

CONHECIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES UNIVERSITÁRIOS EM UM ESTUDO DE AULA EM CÁLCULO

Adriana Richit, João Pedro da Ponte e Luiz Augusto Richit

A pesquisa, guiada pela questão ‘Que conhecimentos profissionais são mobilizados em um estudo de aula com professores universitários que ensinam Cálculo Diferencial e Integral?’, envolveu oito docentes de instituições de Ensino Superior da região sul do Brasil que se dedicam à formação de futuros professores de Matemática. O estudo de aula, estruturado em doze encontros semanais de duas horas, abordou ‘Máximos e Mínimos’, um tópico de Cálculo. A análise qualitativa evidenciou que o foco e a dinâmica do estudo de aula mobilizaram e aprofundaram conhecimentos profissionais relativos à Matemática, à Didática da Matemática e à Missão do formador de futuros professores de Matemática.

Palavras chave: Conhecimento profissional; Cálculo; Ensino Superior; Estudo de aula; Desenvolvimento profissional

Conocimiento profesional de profesores universitarios en un estudio de aula sobre cálculo

La investigación, guiada por la pregunta “¿Qué conocimiento profesional se moviliza en un estudio de aula realizado con profesores universitarios que enseñan Cálculo Diferencial e Integral?”, involucró a ocho profesores de instituciones de enseñanza superior del sur de Brasil que se dedican a la formación de futuros profesores de Matemática en la educación básica. El estudio de clase, estructurado en doce encuentros semanales, abordó el tema de “Máximos y Mínimos”. El análisis cualitativo mostró que el enfoque y la dinámica del estudio de aula movilizaron y permitieron profundizar en conocimientos profesionales relativos a las Matemáticas, a la Didáctica de las Matemáticas y a la misión del formador de futuros profesores de Matemáticas.

Términos clave: Conocimientos profesionales; Desarrollo profesional; Educación universitaria; Estudio de clase.

Richit, A., da Ponte, J. P. e Richit, L. A. (2022). Conhecimento profissional de professores universitários em um estudo de aula em Cálculo. *PNA*, 17(1), 89-116. <https://doi.org/10.30827/pna.v17i1.23931>

Professional knowledge of university teachers in a class study in Calculus

The research, guided by the question “What professional knowledge is mobilized in a Calculus lesson study conducted with university instructors?”, involved eight instructors from higher education institutions in southern Brazil who are dedicated to the training of prospective mathematics teachers. The lesson study, structured in twelve weekly two-hour meetings, addressed the topic “maxima and minima”. The qualitative analysis showed that the approach and dynamics of lesson study mobilized and deepened professional knowledge regarding mathematics, mathematics didactics and the mission of the trainer of future mathematics teachers.

Keywords: Higher education; Lesson study; Professional knowledge; Teacher professional development.

A profissionalidade do professor universitário constitui-se em face de algumas especificidades, dentre elas o domínio do conhecimento da área de atuação e o compromisso moral e ético inerente à docência (Marcelo, 2009), aspectos que trazem desafios a esse profissional e à sua prática. Nesta perspectiva, o desenvolvimento profissional docente, que envolve dimensões tais como o conhecimento (Shulman, 2000) e as aprendizagens profissionais ao longo da carreira (Day, 2001), caracteriza-se como um atributo da profissionalidade do professor da educação superior. Assim, o desenvolvimento profissional de formadores de futuros professores assume centralidade nas discussões sobre profissionalidade docente, pois constitui o processo de desenvolver novos conhecimentos e práticas, ressignificar e socializar conhecimentos e práticas já estabelecidas, rever valores e finalidades da docência e, sobretudo, refletir sobre e concretizar a sua função precípua: formar as futuras gerações de professores (Marcelo, 2009; Richit, 2021a; Roldão, 2005; Zabalza, 2004). Trata-se de um importante campo de estudo, dado ser reduzido o número de pesquisas sobre o desenvolvimento profissional de formadores de professores na literatura internacional, incluindo-se trabalhos centrados no conhecimento profissional (Prediger et al., 2019).

Em face desse movimento de discussão sobre profissionalidade docente, resultados de pesquisa têm apontado dimensões estruturantes desse conceito e abordagens promotoras do desenvolvimento do professor. Uma abordagem, valorizada em Educação Matemática, é o estudo de aula, que caracteriza um dispositivo de desenvolvimento profissional, de natureza colaborativa e reflexiva, centrado na prática letiva (Lewis, 2002; Murata, 2011; Ponte et al., 2016).

Pesquisas centradas nas possibilidades dos estudos de aula para o desenvolvimento profissional do professor universitário têm evidenciado aspectos importantes. Helvia Artime et al. (2015) apontam que o estudo de aula promove

melhorias no ensino e favorece o desenvolvimento do professor universitário mediante a concretização do ensino em colaboração, no contexto do qual os participantes são oportunizados a identificar questões relacionadas à docência, compreender como estas questões podem ser enfrentadas e, colaborativamente, propor ações e mudanças.

Esta pesquisa é orientada pelo objetivo de evidenciar e discutir os conhecimentos profissionais mobilizados em um estudo de aula em Cálculo realizado com professores universitários, atuantes em cursos de licenciatura em Matemática. O estudo de aula, constituído de doze encontros semanais, envolveu oito professores de instituições de educação superior da região sul do Brasil e, também, um estudante do curso de Licenciatura em Matemática. Trata-se de uma investigação com potencial para contribuir para as discussões sobre desenvolvimento profissional do professor universitário mediante a compreensão e discussão dos conhecimentos mobilizados e aprofundados nesse processo e sobre aspectos valorizados pelos participantes. Assim, o presente estudo é orientado pela questão: Que conhecimentos profissionais são mobilizados em um estudo de aula em Cálculo realizado com professores universitários?

DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES

O desenvolvimento profissional envolve princípios fundamentais, tais como os conhecimentos basilares à docência, as aprendizagens profissionais ao longo da carreira, a assimilação e a modificação da cultura profissional, as mudanças na prática, as condições políticas e contextuais da docência (Richit, 2021b). Assim concebido, caracteriza o conjunto de esforços envidados para promover mudanças nas práticas dos professores, em suas atitudes e crenças e nos resultados de aprendizagem dos alunos (Guskey e Huberman, 1995). Esta perspectiva circunscreve elementos que embasam e orientam a docência, tais como os conhecimentos, o modo pelo qual os profissionais se relacionam, como tomam decisões curriculares e didáticas e as intencionalidades da sua ação (Day, 2001; Guskey, 2002).

Segundo Cunha (1998), a docência na universidade pressupõe a complementaridade entre distintos domínios de conhecimentos, assim como das suas bases estruturantes (ensino, pesquisa e extensão), concretizando a relação entre teoria e prática. Bolzan e Powaczuk (2019) corroboram essa perspectiva ao destacar que os desafios inerentes à docência na educação superior solicitam do professor universitário o engajamento em atividades formativas de ensino e de pesquisa, que promovam o seu desenvolvimento. Esse profissional, devido à multiplicidade de atividades que realiza e por ser essencial à concretização de mudanças no ensino, precisa mobilizar distintas habilidades e competências, as quais pressupõem a ampliação e diversificação do conhecimento (Lopes, 2014) e a resignificação desses conhecimentos em face da finalidade dos cursos em que

leciona e da intenção da sua ação. Portanto, a docência na universidade caracteriza uma ação complexa, que pressupõe o desenvolvimento dos professores nas suas dimensões subjacentes (Cunha, 1998).

O estudo pioneiro de Shulman (1986, 1987) demarcou domínios de conhecimentos profissionais necessários à docência, que vieram fundamentar diversas teorias do conhecimento para o ensino de Matemática nas décadas seguintes (Quaresma, 2018). Shulman identificou sete categorias de conhecimentos: *content knowledge* (conhecimento do conteúdo), *curriculum knowledge* (conhecimento do currículo), *pedagogical content knowledge* (conhecimento didático), *general pedagogical knowledge* (conhecimento da pedagogia geral), *knowledge of students* (conhecimento dos estudantes), *knowledge of educational contexts* (conhecimento dos contextos educacionais), *knowledge of educational ends, purposes and values* (conhecimento dos fins, propósitos de valores da educação).

O *content knowledge* refere-se à base de conhecimentos organizados e consolidados no repertório de conhecimentos profissionais do professor, circunscritos em um determinado domínio. O *curriculum knowledge* envolve os programas de ensino, materiais de ensino relativos aos programas desenhados e o conjunto de características que servem como indicações e contra-indicações para o desenvolvimento de um currículo particular, apoiado em materiais específicos e em situações e contextos particulares. Esse conhecimento promove a articulação entre teoria e prática, embasando a prática do professor (Shulman, 1986).

O *general pedagogical knowledge* circunscreve a gestão e organização da aula, transcendendo as fronteiras da disciplina, de forma que o desenvolvimento de estratégias e abordagens precisa acontecer de maneira fluída e dinâmica, norteadas por objetivos de aprendizagem bem definidos. O *knowledge of learners and their characteristics* diz respeito às subjetividades inerentes aos percursos de aprendizagem dos alunos, visto que o ensino é influenciado pelas interações em sala de aula e estas, por sua vez, são condicionadas pelas características dos alunos. O *knowledge of educational contexts*, que se refere aos atravessamentos provocados pelas características dos contextos sociais e culturais nos processos educativos, abrange desde o aspecto micro, como o funcionamento do grupo, da turma e da escola, até o aspecto macro, como a organização escolar ou sistema de ensino. O *knowledge of educational ends* abarca os objetivos, as finalidades e os valores educacionais e seus fundamentos filosóficos e históricos, assim como a capacidade de compreensão das necessidades e perspectivas dos alunos e da comunidade (Shulman, 1987).

O *pedagogical content knowledge (PCK)*, ou conhecimento didático, refere-se a uma forma particular do conhecimento do conteúdo, que incorpora aspectos sobre como ensinar e para que ensinar um conteúdo, transcendendo o tema a ser ensinado (Shulman, 1986, 2000). O PCK abrange as formas de representação das ideias, conceitos, relações, analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações relativos a um assunto; isto é, as formas de representar e formular

um assunto/conteúdo que o tornam compreensível aos alunos (Shulman, 1986). Este conhecimento associa pedagogia e conteúdo, promovendo a compreensão sobre como determinados tópicos, problemas ou questões são organizados, representados e adaptados aos interesses e capacidades dos alunos e apresentados para o ensino (Shulman, 1987), tornando-se essencial para a análise da prática e intervenção didática em sala de aula (Godino et al., 2018). O PCK circunscreve o conhecimento da Matemática para o ensino, que caracteriza o conhecimento específico para a realização do ensino em sala de aula, o qual permite ao professor representar ideias matemáticas com rigor e precisão, desenvolver explicações consistentes para processos matemáticos diversos, examinar e compreender métodos de resolução para problemas distintos (Verhoef et al., 2014).

A profissionalidade desse professor abarca o domínio conceitual e prático da docência (Roldão, 2014) relativo à educação básica e superior, o envolvimento e compromisso dos formadores com a formação das futuras gerações de professores, a ampliação do repertório de conhecimentos profissionais e práticas profissionais, assim como o domínio e as condições para o desenvolvimento científico nas áreas de atuação (produção de pesquisa e de conhecimento) e intervenção social (extensão).

Portanto, a missão do formador de futuros professores é sustentada por distintos conhecimentos necessários ao exercício da docência no campo em que atua, considerando-se a especificidade da função neste campo, a identidade profissional da categoria que o constitui, o contexto em que esta função é concretizada e os aspectos que interferem nesta prática e definem esta função (Roldão, 2014).

ESTUDO DE AULA COMO PROCESSO DE DESENVOLVIMENTO DO PROFESSOR UNIVERSITÁRIO

O estudo de aula, abordagem centrada na colaboração e na reflexão (Lewis, 2002; Murata, 2011), envolve pequenos grupos de professores trabalhando em quatro ações: identificação de um problema de aprendizagem e formulação de objetivos para a aprendizagem dos alunos; estudo e planejamento de uma aula para uma turma de alunos (a aula de investigação); lecionação desta aula com observação por uma equipe de professores e/ou pesquisadores; e reflexão sobre os aspectos observados acerca das aprendizagens dos alunos (Lewis, 2002; Murata, 2011; Ponte et al., 2016; Richit et al., 2019). Nesse processo, os professores concretizam, colaborativa e reflexivamente, a articulação entre teoria e prática (Dudley, 2013; Richit, 2020), constituindo novos atributos da profissionalidade docente em Educação Matemática (Richit, 2021a), tais como a complementaridade entre o conhecimento da Matemática e da Didática da Matemática. O estudo de aula constitui um contexto para o professor desenvolver o conhecimento didático, as

habilidades de ensino e a capacidade de observar e entender a aprendizagem do aluno (Alamri, 2020; Lewis, 2002).

Embora fora do Japão o estudo de aula represente uma abordagem relativamente nova (Murata, 2011), nas últimas décadas espalhou-se pela Ásia, Estados Unidos, Canadá e Europa como uma das mais relevantes estratégias cooperativas de desenvolvimento de professores (Pérez-Gómez e Soto, 2011). Nos países do ocidente, o estudo de aula ganhou visibilidade a partir da sua disseminação nos Estados Unidos, no final da década de 1990, mediante a divulgação dos resultados de pesquisa em língua inglesa (Stigler e Hiebert, 1999). Entretanto, são esparsas as experiências abordando estudos de aula na educação superior (Cerbin, 2011) e, especialmente, sobre o desenvolvimento profissional de formadores de futuros professores (Lewis, 2016; Prediger et al., 2019).

O estudo de aula, pela sua dinâmica em que a colaboração constitui um contexto para favorecer os processos de comunicação entre os participantes e a reflexão sobre a prática, tem sido considerado como uma importante forma de promover o desenvolvimento profissional de professores em Matemática (Ponte et al., 2016). O planejamento em colaboração, centrado em objetivos de aprendizagem dos alunos sobre tópicos curriculares específicos, oportuniza ao professor valorizar esta dimensão da docência por constituir-se em espaço para situar demandas específicas do ensino em contextos também específicos (Leavy, 2015), assim como para aprofundar conhecimento da Matemática (Ribeiro e Oliveira, 2015). A realização da aula de investigação, sob o olhar dos pares, tem se constituído em oportunidade de refletir sobre o modo como o ensino é promovido, predominantemente restrito a um professor e aos seus alunos, e sobre a possibilidade de torná-lo visível ao contexto externo da sala de aula pela perspectiva dos observadores (Richit, 2021a).

A partir de um estudo de aula realizado em escolas elementares japonesas, Lewis et al. (2009) concluiu que essa abordagem oportuniza ao professor desenvolver conhecimentos do conteúdo da disciplina a ensinar e sobre os processos de ensino e aprendizagem. Esses conhecimentos envolvem aspectos específicos da Matemática e também do seu ensino, tais como formas de promover a investigação matemática com os alunos e compreender o seu pensamento matemático, valorização dos registros (representações) escritos dos alunos na resolução de tarefas, etc. (Lewis et al., 2009).

Em uma investigação sobre como melhorar o ensino da Matemática em escolas holandesas a partir da melhoria do conhecimento para o ensino, Verhoef et al. (2014) examinaram um estudo de aula sobre derivadas, realizado com professores de Matemática da escola secundária. Como resultados apontaram que esse processo favoreceu mudanças nos objetivos e estratégias de ensino, especialmente em relação às explicações realizadas em sala de aula, representações e interações com o pensamento matemático dos alunos, promovendo a aprendizagem dos alunos (Verhoef et al., 2014).

Analisando a disseminação dos estudos de aula em países do ocidente, Cerbin e Kopp (2006) destacam que a implementação desta abordagem na educação superior oportunizou a professores e pesquisadores vislumbrar possibilidades concretas de melhorar o conhecimento didático dos professores universitários e promover melhores práticas. Concluem que o estudo de aula oportuniza o compartilhamento de práticas de ensino e a compreensão sobre a aprendizagem dos alunos no trabalho colaborativo; definição de objetivos específicos com foco no desenvolvimento do pensamento e habilidades dos alunos; hipóteses e crenças relativas ao ensino-aprendizagem no processo de planejamento; seleção de tarefas baseadas na abordagem exploratória e potencializadoras da comunicação em sala de aula; observação e análise sistemática das ações dos alunos durante a aula; e evidências sobre a aprendizagem, dificuldades e raciocínio dos alunos na resolução da tarefa (Cerbin e Kopp, 2006).

Alvine et al. (2007) examinaram a implementação de um estudo de aula em uma universidade norte-americana, visando compreender as especificidades desse processo na educação superior e as contribuições para o desenvolvimento dos participantes. O estudo de aula, estruturado em cinco etapas e centrado no tópico ‘taxas relacionadas’, oportunizou aos participantes aprofundar conhecimentos relativos à Matemática (especificamente sobre taxas relacionadas), Didática (como os estudantes resolvem problemas envolvendo esse tópico) e sobre o estudo de aula. Concluíram que essa abordagem pode contribuir para o ensino da Matemática em nível universitário na medida em que melhora o conteúdo das aulas e o ensino realizado pelo professor, potencializando as discussões sobre ensino e aprendizagem (Alvine et al., 2007).

Analisando um estudo de aula com professores universitários, Soto e Pérez-Gómez (2015) enfatizam que essa abordagem caracteriza um processo pleno de ação e investigação que recupera, de um ponto de vista mais social e cooperativo, o protagonismo de professores e alunos no processo educativo. Um dos principais atributos dessa abordagem refere-se à possibilidade que ela promove de se observar a vida em sala de aula e, posteriormente, analisá-la (Lewis et al., 2009).

Em uma pesquisa sobre as possibilidades do estudo de aula para a aprendizagem na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, realizada em um departamento de Matemática da Universidade do Estado de Manado, Indonésia, Lasut (2013) apontou que essa abordagem constituiu um modelo de aprendizagem cooperativa, melhorando o aproveitamento dos alunos em temas tais como relações, funções e derivadas. Concluiu que esse modelo de aprendizagem cooperativa oportuniza a concretização de aprendizagens nas interações entre alunos e entre alunos e professores (Lasut, 2013), promovendo o desenvolvimento de todos os participantes.

Pontanto, o estudo de aula no ensino superior constitui um potencial contexto para promover o desenvolvimento profissional de professores universitários, contribuindo para promover mudanças no ensino (Alvine et al., 2007; Burroughs e Luebeck, 2010; Helvia Arttime et al., 2015; Leavy, 2015; Oliveira et al., 2021;

Richit, 2021a), favorecer aprendizados de futuros professores em componentes associadas à formação profissional, tais como Estágio Curricular Supervisionado (Neves et al., 2022), assim como melhorar o conhecimento matemático sobre tópicos específicos e sobre as bases subjacentes a docência na universidade. Nesta perspectiva, o estudo de aula desenvolvido com formadores de futuros professores, por envolver professores universitários com diferentes níveis de experiência profissional no planejamento colaborativo, na observação da prática e posterior reflexão, constitui um contexto de desenvolvimento profissional que mobiliza e desenvolve distintos aspectos do conhecimento profissional, inerentes à docência em cursos de licenciatura, assim como sobre outros aspectos intrínsecos a essa função e a sua finalidade.

MÉTODOS

A investigação assume a perspectiva qualitativa (Denzin e Lincoln, 2006) como forma de enfatizar a natureza eminentemente social do desenvolvimento de formadores de futuros professores, examinando-o à luz dos diferentes aspectos do conhecimento profissional mobilizados pelos participantes em um estudo de aula.

A investigação foi conduzida em um estudo de aula, estruturado em doze encontros semanais de duas horas, dedicado ao aprofundamento de ‘Máximos e Mínimos’, um tópico de Cálculo do ensino superior. Este estudo de aula, previsto no âmbito de um projeto de pesquisa interinstitucional entre instituições de educação superior da região Sul do Brasil, foi realizado de forma remota devido às largas distâncias geográficas entre as universidades contempladas nesta atividade, inviabilizando a realização presencial das sessões.

O estudo de aula envolveu oito professores universitários (Alice, Amy, Catarina, Christopher, Esther, Estrela, Michel, Tatiana – nomes fictícios), docentes em cursos de Licenciatura em Matemática em universidades da região Sul do Brasil, e um estudante de Licenciatura em Matemática (Natan – nome fictício), que contribuiu na preparação dos materiais da aula e no processo de pesquisa. Todos os participantes professores possuem mais de dez anos de experiência na docência universitária. A tabela 1 indica as instituições de origem dos participantes e o estado em que estão instaladas.

Tabela 1

Instituições e Estado dos Participantes

Estado	Instituição	Participantes
Rio Grande do Sul	UFFS-Erechim, UFRGS, URI-Erechim	Alice, Christopher e Natan
Santa Catarina	IFC-Concórdia, IFC-São Bento, UFFS-Chapecó.	Amy, Catarina e Estrela
Paraná	UFPR-Curitiba	Esther, Michel e Tatiana

A investigação envolveu notas de campo e gravações das sessões do estudo de aula. As notas de campo foram produzidas após cada sessão, destacando as ações, interações e reflexões dos participantes sobre a tarefa que estava sendo preparada, a formação matemática em cursos de licenciatura em Matemática e os aspectos inerentes à docência nesse curso. As doze sessões virtuais foram gravadas no sistema de videoconferência da Universidade Federal da Fronteira Sul – UFFS (Webex) e transcritas. A investigação está em consonância com os critérios éticos de pesquisa, tendo sido aprovada em Comitê de Ética em Pesquisa da UFFS (Parecer n.º 4.764.981), priorizando-se preservar a identidade e a integridade dos participantes.

O material empírico inclui as notas de campo do pesquisador e das transcrições das gravações de todas as sessões. A análise qualitativa e interpretativa (Erickson, 1986) é baseada na análise de conteúdo (Bardin, 1977). Estabeleceram-se como unidades de referência os trechos extraídos do material empírico que revelam elementos constituintes do conhecimento profissional inerente à docência universitária, especialmente na licenciatura em Matemática, movimentados nas interações entre os participantes no estudo de aula. Os aspectos do conhecimento desvelados nas unidades de registro são destacados no processo de análise das categorias (trechos em *itálico*). A partir das unidades de referência foram definidas e codificadas as unidades de registro, que foram agrupadas mediante aproximações, constituindo as categorias de análise, assim nomeadas: Matemática, Didática da Matemática e Missão do formador de futuros professores.

O estudo de aula

O estudo de aula foi realizado de maio a agosto de 2021, sendo estruturado em quatro etapas – definição de objetivos para a aula de investigação, planejamento, lecionação da aula e reflexão pós-aula. O tópico escolhido foi ‘Máximos e Mínimos’ como forma de oportunizar investigações matemáticas relacionadas à maximização ou minimização de funções de uma variável real. A tarefa para a aula de investigação adotou como contexto o pastejo rotacionado de gado de leite, por ser a atividade socioeconômica predominante na região de abrangência em que a aula foi realizada, caracterizando a perspectiva interdisciplinar (Richit, 2021a). A Figura 1 explicita as atividades do estudo de aula.

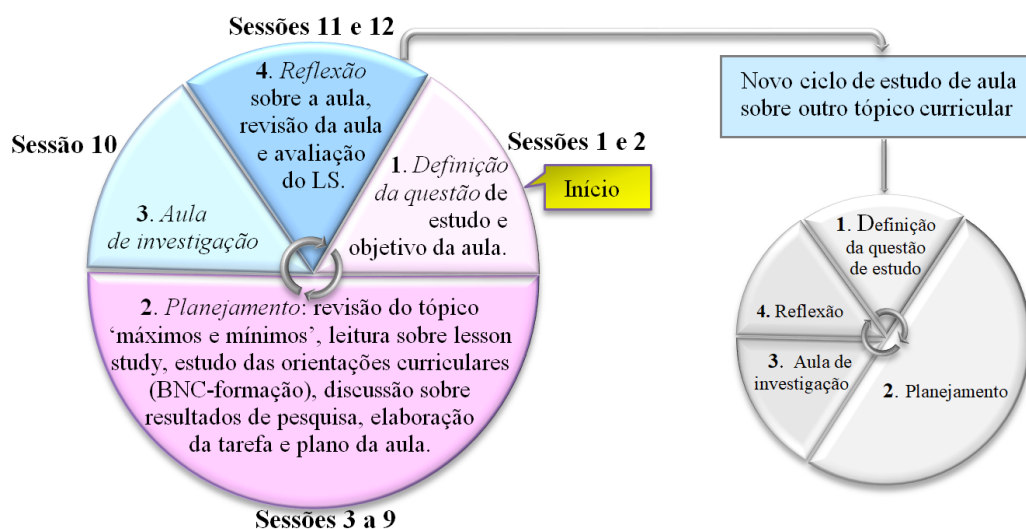


Figura 1. Etapas e atividades do Estudo de Aula (Richit, 2021a)

A aula de investigação, terceira etapa do estudo de aula, foi realizada de forma remota em uma turma de alunos do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Catarinense – IFC, Campus Concórdia, no âmbito da disciplina de Cálculo. A aula foi organizada em quatro momentos (Tabela 2).

Tabela 2

Organização da aula de investigação

Momentos	Descrição	Duração
Problematização	Apresentação da tarefa e problematização de alguns aspectos relacionados ao contexto da tarefa (pastejo rotacionado de gado de leite).	20 min.
Trabalho autônomo	Os estudantes, organizados em trios ou quartetos, realizaram a tarefa.	60 min.
Discussão coletiva	Apresentação das estratégias, representações, soluções e conclusões dos grupos.	30 min.
Sistematização	A professora sistematizou, de maneira formal e adotando a notação de Cálculo, os conceitos e propriedades de 'Máximos e Mínimos'.	20 min.

A aula de investigação, realizada em sala virtual de videoconferência Google Meet e gravada, foi voluntariamente lecionada por Amy, a professora de Cálculo no Curso de Matemática do IFC no corrente ano, e observada pelos participantes do estudo de aula. Após a explicação sobre a dinâmica da aula e a introdução da tarefa, os grupos foram direcionados para subsalas virtuais, previamente criadas, nas quais trabalharam na resolução da tarefa, discutiram estratégias com os pares e sistematizaram as conclusões. Todas as subsalas foram gravadas para subsidiar a

etapa da reflexão. Cada sala foi observada, virtualmente, por dois docentes participantes do estudo de aula, um com experiência em Cálculo e outro em Educação Matemática, que produziram notas sobre as ações dos alunos. Após a realização do trabalho autônomo nas subsalas, os alunos retornaram à sala virtual principal. Amy, então, promoveu a discussão coletiva, solicitando que cada grupo apresentasse as estratégias e conclusões. Em todos os momentos da aula, exceto no trabalho autônomo em que os alunos dedicam-se a resolver a tarefa, Amy foi auxiliada por um professor de Cálculo (Michel), participante do estudo de aula, concretizando a docência compartilhada (Richit et al., 2019).

A etapa da reflexão, organizada em dois momentos, também foi realizada em sala de aula virtual. No 11.º encontro realizamos a reflexão sobre as estratégias, resoluções e conclusões dos alunos, baseando-nos nas notas produzidas pelos observadores e, muitas vezes, recorrendo às gravações das discussões nas subsalas. O último encontro foi destinado ao balanço geral do estudo de aula e planejamento de ações futuras.

RESULTADOS

A análise, qualitativa e interpretativa Erickson (1986), foi orientada pelo objetivo de evidenciar e discutir o conhecimento profissional mobilizado em um estudo de aula em Cálculo realizado com professores universitários, atuantes em cursos de licenciatura em Matemática. Os resultados evidenciaram que o estudo de aula com formadores de futuros professores de Matemática, mobilizou conhecimento profissional relativo a três eixos: Matemática, Didática da Matemática e à Missão do formador de futuros professores.

Matemática

A Matemática foi uma dimensão do conhecimento profissional priorizada neste estudo de aula. Primeiramente porque definimos, na proposta inicial do estudo de aula, que o foco seria a disciplina de Cálculo em um curso de Licenciatura em Matemática. Segundo, porque o grupo definiu o tópico ‘Máximos e Mínimos’, visando explorar esse conceito de forma contextualizada, abordando aspectos algébricos e numéricos. Terceiro, porque uma sessão do planejamento foi dedicada integralmente à abordagem do tópico mediante a realização de uma aula de revisão, que foi ministrada por dois professores de Cálculo (Christopher e Michel). Por último, porque os professores participantes, desde o início do processo, manifestaram interesse em visitar esse tópico e explorar propriedades e relações a ele intrínsecas.

A sessão de aprofundamento da Matemática foi iniciada com a *revisão do conceito de derivada* em que os professores exploraram o significado geométrico de derivada a partir da representação gráfica no GeoGebra:

Michel: [O] cálculo é o estudo das funções, então nada mais [adequado do que colocar] uma função no GeoGebra [...]. A gente poderia colocar assim f de x igual a $\{f(x)=\dots\}$ Eu vou colocar uma função qualquer, por exemplo, $f(x)=x^2$. [Agora] a gente vai fazer a definição da derivada geometricamente. Então, não pensem muito em Álgebra, nem pensem muito no Limite, nessas coisas. A ideia é focar mais na geometria da questão. Então, pela definição clássica a gente precisa de dois pontos. [Indicando no Geogebra diz:] Então, aqui em “ferramentas”, aqui no canto esquerdo [da tela], depois que você fez a função, marca com dois pontos quaisquer [sobre o gráfico da] função. Eu vou colocar então, por exemplo, esses dois (marcou dois pontos sobre a curva, um ponto em cada lado do eixo y). Para trabalhar a definição de derivada a gente precisa que um desses pontos fique fixo, que não se mexa mais [Depois traçamos uma reta passando por esses dois pontos].

Depois de realizar algumas explorações movendo um dos pontos sobre a curva que representava a função $f(x)=x^2$, Michel escreveu a definição de derivada como um limite, $\lim_{b \rightarrow a} \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$, a partir da qual Alice comentou:

Alice: Essa definição de $\lim_{b \rightarrow a} \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$, que [é] a divisão da altura (apontando para $f(b)-f(a)$) desse triângulo formado aqui, que é imagem da função, por essa distância (apontando para o intervalo $b-a$ no gráfico, conforme mostrado na Figura 2), que é o domínio, tem a ver com a inclinação da curva. Como que a gente faz para mostrar isso para os alunos que a secante torna-se a tangente? Eu já fiz uns desenhos e [gesticula mostrando um triângulo para representar a inclinação da reta tangente].

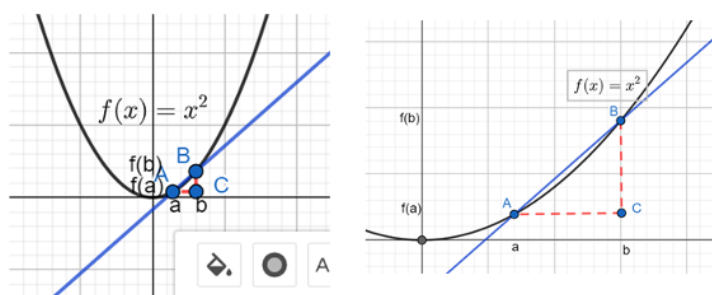


Figura 2. Representação da tangente

A observação, relacionada à representação geométrica de limite, enfatiza a ideia de que a sequência de inclinações das retas secantes que passam pelos pontos A e B converge para a inclinação da reta tangente quando os pontos A e B estão muito próximos, ou seja, quando o intervalo $[a, b]$ tende a zero, conforme sugere a imagem acima. A revisão sobre o conceito de limite oportunizou ao grupo explorá-lo a partir das representações gráfica, geométrica e algébrica, que favoreceram a mobilização de outros conceitos, tais como inclinação de reta, reta secante, reta

tangente e as relações entre eles no estudo de limites e derivadas. A seguir, Michel complementou:

Michel: Então, qual é a mágica da derivada? A mágica da derivada é pegar esse ponto B (não-fixo) e levá-lo cada vez mais próximo do outro [referindo-se ao ponto A]. Aproximar esse ponto B do ponto A (fixo). Então, você vai aproximando, e no limite quando esses dois pontos estão muito próximos um do outro, quando a distância, quando o incremento entre o ponto A e o ponto B for muito próximo de zero, a ideia que essa reta secante passa a ser uma reta tangente (Michel movimentou o ponto não fixo aproximando-se do ponto fixo até coincidirem, algumas vezes, retomando a ideia da tangente no ponto fixo). Então, basicamente é essa a definição de derivada: É o coeficiente angular dessa reta tangente aí no ponto A . Aí se você perguntar qual é o coeficiente da reta tangente aí nesse ponto é o valor da derivada nesse ponto. O processo algébrico que a gente faz lá com limite na verdade é isso que a gente tá mostrando no Geogebra geometricamente.

Após explorar o significado geométrico de limite e visando abordar um problema de minimização de material, Christopher e Michel apresentaram uma situação desafio (Figura 3).

Desafio:

O Departamento de Estradas e Rodagem planeja construir uma área de piquenique para motoristas ao longo de uma autoestrada. A área deve ser retangular, com área de 5.000 m^2 , e deverá ser cercada com tela nos três lados não adjacentes à estrada. Qual é a menor quantidade de cerca que será necessária para fazer o trabalho?

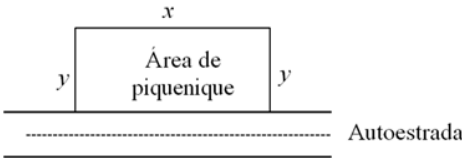


Figura 3. Situação desafio

Inicialmente Christopher e Michel fizeram alguns esclarecimentos sobre o contexto do problema e, também, sobre como problemas similares são resolvidos por estudantes universitários. Alguns participantes compartilharam experiências no estudo de derivadas, especialmente sobre a resolução de problemas de aplicação de conceitos. A seguir, Michel e Christopher complementaram:

Michel: A ideia de máximos e mínimos é a gente minimizar ou maximizar uma função. Então, aqui primeiramente a gente precisa encontrar a função que queremos minimizar ou maximizar.

Christopher: Lembrando que estamos trabalhando com uma função que depende de uma variável. A gente está fazendo a derivada ordinária.

A partir do problema, os professores trabalharam individualmente buscando estimar a menor quantidade de tela (cerca) necessária para cercar a área de piquenique. Após, cada participante apresentou sua estratégia de resolução, que foi discutida e complementada pelos demais.

Esther: Eu fiz y vezes x igual a 5 mil. Aí eu isolei o x aqui e fiquei com 5 mil dividido por x . Aí eu fui pensar na tabela. Então, eu fui tentando fazer uma tabela atribuindo valores para x e calculei os valores de y . Depois que eu tinha alguns valores aí [de x , y e do produto entre eles] é que eu fui pensar no perímetro.

Catarina: Eu já pensei no perímetro porque essa era a pergunta do problema. O problema já perguntava qual era o menor comprimento do perímetro. Então, eu pensei: Ah, então eu vou relacionar o perímetro aqui junto quando eu pensei em montar a tabela. [E assim] encontrei o valor e já calculei o perímetro. Foi nesse sentido que eu pensei.

Alice: Eu fui direto, de imediato para a representação algébrica.

Michel: Eu acho que é a resolução de Esther e de Catarina que os alunos vão pensar.

O uso de tabela de valores para estimar a quantidade de cerca predominou entre as resoluções dos participantes. A discussão sobre as estratégias evidencia que a resolução de problemas de maximização ou minimização mobiliza recursos, tais como as tabelas de valores, conceitos circunscritos ao problema, tal como a ideia de perímetro, e os processos algébricos que envolvem tais problemas mediante a necessidade de formular/definir uma função que os represente.

Alice: Eu estou tentando pensar como os alunos e as respostas que eles costumam nos dar quando propomos uma atividade de máximos e mínimos. [Os alunos costumam dizer que] a área é máxima quando temos uma figura mais próxima de um quadrado. Eles começam por esse ponto eu acho que esse é um ponto importante de investigação. Então, como nós temos 5000 m² de área, teríamos lados com medidas um pouco maiores que 2, porque 2 vezes 2 é seria 4.

Christopher: Justamente. Só que nesse caso acho que não vai dar um quadrado exatamente.

Natan: Eu quero fazer uma consideração sobre isso que a Alice colocou. Essa ideia de que o quadrado é a figura mais próxima a ter a maior área é um resultado que vem depois de a gente ter trabalhado com essas noções de máximos e mínimos, que a gente quer trabalhar na aula de investigação. Então, talvez os estudantes não estarão familiarizados com essa ideia. Eu, por exemplo, só cheguei a essa conclusão depois de ter aprendido esses tópicos e ter resolvido os problemas que envolviam esses tópicos.

A discussão em torno desse problema mobilizou aspectos sobre a relação entre as medidas dos lados de regiões retangulares exploradas em problemas que envolvem ‘Máximos e Mínimos’. Após considerarem que a maximização da área de uma

região retangular por ser obtida quando as medidas dos lados são próximas, passaram a considerá-las para obter o menor perímetro. Ou seja, a partir da observação sobre as propriedades geométricas das regiões retangulares que podem maximizar a área e considerando a área indicada no problema (5000 m^2), os participantes exploraram as relações entre as medidas dos lados da região retangular que poderiam minimizar o perímetro. Concluíram que regiões retangulares com medidas de lados pouco discrepantes fornecem as condições para minimizar o perímetro, e nesse caso, minimizar o material empregado para cercar a área considerada no problema.

Além disso, a discussão em torno da minimização do perímetro da região considerada no problema trouxe outro aspecto relativo à abordagem de Máximos e Mínimos em cursos universitários, conforme destacado por Natan, que é o fato de iniciá-lo pela perspectiva do Cálculo e, somente depois, compreendê-lo e ressignificá-lo a partir do que esse tópico representa em contextos práticos.

A revisão do conceito de derivada, especialmente a abordagem do tópico ‘Máximos e Mínimos’ a partir de problemas de maximização e minimização, foi valorizada positivamente pelos participantes, conforme ressaltaram Alice, Esther e Estrela, para as quais as experiências acadêmicas em Cálculo foram marcadas por processos predominantemente algebrizados. Portanto, a revisão de ‘Máximos e Mínimos’ constituiu-se em contexto para que os participantes retomassem conceitos, estratégias e significados, revisitando-os pela perspectiva do significado geométrico de derivada, mobilizando aspectos do conhecimento em Cálculo relativo a funções, taxas relacionadas, limites, derivadas e representação de derivada. Estes aspectos do conhecimento matemático de Cálculo, movimentados pelos participantes a partir do estudo de aula, são basilares à docência nesses cursos e para a formação matemática dos estudantes de Cursos de Licenciatura em Matemática por favorecer a compreensão de problemas práticos e dos resultados obtidos, assim como por fundamentar o ensino de funções na educação básica.

Didática da Matemática

O estudo de aula propiciou aos participantes movimentarem e aprofundarem aspectos relativos ao ensino de ‘Máximos e Mínimos’ ao considerarem as distintas variáveis que podem interferir nesse processo, tais como as dificuldades frequentes nesse tópico, a realidade dos alunos, a sua familiaridade com tarefas abertas e a proximidade do contexto da tarefa com a realidade dos alunos.

Na primeira etapa do estudo de aula, após definir o tópico curricular ‘Máximos e Mínimos’, foram discutidas as frequentes dificuldades dos alunos no tópico. Os participantes, a partir da sua experiência em Cálculo, destacaram dificuldades de natureza operatória, conceitual e, especialmente, resolução de problemas envolvendo contextos práticos.

Christopher: Os alunos, em geral têm algumas dificuldades que são comuns em Cálculo, mas acho que para muitos o maior desafio é resolver problemas de aplicação (Notas de campo, 3.^a sessão).

Esse aspecto constituiu um ponto de partida para a formulação da tarefa que abordaria o tópico ‘Máximos e Mínimos’, assim como ressaltou a relevância de definir um contexto temático interessante e significativo para embasar a tarefa.

Esther: Amy disse que os alunos são de meio rural, a maior parte dos pais são agricultores. Eu [acho] interessante a gente trabalhar com uma tarefa que dissesse respeito a essa realidade deles, porque embora talvez eles não tenham o domínio do conhecimento de Cálculo, pode ser que eles dominem alguns outros conhecimentos que podem até ajudá-los na resolução da tarefa (Junho, 6.^a sessão).

Catarina: E tem a questão da motivação também [...]. Talvez algo relacionado com a realidade deles também motivasse mais, e despertasse mais a curiosidade, alguma coisa nesse sentido (6.^a sessão).

A partir das observações sobre as dificuldades dos alunos, sobre as possibilidades de favorecer a exploração do tópico a partir de um contexto instigante (motivador) e levando em consideração o objetivo definido para a aula, o grupo definiu como contexto/tema para a tarefa o pastejo rotacionado de gado de leite. Esse contexto temático foi considerando interessante pelo fato do IFC estar localizado em uma região com forte atividade agropecuária.

A familiaridade dos alunos com tarefas investigativas, de natureza mais aberta, foi uma preocupação manifestada pelos participantes no início do planejamento, sob a premissa de que os alunos poderiam ter dificuldades para resolver a tarefa.

Tatiana: Porque no próximo estágio teremos de pensar na elaboração do anúncio [da tarefa para a aula] e aí [nos perguntamos]: Que características tem esse anúncio? Quais os tipos de informações para se pensar no que vai ser proposto aos alunos? O quanto os alunos já trabalham com enunciados com essa característica? Se não trabalharam? Porque isso pode já nos dar algum indicativo sobre as nossas expectativas em relação a como eles vão reagir frente a esse tipo de proposição [atividade envolvendo contextos práticos].

Amy: Os alunos desta turma já trabalharam em tarefas investigativas em aulas de Cálculo. No início da disciplina eu preparei e desenvolvi algumas tarefas de investigação para revisar conceitos básicos de Cálculo, funções, por exemplo (4.^a sessão).

Mediante essa observação, o grupo passou a refletir sobre outros aspectos relativos ao problema a propor, transpondo a preocupação com a natureza mais aberta da tarefa e contemplando informações e conhecimentos intrínsecos ao manejo rotacionado de gado de leite:

Christopher: [...] É necessário considerar outras coisas que influenciam a atividade, como o clima, as normas técnicas que regulam essa atividade [...]. Os alunos precisam ter essas informações para pensar no problema (6.^a sessão).

Assim, o manejo rotacionado de gado de leite constituiu um contexto para abordar ‘Máximos e Mínimos’, priorizando o aprofundamento e a significação desse conceito, a familiarização com as normas técnicas relacionadas a essa atividade agropecuária, a compreensão das condições materiais para minimizar o custo da construção de um circuito de pastagem, visando dar oportunidade para os estudantes atribuírem significado para os resultados encontrados ao resolver esse problema.

Portanto, a delimitação e elaboração da tarefa levaram os participantes a movimentarem e aprofundarem aspectos associados ao ensino e a aprendizagem de tópicos matemáticos, a exemplo do papel do contexto da tarefa na etapa da exploração do problema, assim como da importância de fornecer aos estudantes conhecimentos complementares sobre o contexto escolhido, a exemplo das normas técnicas reguladoras do manejo de gado de leite, permitindo compreender o problema e interpretar os resultados obtidos.

Da mesma forma, os participantes preocuparam-se com as informações técnicas relacionadas ao tema da tarefa, que subsidiariam a discussão e a resolução da tarefa que estavam elaborando para a aula de investigação.

Amy: Eu acho que precisamos colocar todas as informações básicas sobre essa atividade [manejo rotacionado de gado de leite], por que senão os alunos vão buscar essas informações na internet e podem perder o foco. (8.^a sessão).

Natan: Além do texto informativo no início da tarefa acho importante colocar algumas informações em slide para familiarizar os alunos com essa atividade e as normas. Assim, para quem não conhece muito, vai compreendendo o contexto da tarefa (9.^a sessão).

O desenvolvimento de materiais de ensino relacionados ao contexto da tarefa e às vivências dos estudantes, especialmente a tarefa e o texto informativo, favoreceram o desenvolvimento dos processos de ensino e aprendizagem de maneira mais coerente, potencializando o envolvimento dos estudantes com a tarefa, incentivando-os a explorar o tópico e aprofundar o tema ‘pastejo rotacionado de gado de leite’. Ao mobilizar aspectos do conhecimento didático relativo aos materiais de ensino e seu potencial para a abordagem de tópicos específicos de Cálculo, os participantes aprofundaram aspectos relacionados ao potencial do tema e possíveis contextos para as tarefas para mobilizar conceitos, representações e relações matemáticas, assim como para enriquecer a discussão entre os alunos, contribuindo para a aprendizagem deles em diversos domínios do conhecimento.

Portanto, o planejamento da aula de investigação caracterizou um processo metucioso e fundamentado de preparação da aula de investigação, mediante o qual os participantes analisaram as dificuldades de aprendizagem dos estudantes em Cálculo, examinaram possíveis tarefas para abordar tópicos curriculares dessa componente e discutiram sobre contextos/temáticas para embasar a tarefa. Ou seja, a preparação da tarefa e o planejamento da aula de investigação oportunizaram aos participantes desenvolver materiais e recursos exclusivos para abordar ‘Máximos e Mínimos’, nomeadamente a tarefa, slides para a introdução e fechamento da aula, bem como um texto informativo sobre o pastejo de gado de leite distribuído na fase do trabalho autônomo sobre a tarefa, os quais contribuíram para uma abordagem diferenciada desse tópico. A tarefa, por exemplo, que tomou por contexto uma atividade familiar aos alunos, potencializou o seu interesse, favoreceu o seu envolvimento na discussão sobre o tema do pastejo de gado leiteiro e envolveu-os na resolução. A relevância do tema que embasou a tarefa da aula de investigação para o contexto em que o IFC está instalado foi destacada também pelos estudantes, como é o caso de uma estudante que afirmou: “A maior bacia leiteira do Estado de Santa Catarina se concentra aqui no oeste e o nosso município (Concórdia - SC) é o primeiro em produção, a que gera mais leite ao estado”.

A discussão sobre as características culturais da região de origem do estudo de aula e o modo como a cultura do país em que essa abordagem é introduzida influencia a sua dinamização, levou os participantes a discutirem sobre os constrangimentos que a observação pode trazer ao professor que leciona a aula e para os estudantes.

Catarina: Nós temos que pensar que a cultura do país, a cultura escolar do país [traz algumas dificuldades para essa abordagem]. No Japão, para eles, é algo muito comum os professores observam as aulas um dos outros e isso é muito comum. [...]. Eles não vêem como uma invasão do meu espaço, alguém está me observando (5.^a sessão).

Esse aspecto, relacionado à concepção do ensino como uma atividade pública, mas restrita ao professor e aos alunos, deu lugar a uma perspectiva de ensino coletivo, público, aberto aos pares, exposto ao olhar externo pela perspectiva dos observadores, situado na complementaridade entre os olhares da Matemática e Educação Matemática. Nessa perspectiva, a reflexão sobre essa característica movimentou aspectos do conhecimento didático sobre o papel da observação do trabalho autônomo dos alunos e sobre as possibilidades que essa prática oferece ao professor de aprender sobre o modo com os alunos aprendem.

Além disso, a organização da aula de investigação na perspectiva da abordagem exploratória, estruturada em quatro momentos (problematização, trabalho autônomo, discussão coletiva e sistematização), foi um aspecto didático bastante discutido. Essa reorganização da aula, também pensada pela perspectiva da Matemática e da Educação Matemática, oportunizou o desenvolvimento de ‘Máximos e Mínimos’ valorizando o processo, mas também priorizando o

aprofundamento das questões matemáticas mediante um processo de exploração e discussão entre pares.

Em síntese, aspectos relativos à didática do ensino de Cálculo, tais como o contexto temático da tarefa, os recursos e as estratégias necessários para a realização da abordagem de ‘Máximos e Mínimos’ e, especialmente, sobre a questão a ser aprofundada, marcaram este estudo de aula realizado com formadores de futuros professores. No âmbito dessa experiência, mediante a mobilização de aspectos didáticos distintos, uma mudança de concepção de ensino foi observada entre os participantes: o processo de preparar a tarefa e a aula de investigação transcendeu a perspectiva de planejamento do ensino e assumiu uma perspectiva de planejamento da aprendizagem, dos percursos de aprendizagem dos estudantes para o tópico ‘Máximos e Mínimos’, na qual a aula de investigação, organizada em quatro momentos, favoreceu esses aspectos.

Missão do formador de futuros professores

Sobre os desafios de formar futuros professores de Matemática, levando-os a apropriarem-se de conhecimentos da Matemática e sobre como ensiná-la na Educação Básica, os participantes destacaram que este é um aspecto frágil nas universidades, pois as reformas curriculares das últimas décadas têm reduzido gradualmente componentes da Matemática, para dar lugar a componentes que se tornaram necessárias em face às demandas da educação contemporânea:

Amy: Nos últimos anos, cada vez mais, os programas curriculares das licenciaturas vêm incorporando novas componentes, especialmente as práticas de ensino. Embora eu considere que as práticas são fundamentais na formação do futuro professor de Matemática, tenho observado que essas mudanças diminuem o tempo da própria Matemática, que também é essencial (5.^a sessão).

Esse aspecto revelou-se mediante um movimento de reflexão sobre a missão do formador de futuros professores em face da implementação da Base Nacional Comum para Formação de Professores (BNC – formação, de dezembro de 2019) (Brasil, 2019), cujas diretrizes impõem novos e distintos desafios à docência nesses cursos. Os participantes entendem que essas novas componentes são necessárias para a formação do futuro professor, porém consideram que a formação matemática precisa ser bem desenvolvida. Esse aspecto mobilizou o diálogo sobre a docência na disciplina de Cálculo, componente basilar na Licenciatura em Matemática, sobre o seu papel na formação de futuros professores e sobre os desafios enfrentados ao ensiná-la, dentre eles as dificuldades dos alunos e a ênfase na abordagem.

Esther: Nós também temos que pensar qual é o papel das disciplinas matemáticas na formação deles. [...] Compreender por que essa formação é importante e qual é o nosso compromisso nesse processo (7.^a sessão).

Complementando, Alice ressaltou a importância de o formador compreender o papel das componentes matemáticas na formação do futuro professor, assim como

a relevância dos estudantes compreenderem o papel dessas componentes na sua formação e prática futura:

Alice: As mudanças nas diretrizes curriculares colocam muitos desafios para nossa prática que me levam a perguntar se o ensino que eu realizo em Cálculo, ou Álgebra está de fato contribuindo para a formação do futuro professor de Matemática. [Além disso, os estudantes] também precisam entender, ou pelo menos desenvolver uma compreensão, sobre o porquê eles estão aprendendo Cálculo, Álgebra e Geometria na licenciatura. Não é só porque está lá, porque faz parte do programa. Cada componente tem um papel depois na sua atividade, na sua vida profissional (7.^a sessão).

Esta reflexão aponta um desconforto e uma preocupação com a concretização dos objetivos da formação de futuros professores em face do ensino das componentes da Matemática, porque as diretrizes são muito gerais em relação às dimensões do conhecimento a serem desenvolvidas a partir desse processo. Além disso, as competências e habilidades estabelecidas nas diretrizes curriculares vigentes pouco referenciam a Matemática e seu papel da formação dos futuros professores e, portanto, esse é um compromisso que precisa ser compreendido e partilhado por todos os docentes que atuam em cursos de licenciatura.

Além disso, na sessão de organização da dinâmica da aula de investigação os participantes retomaram a questão delineada no início do estudo de aula, pontuando aspectos sobre o que se pretendia desenvolver com os alunos e sobre a responsabilidade de cada um, enquanto formadores de futuros professores:

Estrela: [Pelo] que a gente já aprofundou [...] implica um olhar mais amplo. [Pensar na formação do futuro professor implica] olhar para o futuro professor. Que implicações têm, tanto conceituais [como] formativas, a gente olhar para o futuro professor? E [que implicações] formativas nossas, enquanto formadores, a equipe que está pensando sobre [esse processo]? Então, isso parece um processo mais amplo, e depois, como disse Esther, um processo mais pontual do próprio estudo de aula, da tarefa, que aí sim é muito mais explícito a questão da componente curricular (9.^a sessão).

A problematização levantada por Estrela enfatiza aspectos relativos ao profissional que se pretende formar na Licenciatura em Matemática e, especialmente, as condições didáticas que se fazem necessárias para preparar o futuro professor. Chama a atenção, também, para o compromisso do formador para que os fins e finalidades do curso sejam alcançados.

As discussões e reflexões sobre a questão do estudo de aula, sobre a tarefa elaborada e sobre as mudanças curriculares mobilizaram aspectos dos conhecimentos profissionais do formador de futuros professores de Matemática, relativamente aos fins e finalidades desse curso. Os fins e finalidades do curso de Licenciatura em Matemática, embora sejam enfatizados no contexto das diretrizes curriculares da formação de futuros professores, revelam-se contraditórios e complexos em face das condições concretas em que a docência do professor

formador é concretizada. Essa docência, apoiada em conhecimentos distintos e concretizada na relação entre teoria e prática, possibilita mudanças no ensino na universidade, assim como das escolas a partir da prática futura dos profissionais que ela forma. Portanto, a concretização da missão do formador de futuros professores de Matemática contribui para o desenvolvimento profissional de todos – formadores de futuros professores e estudantes –, traduzindo-se em mudanças educacionais mais alargadas.

DISCUSSÃO

O estudo de aula na educação superior (Alvine et al., 2007; Burroughs, e Luebeck, 2010; Helvia Artime et al., 2015; Leavy, 2015; Oliveira et al., 2021; Richit, 2021a) constitui uma forma de promover o desenvolvimento profissional de professores universitários, favorecer a aprendizagem dos futuros professores, contribuir para a sua formação, constituindo as universidades comunidades de aprendizagem (Lima, 2002; Richit, 2021a) e de conhecimento (Roldão, 2005; 2014). Ao potencializar a universidade como espaço para o desenvolvimento do professor (Zabalza, 2004), constituindo comunidades de aprendizagem que congregam profissionais com experiência em Matemática e Educação Matemática e que assumem papéis distintos na formação das futuras gerações de professores, o estudo de aula favorece a mobilização de conhecimentos inerentes à docência na licenciatura em Matemática.

O estudo de aula com professores universitários, formadores de futuros professores, oportunizou aos participantes mobilizar aspectos do conhecimento profissional relativos à Matemática, Didática e à Missão do formador de futuros professores de Matemática. Esses aspectos corroboram os resultados de pesquisa centrados em estudos de aula na educação superior, os quais têm apontado que esta abordagem oportuniza aos participantes desenvolver conhecimentos relacionados ao domínio do conhecimento, nomeadamente a Matemática (Alvine et al., 2007; Lasut, 2013; Verhoef, et al. 2014; Richit e Ponte, 2020) e, sobretudo em relação ao ensino da Matemática (Alvine et al., 2007; Cerbin, 2011; Cerbin e Kopp, 2006; Helvia Artime et al., 2015; Lewis, 2016; Prediger et al, 2019; Richit, 2021a; Verhoef, et al. 2014).

Matemática

O estudo de aula favoreceu a mobilização de aspectos do conhecimento (Shulman, 1986; Shulman, 2000) relativos à Matemática (Inoue, 2011; Leavy, 2015; Lewis et al., 2013; Richit e Ponte, 2020; Verhoef et al., 2014), especificamente do Cálculo (Alvine et al., 2007; Helvia Artime et al., 2015; Lasut, 2013). A partir da discussão sobre as dificuldades dos alunos nessa componente curricular, da possibilidade de revisitar conceitos em uma sessão dedicada ao tópico ‘Máximos e Mínimos’, da preparação de uma tarefa cuidadosamente fundamentada e estruturada para abordar esse tópico, assim como pelo desenvolvimento de

materiais e recursos (tarefa, slides, texto informativo) para a aula de investigação, os participantes retomaram e resignificaram conceitos basilares do Cálculo.

A dinâmica do estudo de aula, especialmente as sessões de planejamento da aula, constituiu-se em contexto para os participantes revisitarem tópicos do Cálculo, oportunizando abordagens diferenciadas para aqueles que não estão diretamente envolvidos com esta componente nas suas instituições. Oportunizou para aqueles que estão mais envolvidos com o ensino de Cálculo explorar distintas relações entre conceitos – tais como taxas relacionadas, limites, retas secante e tangente, coeficiente angular – e discuti-las com os pares do ponto de vista da Educação Matemática.

Além disso, o estudo de aula, especialmente a preparação da tarefa e dos materiais para a aula, oportunizou aos participantes visitar conceitos, propriedades e representações de tópicos da Matemática (Alvine et al., 2007; Lasut, 2013) e explorar relações entre eles. Estes aspectos materializam-se em situações, tais como o uso de múltiplas representações (Inoue, 2011; Verhoef; 2004) sobre derivadas, da articulação entre diferentes representações (Lewis et al.; 2009), da articulação entre o tema/contexto da tarefa e a linguagem do Cálculo na aula de investigação (Verhoef et al., 2014), bem como no aprofundamento do pensamento algébrico ao explicitar representações relacionadas a um problema de minimização do perímetro de uma região retangular (circuito de pastagem).

Portanto, o estudo de aula realizado com formadores de futuros professores de Matemática oportunizou aos participantes mobilizar e aprofundar conceitos e relações de Cálculo, explorando-as a partir de representações tabulares, gráficas e algébricas e, principalmente, discutindo-as pela perspectiva da Matemática e da Educação Matemática. E essas perspectivas, confrontaram-se e complementaram-se ampliando a compreensão sobre o papel das componentes matemáticas na formação do futuro professor de Matemática.

Didática da Matemática

A Didática da Matemática foi potencializada no planejamento da aula de investigação, centrando-se em objetivos de aprendizagem dos alunos sobre ‘Máximos e Mínimos’ e no estudo das orientações curriculares e resultados de pesquisa (Ponte et al., 2016; Richit e Ponte, 2020), favorecendo a relação entre teoria e prática (Cunha, 1998; Dudley, 2013; Shulman, 2000) e mudanças educacionais (Guskey, 2002) mediante a aproximação das dimensões conceitual e prática da docência (Roldão, 2014) na licenciatura em Matemática.

Ao planejar uma tarefa para a aula de investigação considerando as características e atividade econômica da região de abrangência do IFC, os participantes precisaram conhecer o nível de familiarização dos estudantes com o tópico da aula e com tarefas contextualizadas e recorrer a diferentes conceitos e normas técnicas relativas ao tema da tarefa (pastejo rotacionado de gado de leite).

Estes aspectos do conhecimento didático, basilares à elaboração dos materiais para aula, oportunizaram aos participantes planejar uma aula especificamente

voltada para aquele contexto, priorizando o processo de aprendizagem dos alunos, assim como o aprofundamento do Cálculo. O desenvolvimento de materiais de ensino, elaborados para abordar tópicos curriculares específicos e para contextos também específicos, os professores têm a possibilidade de conduzir os processos de ensino e aprendizagem mais eficientemente (Leavy, 2015). O planejamento da tarefa e dos materiais para a aula (texto informativo e slides), que se concretizou na relação entre teoria e prática (Cunha, 1998; Dudley, 2013), os oportunizou transcender o planejamento do ensino e concretizar o planejamento da aprendizagem dos futuros professores.

Missão do formador de futuros professores

O conhecimento dos fins e finalidades da educação (Shulman, 1987, 2000) de futuros professores permeou as reflexões sobre os objetivos, as finalidades, os fundamentos teóricos e históricos da formação de futuros professores, em face das discussões sobre as diretrizes curriculares para cursos de licenciatura (BNC-Formação) (Brasil, 2019).

A dinâmica do estudo de aula oportunizou aos participantes refletir sobre a missão do formador de futuros professores, discutindo-a pela perspectiva das diretrizes nacionais da formação de professores e pelas condições em que essa missão é concretizada na universidade. No âmbito dessas discussões, o planejamento do ensino assumiu papel preponderante, por constituir-se em contexto para situar demandas específicas do ensino em contextos também específicos (Leavy, 2015), especialmente as relacionadas à formação das futuras gerações de professores de Matemática e aos desafios advindos da implementação das recentes diretrizes curriculares para a formação de professores no Brasil.

O estudo de aula, por propiciar aos envolvidos uma comunidade de aprendizagem (Lima, 2002) e de conhecimento (Roldão, 2014), evoca domínios de conhecimentos e dimensões estruturantes da profissionalidade do professor universitário (Cunha, 1998; Bazzo, 2007), especialmente do formador na concretização da sua missão de formar as futuras gerações de professores para a Educação Básica. A reflexão em estudo de aula, ampliada mediante a observação e análise da vida em sala de aula (Lewis, 2009), oportunizou aos participantes ampliar a perspectiva sobre a contribuição das aprendizagens em Cálculo para a formação dos futuros professores de Matemática.

Por fim, a análise sobre os conhecimentos profissionais, revisitados e aprofundados em um estudo de aula em Cálculo, evidenciou as contribuições dessa abordagem para o desenvolvimento profissional de professores universitários, especialmente o formador de futuros professores de Matemática, pelo fato favorecer distintos aspectos das dimensões estruturantes da profissionalidade docente em cursos de licenciatura, tais como os conhecimentos, as habilidades, as finalidades, as condições e as práticas inerentes à docência na educação superior. O trabalho aponta perspectivas para compreendermos a profissionalidade do formador de futuros professores pelo fato de enfatizar as especificidades da

docência nesses cursos, assim como os diferentes elementos sociais, políticos e contextuais que interferem nessa missão. Sinaliza, ainda, a possibilidade de o formador, por meio do estudo de aula, concretizar a docência em cursos de licenciatura em Matemática, situando-a na complementaridade entre as dimensões do ensino, pesquisa e extensão.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A dinâmica do estudo de aula, a sua natureza e o foco da experiência analisada, mediante as interações entre os participantes, favoreceram a mobilização e o aprofundamento de distintos atributos da profissionalidade do formador de futuros professores de Matemática, dentre os quais abordamos o conhecimento da Matemática e seu ensino, assim como sobre a missão de formar futuros professores. Estes aspectos, intrínsecos aos domínios do conhecimento profissional basilares à docência em cursos de licenciatura em Matemática, circunscrevem habilidades, destrezas, valores, finalidades, recursos e materiais de ensino, estratégias de sala de aula, intencionalidades e o compromisso ético assumido pelo formador de futuros professores nesse processo. A complementaridade entre esses aspectos, sobretudo pela perspectiva da Matemática e da Educação Matemática, favoreceu a relação entre teoria e prática nesses cursos, ressignificando o conhecimento profissional dos participantes e o modo como vislumbram e concretizam a missão do formador das futuras gerações de professores de Matemática.

Os resultados corroboram as possibilidades do estudo de aula para promover o desenvolvimento profissional do formador de futuros professores de Matemática, evidenciando especificidades da sua missão e os elementos intervenientes na concretização do seu papel. Entretanto, a discussão sobre essa temática não se esgota nesta investigação, pois, devido à complexidade dessa missão e o modo pelo qual a cultura influencia a dinamização do estudo de aula, mais pesquisas tornam-se necessárias.

REFERÊNCIAS

- Alamri, N. M. (2020) The implementation of the lesson study strategy in teaching mathematics: Teachers' perspectives. *Education Research International*, 1(1), 1-8. <https://doi.org/10.1155/2020/1683758>
- Alvine, A., Judson, T. W., Schein, M. & Yoshida, T. (2007). What graduate students (and the rest of us) can learn from lesson study. *College Teaching*, 55(3), 109-113. <https://doi.org/10.3200/CTCH.55.3.109-113>
- Bazzo, V. (2007). *Constituição da profissionalidade docente na educação superior: desafios e possibilidades* [Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul]. <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/10862>

- Bardin, L. (2003). *Análise de conteúdo*. Edições 70.
- Bolzan, D.P.V. e Powaczuk, A.C.H. (2019). Formação permanente na educação superior: Desafios ao desenvolvimento profissional docente. In F. Imbernon, A. Shigunov e I. Fortunato (Eds.), *Formação permanente de professores: Experiências iberoamericanas* (pp. 75-95). Hipótese.
- BRASIL (2019). Resolução CNE/CP n.º 2, de 20 de dezembro de 2019. *Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica* (BNC-Formação). Ministério da Educação; Conselho Nacional da Educação.
- Burroughs, E. & Luebeck, J. (2010). Pre-service teachers in mathematics lesson study. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 7(2/3), 391-400.
- Cerbin, W. (2011). *Lesson study: Using classroom inquiry to improve teaching and learning in higher education*. Stylus.
- Cerbin, W. e Kopp, B. (2006). Lesson study as a model for building pedagogical knowledge and improving teaching. *International Journal of Teaching and Learning in Higher Education*, 18(3), 250-257.
- Cunha, M. I (1998). *O professor universitário na transição dos paradigmas*. Junqueira e Marin.
- Day, C. (2001). *Desenvolvimento profissional de professores: Os desafios da aprendizagem permanente*. Porto Editora.
- Denzin, N. K. e Lincoln, I. (2006). *O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens*. Artmed.
- Dudley, P. (2013). Teacher learning in lesson study: What interaction-level discourse analysis revealed. *Teaching and Teacher Education*, 34, 107-121. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2013.04.006>
- Erickson, F. (1986). Qualitative methods in research on teaching. Em M. C. Wittrock (Ed.). *Handbook of research on teaching* (pp. 119-161). Macmillan.
- Godino, J. D., Giacomone, B., Font, V. e Pino-Fan, L. (2018). Conocimientos profesionales en el diseño y gestión de una clase sobre semejanza de triángulos. Análisis con herramientas del modelo CCDM. *AIEM-Avances De Investigación Em Educación Matemática*, 13, 63-83. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i13.224>
- Guskey, T. (2002). Professional development and teacher change. *Teachers and Teaching: Theory and Practice*, 8(3/4), 381-391. <https://doi.org/10.1080/135406002100000512>
- Guskey, T. & Huberman, M. (1995). *Professional development in education: New paradigms and practices*. Teachers College Press.
- Helvia Artime, I., Fueyo Gutiérrez, A. e Belver Domínguez, J. L. (2019). La Lesson Study. Una metodología para reconstruir el conocimiento docente universitario. *Revista Complutense de Educación*, 30(4), 1067-1081. <https://doi.org/10.5209/rced.60076>

- Inoue, N. (2011). Zen and the art of neriage: Facilitating consensus building in mathematics inquiry lessons through lesson study. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14, 5-23. <https://doi.org/10.1007/s10857-010-9150-z>
- Lasut, M. (2013). Effect of implementation lesson study to improve students' learning achievement in Calculus I. *Journal of Education and Practice*, 4(20), 182-188.
- Leavy, A. (2015). Looking at practice: revealing the knowledge demands of teaching data handling in the primary classroom. *Mathematics Education Research Journal*, 27, 283-309. <https://doi.org/10.1007/s13394-014-0138-3>
- Lewis, C. (2002). *Lesson study: A handbook of teacher-led instructional change*. Research for Better Schools.
- Lewis, C., Perry, R. R. e Hurd, J. (2009). Improving mathematics instruction through lesson study: A theoretical model and North American case. *Journal Mathematics Teacher Education*, 12, 285-304. <https://doi.org/10.1007/s10857-009-9102-7>
- Lewis, J. M. (2016). Learning to lead, leading to learn: How facilitators learn to lead lesson study. *ZDM*, 48, 527–540. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0753-9>
- Lima, J. A. (2002). *Culturas colaborativas nas escolas: Estruturas, processos e conteúdos*. Porto Editora.
- Lopes, C. E. (2014). As narrativas de duas professoras em seus processos de desenvolvimento profissional em educação estatística. *Bolema*, 28(49), 841-856. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v28n49a19>
- Marcelo, C. (2009). Desenvolvimento profissional docente: Passado e futuro. *Sísifo-Revista de Educação*, 8, 7-19.
- Murata, A. (2011). Introduction: Conceptual overview of lesson study. En L. C. Hart, A. S. Alston e A. Murata (Eds.). *Lesson Study Research and Practice in Mathematics Education* (pp. 1-12). Springer.
- Oliveira, J. P., Bracken, S. e Nakano, N. (2021). Preliminary Indicators of the use of lesson study as a teaching practice capable of enabling an inclusive perspective in higher education. *Revista Brasileira de Educação Especial*, 27(1), 371-390. <https://doi.org/10.1590/1980-54702021v27e0161>
- Pina Neves, R. S., Fiorentini, D. e Silva, J. M. P. (2022). Lesson Study presencial y la pasantía curricular supervisada en matemáticas: contribuciones al aprendizaje docente. *Revista Paradigma*, LXIII (Edición Temática), 409 - 442. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2022.p409-442.id1178>
- Ponte, J. P., Quaresma, M., Mata-Pereira, J. e Baptista, M. (2016). O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional de professores de matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 30(56), 868-891. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a01>
- Prediger, S., Roesken-Winter, B. e Leuders, T. (2019). Which research can support PD facilitators? Research strategies in the Three-Tetrahedron Model for

- content-related PD research. *Journal for Mathematics Teacher Education*, 22(4), 407-425. <https://doi.org/10.1007/s10857-019-09434-3>
- Quaresma, M. (2018). *O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional de professores de matemática: duas experiências no ensino básico* [Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa, Portugal]. <http://hdl.handle.net/10451/37282>
- Ribeiro, A. J. e Oliveira, F. A. P. (2015). Conhecimentos mobilizados por professores ao planejarem aulas sobre equações. *Zetetiké*, 23(2), 311-327. <https://doi.org/10.20396/zet.v23i44.8646541>
- Richit, A. (2020). Estudos de aula na perspectiva de professores formadores. *Revista Brasileira de Educação*, 25(2), 1-24. <https://doi.org/10.1590/s1413-24782020250044>
- Richit, A. (2021a). Desenvolvimento profissional de professores universitários em lesson study. *Proceedings of 9th International Congress of Educational Sciences and Development*. <https://centresderecerca.uab.cat/doctorateducacio/node/531>
- Richit, A. (2021b). Desenvolvimento profissional de professores: um quadro teórico. *Research, Society and Development*, 10(14), 1-19. <https://doi.org/10.33448/rsd-v10i14.22247>
- Richit, A. e Ponte, J. P. (2020). Conhecimentos profissionais evidenciados em estudos de aula na perspectiva de professores participantes. *Educação em Revista*, 36, 1-29. <https://doi.org/10.1590/0102-4698190699>
- Richit, A., Ponte, J. P. e Tomkelski, M. (2019). Estudos de aula na formação de professores de matemática do ensino médio. *Revista Brasileira Estudos Pedagógicos*, 100(254), 54-81. <https://doi.org/10.24109/2176-6681.rbep.100i254.3961>
- Roldão, M. C. (2005). Profissionalidade docente em análise: especificidades do ensino superior não superior. *Nuances Estudos sobre Educação*, 12(13), 105-126. <https://doi.org/10.14572/nuances.v12i13.1692>
- Roldão, M. C. (2014). Currículo, didáticas e formação de professores—a triangulação esquecida. In M. R. Oliveira (Ed.), *Professor: Formação, saberes e problemas* (pp. 91-104). Porto Editora.
- Soto, E. e Pérez-Gómez, Á. (2015). Lesson studies: Un viaje de ida y vuelta recreando el aprendizaje comprensivo. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 29(3), 15-28.
- Stigler, J. e Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. The Free Press.
- Shulman, L. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14. <https://doi.org/10.3102/0013189x015002004>
- Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-23. <https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411>

- Shulman, L. (2000). Teaching as community property: Putting an end to pedagogical solitude. Em D. DeZure (Ed.), *Learning from change: Landmarks in teaching and learning in higher education* (pp. 24-26). Stylus.
- Verhoef, N., Tall, D., Coenders, F., & Smaalen, D. (2014). The complexities of a lesson study in a Dutch situation: Mathematics teacher learning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 12, 859-881. <https://doi.org/10.1007/s10763-013-9436-6>
- Zabalza, M. A. (2004). *O ensino universitário: Seu cenário e seus protagonistas*. Artmed.

Adriana Richit
Universidade Federal da Fronteira
Sul, Brasil
adrianarichit@gmail.com

João Pedro da Ponte
Universidade de Lisboa, Portugal
jpponte@ie.ulisboa.pt

Luiz Augusto Richit
Universidade Federal do Rio Grande do
Sul, Brasil
luizaugustorichit@gmail.com

Recebido: Fevereiro 2022. Aceitaram: Julho 2022

doi: 10.30827/pna.v17i1.23931



ISSN: 1887-3987