidad, las propuestas didácticas suelen centrarse en consecuencias de la densidad, como la flotación [2]. A la luz de lo desarrollado en este artículo, es necesario enseñar a partir de cuestiones que indaguen el concepto de densidad directamente, adoptando un enfoque de enseñanza que promueva razonamientos científicos y la construcción de representaciones internas útiles para comprender este y otros conceptos que implican razones.

Para Bullejos y Sampedro [7], la indiferenciación entre masa, volumen y densidad persiste porque la enseñanza es inadecuada al basarse en estrategias de transmisión verbal de conocimientos y al no tener en cuenta las ideas espontáneas e intuitivas de las y los estudiantes. La enseñanza debería orientarse a brindar oportunidades para razonar con los conceptos, a través de estrategias (experimentales, situaciones de lápiz y papel, animaciones, etc.) que permita al estudiantado visualizar, diferenciar y controlar las variables involucradas en el concepto de densidad, sobre todo la relación de las variables intensivas con las extensivas. Se sugiere presentar a los y las estudiantes tareas donde se apliquen razonamientos de proporcionalidad orientadas a la predicción y comparación cualitativa.

Se recomienda llevar adelante actividades experimentales orientadas a la construcción del concepto y a desafiar las concepciones alternativas [30]. Por ejemplo, la medición de masas y volúmenes de muestras de plastilina (arcilla, masilla) de distinto tamaño, en balanza granataria (+0,1 g), probeta de 250 mL (+- 2 mL) y discutir los resultados y la influencia del tamaño en los errores relativos. Realización del gráfico masa versus volumen, discutiendo sobre la pendiente de la recta obtenida. En el trabajo de Martínez-Borreguero *et al.* [3], se obtuvieron mejores resultados con una metodología basada en experiencias de laboratorio que con otra basada en exposiciones orales complementadas con la resolución de algunos ejercicios, aunque ninguna de las dos propuestas logró superar totalmente algunas dificultades y concepciones alternativas sobre la densidad.

Las demostraciones pueden constituir otro recurso apropiado, si se solicita previamente una predicción de lo que va a ocurrir. Por ejemplo, el hecho de buscar un cuerpo que se hunda en el aceite y flote en el agua, aporta evidencia para superar la idea que la flotación depende solo del peso del cuerpo y pone el foco en las densidades de los líquidos.

El planteo de situaciones relacionadas con la vida cotidiana aproxima al estudiantado con la problemática. Por ejemplo, comparar qué tienen en común y de distinto una

botella de litro y medio de aceite y otra de agua, orientando a que comparen (masa, volumen, densidad y viscosidad), discutiendo sobre el uso del vocablo cotidiano.

La comparación analógica es otro recurso eficaz; por ejemplo, resaltar las similitudes con el concepto de velocidad. Dado que resulta más sencillo para los sujetos admitir la proporcionalidad inversa para el concepto de velocidad, aceptar la relación inversa entre velocidad y tiempo: si tarda menos tiempo va a mayor velocidad.

Otro recurso es el uso de modelos analógicos didácticos, como el presentado por Raviolo *et al.* [4], que aporta una visualización de la densidad, que comparte analogías estructurales y funcionales con el fenómeno real, aportando a la construcción de un modelo mental a partir del cual enfrentar exitosamente situaciones conceptuales.

## V. CONCLUSIONES

La mayoría de las investigaciones sobre la comprensión de las y los estudiantes del concepto de densidad se realiza en el contexto de otros temas como flotación. En este artículo hemos profundizado sobre la enseñanza y aprendizaje del concepto en sí mismo.

El tema densidad, como ocurre con otras propiedades intensivas, constituye una oportunidad para trabajar sobre razonamientos y representaciones propias de las ciencias experimentales. Razonamientos como: proporcionalidad directa e inversa, de cambio y conservación (identificar qué cambió y qué se mantuvo constante ante una acción), de control de variables (cómo es la relación entre dos variables dejando una tercera constante) y de conservación de la sustancia. Razonamientos que se establecen sobre la base de representaciones internas.

Como ya se discutió, si bien la principal confusión se presentó en un ítem de proporcionalidad inversa, donde respuestas intuitivas del tipo “a más X más Y” no son válidas, comprender y aplicar el concepto de densidad en este caso va más allá del dominio de este razonamiento, como se evidenció en los resultados obtenidos en el ítem 6. Verificamos que la dificultad yace en la complejidad de la tarea relacionada con el tipo de variables que tienen que relacionar. Les resulta notablemente más difícil aplicar la proporcionalidad inversa, en el caso de que se deban relacionar cualitativamente masa (extensiva) y densidad (intensiva) para determinar qué muestra ocupa un menor volumen, que cuando tienen que relacionar las dos variables extensivas entre sí.

El dominio del concepto de densidad implicaría una comprensión sólida que le permita al estudiantado resolver cualquier situación que involucre el concepto independientemente de su complejidad. Esto supone entender el concepto de materia homogénea, de sustancia, y reconocer a la densidad como una variable intensiva que relaciona dos variables extensivas. Limitarse a la resolución de problemas de densidad basada en el uso mecánico de procedimientos algorítmicos impide que las y los estudiantes puedan desprenderse de los números y abstraer las

relaciones cualitativas-conceptuales entre las variables involucradas y operar eficientemente con ellas.

La originalidad de este artículo yace en la formulación de los cuatro objetivos de enseñanza y aprendizaje, en las características del instrumento empleado y en los resultados que se obtienen a partir de él. Estos aspectos contribuyen a la presentación de un enfoque cualitativo y sistemático para identificar y abordar los aspectos conceptuales del tema.

## REFERENCIAS

- [1] Howe, C., Nunes, T. y Bryant, P., *Rational number and proportional reasoning: using intensive quantities to promote achievement in mathematics and science*, International Journal of Science and Mathematics Education **9**, 391-417 (2011).
- [2] Botero, H., *Una revisión del concepto de densidad: la implicación de los conceptos estructurantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje*, Revista de Educación y Pensamiento **17**, 23-31 (2010).
- [3] Martínez-Borreguero, G., Naranjo-Correa, F., Cañada, F., Gómez, D., y Martín, J., *The influence of teaching methodologies in the assimilation of density concept in primary teacher trainees*, Heliyon **4**, e00963 (2018).
- [4] Raviolo, A., Moscato, M. y Schnersch, A., *Enseñanza del concepto de densidad a través de un modelo analógico*, Revista de Enseñanza de la Física **18**, 93-103 (2005).
- [5] Harrell, P. y Subramaniam, K., *Teachers need to be smarter than a 5th grader: what pre-service teachers know about density*, Electronic Journal of Science Education **18**, 1-23 (2014).
- [6] Driver, R., Squires, A., Rushworth, P. y Wood-Robinson, V., *Making sense of secondary science*, (Routledge, London, 1994).
- [7] Bullejos, J. y Sampedro, C., *Diferenciación de los conceptos de masa, volumen y densidad en alumnos de BUP, mediante estrategias de cambio conceptual y metodológico*, Enseñanza de las Ciencias **8**, 31-36 (1990).
- [8] Napal, M., Echeverría, J., Zulet, A., Santos, L. y Ibarra, J., *Estrategias del alumnado de Educación Secundaria para estimar la densidad*, Enseñanza de las Ciencias **36**, 61-78 (2018).
- [9] Roach, L., *Exploring students' conceptions of density*, Journal of College Science Teaching **30**, 386 (2001).
- [10] Yeend, R., Loverude, M. y Gonzalez, B., *Student understanding of density: a cross-age investigation*, Physics Education Research Conference, Rocheste, (2001).
- [11] Madrigal, A. y Slisko, J., *Un frasco flota en el agua y se hunde en el aceite: ¿cómo los alumnos de bachillerato explican tales hechos y qué predicen para una situación más compleja?*, Latin American Journal of Physics Education **4**, 408-414 (2010).
- [12] Stavy, R. y Tirosh, D., *Intuitive rules in science and mathematics: the case of «more of A-more of B»* (1996), International Journal of Science Education **18**, 653-667 (1996).
- [13] Raviolo, A., Traiman Schroh, N. y Farré, A., *La comprensión de estudiantes de primer año de universidad*

del concepto de concentración expresada en gramos por litro, Enseñanza de las Ciencias **40**, 143-159 (2022).

[14] Fassouloupoulos, G., Kariotoglou, P. y Koumaras, P., *Consistent and inconsistent pupils' reasoning about intensive quantities: The case of density and pressure*, Research in Science Education **33**, 71-87 (2003).

[15] Dole, S., Hilton, G., Hilton, A. y Goos, M., *Considering density through a numeracy lens: implications for science teaching*, *International Conference New Perspectives in Science Education* (2013).

[16] Whitmer, J., *Are your students' proportionality literacy? The Science Teacher* **54**, 37-39 (1987).

[17] Stavy, R., *Teaching inverse functions via the concentrations of salt water solution*, Archives de Psychologie **49**, 267-287 (1981).

[18] Solis, U., *Razonamiento proporcional en la enseñanza de la física en nivel bachillerato*, Latin American Journal of Physics Education **16**, 1306: 1-8 (2022).

[19] Fernández, C. y Llinares, S., *Características del desarrollo del razonamiento proporcional en la educación primaria y secundaria*, Enseñanza de las Ciencias **30**, 129-142 (2012).

[20] Dawkins, K., Dickerson, D., McKinney, S. y Butler, S., *Teaching density to middle school students: preservice science teachers' content knowledge and pedagogical practices*, The Clearing House: A Journal of Educational Strategies, Issues and Ideas **82**, 21-26 (2008).

[21] Brainerd, C., *The development of the proportionality scheme in children and adolescents*, Developmental Psychology **5**, 469-476.

[22] Lindow, A., Carbone, E. Wagner, D., *Similar density questions with very different results*, Paper presented at the Physics Education Research Conference, Portland, OR, (2013).

[23] Hewson, M., *The acquisition of scientific knowledge: Analysis and representation of student conceptions concerning density*, Science Education **70**, 159-170 (1986).

[24] Palacios, R. y Criado, A., *Explicaciones acerca de fenómenos relacionados con el volumen de líquido desplazado por un sólido en inmersión, con la densidad y con la flotación, en alumnado de Educación Secundaria Obligatoria*, Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias **13**, 230-247 (2016).

[25] Shepherd, D. y Renner, J., *Student understandings and misunderstandings of states of matter and density changes*, School Science and Mathematics **82**, 650-665 (1982).

[26] Cramer, K. y Post, T., *Connecting research to teaching proportional reasoning*, Mathematics Teacher **86**, 404-407 (1993).

[27] Lamon, S., *Rational numbers and proportional reasoning: towards a theoretical framework for research*. En F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the National Council of Teachers of Mathematics*, 629-667 (2007).

[28] Wink, D. y Ryan, S., *The logic of proportional reasoning and its transfer into chemistry*. En It's Just Math: Research on Students' Understanding of Chemistry and Mathematics. ACS Symposium Series, (2019).

[29] Palacios, R. y Criado, A., *Lo que no dicen los libros españoles de texto de educación secundaria obligatoria sobre la masa, el volumen y la densidad*, Enseñanza de las Ciencias **35**, 51-70 (2017).

[30] Unal, S., *Changing students' misconceptions of floating and sinking using hands-on activities*, Journal of Baltic Science Education **7**, 134-146 (2008).

#### ANEXO: Cuestionario Razonando con Densidad (RCD)

1) ¿Cuál de las siguientes muestras de una sustancia en estado líquido de densidad 1,2 g/mL tiene mayor masa?

- a. 300 mL
- b. 500 mL
- c. 100 mL

2) ¿Cuál de las siguientes muestras de una sustancia en estado líquido de densidad 1,1 g/mL ocupa un volumen menor?

- a. 10 gramos
- b. 50 gramos
- c. 25 gramos

3) ¿Cuál de las siguientes muestras de sustancias en estado líquido tiene mayor masa, si todas tienen un volumen de 800 mL?

- a. 0,9 g/mL
- b. 1,0 g/mL
- c. 1,1 g/mL

4) ¿Cuál de las siguientes muestras de sustancias en estado líquido tiene menor densidad, si todas tienen un volumen de 500 mL?

- a. 500 gramos
- b. 400 gramos
- c. 600 gramos

5) ¿Cuál de las siguientes muestras de sustancias en estado líquido tiene mayor densidad, si todas tienen una masa de 100 gramos?

- a. 110 mL
- b. 120 mL
- c. 130 mL

6) ¿Cuál de las siguientes muestras de sustancias en estado líquido ocupa un volumen menor, si todas tienen una masa de 50 gramos?

- a. 0,9 g/mL
- b. 1,0 g/mL
- c. 1,1 g/mL