



ALEXANDRIA

Revista de Educação em Ciência e Tecnologia

Modelagem Matemática no Contexto Pedagógico: Um Olhar sobre Textos Produzidos por três Licenciandos em Matemática

Mathematical Modeling in the Pedagogical Context: A Look at the Text Produced by Three Future Teacher in Mathematics

Amanda Caroline Fagundes Campos^a; Marilaine de Fraga Sant'Ana^a

^a Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil - fagundesc.amanda@gmail.com, marilaine@mat.ufrgs.br

Palavras-chave:

Basil Bernstein.
Licenciatura em matemática. Modelagem matemática.

Resumo: Neste artigo refletimos sobre como licenciandos em matemática reconhecem especificidades de Modelagem Matemática, como justificam as especificidades reconhecidas e exemplificam planejamentos, com as referidas especificidades, no âmbito da Modelagem Matemática. Para isso, analisamos qualitativamente os *textos* produzidos em uma entrevista, entendendo *texto* como uma forma de relação social tornada visível, palpável e/ou material, que abrange não só a escrita, mas também falas e gestos (BERNSTEIN, 1996). Ao explorar tais *textos* identificamos: justificativas não argumentadas com menção a leituras, discussões e/ou práticas vivenciadas anteriormente; reconhecimento parcial de especificidades de Modelagem Matemática, e; exemplos de planejamentos dissonantes de especificidades escolhidas pelos entrevistados. Diante disso, apresentamos sugestões para os cursos de formação de professores de matemática e trazemos questões para próximas investigações.

Keywords:

Basil Bernstein.
Mathematics teacher education course.
Mathematical modeling.

Abstract: In this article we analyze how three undergraduate students in Mathematics at the recognize specificities of some conceptions of Mathematical Modeling and differentiate it from other trends in Mathematics Education; justify there cognized specificities, and; exemplify planning, according toth eaforementioned specificities, within the scope of Mathematical Modeling. For this, we observe qualitatively the texts produced by the aforementioned students in an interview, seen here as a form of social relationship made visible, palpableor material, which covers the writingandal so the speeches and gestures (BERNSTEIN, 1996). We consider that these texts contained: justifications no targued with reference toreadings, discussions or practices previously experienced; partialre cognition of specificities of Mathematical Modeling, and; examples of dissonant planning of specificities chosen by the interviewees. Therefore, we make suggestions for mathematics teacher courses and bring questions for further investigations.



Esta obra foi licenciada com uma Licença [Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Introdução

O movimento pela Modelagem Matemática na educação brasileira iniciou no final dos anos 1970 e início dos anos 1980, conquistando adeptos por todo o país (BIEMBENGUT, 2009). Desde esse início, ao utilizar-se a Modelagem Matemática como estratégia de ensino e divulgar experiências em eventos, surgiram novos entendimentos e concepções (BIEMBENGUT, 2009). No entanto, situações e problemas externos à disciplina de matemática, que são abordados, investigados e resolvidos por meio dela são apontados, por Barbosa (2004) e Oliveira (2016), como um termo geral para tratar de Modelagem Matemática em Educação Matemática, apesar dos distintos entendimentos (focos, concepções) sobre essa tendência¹.

Com relação à Modelagem Matemática na formação de professores, são recorrentes as propostas para diferentes vivências (como aluno ou como professor), em diferentes disciplinas da formação inicial (específicas da formação matemática ou específicas da formação pedagógica) e, em diferentes contextos/momentos (sala de aula e pesquisa) (BARBOSA, 2004; MALHEIROS, 2014; BRAZ; OLIVEIRA; KATO, 2018). Ainda assim, Braz (2017) identificou uma lacuna na investigação da “aprendizagem” sobre Modelagem Matemática na formação inicial e justificou a necessidade de reflexões acerca disso, para orientar aspectos formativos com relação a essa tendência. Também sobre a referida lacuna, Oliveira (2016) evidenciou como agenda de investigações em Modelagem Matemática, a análise da repercussão de ações (no âmbito da mencionada tendência) na formação de professores e nas (futuras) práticas pedagógicas desenvolvidas pelos professores, quando formados. Ainda, Mutti e Klüber (2018) trazem que a efetivação da Modelagem Matemática na escola parece estar intrinsecamente associada à decisão do professor, sendo essa decisão relacionada à formação. Segundo eles, professores que participaram de uma formação continuada “buscam inserir em suas práticas características das práticas de seus professores da graduação” (MUTTI; KLÜBER, p. 91), a formação inicial exerceu grande influência nas práticas pedagógicas desses professores e a formação continuada, “da forma como se apresenta, não tem causado grandes reflexos formativos” (MUTTI; KLÜBER, p. 92) nas práticas dos referidos professores.

Em pesquisas que relacionaram Modelagem Matemática e conceitos de Basil Bernstein, a formação inicial de professores não foi abordada, sendo o foco dessas pesquisas: análise de materiais curriculares educativos (PRADO; OLIVEIRA, 2012), formação continuada e análise da operacionalização do planejamento (SILVA; OLIVEIRA, 2014a),

¹ Entendemos tendência, com base em Klüber (2012, p. 33), ou seja, “como um movimento efetivo daquilo que tem permanecido enquanto e como alguns modos de se pensar e fazer Educação Matemática em nosso país e também em outras partes do mundo”.

formação continuada e escolha de temas (SILVA; OLIVEIRA, 2014b) e categorização de tarefas (PRADO; SILVA; SANTANA, 2013; SANT'ANA; SANT'ANA, 2015). Ainda, em pesquisas que relacionaram Modelagem Matemática e conceitos de Basil Bernstein (LUNA, 2012; SILVA, 2013; PRADO, 2014; TEODORO, 2018), chamou nossa atenção o uso do conceito de *texto*. Segundo Bernstein (1996), *texto* é uma forma de relação social tornada visível, palpável e/ou material. Diante disso, fazem parte das análises daquelas pesquisas e deste artigo: falas e gestos, além de textos escritos. Também sobre Modelagem Matemática e conceitos de Basil Bernstein, o conceito de regras de reconhecimento e realização (discutido nas próximas seções deste artigo) foi o menos aprofundado em relação, por exemplo, ao conceito de enquadramento que correspondente, segundo Bernstein (1998), à relação de controle em práticas pedagógicas.

Por fim, em se tratando de conceitos de Basil Bernstein na formação de professores, Afonso, Neves e Morais (2005) afirmaram que esses conceitos possuem forte estrutura conceitual e grande poder analítico, permitindo analisar tal formação. Já Saraiva (2016) trouxe que os referidos conceitos permitem a análise, a descrição e a comparação dos *textos* produzidos no contexto da formação de professores e uma relação dialética entre o teórico e o empírico.

Diante do exposto, nosso objetivo neste artigo (que decorre da dissertação de Mestrado da primeira autora sob orientação da segunda) é analisar, nos *textos* produzidos por três licenciandos em matemática: como eles reconhecem especificidades de Modelagem Matemática a partir de algumas caracterizações dessa tendência e diferenciam-na de outras tendências em Educação Matemática (apropriam-se de regras de reconhecimento); justificam as especificidades reconhecidas (apropriam-se de regras de realização passiva); e, exemplificam planejamentos, no âmbito da Modelagem Matemática, com as referidas especificidades (apropriam-se de regras de realização ativa ao nível da argumentação).

Na próxima seção, discutimos brevemente algumas concepções de Modelagem Matemática, as quais as caracterizações foram apresentadas aos três licenciandos participantes desta pesquisa. Na terceira seção trazemos o desenvolvimento do conceito de regras de reconhecimento e realização, por meio de Bernstein (1998) e de pesquisas que analisaram esse conceito na formação de professores. Os licenciandos em matemática produziram seus *textos* em entrevistas, descritas na quarta seção deste artigo. Nela explicamos também a análise qualitativa desses *textos*, com relação à Lüdke e André (1986) e Saraiva (2016). Os referidos *textos* são apresentados e analisados, por meio dos conceitos de regras de reconhecimento e realização, na quinta, sexta e sétima seções deste artigo. Posteriormente, trazemos nossas considerações finais.

Modelagem Matemática

São pelo menos oito concepções distintas de Modelagem Matemática, indicadas por Klüber (2012) como mais significativas, por circularem e se manterem. Essas podem ser discutidas por meio de caracterizações, objetivos e considerações sobre modelos e etapas, apresentadas pelos pesquisadores que estudam Modelagem Matemática (CAMPOS, 2020). A seguir, dissertamos sobre três dessas concepções, as quais foram citadas em artigos que relacionaram Modelagem Matemática e conceitos de Basil Bernstein (PRADO; OLIVEIRA, 2012; PRADO; SILVA; SANTANA, 2013; SANT'ANA; SANT'ANA, 2015; SILVA; OLIVEIRA, 2014a; SILVA; OLIVEIRA, 2014b).

Barbosa (2001, 2009) apresentou Modelagem Matemática como um ambiente de aprendizagem, ressaltando o trabalho no âmbito dela como um convite aos alunos. A matemática foi vista por Barbosa (2001, 2008, 2009) como um meio para indagar/investigar situações que fossem de áreas distintas à matemática. Também, segundo ele, a Modelagem Matemática tem como objetivo oportunizar a observação/exploração/reflexão/discussão do papel da matemática (e de modelos matemáticos) na sociedade e nas ciências. Na concepção do referido autor, não há garantia da presença de modelos matemáticos no sentido formal (BARBOSA, 2001). Esses são entendidos como qualquer representação ou registro matemático, como os que empregam símbolos, conceitos, notações e/ou procedimentos matemáticos e, como instrumentos de poder, a serem analisados, problematizados e discutidos criticamente (BARBOSA, 2008, 2009). Sobre etapas, Barbosa (2001) não as define previamente, nem aponta uma sequência de procedimentos a serem seguidos. No entanto, podemos relacionar etapas, na concepção desse pesquisador, à descrição de Casos (BARBOSA, 2001, 2009) e discussões (BARBOSA, 2008). Sant'Ana, Sant'Ana e Serpa (2020, p. 80) explicaram que os referidos Casos são “enumerados de 1 a 3, de acordo com a divisão de tarefas entre professores e alunos, de modo que, quanto mais autonomia for delegada aos alunos, maior o número atribuído”. Essas “tarefas” são: elaboração da situação-problema, simplificação, coleta de dados e resolução. Consideramos que elas podem ser relacionadas a etapas, no ambiente de Modelagem Matemática baseado na concepção de Barbosa (2001, 2009). Bassanezi (2002) caracterizou Modelagem Matemática como um processo de obtenção e validação de modelos matemáticos, como arte de transformar problemas da “realidade” em problemas matemáticos. Segundo Bassanezi (2002), o trabalho com Modelagem Matemática na Educação tem como objetivos: mostrar (aos alunos) aplicações e a criação da matemática; o desenvolvimento (pelos alunos) de habilidades como modeladores; e, ser uma estratégia de aprendizagem, na qual se valoriza o processo. Para Bassanezi (2002), a obtenção de modelos faz parte da caracterização de Modelagem Matemática, dessa forma, é garantida ao se trabalhar no âmbito da concepção dele. Os

modelos matemáticos consistem em um conjunto de símbolos e relações matemáticas, utilizados na tentativa de explicar, entender, ou agir (de maneira clara e sem ambiguidades) sobre uma “porção da realidade” (BASSANEZI, 2002). Ainda, para o mencionado pesquisador, na Modelagem Matemática deve-se seguir etapas. As cinco descritas por ele dizem respeito a: coleta de dados; seleção de variáveis e, formulação de problemas e hipóteses; obtenção do modelo; teste do modelo; e, modificação (se necessária) do modelo.

Burak (2017) trouxe Modelagem Matemática como um conjunto de procedimentos. De acordo com ele, a matemática é utilizada para tentar explicar fenômenos cotidianos, ajudar a fazer previsões e tomar decisões. Observamos que, para Burak (2004, 2017), o trabalho com Modelagem Matemática tem como objetivos propiciar a ação do estudante; maior interesse, interação, atenção, sensibilidade, criatividade e crítica dos estudantes; uma nova postura do professor, como mediador; e, maior significado ao conteúdo matemático. Burak (2010) entendeu modelo como representação e citou lista de supermercado e planta de uma casa como exemplos desse. Para ele, o trabalho com modelos matemáticos (se forem considerados como fórmulas, matematizações e abstrações) não é prioridade na Modelagem Matemática. No entanto, Burak (2010) destacou uma relação entre modelos e a fase de escolarização dos estudantes, ao se trabalhar com Modelagem Matemática na Educação Básica. Burak (2010, 2017) não considerou etapas rígidas mas, a partir de experiências vividas em cursos com professores, as sugeriu como encaminhamento das atividades de Modelagem Matemática. As etapas sugeridas por ele foram: escolha do tema, pesquisa exploratória, levantamento do(s) problema(s), resolução do(s) problema(s) e desenvolvimento de conteúdos matemáticos e, análise crítica da(s) solução(ões).

As caracterizações de Modelagem Matemática trazidas por Barbosa (2009), Bassanezi (2002) e Burak (2017) foram apresentadas aos participantes dessa pesquisa. A partir delas os licenciandos produziram seus *textos*, nos quais observamos o reconhecimento de especificidades de Modelagem Matemática, justificativas sobre as especificidades reconhecidas e exemplos de planejamentos no âmbito delas.

Conceitos de Basil Bernstein

Discorreremos agora sobre alguns conceitos discutidos por Bernstein (1998), especialmente sobre o desenvolvimento de regras de reconhecimento e realização. Ainda, consideramos pesquisas que analisaram esse conceito na formação de professores.

Segundo Bernstein (1998), as regras de reconhecimento dizem respeito ao reconhecimento, pelo aluno, das características especiais do contexto no qual ele se encontra. A apropriação² dessas regras permite identificar as especificidades ou semelhanças entre contextos. Ainda, de

² Bernstein (1998) usa o termo “posse”. Neste artigo, consideramos mais adequado o termo “apropriação”.

acordo com Bernstein (1998), a comunicação em um contexto determinado não é possível sem a apropriação dessas regras.

No entanto, Bernstein (1998, p. 134, tradução nossa) salientou: “mesmo que as regras de reconhecimento constituam uma condição necessária à produção de uma prática ou *texto* legítimo específico do contexto, essas regras não são suficientes”. As regras de realização são necessárias para aquela produção, elas determinam a união de significados dentro de um contexto e a forma de torná-los públicos.

De acordo com Bernstein (1998) a apropriação das regras de reconhecimento e realização permitem construir o *texto* considerado legítimo ao contexto. Para ele: “as regras de reconhecimento regulam os significados que se consideram pertinentes e as regras de realização regulam o modo de unir os significados para criar o *texto* legítimo.” (BERNSTEIN, 1998, p. 49, tradução nossa).

Para Afonso et al. (2005, p. 5), sendo apropriadas, as regras de reconhecimento “[...] permitem distinguir entre contextos adequados e contextos inadequados e entre significados e realizações relevantes e significados e realizações irrelevantes [...]”. Já as regras de realização “[...] permitem seleccionar (sic) e produzir o *texto* adequado ao contexto.” (AFONSO et al., p. 5). Na pesquisa de Afonso et al. (2005) a apropriação de regras de reconhecimento e de realização passiva, por quatro professoras do ensino português, foi observada mediante questionários e entrevistas. Já para inferir sobre a apropriação de regras de realização ativa, elas observaram práticas pedagógicas realizadas pelas referidas professoras. A partir disso, analisaram se as professoras:

- (a) Reconheciam a especificidade do contexto de uma determinada prática pedagógica, nos seus múltiplos aspectos, demarcando-o de outros possíveis contextos de prática pedagógica (têm regras de reconhecimento);
- (b) Selecionavam (sic) os significados/justificações apropriados àquele contexto, isto é, mostravam conhecer os princípios de como actuar/agir (sic) naquela prática pedagógica (têm regras de realização passiva);
- (c) Produziam o *texto* pretendido, isto é, usavam na sala de aula uma prática pedagógica segundo os princípios subjacentes ao perfil teórico delineado (têm regras de realização activa). (AFONSO et al., 2005, p. 11)

Tal análise inspirou-nos na elaboração do objetivo deste artigo, no contexto da Modelagem Matemática, de modo que algumas de suas caracterizações correspondem aos múltiplos aspectos referidos por Afonso et al. (2005) e, a diferenciação de outras tendências diz respeito à demarcação de outros possíveis contextos. As justificações e o conhecimento dos princípios foram separados por nós em dois itens especificados abaixo, com base em Saraiva (2016) e, a análise de seu uso em sala de aula não fez parte de nossa pesquisa.

Saraiva (2016) dividiu as regras de realização em passivas e ativas, respectivamente, ligadas à justificativa e à produção do *texto*. Destacamos que, *texto* é tomado por Bernstein (1996) como uma forma de relação social tornada visível, palpável e/ou material, que considera falas e gestos, além de textos escritos. Além da divisão mencionada, a referida

autora ainda apresentou uma distinção entre as regras de realização ativa ao nível da argumentação e ao nível da implementação. Ao nível da argumentação “o professor pode dizer o que vai fazer em sala de aula (por exemplo, numa situação de entrevista)” (SARAIVA, 2016, p. 143). Já, ao nível da implementação, diz respeito ao *texto* produzido pelo professor em sala de aula.

Para Saraiva (2016) um dos contextos considerados foi a metaciência. Em relação a isso, ela trouxe que: “diz-se que um estudante possui as regras de reconhecimento se for capaz de distinguir um contexto em que se explore essa componente [metaciência] e também terá regras de realização passiva se for capaz de justificar corretamente a escolha desse contexto.” (SARAIVA, 2016, p. 143-144, inserção nossa). Já “a posse de regras de realização ativa em termos de argumentação significa que o estudante é capaz de exemplificar como incluía a metaciência numa atividade de ensino/aprendizagem das ciências.” (SARAIVA, 2016, p. 144). A posse/apropriação de regras de realização ativa ao nível da implementação não foi analisada por Saraiva (2016).

Na Tabela 1, a seguir, apresentamos a relação entre as regras de reconhecimento e realização (passiva e ativa ao nível da argumentação) e o objetivo de nossa pesquisa.

Tabela 1 - Relação entre regras de reconhecimento e realização e o objetivo da pesquisa

Bernstein (1998), Afonso, Neves e Morais (2005) e Saraiva (2016)			Relação com objetivo da pesquisa
regras de	reconhecimento		reconhecimento de especificidades de Modelagem Matemática e diferenciação entre ela e outras tendências
	realização	passiva	justificativa das especificidades reconhecidas
		ativa	ao nível da argumentação
	ao nível da implementação		-

Fonte: elaborado pelas autoras

Aspectos metodológicos

Neste artigo, analisamos os *textos* produzidos por três licenciandos com relação a caracterizações de Modelagem Matemática na Educação Matemática e aos conceitos de regras de reconhecimento e realização de Basil Bernstein. A entrevista na qual eles produziram tais *textos* foi baseada na entrevista feita por Saraiva (2016). Diante disso, apresentamos cinco opções, para que nossos entrevistados escolhessem a(s) que, para eles, era(m) de Modelagem Matemática. Perguntamos também: tu tens uma compreensão de Modelagem Matemática diferente das apresentadas? Tu podes escrevê-la? Depois, indagamos: por que tu escolheste essa(s) caracterização(ões)? E pedimos que os entrevistados dessem exemplos de aulas relacionadas a cada caracterização que escolheram. Com relação aos objetivos das perguntas, assim como Saraiva (2016), relacionamo-os (respectivamente) à apropriação de regras de reconhecimentos, de regras de realização passiva e de regras de realização ativa ao nível da argumentação.

Como pretendemos analisar *textos* (vistos como um conceito de Basil Bernstein) produzidos por licenciandos em matemática, os entrevistados, seus gestos e palavras são referenciados ao contexto (Licenciatura em Matemática) e os referidos *textos* são apresentados de forma descritiva, por meio de transcrições das entrevistas. Em paralelo à Lüdke e André (1986), nosso foco é o “significado” que os entrevistados dão à Modelagem Matemática, ou seja, a “captura” dessa tendência na “perspectiva” deles. Também, nossas considerações surgem a partir dos *textos* produzidos pelos entrevistados. Diante disso, optamos pela pesquisa qualitativa.

Segundo Lüdke e André (1986, p. 33), “a entrevista representa um dos instrumentos básicos para a coleta de dados” em pesquisas qualitativas, permitindo “a captação imediata e corrente da informação desejada” (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 34). Também, eles aconselharam “o uso de um roteiro que guie a entrevista através dos tópicos principais a serem cobertos”. Fez parte de nosso roteiro, a apresentação de cartões aos entrevistados. Esses cartões continham, cada um, uma caracterização e, o(s) cartão(ões) escolhido(s) pelo entrevistado (assim como o escrito, se o entrevistado tivesse uma compreensão de Modelagem Matemática diferente das apresentadas) ficavam sobre a mesa (localizada entre entrevistado e entrevistadora), para que pudesse(m) ser consultado(s) durante as justificativas e exemplos relacionados a ele(s). Também, com as caracterizações digitadas nos cartões, os entrevistados podiam lê-las e relê-las da forma que quisessem, sem intervenções da entrevistadora (que pudessem enviar as escolhas deles).

Os referidos cartões continham as cinco opções apresentadas aos entrevistados, que são trazidas na Tabela 2, a seguir. Essas opções consistiam em três caracterizações de

Modelagem Matemática (BARBOSA, 2009; BASSANEZI, 2002; BURAK, 2017), pois objetivamos analisar o reconhecimento de especificidades de Modelagem Matemática, em algumas concepções dessa tendência. Além dessas, faziam parte das opções, uma caracterização de Resolução de Problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011) e uma caracterização de Etnomatemática (KNIJNIK, 2015), porque também desejamos analisar a diferenciação entre Modelagem Matemática e outras tendências em Educação Matemática, para que possamos ter indícios da apropriação de regras de reconhecimento pelos entrevistados (AFONSO et al., 2005; SARAIVA, 2016).

Resolução de Problemas foi selecionada, porque problemas aparecem tanto na Modelagem Matemática, quanto na Resolução de Problemas. No entanto, segundo Barbosa (2009, p. 3), “o uso de situações do cotidiano, do mundo do trabalho e das ciências” na Modelagem Matemática, as diferencia. Já Etnomatemática fez parte de nossas entrevistas porque, segundo Knijnik (2015, p. 17), entre Modelagem Matemática e Etnomatemática, circula um mesmo discurso: “é importante trazer a ‘realidade’ para as aulas de matemática”. Acreditamos que uma diferença entre as caracterizações de Modelagem Matemática e Etnomatemática está na análise de “jogos de linguagem matemáticos de distintas formas de vida” (KNIJNIK, 2015, p. 12), evidenciada pela segunda.

Tabela 2 - Caracterizações apresentadas nas entrevistas

Tendência	Autor(es)	Caracterização apresentada nas entrevistas
Modelagem Matemática	Barbosa (2009, p. 3, inserção nossa)	“[...] um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar ou investigar, por meio da Matemática, situações” que têm “referência no dia a dia, no mundo do trabalho ou nas ciências e [são] um problema para os alunos.”
Modelagem Matemática	Bassanezi (2002, p. 24)	“[...] é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. [...] consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual.”
Modelagem Matemática	Burak (2017, p. 18)	“[...] um conjunto de procedimentos cujo objetivo é tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões”. (BURAK, 1992, p. 92 apud BURAK, 2017, p. 18) Sendo que “o conjunto de procedimentos se constitui nas etapas e no entendimento de que fenômeno é tudo o que pode ser percebido pelo sujeito.”
Resolução de Problemas	Onuchic e Allevato (2011, p. 81)	“[...] o problema é ponto de partida e, na sala de aula, [...], os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos.”
Etnomatemática	Knijnik (2015, p. 12-13)	“[...] uma caixa de ferramentas que possibilita: analisar os jogos de linguagem matemáticos de distintas formas de vida e suas semelhanças de família e examinar os discursos da matemática acadêmica e da matemática escolar e seus efeitos de poder.”

Fonte: Elaborado pelas autoras

Segundo Lüdke e André (1986, p. 51, inserção nossa), “é importante que ele [pesquisador] deixe claro os critérios utilizados para selecionar certo tipo de dados, e não outros, para observar certas situações, e não outras, e para entrevistar certas pessoas, e não outras”. Assim, nossos entrevistados cursavam Licenciatura em Matemática na Universidade Federal do Rio Grande do Sul³ no primeiro semestre de 2019 e haviam cursado Combinatória I ou Geometria II–MAT no segundo semestre de 2018. Nessas disciplinas os licenciandos vivenciaram um ambiente de aprendizagem de Modelagem Matemática, proposto com base na concepção de Barbosa (2001, 2009), que foi observado e analisado em outra etapa de nossa pesquisa (CAMPOS; SANT'ANA, 2019; CAMPOS, 2020).

O curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal do Rio Grande do Sul, até 2021 não conta com uma disciplina exclusiva de Modelagem Matemática. Dentre as disciplinas obrigatórias do referido curso, a abordagem da teoria de Modelagem Matemática foi encontrada somente no plano de ensino da disciplina de Educação Matemática e Docência I (para o segundo semestre de 2018). De acordo com tal plano de ensino, em seis semanas, deveria ocorrer uma introdução a tendências em Educação Matemática, sendo exemplificadas: Resolução de Problemas, Modelagem Matemática, Etnomatemática, História da Matemática, Tecnologias digitais, entre outras. A referida disciplina já havia sido cursada pelos entrevistados no instante em que participaram desta pesquisa.

Neste artigo, trazemos os *textos* produzidos por três dos entrevistados. Eles foram selecionados de acordo com a ordem em que as entrevistas ocorreram. Respeitamos o sigilo em relação a esses participantes, mantendo o anonimato dos entrevistados, utilizando nomes fictícios nos *textos* produzidos por eles e cuidando para não revelar informações que poderiam identificá-los (LÜDKE; ANDRÉ, 1986). Diante disso, analisamos a apropriação de regras de reconhecimento e realização nos *textos* produzidos pelo Entrevistado 1 (primeiro entrevistado que havia cursado Combinatória I), pelo Entrevistado 4 (primeiro entrevistado que havia cursado Geometria II–MAT) e pelo Entrevistado 00 (último entrevistado que havia cursado Geometria II–MAT). Observamos que o Entrevistado 11 (último entrevistado que havia cursado Combinatória I) teve a análise de seu *texto* publicada em Campos e Sant'Ana (2020b).

As entrevistas foram gravadas em áudio e vídeo, com a câmera posicionada para que a imagem gravada fosse a da mesa localizada entre entrevistado e entrevistadora. Dessa forma, capturamos as escolhas e os gestos dos entrevistados, que indicavam os cartões ao qual se referiam durante suas falas. Antes da gravação ser iniciada, os entrevistados leram e assinaram um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, no qual foram informados sobre

³ Esse curso foi concluído pela primeira autora deste artigo em 2017 e tem a segunda autora deste artigo como professora.

os objetivos da entrevista e sobre sua forma de participação (com identidade mantida em sigilo, informações utilizadas apenas em situações acadêmicas, não envolvendo forma alguma de incentivo financeiro e, possibilidade de deixar de participar da pesquisa quando (e se) desejasse).

Como nossa análise se dá sobre os *textos* produzidos, não consideramos as escolhas faltantes com relação à apropriação de regras de reconhecimento. Diante disso, por exemplo, se um entrevistado tivesse escolhido apenas as caracterizações de Modelagem Matemática de Barbosa (2009) e Burak (2017), dissemos que ele havia (quando participou da entrevista) se apropriado das referidas regras sobre caracterizações de Modelagem Matemática, mesmo que não tivesse escolhido a caracterização referente a Bassanezi (2002). No entanto, se ele tivesse escolhido a caracterização de Resolução de Problemas e/ou Etnomatemática, juntamente com as de Modelagem Matemática, dissemos que ele havia se apropriado parcialmente de regras de reconhecimento. Com base em Saraiva (2016, p. 273), consideramos que o entrevistado havia se apropriado de regras de realização passiva sobre caracterizações de Modelagem Matemática se tivesse justificado todas suas escolhas (e escrita(s)), dizendo estar baseando-se em leituras, discussões ou práticas vivenciadas anteriormente. Também com base em Saraiva (2016), consideramos que o entrevistado havia se apropriado de regras de realização ativa ao nível da argumentação se tivesse exemplificado aulas, no âmbito da Modelagem Matemática, levando em consideração todos os aspectos apresentados na(s) caracterização(ões) que escolheu. Ainda com relação a essa apropriação, observamos se o entrevistado exemplificava pensando, nele mesmo, como professor das aulas exemplificadas.

Nas próximas três seções, analisamos os *textos* produzidos pelos entrevistados relacionando-os com pesquisas sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática, com o conceito de regras apresentado por Bernstein (1998) e desenvolvido por Afonso, Neves e Morais (2005) e Saraiva (2016) e com informações sobre disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Apropriação de regras de reconhecimento nos *textos* produzidos pelos licenciandos

Nesta seção analisamos o *texto* produzido por três licenciandos em matemática, entrevistados em abril de 2019, quando apresentamos a eles cinco cartões (que continham caracterizações de Modelagem Matemática, de Resolução de Problemas e de Etnomatemática - Tabela 2) e pedimos que escolhessem quais traziam caracterizações de Modelagem Matemática. Esses cartões não contavam com as referências das caracterizações contidas neles, para que os entrevistados associassem as caracterizações às tendências, e não ao nome dos pesquisadores. Também, perguntamos aos entrevistados se eles tinham alguma

compreensão distinta das apresentadas nos cartões e se gostariam de escrevê-la em um cartão “em branco”.

O Entrevistado 1 foi o único a considerar uma compreensão de Modelagem Matemática diferente das apresentadas nos cartões. Segundo ele, sua escrita ficou “bem parecida” com a caracterização de Resolução de Problemas contida em um dos cartões (Tabela 2 deste artigo). Ele optou por trocar “devem” por “podem”, por achar que podem ser feitas as conexões entre os diferentes ramos, mencionadas por Onuchic e Allevato (2011). Além da mencionada compreensão, o Entrevistado 1 escolheu os cartões referentes às caracterizações de Modelagem Matemática apresentadas por Barbosa (2009) e Bassanezi (2002).

O Entrevistado 4 disse não ter uma compreensão de Modelagem Matemática diferente das apresentadas nos cartões que recebeu. Segundo ele, as três caracterizações que escolheu (BARBOSA, 2009; BASSANEZI, 2002; BURAK, 2017) representavam o que ele entendia (quando ocorreu a entrevista) sobre Modelagem Matemática. Os cartões escolhidos pelo Entrevistado 00 foram os referentes às caracterizações de Modelagem Matemática apresentadas por Barbosa (2009) e por Burak (2017). A seguir, apresentamos a transcrição de parte do *texto* produzido pelo Entrevistado 00:

Essa aqui [referindo-se ao cartão que traz a caracterização apresentada em Burak (2017)] eu consideraria de Modelagem, juntando bastante, assim, com projeto. Lembra bastante, lendo assim, interpretando, lembra bastante projetos. Tá, então esse aqui [Burak (2017)] já foi. [...] Esse aqui [Barbosa (2009)] também daria pra falar que é de Modelagem. Mas ainda assim parece meio... parece que é uma coisa muito específica, aqui fala muito especificamente, tá? Talvez, na minha concepção de Modelagem não, não seria só pra tratar de problemas relacionados ao dia a dia, né? A gente pode, um conceito, pra mim o conceito de Modelagem Matemática pode se tornar algo mais amplo. [...] Então, ao meu ver, esses dois aqui [Burak (2017) e Barbosa (2009)] são os que mais se encaixam. Ainda que esse [Barbosa (2009)] com alguma... ressalva. (ENTREVISTADO 00, 2019, inserções nossas)

Nessa transcrição vimos que o Entrevistado 00 mencionou “na minha concepção de Modelagem”. Diante disso, ao invés de perguntarmos se ele tinha alguma compreensão distinta das apresentadas nos cartões, perguntamos se ele gostaria de escrever a “concepção” mencionada. Ele optou por não escrevê-la.

Observamos que os três entrevistados escolheram a caracterização referente à Barbosa (2009). O Entrevistado 1 escolheu também a caracterização referente à Bassanezi (2002), por sua vez, o Entrevistado 00 escolheu a caracterização referente a Burak (2017), já o Entrevistado 4 escolheu essas duas e nenhuma outra além da de Barbosa (2009). Dessa forma, tivemos indícios de que esse entrevistado reconheceu especificidades de Modelagem Matemática, em algumas concepções dela e, diferenciou-a de outras tendências em Educação Matemática. Logo, consideramos que o Entrevistado 4 havia (quando foi entrevistado) se apropriado de regras de reconhecimento sobre caracterizações de Modelagem Matemática. Já o Entrevistado 00 escolheu duas caracterizações que são, de fato, de Modelagem Matemática

e, não escolheu caracterizações referentes à Resolução de Problemas e à Etnomatemática. Diante disso, consideramos que ele também havia (quando ocorreu a entrevista) se apropriado de regras de reconhecimento sobre caracterizações de Modelagem Matemática. Enquanto que, o Entrevistado 1 escreveu uma compreensão muito semelhante à caracterização de Resolução de Problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011). Essa não mencionava situações e problemas externos à disciplina de matemática. Assim, consideramos que o Entrevistado 1 havia (quando ocorreu a entrevista) se apropriado parcialmente de regras de reconhecimento sobre caracterizações de Modelagem Matemática.

Consideramos a vivência com Modelagem Matemática, nas aulas de Combinatória I ou Geometria II-MAT, como uma possível causa para a escolha (pelos três entrevistados) da caracterização referente à Barbosa (2009). Nessas aulas, como detalhamos em Campos e Sant'Ana (2019), os licenciandos foram convidados a desenvolver “projetos” envolvendo Modelagem Matemática. Barbosa (2001, p. 1) trouxe que a noção de projeto trata de alunos divididos em grupos, que elegem temas de seu interesse para investigar por meio da matemática, contando com a ajuda do professor. Também nas aulas de Combinatória I ou Geometria II-MAT os entrevistados foram incentivados a elaborar perguntas e, posteriormente, respondê-las por meio da matemática. O objetivo desses “projetos” esteve ligado a conexões entre matemática e situações com referência no dia a dia, no trabalho docente ou nas ciências (disciplinas de química, física, ...).

Apropriação de regras de realização passiva nos *textos* produzidos pelos licenciandos

Nesta seção apresentamos a análise do *texto* produzido pelos entrevistados, quando pedimos que cada um deles justificasse suas escolhas (e sua escrita: Entrevistado 1) de caracterizações que (para eles) representavam Modelagem Matemática.

Segundo Saraiva (2016, p. 273), a apropriação de regras de realização passiva é indicada, no *texto* produzido por um estudante, se esse “apresenta uma justificação em consonância com o quadro teórico”. Já a “ausência” dessas regras é indicada, segundo Saraiva (2016, p. 273), quando “o estudante não fundamenta a escolha da opção que atribui importância [...] ou, então, apresenta uma justificação que não é coerente com o quadro teórico”. Com base nisso, consideramos uma terceira categoria/nível, dizemos que o entrevistado havia (quando ocorreu a entrevista) se apropriado parcialmente de regras de realização passiva sobre caracterizações de Modelagem Matemática quando identificamos, na justificativa apresentada por ele para a escolha de (pelo menos) um cartão, relações com concepções de Modelagem Matemática (quadro teórico) e/ou com vivências (no âmbito dessa tendência) na Licenciatura em Matemática.

Diante disso, atentamos para a justificativa do Entrevistado 1 quanto à escolha da caracterização referente à Barbosa (2009). Segundo ele:

Esse aqui [referindo-se ao cartão que continha a caracterização apresentada por Barbosa (2009)], que diz que ahm... “são convidados a indagar e investigar” e eu acho que essa é a ideia e de ser, de ter uma referência do dia a dia. Então de ser, de novo, aquela história, aquela ideia de... de dados reais, né, de ter alguma conexão, de mostrar (algo) abstrato. (ENTREVISTADO 1, 2019, inserção nossa)

Salientamos que a questão sobre caracterizações de Modelagem Matemática era a segunda da entrevista, antes dela havíamos feito perguntas sobre características de Modelagem Matemática, vivenciadas pelos entrevistados em aulas de Combinatória I ou Geometria I-MAT. Assim, quando o Entrevistado 1 se referiu “aquela história, aquela ideia de... de dados reais” ele estava tratando do seguinte *texto*, que produziu a partir da primeira questão da entrevista:

Tudo que eu estudei de Modelagem falava sobre trabalhar com dados reais. E também com situações de fora da matemática. [...], que eu acho que não necessariamente precisa ser de fora da matemática. Acho que poderia ser alguma coisa de fora da matemática, também. Mas acho que de tudo assim que eu vi sobre, sempre se trabalha com situações de fora. (ENTREVISTADO 1, 2019)

Nesse *texto* observamos uma relação entre a justificativa apresentada pelo Entrevistado 1 e concepções de Modelagem Matemática, quando ele dá importância ao que estudou e viu sobre essa tendência. Ao justificar a escolha da caracterização semelhante à de Resolução de Problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011), o Entrevistado 1 utilizou apenas os termos “eu acho” (ou seja, não referiu-se ao quadro teórico de Modelagem Matemática) e, ao justificar a escolha da caracterização de Modelagem Matemática referente à Bassanezi (2002), ele apenas destacou algumas partes dessa caracterização. Diante disso, dizemos que o Entrevistado 1 havia se apropriado parcialmente de regras de realização passiva sobre caracterizações de Modelagem Matemática.

O Entrevistado 4 justificou a escolha dos cartões referentes às caracterizações de Barbosa (2009), de Bassanezi (2002) e de Burak (2017), dizendo que: “os três, eles consistem acho que na... no entendimento que eu tenho de Modelagem. Que seria nessa situação de tu pegar uma situação cotidiana, uma situação real e tentar colocar ela dentro do problema matemático” (ENTREVISTADO 4, 2019). Assim como na justificativa do Entrevistado 1, “no entendimento que eu tenho de Modelagem”, mencionado pelo Entrevistado 4, observamos uma ligação com o *texto* produzido por ele a partir da questão anterior da entrevista. Nessa questão, o Entrevistado 4 trouxe que:

Acho que tanto pelo trabalho que a gente fez de Geometria, como a gente teve também Educação Matemática e Docência [...] um, no mesmo semestre. A gente viu um pouco sobre a Modelagem. E assim, o que eu entendi é que tu trabalha com situações externas à Matemática, né? (ENTREVISTADO 4, 2019)

Com esse *texto* consideramos que o entendimento do Entrevistado 4 sobre Modelagem Matemática, assim como a justificativa apresentada por ele quando perguntamos por que

escolheu aqueles cartões (aquelas caracterizações), teve relação com as vivências dele (no âmbito da Modelagem Matemática) ao cursar Licenciatura em Matemática. Diante disso, dizemos que o Entrevistado 4 havia se apropriado parcialmente de regras de realização passiva sobre caracterizações de Modelagem Matemática.

Ao justificar a escolha do cartão que continha a caracterização referente à Barbosa (2009), o Entrevistado 00 trouxe que: “esse aqui [Barbosa (2009)] eu escolhi porque é um ambiente de aprendizagem, eu acho, essa é a palavra, essa, esse é o ponto chave. [...]. Isso aqui eu acho mais importante. “Por meio da matemática”...” (ENTREVISTADO 00, 2019, inserção nossa). Destacamos, nesse *texto*, o uso dos termos “eu acho”, designando a opinião do Entrevistado 00, sem menção ao quadro teórico ou a vivências no curso de formação de professores de matemática. No entanto, quando o Entrevistado 00 justificou a escolha do cartão referente à Burak (2017), observamos relações entre seu *texto* e a concepção de Modelagem Matemática apresentada por Burak (2004, 2010, 2017). Segundo o Entrevistado 00:

E esse primeiro aqui [Burak (2017)]. [...], se constitui em etapas e em entendimento de fenômenos, né? Tu pode, tu não precisa ser uma coisa uma atrás da outra, pode pegar vários... ahm... vários tópicos diferentes que no fim, eles se complementam ou se fundem e tu tem alguma resposta, né? E principalmente, aqui é bem impactante essa frase: “fazer predições e tomar decisões”. Isso tu faz com que o aluno, interaja. Faz com que o aluno se torne protagonista do, do que ele quer, ou do que é proposto a ele. (ENTREVISTADO 00, 2019, inserção nossa)

Relacionamos “não precisa ser uma coisa uma atrás da outra”, no *texto* do Entrevistado 00, com “para fins de encaminhamentos de Modelagem Matemática em sala de aula” (BURAK, 2017, p. 18) essas etapas são sugeridas e “não rígidas” (BURAK, 2017, p. 18). Em se tratando da interação do aluno, mencionada no *texto* do Entrevistado 00, observamos uma relação com Burak (2004), que trouxe: decorre da Modelagem Matemática uma “interação maior no processo de ensino e de aprendizagem” (BURAK, 2004, p. 2) e essa tendência “procura favorecer a interação [dos estudantes] com seu meio” (BURAK, 2004, p. 10, inserção nossa). Com relação ao aluno protagonista, também referido no *texto* do Entrevistado 00, identificamos em Burak (2010, p. 21) a importância do professor como mediador no trabalho com Modelagem Matemática, sendo esse um momento em que o estudante pode desenvolver sua autonomia. Diante dessas relações, entre a justificativa apresentada pelo Entrevistado 00 para a escolha da caracterização referente a Burak (2017) e o quadro teórico, consideramos que o Entrevistado 00 havia se apropriado parcialmente de regras de reconhecimento sobre caracterizações de Modelagem Matemática.

Apropriação de regras de realização ativa ao nível da argumentação nos *textos* produzidos pelos licenciandos

Nesta seção discutimos o *texto* produzido pelos entrevistados com relação às regras de realização ativa ao nível da argumentação. Esse *texto* foi produzido quando pedimos que cada entrevistado desse exemplos de aulas, no âmbito da Modelagem Matemática, relacionadas a cada caracterização que escolheu. Consideramos que o entrevistado havia (quando ocorreu a entrevista) se apropriado de regras de realização ativa ao nível da argumentação se seus exemplos contivessem todos os aspectos apresentados em cada caracterização que ele escolheu. Fizemos essa consideração com base em Saraiva (2016, p. 273), que considerou a “posse” de regras de realização ativa ao nível da argumentação quando “o estudante exemplifica como explora a metaciência referindo aspetos associados a mais do que uma dimensão metacientífica”. Já a “ausência” da apropriação das referidas regras foi considerada por Saraiva (2016, p. 273) se seus entrevistados não produzissem exemplos ou fizessem isso “apenas referindo de forma implícita/ambígua aspetos associados à metaciência”.

O Entrevistado 1 solicitou a confirmação, durante a entrevista, se tinha que produzir um exemplo para cada caracterização que escolheu/escreveu e perguntou se poderia exemplificar uma única aula, caso conseguisse englobar todas as suas escolhas (e escrita). Como objetivamos permitir adaptações e não seguir rigidamente o roteiro, concordamos que o Entrevistado 1 tentasse “englobar”, em um exemplo, todas as caracterizações escolhidas/escritas por ele. Diante disso, o Entrevistado 1 produziu o seguinte *texto*:

Daí, ahm... Estimar a área, por exemplo, com o uso do *GeoGebra* [*software* de geometria dinâmica]. Pode ser feito de diversas maneiras, né? Pode ser aproximação por polígono, ahm... ou por círculos. E aí, a partir de então, a gente pode ver onde eu erro menos, onde eu erro mais, qual aproximação é melhor. Então acho que aqui é adequada pra essa [referindo-se à compreensão que escreveu]. [...]E eu também acho que é um processo dinâmico... que, transforma uma situação real e pode ser interpretada de várias formas [referindo-se a caracterização elaborada por Bassanezi (2002)]. Nossa, eu acho que essa... [Referindo-se à caracterização de Barbosa (2009)] Engloba tudo. Eu acho que, é... apesar de não ser uma referência do dia a dia, assim, que né? Não é todo dia que a gente estima uma área de uma lagoa, por exemplo, né? Mas é algo real, e...é algum problema da ciência, né? Algum dia, alguém teve que fazer esse cálculo, né? Então acho que tá ok. (ENTREVISTADO 1, 2019, inserções nossas)

Consideramos que, ao trazer todas as caracterizações que escolheu/escreveu em um único exemplo, destacando apenas alguns aspectos do que foi apresentado nos cartões, o Entrevistado 1 não havia se apropriado de regras de realização ativa ao nível da argumentação sobre caracterizações de Modelagem Matemática. Isso também nos deu indícios sobre o não reconhecimento de especificidades da Modelagem Matemática em algumas das concepções dessa tendência.

Salientamos que esse não reconhecimento pode ter sido causado por termos apresentado, nos cartões, apenas o que chamamos de caracterizações das concepções de

Modelagem Matemática. Mesmo que tais caracterizações tragam características importantes das referidas concepções, são insuficientes para distinguir suas especificidades. Essa insuficiência nas distinções pode ter implicado na tentativa do Entrevistado 1 em englobar as concepções de Barbosa (2001, 2008, 2009) e de Bassanezi (2002) no mesmo exemplo. De fato, nas caracterizações apresentadas, não destacamos a perspectiva sócio-crítica e o distanciamento do trabalho de matemáticos aplicados, com maior foco em discussões, que baseiam a concepção apresentada por Barbosa (2001, 2008, 2009), nem a importância de etapas e modelos, subjacente à concepção apresentada por Bassanezi (2002).

Outra possível causa para o Entrevistado 1 não ter reconhecido especificidades da Modelagem Matemática, em algumas concepções dessa tendência, foi a abordagem da teoria de Modelagem Matemática no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Como mencionamos anteriormente, essa abordagem foi proposta apenas no plano de ensino da disciplina de Educação Matemática e Docência I (para o segundo semestre de 2018). Diante disso, pensamos que a discussão sobre as especificidades de diferentes concepções de Modelagem Matemática pode não ser abordada no referido curso, em vista da quantidade de tendências a serem “introduzidas” em pouco tempo.

O Entrevistado 4 disse não ter ideias, quando um exemplo para cada caracterização que ele escolheu foi solicitado. Como o Entrevistado 4 não apresentou exemplos relacionados às caracterizações de Modelagem Matemática escolhidas por ele, dizemos que ele não havia se apropriado de regras de realização ativa ao nível da argumentação.

Em decorrência do pedido do Entrevistado 1 (para, em um exemplo, englobar todas as caracterizações que escolheu/escreveu) e do Entrevistado 4 não ter apresentado exemplos, observamos que podemos ter dado um “salto brusco” (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 36), permitindo que questões complexas fossem colocadas prematuramente. Consideramos, a partir de então, que deveríamos ter pedido que os entrevistados exemplificassem com base em uma das caracterizações que escolheram.

Ainda em se tratando do Entrevistado 4, ao observarmos o currículo do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul vimos que, segundo as sugestões de disciplinas a serem cursadas pelos licenciandos, ele estaria no terceiro semestre do referido curso quando a entrevista ocorreu. Nesse semestre (com base nas sugestões mencionadas), iniciam as disciplinas obrigatórias em que há ações pedagógicas planejadas e implementadas pelos licenciandos. Consideramos que isso, além da estrutura da entrevista, pode ter contribuído com o *texto* produzido pelo Entrevistado 4.

O Entrevistado 00 produziu o seguinte *texto*, com relação às regras de realização ativa ao nível da argumentação:

Essa aqui [referindo-se à caracterização elaborada por Barbosa (2009)] o que me vem na cabeça é, por exemplo, propor um... um plano de aula que leve os alunos a investigar, por exemplo, ahm, jogos de azar como... loteria. Né? Ah... estuda por exemplo a Mega Sena. Ah, a Mega Sena tem, tu pode escolher entre sessenta números... acho que são sessenta. E... pode propor um... algum... com o auxílio da tecnologia, por exemplo, tu pode propor aos alunos que eles, como é que eu posso dizer? Pode propor aos alunos que eles procurem alguma... algum modelo de... ahm... um gerador de números com mais, com maior probabilidade. Ai envolve combinatória, envolve probabilidade, isso que me vem, assim, de cara. E esse aqui [referindo-se a caracterização elaborada por Burak (2017)], também, a mesma coisa? Mas se fosse fazer um... alguma prática pedagógica diferente... Poderia fazer alguma coisa interdisciplinar, como, por exemplo, vamos tentar modelar, fazer um... pode ser que eu tenha chutado longe, né? Mas... vamos tentar fazer um modelo de programa, que, gere, (ou) que (faça)... Tipo uma mini estação meteorológica, tá? (Então) supor assim, daí, tá, daí junta geografia, com nuvens, coisa assim, vai juntar também, ahm... Famílias de funções pra falar sobre a... como a gente vê na, na TV, na previsão do tempo que vem as linhas de... vento, da onde vai a chuva, pra onde elas vão, que a gente chama aqui campo de vetores, né? Ahm... Pode utilizar também... na construção do mode, do nosso modelo, do nosso modelo. Ah, qual que é o melhor ahm... a melhor forma espa...o melhor sólido espacial que, de geome... ah... como é que eu posso falar? Qual é o melhor... elemento que eu posso res, ah eu posso utilizar um paralelepípedo como base, como suporte, eu posso, posso utilizar um cilindro, que é melhor pra sustentação, como é que eu posso montar... esse... essa mini estação? Né? Eu vou fazer cálculos em cima disso, eu vou utilizar frações, vou utilizar a geometria espacial, vou utilizar até mesmo linguagem de programação, por que não? Né? Isso eu achei um pouquinho mais elaborado.

Observamos que o Entrevistado 00 relacionou a caracterização referente à Barbosa (2009), escolhida por ele, à investigação de “jogos de azar”, em particular a Mega Sena. Em seu exemplo, o entrevistado propôs o uso da tecnologia e a procura de um modelo (“gerador de números [...] com maior probabilidade” (ENTREVISTADO 00, 2019)), envolvendo combinatória e probabilidade. Uma relação mais direta entre o referido exemplo e a caracterização escolhida foi observada por nós, no *texto* do Entrevistado 00, no uso do termo “investigar”. Consideramos, ainda, que o envolvimento de combinatória e probabilidade está ligado à “por meio da matemática” (BARBOSA, 2009) e, que os jogos de azar podem fazer parte do cotidiano.

Segundo Barbosa (2001, p. 5), a natureza “aberta” sustentada por ele para Modelagem Matemática “impossibilita [...] garantir a presença de um modelo matemático propriamente dito na abordagem dos alunos”. Assim, o exemplo apresentado pelo Entrevistado 00 desviou-se dessa característica, já que o professor (Entrevistado 00) propôs a procura de um modelo. Diante disso, observamos (assim como na discussão sobre o *texto* produzido pelo Entrevistado 1) que as caracterizações apresentadas durante as entrevistas trouxeram diferenças entre distintas concepções de Modelagem Matemática, mas foram insuficientes na abordagem de especificidades dessas.

O exemplo relacionado pelo, Entrevistado 00, à caracterização apresentada por Burak (2017, p. 18) teve como base “fazer previsões”, já que o entrevistado propôs uma “mini estação meteorológica” (ENTREVISTADO 00, 2019). Já “os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano” (BURAK, 2017, p. 18) foram representados, no exemplo, por

nuvens, vento e chuva. Porém, o maior destaque trazido no *texto* produzido pelo Entrevistado 00 foi para o “explicar, matematicamente” (BURAK, 2017, p. 18) já que, ao exemplificar a caracterização de Burak (2017), o Entrevistado 00 também considerou fazer um modelo e sugeriu alguns conceitos/conteúdos a serem utilizados (funções, campo de vetores, frações, geometria espacial e linguagem de programação).

Observamos que o Entrevistado 00 exemplificou suas escolhas considerando todos os aspectos apresentados (nos cartões) sobre as caracterizações de Modelagem Matemática, ao menos da elaboração de modelos – que não é uma característica marcante das concepções de Modelagem Matemática apresentadas por Barbosa (2001, 2008, 2009) e por Burak (2004, 2010, 2017). Diante disso, consideramos que o Entrevistado 00 havia se apropriado de regras de realização ativa ao nível da argumentação sobre caracterizações de Modelagem Matemática. Ainda, observamos que a exemplificação apresentada pelo Entrevistado 00 sugeriu que ele estava pensando nele mesmo como professor que implementaria as aulas, pois, no primeiro exemplo que produziu (Mega Sena), ele mencionou “propor aos alunos” e, no segundo exemplo (mini estação meteorológica), ele referiu-se ao futuro (trabalho como professor), dizendo: “vamos tentar” e “vou utilizar”.

Considerações finais

Neste artigo analisamos como três licenciandos em matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul reconheceram especificidades de Modelagem Matemática, em algumas concepções dessa tendência e diferenciaram-na de outras tendências em Educação Matemática; justificaram as especificidades reconhecidas; e, exemplificaram planejamentos, no âmbito da Modelagem Matemática, com as referidas especificidades. Nessa análise utilizamos o conceito de regras de reconhecimento e realização, apresentado por Bernstein (1998) e desenvolvido, em pesquisas sobre formação de professores, por Afonso, Neves e Moraes (2005) e Saraiva (2016). Diante disso, relacionamos os *textos* (vistos também como um conceito de Basil Bernstein, que se refere a eles como uma forma de relação social tornada visível, palpável e/ou material) produzidos pelos três licenciandos em uma entrevista, respectivamente, à apropriação de regras de reconhecimento, de regras de realização passiva e de regras de realização ativa ao nível da argumentação.

Na Tabela 3 trazemos uma síntese das referidas apropriações. As células na cor preta indicam apropriação; as células na cor cinza, apropriação parcial; e, as brancas, não apropriação das referidas regras sobre caracterizações de Modelagem Matemática.

Tabela 3: Apropriações observadas nos *textos* produzidos pelos licenciandos entrevistados

Entrevistado	Entrevistado 1	Entrevistado 4	Entrevistado 00
Regras			
Regras de reconhecimento			
Regras de realização passiva			
Regras de realização ativa ao nível da argumentação			

Fonte: Elaborado pelas autoras

Chamou nossa atenção a apropriação de regras de realização, tanto passivas quanto ativas ao nível da argumentação, pois os entrevistados haviam se apropriado parcialmente das primeiras e dois deles não se apropriaram das regras relacionadas à exemplificação. Atribuímos isso aos entrevistados terem produzido *textos* baseados em sua própria compreensão de Modelagem Matemática, sem argumentar suas justificativas e mencionar explicitamente leituras, discussões e/ou práticas vivenciadas anteriormente; ao roteiro da entrevista, quando apresentamos aos entrevistados apenas caracterizações relacionadas a distintas concepções de Modelagem Matemática e quando pedimos um exemplo para cada caracterização escolhida; e, à organização do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, na qual não foi programado o estudo de diferentes concepções de uma mesma tendência e a introdução a distintas tendências foi planejada para poucas semanas, em apenas uma disciplina.

Diante disso, consideramos que cursos de formação de professores de matemática incentivem seus estudantes a elaborar justificativas e apresentem a eles distintas tendências em Educação Matemática, assim como, distintas concepções de uma mesma tendência. Com o objetivo de aumentar as possibilidades de escolha, as discussões e a implementação dessas tendências em (futuras) salas de aula. Pois, em consonância com a indagação de Mutti e Klüber (2018, p. 94), “como poderão os professores re-traduzir conhecimentos que não possuem, ou ainda, que não lhes tenham sido ofertados, uma vez que a própria ideia de re-tradução solicita que eles já lhe sejam familiares?” Essa “re-tradução”, em termos Basil Bernstein, pode ser estudada em futuras pesquisas, com o conceito de recontextualização.

Neste artigo apresentamos um olhar (uma reflexão) com relação à “aprendizagem” de Modelagem Matemática e a repercussão de ações da formação inicial na apropriação dessa tendência por futuros professores, no intuito de diminuir a lacuna mencionada por Braz (2017), dar indícios sobre aspectos formativos da Modelagem Matemática e contribuir com a agenda de investigações evidenciada por Oliveira (2016). Como novas questões ou objetivos,

elencamos: como licenciandos em matemática escolhem temas para aulas no âmbito da Modelagem Matemática? Ou seja, por que estimar a área de lagoas? Por que estudar a Mega Sena? Por que uma mini estação meteorológica? Como licenciandos em matemática se apropriam de regras de realização ativa ao nível da implementação? Como a apropriação das outras regras implica no trabalho que eles implementam (implementarão) como professores?

Referências

AFONSO, M.; NEVES, I. P.; MORAIS, A. M. Processos de formação e sua relação com o desenvolvimento profissional dos professores. *Revista de Educação*, v. 13, n. 1, p. 5-37, 2005.

CAMPOS, A. C. F. Modelagem Matemática: um olhar sobre *textos* produzidos por licenciandos após vivências em uma disciplina de conteúdo matemático. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2020.

CAMPOS, A. C. F. C; SANT'ANA, M. F. Modelagem Matemática em duas disciplinas da Licenciatura em Matemática da UFRGS: uma análise por meio dos conceitos de classificação e enquadramento. *In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 11., 2019, Belo Horizonte. *Anais [...]*. Belo Horizonte: UFMG, 2019.

CAMPOS, A. C. F. C; SANT'ANA, M. F. Modelagem Matemática na Licenciatura em Matemática: análise de assuntos em estudo e trabalhos a realizar por meio dos conceitos de classificação e enquadramento. *Vidya*, v. 40, n. 1, p. 63-80, 2020a.

CAMPOS, A. C. F. C; SANT'ANA, M. F. Modelagem Matemática na Licenciatura em Matemática: um olhar sobre o texto produzido por um licenciando. *RPEM*, v. 09, n. 19, p.330-358, 2020b.

BARBOSA, J. C. As discussões paralelas no ambiente de aprendizagem modelagem matemática. *Acta Scientiae*, v. 10, n. 1, p. 47-58, 2008.

BARBOSA, J. C. As Relações dos Professores com a Modelagem Matemática. *In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 8., 2004, Recife. *Anais [...]*. Brasília: SBEM, 2004.

BARBOSA, J. C. Integrando Modelagem Matemática nas práticas pedagógicas. *Educação Matemática em Revista*, São Paulo, v. 26, p. 17-25, 2009.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. *In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED*, 24., 2001, Rio de Janeiro. *Anais [...]*. Rio de Janeiro: ANPED, 2001.

BASSANEZI, R. C. Modelagem Matemática – Um método científico de pesquisa ou uma estratégia de ensino e aprendizagem? *In: BASSANEZI, Rodney Carlos. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. São Paulo: Contexto, 2002. p. 15-42.

BERNSTEIN, B. *A Estruturação do Discurso Pedagógico: classe, códigos e controle*. Petrópolis: Vozes, 1996.

BERNSTEIN, B. *Pedagogia, control simbólico e identidad: teoría, investigación y crítica*. Madrid: Morata, 1998.

BIEMBENGUT; M. S. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. *ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, v.2, n.2, p.7-32, 2009.

BRAZ, B. C. *Aprendizagens sobre Modelagem Matemática em uma Comunidade de Prática de Futuros Professores de Matemática*. 2017. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2017.

BRAZ, B. C.; OLIVEIRA, W. P.; KATO, L. A. Práticas de Ensino com Modelagem Matemática: influências de momentos vivenciados na formação inicial. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2018, Foz do Iguaçu. *Anais [...]*. Brasília: SBEM, 2018.

BURAK, D. Modelagem Matemática e a Sala de Aula. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2004, Londrina. *Anais [...]*. Londrina: UEL, 2004.

BURAK, D. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. *Modelagem na Educação Matemática*, v. 1, n. 1, p. 10-27, 2010.

BURAK, D. Modelagem na Perspectiva da Educação Matemática: um olhar sobre seus fundamentos. *Unión - Revistas Iberoamericana de Educación Matemática, Federación Iberoamericana de Sociedades de Educación Matemática (FISEM)*, n. 51, p. 09-26, 2017.

KLÜBER, T. E. *Uma Metacompreensão da Modelagem Matemática na Educação Matemática*. 2012. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) – Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

KNIJNIK, G. Fazer perguntas... ter a cabeça cheia de pontos de interrogação: uma discussão sobre etnomatemática e modelagem matemática escolar. *Unión - Revistas Iberoamericana de Educación Matemática, Federación Iberoamericana de Sociedades de Educación Matemática (FISEM)*, n. 44, p. 10-23, 2015.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. *Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas*. São Paulo, Editora Pedagógica e Universitária LTDA., 1986.

LUNA, A. V. A. *A Modelagem Matemática na Formação Continuada e a Recontextualização Pedagógica desse ambiente em salas de aula*. 2012. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências, Universidade Federal da Bahia, Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2012.

MALHEIROS, A.P. S. A Modelagem Matemática na Formação Inicial de Professores: a mudança de postura de Alexandre. In: CONGRESSO NACIONAL DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES, 2., CONGRESSO ESTADUAL PAULISTA SOBRE FORMAÇÃO DE EDUCADORES, 12., 2014. São Paulo. *Anais [...]*. São Paulo: UNESP, 2014, p. 1816 – 1828.

- MUTTI, G. S. L.; KLÜBER, T. E. Aspectos que Constituem Práticas Pedagógicas e a Formação de Professores em Modelagem Matemática. *ALEXANDRIA: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, v. 11, n. 2, p. 85-107, 2018.
- OLIVEIRA, A. M. P. Uma agenda de pesquisa para a Modelagem Matemática brasileira. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., Londrina. *Anais [...]*. Londrina: UEL, UTFPR, 2016.
- ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Bolema*, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011.
- PRADO, A. S. *As Imagens da Prática Pedagógica nos textos dos Materiais Curriculares Educativos sobre Modelagem Matemática*. 2014. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências, Universidade Federal da Bahia e Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2014.
- PRADO, A. S.; OLIVEIRA, A. M. P. O Discurso Regulativo nos Materiais Curriculares Educativos sobre Modelagem Matemática. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2012, Petrópolis. *Anais [...]*. Brasília: SBEM, 2012.
- PRADO, A. S.; SILVA, L. A.; SANTANA, T. S. Uma análise Bernsteiniana de Tarefas de Modelagem Matemática no Caso 1. In: CONFERÊNCIA NACIONAL DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2013, Santa Maria. *Anais [...]*. Santa Maria: Centro Universitário Franciscano, 2013.
- SANT'ANA, M. F.; SANT'ANA, A. A. Modelagem Matemática: Relação entre Formulação de Perguntas e Elaboração de Tarefas. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2015, Pirenópolis. *Anais [...]* Brasília: SBEM, 2015.
- SANT'ANA, A. A.; SANT'ANA, M. F.; SERPA, P. B. S. Discussões entre professora e alunos em um ambiente de Modelagem Geométrica. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMa)*, São Paulo, v. 11, n.1, p. 79-90, 2020.
- SARAIVA, M. L. G. *Ensino das Ciências na Formação Inicial de Professores do 1.º Ciclo do Ensino Básico: contributos para uma mudança nas concepções sobre ciência e ensino das ciências*. 2016. Tese (Doutorado em Educação, especialidade de Didática das Ciências) – Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2016.
- SILVA, L. A.; OLIVEIRA, A. M. P. A transformação do texto pedagógico do planejamento do ambiente de modelagem matemática na prática pedagógica escolar. *Perspectivas da Educação Matemática*, Mato Grosso do Sul, v. 7, n. 1, p. 317-337, 2014a.
- SILVA, L. A.; OLIVEIRA, A. M. P. Quando a escolha do tema em atividades de modelagem matemática provém do professor: o que está em jogo? *Acta Scientiae*, v. 17, n.1, p. 40-56, 2014b.
- SILVA, L. A. *Uma análise do texto pedagógico do planejamento do ambiente de Modelagem Matemática com a lente teórica de Basil Bernstein*. 2013. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências, Universidade Federal da Bahia, Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2013.

TEODORO, F. P. *A Recontextualização da Modelagem Matemática na Prática Pedagógica nos Anos Iniciais*. 2018. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2018.

SOBRE OS AUTORES

AMANDA CAROLINE FAGUNDES CAMPOS. Licenciada em Matemática (2017) pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul e Mestra em Ensino de Matemática pelo PPGEMAT (2020), da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Professora da Educação Básica. Membro do Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática, Modelagem e Tecnologias (GEPEMMTec).

MARILAINE DE FRAGA SANT'ANA. Professora da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, na qual atua como docente do curso de Licenciatura em Matemática e no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Doutora em Matemática pela UNICAMP (2000). Pesquisadora na área de Educação Matemática, na linha de pesquisa “Ensino e Aprendizagem de Matemática e Estatística” e membro do Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática, Modelagem e Tecnologias (GEPEMMTec).

Recebido: 15 de maio de 2021.

Revisado: 07 de fevereiro de 2022.

Aceito: 10 de março de 2022.