

REFLEXIONES SOBRE EL LENGUAJE MATEMÁTICO Y SU INCIDENCIA EN EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Reflections on the mathematical language and its incidence in the significant learning

LUIS ALBERTO PUGA PEÑA*

Universidad Tecnológica Equinoccial/Ecuador
luis.puga@ute.edu.ec

JHONY MAURO RODRÍGUEZ OROZCO**

Universidad Tecnológica Equinoccial/Ecuador
jhony.rodriguez@ute.edu.ec

ALBA MARLENE TOLEDO DELGADO***

Universidad Tecnológica Equinoccial/Ecuador
alba.toledo@ute.edu.ec

Resumen

El presente artículo tiene como objetivo principal propiciar un espacio de reflexión sobre la relación existente entre lenguaje matemático y aprendizaje-conocimiento de ella y hacer conciencia de la necesidad de un cambio de enfoque del proceso de aprendizaje enseñanza de la matemática. Las metodologías que se utilicen no necesariamente representan mejoría en los procesos educativos, para que esto suceda se hace necesario un cambio de paradigma que la educación además de ser transmisora de cultura, desarrolle la inteligencia entendida como procesos cognitivos y afectivos y para ello es necesario establecer unos niveles de comunicación óptimos, especialmente en la enseñanza de la matemática que cuenta con su propio lenguaje. Por lo anterior, y como parte del análisis de la relación existente entre lenguaje y aprendizaje se comienza contextualizando el problema no resuelto del aprendizaje escolar en el Ecuador y cómo impacta en la enseñanza superior, posteriormente aborda varios aspectos sobre la base de reflexiones, opiniones y consideraciones de autores contemporáneos respecto de la filosofía del lenguaje, la comunicación y sus elementos, y el lenguaje y sus diferentes formas. Se plantea que estas tres áreas del conocimiento son relevantes para la comprensión de la relación del lenguaje matemático con el lenguaje natural y el análisis de los principios y reglas que rigen el lenguaje matemático.

El documento, además, entrega testimonios de docentes de matemática, quienes corroboran la importancia del lenguaje en la enseñanza de la matemática. Los antecedentes recolectados permiten concluir que es fundamental que el docente conozca, aplique el lenguaje matemático y sea capaz de transponerlo a sus estudiantes. Se sugiere considerar al lenguaje matemático como un idioma y explorar modelos de enseñanza de este idioma en los primeros años de escolaridad y así obtener un grado de comunicación que permita desarrollar las capacidades y valores propios del pensamiento lógico matemático.

Forma sugerida de citar: Puga Peña, Luis Alberto, Rodríguez Orozco, Jhony Mauro, & Toledo Delgado, Alba Marlene (2016). Reflexiones sobre el lenguaje matemático y su incidencia en el aprendizaje significativo. *Sophia, colección de Filosofía de la Educación*, 20(1), pp. 195-218.

* Magister en Docencia Matemática, Licenciado en Ciencia de la Educación, profesor de enseñanza media en la Especialización de Matemática y Física, Docente de la Universidad Tecnológica Equinoccial.

** Magister en Docencia Matemática, Licenciado en Ciencia de la Educación, profesor de enseñanza media en la Especialización de Matemática y Física, Docente de la Universidad Tecnológica Equinoccial.

*** Máster en Docencia con mención en Educomunicación, Licenciada en Ciencias de la Educación, profesora de enseñanza media en la Especialización de Biología y Química, Docente de la Universidad Tecnológica Equinoccial.

Palabras claves

Lenguaje, lenguaje matemático, conocimiento, aprendizaje, didáctica.

Abstract

This article's main objective is to provide a space for reflection on the relationship between mathematical language and her knowledge learning-and raise awareness of the need for a shift in focus of the learning process teaching mathematics. The methodologies that are used do not necessarily represent improvement in education, for this to happen a paradigm shift that education besides being transmitters of culture, develop intelligence understood as cognitive and affective processes and it is therefore necessary to establish is necessary optimal levels, especially in the teaching of mathematics that has its own language communication. Therefore, as part of the analysis of the relationship between language and learning begins contextualizing the unresolved problem of school learning in Ecuador and how it impacts higher education, then it addresses several issues on the basis of thoughts, opinions and considerations regarding contemporary authors: the philosophy of language, communication and its elements, and the language and its different forms. It is argued that these three areas of knowledge are relevant to an understanding of the relationship of mathematical language to natural language and analysis of the principles and rules governing mathematical language

The document also delivers testimonies of teachers of mathematics, they corroborate the importance of language in teaching mathematics. The background collected allow us to conclude that it is essential that teachers learn, apply mathematical language and be able to transpose it to their students. We suggest you consider the mathematical language as a language and explore models of teaching this language in the early years of schooling and obtain a degree of communication that allows develop the skills and values of mathematical logical thinking.

Keywords

Language, mathematical language, knowledge, learning, teaching,

Las matemáticas, el lenguaje de las ciencias, son el lenguaje de los soñadores que intentan hacer realidades sus sueños. Los científicos de todas las lenguas intercambian ideas usando los símbolos de las matemáticas (Dolciany, Berman, Freilich, 1971).

Introducción

“Es prácticamente imposible dar cuenta del aprendizaje humano sin la mediación y participación del lenguaje” (Ribes-Iñesta, 2007, p. 12). Esta frase inspira el presente artículo que se ha denominado “Reflexiones sobre el lenguaje matemático y su incidencia en el aprendizaje significativo de esta ciencia” y que tiene como objetivo principal, el propiciar un espacio de reflexión sobre la relación existente entre el lenguaje matemático y el aprendizaje-conocimiento de la matemática. Además, busca viabilizar la concienciación de la necesidad de un cambio en el enfoque y mediación del proceso de aprendizaje enseñanza de la matemática.



Se plantea que el problema está en entender que las metodologías que se utilizan en la enseñanza de cualquier rama del saber no necesariamente representan un factor de mejoría en los procesos educativos, aquí se afirma que lo importante debe ser propiciar un cambio de paradigma en educación que transite definitivamente desde el modelo conductista, que en la práctica aún se utiliza en nuestras aulas, y que fue propio de los siglos XIX y XX, a un modelo de carácter socio-cognitivo que reenfoque la educación posicionándola en el siglo XXI y para esto se precisa que la educación se oriente al desarrollo de capacidades y valores, donde los contenidos y los métodos solo constituyen los medios para obtener dicho desarrollo, mismo que servirá para toda la vida. “En la sociedad del conocimiento prima el aprendizaje sobre la enseñanza y entiende que el ser humano, a lo largo de toda la vida, es un aprendiz” (Román, 2005, p. 9).

Ahora se debe transitar hacia una nueva educación, una nueva escuela y una nueva universidad que, además de ser transmisoras de la cultura deben desarrollar la inteligencia entendida como procesos cognitivos y afectivos (Román, 2005, p. 14). Pero para conseguir este objetivo, será necesario establecer unos niveles de comunicación óptimos, especialmente en lo que se refiere a la enseñanza de la matemática que cuenta con su propio lenguaje. Es así como el presente trabajo realiza un análisis de la relación existente entre el lenguaje y el aprendizaje.

Existe suficiente evidencia respecto de la problemática del aprendizaje de la matemática, específicamente en el Ecuador se puede señalar:

El Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEVAL) luego de evaluar los conocimientos de 45 000 estudiantes en matemática, lengua y literatura, ciencias naturales y estudios sociales... La matemática sigue siendo el dolor de cabeza para los menores. Por ejemplo, en el 4° de educación general básica el 25% no alcanzó niveles elementales en esta materia; en 7° año, el 30% presenta esta tendencia. Mientras que en 3° año de bachillerato, el 31% de evaluados no domina los números (Informe INEVAL, 2015).

Por otra parte, se considera necesaria una comparación del desempeño de los estudiantes en el área de matemática del Ecuador respecto del resto de países latinoamericanos, y para esto, se recurre al informe de la segunda entrega de resultados del Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE), coordinado por la Oficina Regional de Educación de la UNESCO para América Latina y el Caribe (Chile - Julio de 2015), en este informe se dio a conocer los datos sobre el nivel de logro de aprendizaje de estudiantes de la región y otro informe sobre los factores asociados a este proceso. El estudio ratifica avances y desafíos en la superación de la crisis del aprendizaje, que afecta especialmente a los más vulnerables en los países latinoamericanos. Según este informe:

Los resultados provienen de una extensa muestra representativa que involucró a más de 134 mil niños y niñas de tercer y sexto grado de educación primaria de Argentina, Brasil, Chile, Colombia, Costa Rica, Ecuador, Guatemala, Honduras, México, Nicaragua, Panamá, Paraguay, Perú, República Dominicana y Uruguay, además del estado mexicano de Nuevo León, quienes en 2013 rindieron pruebas en las disciplinas de lenguaje (lectura y escritura), matemática y ciencias naturales (TERCE, Chile - Julio de 2015).

Sobre el tema Jorge Sequeira, director de la Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe (OREALC/UNESCO Santiago) indica que:

La región ha conseguido avances significativos en materia de alfabetización y cobertura de sus sistemas educativos, pero continúan pendientes importantes desafíos en materia de calidad y equidad. El diagnóstico del TERCE invita a profundizar sobre sus hallazgos preliminares y a realizar sugerencias sobre posibles intervenciones a nivel de práctica y política educativa para realizar las mejoras requeridas.

El TERCE muestra que si bien el puntaje promedio regional de logros de aprendizaje mejoró en todos los grados y áreas evaluados, la mayoría de los estudiantes sigue concentrándose en los niveles más bajos de desempeño (niveles I y II) y son pocos los que se ubican en el nivel superior (IV). Lo anterior evidencia el desafío al que se enfrentan los países de la región y principalmente en el Ecuador que consiste en lograr en los estudiantes aprendizajes que les permitan un mejor dominio de los conocimientos y también el desarrollo de habilidades avanzadas en matemática, lenguaje y ciencias naturales (Para mayor información respecto de los resultados arrojados por el TERCE, véase el Resumen ejecutivo de TERCE, 2015, p. 3).

Nótese que los resultados de aprendizaje en las áreas básicas principalmente en matemática, el Ecuador se encuentra en la media regional de los países latinoamericanos, lo cual debe alertar a las autoridades, docentes, estudiantes y padres de familia de los diferentes niveles del sistema educativo, en la urgente necesidad de revisar procesos que potencien las capacidades, destrezas y habilidades de pensamiento que contribuyan a una educación de calidad.

Los resultados que se advierten en estos informes, aunque denotan una mejora, aún siguen siendo poco satisfactorios especialmente en matemática. Lo anterior determina que se investiguen las razones de esta realidad y consecuentemente se propongan nuevas soluciones.

Estos resultados impactan profundamente en la educación superior, pues los estudiantes no traen resueltas las competencias básicas

(capacidades/valores/contenidos/métodos) necesarias para afrontar con éxito el estudio disciplinar y el desarrollo de las competencias necesarias.

En esta línea se plantea el presente artículo, aunque no pretende proporcionar estrategias a modo de recetas, sino provocar a través de una serie de reflexiones el despertar del profesor mediador del aprendizaje en la búsqueda de nuevos enfoques que rompan con el modelo tradicional (conductismo y la enseñanza bancaria) de traspasar contenidos en desmedro del desarrollo de capacidades/destrezas/habilidades y también valores (competencias). En este sentido, se concuerda con Tébar L. que en su obra *El profesor mediador del aprendizaje* dice que “El mediador es, como su mismo nombre indica, un intermediario, un amplificador, un adaptador, un organizador y un diseñador de procesos formativos” (Tébar, 2010, p. 21).

Por otro lado se busca propiciar nuevos elementos de reflexión y consideraciones para propender hacia la consecución del aprendizaje significativo de la matemática y para ello se propone el análisis desde el lenguaje propio de esta ciencia.

Sin perjuicio de lo anterior, es importante considerar que este artículo está orientado a un componente del fenómeno comunicacional, el código (lenguaje), que se utiliza para dotar de sentido, lo más preciso posible, al mensaje. El código puede ser transmitido por diferentes medios los que aportan niveles de transformación importante, más aún considerando la subjetividad del significado que se le otorga desde el receptor o destinatario.

Para la metodología de investigación, en este artículo se abordará como puntos de partida y teorización varios aspectos sobre la base de reflexiones, opiniones y consideraciones de autores contemporáneos en varias temáticas del saber humano, así tenemos: La filosofía del lenguaje, la comunicación y sus elementos, y el lenguaje y sus diferentes formas, por cuanto se plantea que estas tres áreas del conocimiento se consideran relevantes para la comprensión de la relación del lenguaje matemático con el lenguaje natural y el análisis de los principios y reglas que rigen el lenguaje matemático. Finalmente se concluye con testimonios de docentes de una nutrida experiencia en el campo de la docencia matemática. A continuación se desarrollarán estos temas.

Filosofía del lenguaje

Entre las recientes disciplinas de la filosofía se destaca la filosofía del lenguaje cuyo origen data de principios del siglo XX en torno al denominado *giro lingüístico*. Dicho giro abre en la filosofía la preocupación por el len-



guaje, en el doble sentido de condición de posibilidad del conocimiento y de medio de expresión o comunicación del pensar. La filosofía del lenguaje es la rama que se encarga del estudio de todo aquello relacionado con el lenguaje (Bentolila, 2007, p. 1).

Al respecto Carlos Pérez en su documento *Filosofía del lenguaje*, de la Facultad de Filosofía y Letras de la Universidad Autónoma de Tlaxcala, manifiesta:

La filosofía del lenguaje resuelve problemas, que en todo caso, son de naturaleza lingüística. Pero su importancia no reside sólo en este simple hecho sino también en que ayuda a plantear con más precisión y nitidez los problemas típicos de las disciplinas filosóficas. Por ejemplo, la filosofía del lenguaje tiene su parte en el enfoque de uno de los problemas más urgentes en la actualidad, el de la acción racional o de la racionalidad (Pérez, 1987, p. 2).

Como se indica, una de las características más importantes del siglo XX en el estudio de la filosofía ha sido el denominado giro lingüístico, que se caracteriza tanto por la concentración de la atención en el lenguaje, como por la tendencia a tratar los problemas filosóficos a partir de la forma como aparecen en el lenguaje.

El replanteamiento en términos lingüísticos está enfocado en las relaciones existentes entre pensamiento, lenguaje y mundo.

El origen del giro lingüístico, según establece Conesa y Nubiola (1999, pp. 20-30) en su libro *Filosofía del Lenguaje*, se sitúa especialmente en los trabajos del matemático alemán Gottlob Frege quien aspira encontrar un lenguaje conceptual que exprese coherentemente la estructura de los razonamientos de la matemática. Frege estaba convencido de que hay un paralelismo entre pensamiento y lenguaje.

En la filosofía contemporánea del lenguaje, la relación pensamiento-lenguaje y la actividad comunicativa humana ha dado lugar a grandes reflexiones que se enfocan en el vínculo entre el conocer y el pensamiento desde las expresiones lingüísticas, los enunciados y las oraciones de uso común de los seres humanos. En ocasiones estudia el lenguaje matemático o los lenguajes científicos especializados, pero la norma es que se centre en el lenguaje ordinario, es decir la filosofía del lenguaje se encarga del estudio de la semántica y de la pragmática. Entendiendo por semántica al significado de las expresiones lingüísticas y por pragmática al estudio del lenguaje en su relación con los usuarios y las circunstancias de la comunicación.

Debido a lo anotado y con el objetivo de fundamentar adecuadamente la investigación del tema propuesto, se realiza una revisión de aspectos del lenguaje y de la comunicación como sigue:

La comunicación

Esta es una de las actividades humanas más importantes, es una continuada sucesión, un constante intercambio de preferencias, de interlocuciones que se caracterizan por la importante propiedad de ser significativas, de poseer un significado, una clave cuyo conocimiento garantiza su comprensión. Por preferencias entenderemos cualquier acto verbal consistente en la emisión (bien por medio de nuestro aparato fonador, bien por un medio mecánico) o en la inscripción de un signo o conjunto de signos (Acero et al., 2001, pp. 33-34).

Para entender mejor cómo se realiza el acto de comunicación mediante el lenguaje, es importante analizar los elementos que intervienen en este; según Conesa y Nubiola, (1999, p. 149) en principio podemos distinguir cuatro elementos: emisor, destinatario, enunciado y contexto.

Expertos en el área de la lengua y comunicación han distinguido tres tipos de contextos: el lingüístico, el situacional y el sociocultural.

El primero está formado por el material lingüístico que precede y sigue a un enunciado. El segundo, denominado contexto situacional, es el conjunto de datos accesibles a los participantes en una conversación (el papel y la posición del emisor y del destinatario, la situación espacial y temporal del conocimiento comunicativo, etc.), Finalmente el contexto sociocultural es la configuración de datos que proceden de condicionamientos sociales y culturales sobre el comportamiento verbal y su adecuación a diferentes circunstancias (Reyes, 1995, p. 20).

De acuerdo con lo señalado se puede decir que el contexto es una entidad mutable no sólo de un discurso a otro, sino a lo largo del mismo discurso, puesto que las informaciones previas se van ampliando y el conocimiento entre los interlocutores varía en función de los preconceptos que se van instalando en el mismo proceso comunicativo. El contexto también depende de los fines que tenga la comunicación.

Entre los principales fines del lenguaje y la comunicación está la educación, por lo que es necesario desarrollar aspectos trascendentales sobre esta temática.

Educación

Existen múltiples definiciones del concepto educación, sin embargo para este efecto se considera el siguiente enfoque por estar centrado en el sujeto que aprende:

Se llama educación al proceso mediante el cual se afecta a una persona, estimulándola para que desarrolle sus capacidades cognitivas y físicas

para poder integrarse plenamente en la sociedad que la rodea. Por consiguiente, debe distinguirse entre los conceptos de educación (estímulo de una persona hacia otra) y aprendizaje, que en realidad es la posibilidad subjetiva de incorporación de nuevos conocimientos para su aplicación posterior (Definición ABC <http://www.definicionabc.com/general/educacion.php>).

Esta definición se aleja del antiguo concepto (que aún no termina por desprenderse de los docentes) de que la educación es el traspaso cultural de una generación mayor a otra menor. Sin embargo, desde este documento se plantea una definición propia de los autores con una mirada más sociológica y es la siguiente:

La educación se concibe como un proceso de la sociedad, para el desarrollo de las potencialidades de las personas desde tres ejes fundamentales, lo cognitivo, lo afectivo y la arquitectura del conocimiento, garantizando la asimilación de experiencias sociales, pero de manera especial que los individuos se relacionen de forma innovadora a través del saber hacer, del saber ser y del saber conocer. Es decir la educación se considera como un proceso de construcción social que inicia y cultiva en los individuos su capacidad de asimilar y recrear el conocimiento para producir cultura.

Desde el contexto lingüístico Román (2006, p. 57), citando a Vygotsky y Herrero (1995) plantea lo siguiente:

Vygotsky (1978) afirma que “el aprendizaje humano presupone un carácter social específico y un proceso por el cual los niños se introducen, al desarrollarse, en la vida intelectual de aquellos que les rodean”. De este modo, la comprensión y la adquisición del lenguaje y los conceptos, por parte del niño, se realizan por el encuentro con el mundo físico y sobre todo por la interacción entre las personas que le rodean. La adquisición de la cultura, con sentido y significación, supone una forma de socialización...

De igual manera Clemente Herrero (1995) (en su obra Geografía y educación. Sugerencia didácticas) indica que “El individuo aprende a ser hombre. Lo que la naturaleza le ha dado al nacer no le basta para vivir en sociedad. (120). Debe adquirir además lo alcanzado en el curso del desarrollo histórico de la sociedad humana”. El sujeto aprende las cosas apropiándose de la experiencia sociohistórica de la humanidad, mediante la intercomunicación con los seres humanos.

Por lo anterior se concluye que la adquisición del lenguaje se realiza por la relación con el mundo físico y la interacción de las personas. En el lenguaje de la matemática esto cobra relevancia pues busca representar al mundo físico desde un lenguaje abstracto y formal.

Un interesante enfoque del fenómeno, vincula la educación con la comunicación, este es el de la educomunicación, que Coslado (2012) define así: “Educomunicación es desarrollo, enfoques y desafíos en un mundo

interconectado”. Por otra parte, en el Foro de Educación, n.º 14, 2012, pp. 157-175, define a la educomunicación como “un campo de estudios teórico-práctico que conecta dos disciplinas: la educación y la comunicación”.

Esta visión cobra especial relevancia en la enseñanza de la matemática ya que coadyuva al proceso de codificación y decodificación del lenguaje matemático, a la autoestructuración del conocimiento y el desarrollo del pensamiento lógico. En este enfoque se hace énfasis en los procesos comunicacionales al interior del aula, centrando el proceso educativo en el desarrollo del pensamiento y la adquisición del lenguaje matemático a través de la interlocución del individuo con el entorno y con los otros (aprendizaje significativo y colaborativo).

Lenguaje

Existen una diversidad de definiciones de lenguaje, al respecto Saussure (1945) citado por Serrano (2005) manifiesta que “es una palabra ambigua puesto que se usa tanto para denotar la función comunicativa entre individuos, como para denotar un particular sistema de signos o símbolos o para describir el uso que se le da a este sistema en un contexto determinado”. De igual manera Saussure considera que el lenguaje está formado por el habla y la lengua. Define al habla como el uso de la lengua por una persona, en una situación específica, la entiende como un acto individual. En cambio, la lengua constituye la totalidad de los sistemas lingüísticos que poseen los miembros de una comunidad, es decir; la lengua “es un sistema de signos y el habla es la codificación de mensajes específicos, descifrados luego por quienes participan en el proceso de comunicación” (Serrano, 2005, p. 49).

Por lo expuesto se concluye que lengua y habla, son inseparables en el acto comunicativo, por cuanto la lengua con sus sistemas de signos va a ser utilizado en el habla, mientras que el habla aparece con las impresiones sonoras que tiene significado en el grupo social. Lengua y habla recíprocamente inciden en el modelo lingüístico. Véase en el siguiente cuadro.

Cuadro 1
Propiedades de la lengua y el habla

Lengua	Habla
• Sistema de signos	• Codificación de mensajes
• Potencial	• Existe a través de impresiones sonoras
• Social	
• Varía muy lentamente	• Individual

Elaboración: Puga, Rodríguez, y Toledo

Fuente: Saussure citado por Serrano en la *Revista Universitaria de Investigación*, Año 6, No 1, 2005: 49



En el mundo educativo formal el lenguaje, y por ende el habla y la lengua, es objeto de estudio y reflexión y en el caso de la enseñanza de la matemática más aún, por cuanto esta trata no sólo con el lenguaje matemático, sino con el natural, el corporal, el gestual, entre otros.

Para entender lo señalado es importante definir los diferentes tipos de lenguaje, al respecto Alberto Pererira (1999) en su texto de Lingüística para comunicadores indica que el lenguaje se clasifica en lenguaje verbal (oral o escrito) o articulado y una serie de sistemas y lenguajes no verbales. Además clarifica que los hechos culturales se dan solamente cuando los hombres interactúan socialmente mediante el trabajo, los juegos, las prácticas rituales, etc., y adquieren la capacidad de codificar y simbolizar la realidad mediante diferentes formas y sistemas de interrelación, cuya representación más alta y compleja lo constituye el lenguaje verbal (Pereira, 1999, pp. 12, 19).

El hecho educativo es una interacción social que requiere en forma indispensable la utilización de los lenguajes que el autor manifiesta, más aún en el aprendizaje de la matemática que necesita símbolos, signos.

De igual manera es importante señalar que el lenguaje puede subdividirse en tipologías, atendiendo a sus características, conociendo el grado de artificialidad y convencionalidad que intervienen en la construcción de símbolos o signos, este puede ser: natural y artificial.

El lenguaje natural, también llamado lenguaje ordinario, es el que utiliza una comunidad lingüística con el fin primario de la comunicación y se ha construido con reglas y convenciones lingüísticas y sociales durante el período de constitución histórica de esta comunidad adaptado a la comunicación de la vida ordinaria, pero ambiguo y vago si hemos de atender al punto de vista de la comunicación científica (Tomado de La Guía –Lengua <http://lengua.laguia2000.com/general/los-tipos-de-lenguaje>).

El lenguaje artificial, en oposición al natural, tiene como finalidad evitar –justamente– los inconvenientes de ambigüedad y vaguedad de los lenguajes naturales u ordinarios y, por ello, presenta un grado de artificialidad y convencionalidad mucho mayor por lo que se refiere a la construcción de símbolos y al significado que les asigna un grupos de hablantes relacionados por objetivos científicos o técnicos como es el caso del lenguaje especializado de la matemática (Tomado de La Guía –Lengua <http://lengua.laguia2000.com/general/los-tipos-de-lenguaje>).

Lenguaje matemático

(Martínez, 2009, p. 1) explica que el idioma que utiliza las matemáticas es formal y abstracto. Recurre a palabras clave, objetos y herramientas necesarias para manejar esos objetos. Para comprender lo antes mencionado; Martínez define que la matemática es una ciencia lógica y deductiva que lo resume de la siguiente manera:

La deducción lógica exige cumplir unas reglas muy precisas que hay que aprenderlas, memorizarlas y usarlas. Mezcla palabras, números, símbolos, figuras y conceptos que tiene un significado matemático, que no siempre coincide con el lenguaje normal. Parte de unos principios (axiomas) términos no definidos, de unas definiciones y conceptos; de unos objetos (números, símbolos operadores...); de unas “reglas de juego” (propiedades). Las herramientas que se utilizan son los conceptos, las operaciones, las propiedades utilizando esas herramientas se genera un método, una teoría, un teorema. Los resultados deben ser demostrados; no basta con una simple comprobación. Una vez demostrados pueden ser aplicados como un modelo Martínez, 2009, p. 1).

De acuerdo con el contexto anterior planteado por los dos autores, la matemática es una ciencia que se fundamenta en principios, trabaja con los conjuntos y se ejecuta a través de las operaciones mismas que tienen propiedades universalmente aceptadas; por lo tanto el lenguaje matemático permite interrelacionar el lenguaje formal y abstracto con el natural, a través de principios y reglas mismas que se describen brevemente.



Los principios y reglas que rigen el lenguaje matemático

Una vez analizadas las relaciones del lenguaje natural y matemático, es necesario destacar los principios y normas que rigen este último, para lo cual se inicia tomando en cuenta los criterios de Luis Ferrero (2002) expuestos en el artículo: *Las Matemáticas en la educación obligatoria* de la Enciclopedia de Pedagogía, quien considera a la Matemática como una ciencia viva, porque evoluciona constantemente y está presente en la mayoría de las actividades humanas. Su estudio formal en la escuela y la universidad promueve el desarrollo de capacidades del pensamiento y con la función instrumental para otras ciencias, genera capacidades científicas: de observación, interpretación, capacidad de análisis, capacidad crítica y de valoración (p. 569).

En la praxis de los docentes de la asignatura de Matemáticas se ha recibido múltiples comentarios de los estudiantes de diferentes niveles de educación formal, que denotan animadversión a esta ciencia, posiblemente esto sucede porque no iniciaron el estudio de la matemática con elementos concretos o en el transcurso del aprendizaje tuvieron experiencias desalentadoras. Esta realidad se puede mejorar, aplicando entre otras cosas recursos didácticos que vayan en función de adquirir aprendizajes reales y contextualizados. Dentro de estos recursos es indispensable el uso adecuado del lenguaje. Por lo tanto, es fundamental que el docente conozca y aplique el lenguaje matemático y sea capaz de transponerlo de manera adecuada a sus

estudiantes, quienes deben pasar de lo concreto a lo abstracto. Corroborando lo expuesto, Ferrero (2002) propone el procedimiento para el paso del lenguaje natural (concreto) al formal (abstracto), mismo que se desarrolla mediante etapas sucesivas y progresivas, a saber:

1. Operación experimental manipulada con objetos tangibles (Ferrero, 2002, p. 576).

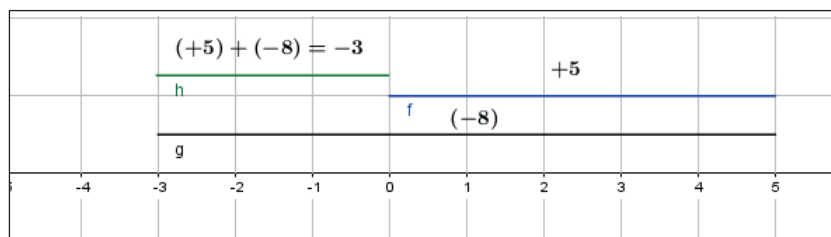
Si el objetivo es que un niño aprenda a sumar dos números enteros positivos, lo recomendable sería que inicie manipulando objetos del entorno, a continuación forme grupos con los mencionados objetos y los una, que contabilice el resultado que es la suma; esto permitirá tener una idea de la adición (aumento).

2. Expresión verbal de la operación utilizando el lenguaje oral (Ferrero, 2002, p. 576).

Si el objetivo es el aprendizaje de los números enteros, el proceso sería similar al planteado en el numeral anterior, con la diferencia que no siempre se aumenta. De ahí la importancia de utilizar un lenguaje preciso

3. Expresión gráfica de la operación (lenguaje figurativo) para representar con dibujos o esquemas (Ferrero, 2002, p. 576). Como ejemplo obsérvese el siguiente cuadro.

Cuadro 2
Suma de números enteros en la recta real



Elaboración: Puga, Rodríguez, y Toledo (2016)

Fuente: Articulistas

1. Operación simbólica, relacionan operación gráfica con símbolos (Ferrero, 2002, p. 576).

En la gráfica anterior, se debe relacionar a (+5) como la distancia de cero a cinco, (-8) la distancia de cero a menos ocho, pero geoméricamente se sobrepone de cinco a menos tres, y el resultado (-3) es la distancia de 0 a menos tres.

2. Operación abstracta. Se expresa y se opera únicamente con símbolos y signos matemáticos; es decir lenguaje matemático formal (Ferrero, 2002, p. 576).

El resultado de sumar (+5) con (-8), utilizando la operación abstracta es (-3); que se puede generalizar para cualquier $a, b \in \mathbb{Z}; (a + b) = c \in \mathbb{Z}$; considerando los números a, b:

- i. a, b igual signo, entonces sumo a con b y conservo el signo
- ii. a, b diferente signo, entonces se resta y se conserva el signo del número de mayor valor absoluto.

La secuencialidad anterior permite al discente realizar ejercicios y resolver problemas de una forma sistemática y estructurada, contribuyendo así a la adquisición de seguridad y rigor en el razonamiento del estudiante y al mismo tiempo que afiance los conocimientos matemáticos revisados y por su puesto acceder a nuevos estableciendo relación entre estos.

Cuando la labor docente se desarrolla en un nivel intermedio o superior, es necesario también considerar el uso paralelo del lenguaje común con el lenguaje algebraico, esto ayudará en simbolización, comprensión, análisis y resolución de ejercicios (ver cuadro 3).



Cuadro 3
Comparativo lenguaje común y lenguaje matemático

Lenguaje Común	Lenguaje Matemático
Un número real	x
El doble de un número real	$2x$
Regla de correspondencia de una función real f	$y=f(x)$
Una función f definida en el campo de los reales	$f : R \rightarrow R$ $x \rightarrow y = f(x)$
Una función lineal f como un conjunto de pares ordenados, tal que la variable dependiente y sea equivalente al doble de la variable independiente x	$y = 2x$
La derivada de la función cuadrática equis cuadrado menos dos equis más tres	$\frac{d}{dx}(x^2 - 2x + 3)$
La integral indefinida de la función $f(x)$	$\int f(x)dx$
La integral impropia en el intervalo de uno a más infinito	$\int_1 f(x)dx$
Ecuación de la circunferencia con centro en el origen y de radio cuatro	$x^2 + y^2 = 4^2$

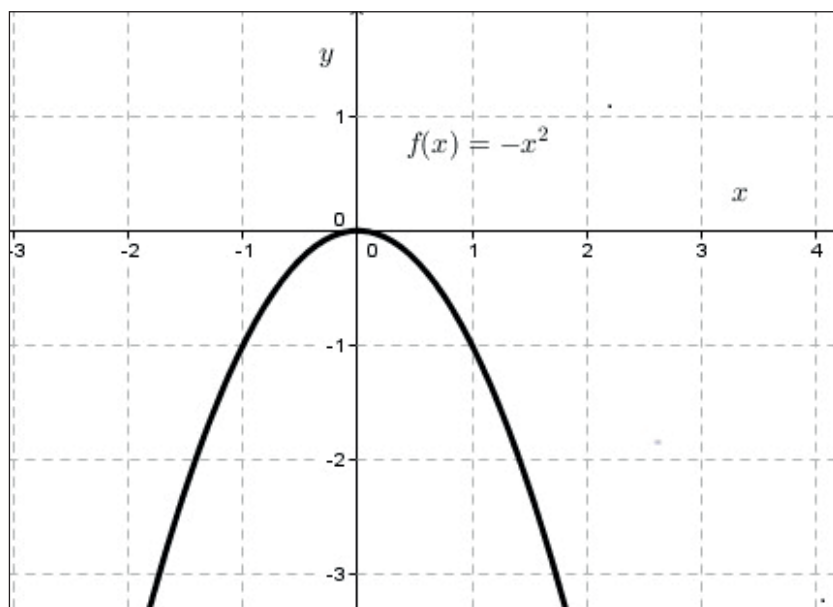
Elaboración: Puga, Rodríguez, y Toledo (2016)
Fuente: Articulistas

En esta misma línea de trabajo, para representar gráficamente una función en el plano, debemos tomar en cuenta el sistema de ejes coordenados de Descartes y los fundamentos que sustenta la teoría de función.

Si la función definida por:

$$f: \begin{matrix} R \rightarrow R \\ x \rightarrow f(x) = -x^2 \end{matrix}$$

Cuadro 4
Eje de coordenadas de Descartes



Elaboración: Puga, Rodríguez, y Toledo (2016)

Fuente: Articulistas

Se destaca que el uso adecuado de los símbolos o lenguaje matemático es vital que conozca y comparta tanto el profesor como el estudiante. En el caso de la función, como está definida no es inyectiva, si cambiamos el conjunto de llegada se obtendrá infinitas funciones inyectivas; un cambio de símbolos, difiere en la solución del ejercicio, con lo que se confirma que el uso adecuado del lenguaje matemático influye directamente en el aprendizaje de la Matemática.

Por otra parte, y desde una perspectiva cultural se puede detectar la existencia de una cultura matemática que cruza todas las culturas, o sea, la matemática viene a ser un fenómeno pancultural ya que en todos los pueblos se distinguen distintas formas de matemáticas, las que

mediante los fenómenos comunicacionales y a través de los tiempos se han ido aunando para dar origen lo que hoy se conoce como las Matemáticas. Así, Bishop (1991, pp. 39-71) define la cultura citando a Stenhouse como “Un complejo de comprensiones compartidas que actúa como medio por el que las mentes individuales interaccionan para comunicarse entre sí”, por lo tanto, en la medida que un grupo de personas compartan un “complejo de comprensiones” éstas se constituyen en una cultura. Bajo este análisis se distinguen grupos culturales al interior de la cultura matemática, es así como se observa la subcultura de los matemáticos (dueños del saber sabio), según este autor, “nivel formal” y también se ve a otros grupos como los técnicos que utilizan la matemática con un cierto nivel de comprensión “nivel técnico”, y los usuarios comunes que no contribuyen directamente a la formación de este conocimiento “nivel informal”.

Bishop (1991, pp. 39-71) plantea que al ser la matemática una cultura, el sistema educacional debe enculturizar a los estudiantes en esta cultura, y para ello propone que se deben desarrollar dos ámbitos específicos de la matemática al interior de la escuela, los aspectos cognitivos y los aspectos valóricos. Desde el punto de vista socio-cognitivo, distingue una serie de actividades propias de las civilizaciones que están relacionadas con el entorno y la cultura matemática, estas actividades son: contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar, las que dan origen a toda una tecnología simbólica que, en definitiva, se convierten en el complejo de comprensiones que da origen a uno de los aspectos de la cultura.

Como se ha manifestado, el lenguaje matemático es principalmente simbólico, sin embargo, lo anterior no quiere decir que no pueda expresar sentimientos y emociones a la hora de las actividades matemáticas. Al respecto Serrano (2005), manifiesta “En una primera mirada puede resultar difícil hacer un parangón del lenguaje natural con el lenguaje matemático. Sin embargo, si se piensa en expresiones como “esta prueba no es muy elegante”, “se puede demostrar por una vía más corta”, “tengo duda de si resolví bien el problema”, “no estoy seguro de la validez de esos.

Esto nos indica que en el aprendizaje de la matemática se puede expresar mediante el lenguaje, sentimientos en cada momento, así cuando se elabora una evaluación, al leer e interpretar un documento, al resolver un problema o ejecutar una demostración lo cual es motivante para el estudiante.

El siguiente cuadro resume las características principales de los sistemas para el lenguaje natural y el lenguaje matemático.

Cuadro 5
Parangón entre el lenguaje natural y el matemático

SISTEMAS	Lenguaje natural	Lenguaje matemático	Observaciones
FONOLÓGICO	Comprende normas para distinguir sonidos, entonación acentos, y normas para su organización. La unidad básica de este sistema es el fonema: “unidades de sonido lingüístico a partir de las cuales se construye el vocabulario de una lengua	Comprende principios y normas para distinguir sonidos (fonemas), entonación, acentos, así como para su organización	Básicamente son similares
SIMBÓLICO Y GRAFICO		Abarca principios y reglas para el uso de símbolos y para la construcción de diagramas y gráficos.	De uso preferencial para la Matemática
MORFOLOGICO	Comprende los principios mediante los cuales se combinan formas para construir palabras. Concibe las formas (morfemas) como las unidades mínimas que transportan significados correctos construidos por combinaciones de los fonemas.		
SINTÁCTICO	Abarca los principios sintácticos mediante los cuales se ordenan las palabras y frases	Los principios sintácticos tiene que ver con el “orden” y la “validez” de las expresiones construidas	
SEMÁNTICO	Se ocupa de las normas a través de las cuales se seleccionan palabras y expresiones para transmitir significados. Abarca tanto las formas lingüísticas como las no lingüísticas (percepciones, conceptos) que se reflejan en las formas lingüísticas.	Comprende las reglas y convenciones relacionadas con el significado dado por el uso de los objetos de los sistemas anteriores.	
SIMBÓLICO	Comprende los principios que determinan usos expresivos de las formas lingüísticas.		

SISTEMAS	Lenguaje natural	Lenguaje matemático	Observaciones
EXPRESIVO Y EVOCATIVO		Abarca principios y reglas sentimientos y emociones sobre el lenguaje y la actividad matemática. Por ejemplo: Sobre los juicios relacionados con la elegancia de una demostración, b) Sobre las dudas asociadas a la validez de lo realizado en un problema, etc.	

Elaboración: Puga, Rodríguez, y Toledo

Fuente: Lo indicado por Goodenough y citado por (Serrano, 2005).



Respecto de los sentimientos y emociones, se encarga el sistema “expresivo y evocativo” del lenguaje matemático que tiene estrecha relación con el lenguaje natural, como se observa en el cuadro 5.

Por otra parte, Bishop (1991, pp. 39-71) nos aporta nuevos argumentos que expresan que la cultura matemática tiene valores asociados entre ellos destaca al racionalismo como componente ideológico de la cultura matemática. Como plantea Kline (1972) Traduc. Cast. Matemáticas en el mundo moderno. Madrid: Hermann Blume, 1974, pp. 26-27).

En su aspecto más amplio, las matemáticas son un espíritu, el espíritu de la racionalidad. Este espíritu desafía, estimula, vigoriza y dirige las mentes humanas para que den lo máximo de sí. Este espíritu pretende influir decisivamente en la vida física, moral y social del hombre, pretende responder a los problemas planteados por nuestra existencia misma, se esfuerza por comprender y controlar la naturaleza y hace un gran esfuerzo para explorar y establecer las implicaciones más profundas y extremas del conocimiento ya obtenido.

En definitiva, la ideología del racionalismo busca dotar de lógica a todos los aspectos del desarrollo humano desde un plano abstracto.

También, Bishop (1991, pp. 39-71) plantea que otra línea ideológica ha contribuido a dar forma a las matemáticas, esta línea es el objetivismo y se refiere a una visión del mundo dominada por imágenes de objetos materiales. Estas dos ideologías se conjugan desde la perspectiva que establece que las ideas antes de ser abstractas nacen de la observación de la realidad, sin embargo, aquí se sostiene desde una línea apriorista que las estructuras mentales necesarias para la conceptualización están preestablecidas. De esta forma, afirma este autor, que las matemáticas a nivel escolar deben hacerse cargo de levantar este puente entre la abstracción y la realidad (aprendizaje significativo).

Por otra parte, y en la misma línea, explora el concepto de “sentimientos” asociados a las matemáticas, así distingue un sentimiento-control y otro sentimiento-progreso, donde el primero se refiere a la necesidad de predecir y por tanto controlar y el segundo nos habla de la capacidad de llegar a conocer lo desconocido (crecimiento, desarrollo, cambio). Ambos “sentimientos” son complementarios en la matemática y actúan como impulsos al desarrollo de esta disciplina.

Por último, este autor habla de valores asociados al componente sociológico de la matemática, donde distingue los valores de “apertura” y “misterio”. Así, Bishop (1991, pp. 39-71) plantea que: “Apertura, se refiere al hecho de que las verdades, las proposiciones y las ideas matemáticas en general están abiertas al examen de cualquier persona y el valor misterio habla de donde proceden las ideas matemáticas y quién las genera”.

Para el proceso académico con los estudiantes, es fundamental hablar del aprendizaje.

214



Aprendizaje

Constituye una actividad mental del sujeto que aprende, permitiéndole la adquisición de conocimientos, hábitos y actitudes, así como la retención y utilización de los mismos, originando una modificación de la conducta. Gómez (2001) define al aprendizaje como:

La secuencia de acciones encaminadas a la construcción del conocimiento, al desarrollo de habilidades y a la formación de actitudes...La profundidad y la calidad del aprendizaje estarán determinados tanto por el conocimiento y comprensión de la naturaleza de la misma y por la información que se posee sobre el tema, así como por el grado de control que se ejerce sobre los procesos cognitivos implicados: atención, memoria, razonamiento, etc. (Gómez, 2001, p.1).

El autor en su definición indica que el aprendizaje es un proceso de interacción entre el ser humano y su entorno natural y social que tiende a modificar los comportamientos y actitudes de la persona.

Aprendizaje significativo

Ausubel (1983) manifiesta que:

Un aprendizaje es significativo cuando los contenidos: Son relacionados de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe. Por relación sustancial y no arbitraria se debe entender

que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición (Ausubel 1983, p. 18).

Para conseguir un verdadero aprendizaje significativo en todas las ciencias y especialmente en matemática, debemos utilizar en nuestras clases, recursos y metodologías activas y participativas acorde a las necesidades de los tiempos, sin embargo, será imprescindible además, desarrollar las capacidades necesarias para aprender a aprender. También se debe tener muy en cuenta el lenguaje que utilizamos, este debe ser contextualizado y de acuerdo a la asignatura tomando en cuenta, que “es prácticamente imposible dar cuenta del aprendizaje humano sin la mediación y participación del lenguaje” (Ribes-Iniesta, 2007, p. 12), esta referencia nos invita a relacionar el conocimiento, el aprendizaje y el lenguaje, como sigue:

Aprendizaje significativo vs lenguaje

Para Marco Antonio Moreira (2003), hay tres conceptos implicados en la adquisición del aprendizaje significativo: significado, interacción y conocimiento – y subyacente a los mismos está el lenguaje (p. 7).

Dado que los interlocutores de la comunicación y el uso del lenguaje en el acto de sociabilidad está sujeto a la interacción social y esto a su vez a la construcción social del conocimiento, es decir a una construcción de y con los otros, espacio en el que el significado y significante se conjugan para la determinación de aprendizajes significativos a la hora de la educación formal e informal.

El significado está en las personas, no en las cosas o eventos. Para las personas es para quienes las señales, los gestos, los iconos y sobre todo las palabras (y otros símbolos) significan algo. Está ahí el lenguaje, sea este verbal o no. Sin el lenguaje, el desarrollo y la transmisión de significados compartidos serían prácticamente imposible (Moreira, 2003, p. 7).

Para las personas todo elemento del lenguaje tiene su significado, que permite compartir con sus congéneres, sin embargo, el significado está sujeto a la íntima interpretación del sujeto, pues está impregnado de su acervo cultural y los patrones culturales heredados de su contexto.

La interacción referida se produce entre los nuevos conocimientos y aquellos específicamente relevantes ya existentes en la estructura cognitiva con un cierto grado de claridad y estabilidad, pero esa interacción está usualmente mediada por otra, en la que el lenguaje tiene un papel fundamental, la interacción personal (Moreira, 2003, p. 7).

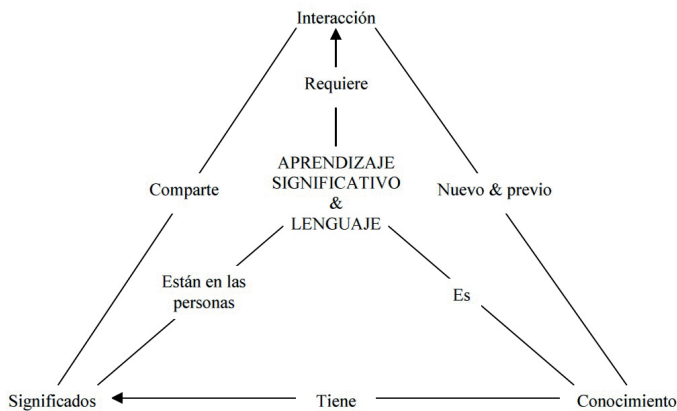
En los individuos, el lenguaje permite una interacción entre los conocimientos existentes y los nuevos que sean relevantes para el desarrollo cognitivo pues dentro de los conceptos de conocimiento este se define como un proceso de interlocución entre el medio y los sujetos mediados por el lenguaje, de tal manera que el conocimiento sería un continuo navegar, decodificar, codificar y volver a navegar para consolidar e incrementar los conocimientos.

El conocimiento, así entendido es lenguaje; la llave de la comprensión de un conocimiento, de un contenido o incluso de una disciplina, es conocer su lenguaje (Moreira, 2003, pp. 2-3).

El conocimiento de un lenguaje específico de una determinada disciplina nos obliga a comportarnos dentro de una hermenéutica específica que es imprescindible conocer para comprender y comunicar eficientemente y de esta manera llegar a conceptualización, aprendizaje significativo y, por ende, al conocimiento como es el caso del lenguaje matemático su símbolos, reglas y propiedades para su aprehendizaje y aprendizaje.

Las inter-relaciones entre tales conceptos están diagramadas en el mapa conceptual presentado en el siguiente cuadro:

Cuadro 6
Mapa conceptual para aprendizaje significativo y lenguaje



Elaboración: Puga, Rodríguez, y Toledo
Fuente: "Artículo científico Lenguaje y aprendizaje significativo, dictado en Conferencia de cierre del IV Encuentro Internacional sobre Aprendizaje Significativo" (Miguel Ángel 2003)

De estos fundamentos se desprende que para conseguir un aprendizaje significativo es pilar fundamental el uso del lenguaje, además se conoce que el lenguaje y el lenguaje matemático están relacionados por sistemas lingüísticos semejantes. Esto permite concluir que el uso parti-

nente del lenguaje matemático incide en el aprendizaje significativo de esta ciencia.

A continuación se revisa la relación del aprendizaje, el conocimiento y el lenguaje desde la mirada de Ribes- Iñesta.

La relación del aprendizaje, el conocimiento y el lenguaje

Al respecto Ribes-Iñesta (2007), manifiesta que:

La naturaleza del conocimiento, y de las distintas capacidades que se configuran a partir de él para aprender, no puede desligarse de los modos lingüísticos participantes en la relación aprender/conocer/saber. La posibilidad de adentrarnos en los procesos involucrados en el conocimiento comienza por reconocer la diversidad y complejidad funcional del lenguaje como dimensión que da sentido a todo el comportamiento. Es, a su vez, una buena ocasión para desprendernos de mitologías y alegorías formales y aparatológicas sobre el conocimiento humano. Conocer no es sólo comportarse, pero en el acto comienza todo... (Ribes-Iñesta, 2007, p. 14).

De lo anterior se desprende que la relación del aprendizaje, el conocimiento y el lenguaje resulta fundamental para el acto educativo, y los grados de conciencia que adquieran los docentes sobre esta problemática serán decisivos en los resultados de su quehacer educativo.

A continuación se presentan testimonios y reflexiones de docentes de reconocida experiencia en el campo educativo en los niveles secundario y universitario. Estos corroboran y concluyen que la relación que existe entre el lenguaje matemático y su uso influye significativamente en la enseñanza de esta ciencia.

Del testimonio de los docentes de matemática que laboran en la Universidad Tecnológica Equinoccial del Ecuador, se destaca que el lenguaje matemático es formal y propio de esta ciencia, porque todos los enunciados, axiomas y leyes tienen su simbología y significado, que deben ser comprendidos y manejados por los estudiantes, lo cual permite justificar las equivalencias o pasos para la resolución de un problema y obtener un trabajo de calidad, para la consecución de un aprendizaje significativo.

Al respecto, se ha evidenciado en el transcurso del tiempo que la matemática es una ciencia formal, que se fundamenta en términos no definidos, términos definidos, axiomas o postulados y teoremas, y desde el apareamiento de la lógica matemática permitió ligar a las áreas de estas ciencias con proposiciones y símbolos comunes. El aprendizaje de la matemática es progresivo y acorde a la edad cronológica del estudiante, porque en sus inicios se utiliza material concreto y lenguaje natural, para

luego utilizar simbología adecuada con formalidad y rigurosidad que la matemática necesita a nivel universitario, pero este lenguaje debe ser conocido y comprendido por los estudiantes, lo cual permitirá la resolución de problemas y demostraciones, para conseguir un aprendizaje significativo como indican los docentes.

Conclusiones

En este artículo se ha analizado los lineamientos teóricos relacionados al lenguaje matemático y sus implicaciones en el aprendizaje significativo de esta ciencia, se determina a lo largo del documento que el lenguaje es el elemento primordial en todo acto comunicativo-educativo y depende de este para que el sujeto “aprenda lo que el emisor quiere que aprenda”, es decir; que si se quiere aprender/enseñar matemática se debe utilizar un lenguaje matemático adecuado en el que el mensaje sea claro, pertinente y acorde con lo que se quiere enseñar.

Las reflexiones propuestas, serán de gran ayuda para los docentes ya que además de las estrategias, técnicas y métodos utilizados en la enseñanza aprendizaje de la matemática ahora se deberá “incorporar” como “elemento necesario” el uso del lenguaje matemático adecuado para lograr en sus estudiantes un verdadero aprendizaje.

El desconocimiento total o parcial del lenguaje matemático por parte del educador de esta área, podrá ocasionar una malformación en el aprendizaje de sus estudiantes que les hagan aborrecer la matemática por no entenderla. Es por ello, que se ve necesario que los responsables de la enseñanza de la matemática sean conocedores del lenguaje además de los contenidos y las técnicas propias del campo en que se desempeñan.

Aplicando un lenguaje matemático pertinente los docentes y estudiantes mejorarán el diálogo, la comunicación, reflexión, comprensión, creatividad, el aprendizaje de las diferentes temáticas de la matemática, además serán capaces de vincular en los diferentes contextos.

Tal vez, los esfuerzos futuros de investigación en esta área debieran orientarse a considerar al lenguaje matemático más como un idioma y explorar modelos de enseñanza de este idioma en los primeros años de escolaridad. Antes de aprender matemática será necesario aprender a hablar en el idioma matemático, así como antes de aprender literatura española se debe aprender a hablar en español.

También se observa la necesidad de desarrollar las capacidades/destrezas/habilidades propias del pensamiento lógico matemático, ya que por mucho que se sepa hablar en términos matemáticos si no se tiene capacidad de razonamiento lógico, nada se podrá comprender de la ma-

temática. En definitiva, esta doble dimensión lenguaje/razonamiento son imprescindibles para el aprendizaje significativo de esta ciencia.

Bibliografía

- ACERO, Juan, BUSTOS, Eduardo & QUESADA, Daniel
2001 *Introducción a la Filosofía del Lenguaje*. Madrid: Cátedra-Grupo Anaya, S.A.
- AUSUBEL, David
1983 *Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas. 2º Ed.
- BENTOLILA, Héctor
2007 *Filosofía del Lenguaje*. Buenos Aires: Universidad Nacional del Nordeste, Facultad de Humanidades, Departamento de Filosofía.
- BISHOP, Alan
1991 *Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva Cultural* (Vol. 49). Grupo Planeta (GBS).
- BLUME, Hermann
1974 *Matemáticas en el mundo moderno*. Madrid.
- CONESA, Francisco, y NUBIOLA, Jaime
1999 *Filosofía del lenguaje*. Barcelona: Editorial Herder, S.A.
- DOLCIANY, Mary, BERMAN, Simon & FREILICH, Julius
1971 *Álgebra Moderna*. México: Publicaciones Cultural. Cuarta reimpresión.
- FERRERO, Luis
2002 *Enciclopedia de la Pedagogía, Artículo: las Matemáticas en la Educación Obligatoria* de la Enciclopedia de Pedagogía. España: Espasa Calpe S.A.
- HERRERO, Clemente
1995 *Geografía y Educación. Sugerencia didácticas*. Murcia: Huerga y Fierro Editores.
- KLINE, Morris
1972 *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times [Pensamiento matemático desde la antigüedad hasta los tiempos modernos]*. Madrid: Alianza Editorial.
- PEREIRA, Alberto
1999 *Lingüística para comunicadores*. Quito: Editorial UPS.
- REYES, Graciela
1995 *El abecé de la pragmática*. Madrid: Editorial Arcos.
- ROMÁN, Martiniano
2005 *Aprender a aprender en la sociedad del conocimiento*. Santiago de Chile: Arra-yán Editores S.A.
- TÉBAR, Lorenzo
2010 *El profesor mediador del aprendizaje*. Santiago: Editorial Conocimiento S.A.

Recursos electrónicos

- COSLADO, Ángel Barbas
2012 Artículo científico Educomunicación: Desarrollo, enfoques y desafíos en un mundo, interconectado, UNED España. Disponible en: http://www.aire-comun.com/sites/all/files/materiales/educomunicacion_angel-barbas.pdf, consultado el 8 de mayo 2016.
- DEFINICIÓN ABC. Tu Diccionario hecho fácil. Disponible en: <http://www.definicion-abc.com/general/educacion.php>, consultado el 29 de febrero de 2016





INEVAL

- 2015 “Ser Bachiller 2014 Primera evaluación Nacional – Publicaciones Ineval” Disponible en <http://www.evaluacion.gob.ec/resultados/sb-informes> Versión editada en marzo de 2015, consultado el 8 de mayo de 2016.

MARTÍNEZ, José María

- 2009 “Curso intensivo de matemáticas de la universidad de Alcalá de Henares”. Disponible en: <http://www3.uah.es/jmmartinezmediano/mate0/CIM%20Tema%201%2001%20Lenguaje%20y%20objetos%20matemaicos.pdf>, consultado el 2 de febrero de 2016.

MOREIRA, Marco Antonio

- 2003 “Artículo científico Lenguaje y aprendizaje significativo, dictado en Conferencia de cierre del IV Encuentro Internacional sobre Aprendizaje Significativo” Disponible en: <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/lenguaje.pdf>. 5 de febrero 2016.

PÉREZ, Carlos

- 1987 “Filosofía del Lenguaje, publicado en XV encuentro Nacional de Estudios de Lenguas” (CAUCE), 1987, No. 7, Disponible en: http://cvc.cervantes.es/literatura/cauce/pdf/cauce07/cauce_07_002.pdf, consultado el 2 de febrero de 2016.

RIBES-IÑESTA, Emilio

- 2007 “Lenguaje, aprendizaje y conocimiento”. Revista Mexicana de Psicología, 2007, Vol. 24, núm. 1. Sociedad Mexicana de Psicología A.C. Distrito Federal, México Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=243020635002>, Consultado el 2 de febrero de 2016.

NUBIOLA, Jaime

- 1997 “Renovación en la Filosofía del Lenguaje”. Revista Logopedia Foniatría y Audiología”. Disponible en: <http://www.unav.es/users/RenovFiaLenguaje.html>, consultado el 20 de febrero de 2016.

SERRANO, Bladimir

- 2005 “¿Qué constituye a los lenguajes natural y matemático?” Sapiens. Revista Universitaria de Investigación [en línea] 2005, 6 junio. Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=41060104>. ISSN 1317-5815, consultado el 26 de febrero de 2016.

UNESCO

- 2015 Estudio TERCE (Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo), Oficina regional, Santiago de Chile 2015. Disponible en: http://www.unesco.org/new/es/santiago/pressroom/singlenew/news/student_performance_improves_in_latam_but_inequality_and_other_factors_continue_to_affect_learning/#.VuJPQ-ZbjsB, consultado el 22 febrero de 2016.

Fecha de recepción de documento: 15 de marzo de 2016

Fecha de aprobación de documento: 5 de mayo de 2016